

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИИ

Ордена Ленина Гидрометеорологический
научно-исследовательский центр СССР

РУКОВОДСТВО ПО ГИДРОЛОГИЧЕСКИМ ПРОГНОЗАМ

Выпуск 2

Краткосрочный прогноз
расхода и уровня воды
на реках

Одобрено

Центральной методической комиссией
по гидрометеорологическим прогнозам
Госкомгидромета СССР

30 марта 1988 г.

Утверждено

Председателем Государственного комитета СССР
по гидрометеорологии Ю. А. Израэлем

8 апреля 1988 г.

Предисловие

За последние десятилетия в нашей стране стало больше уделяться внимания проблеме рационального использования водных ресурсов. Эта проблема поставила новые задачи перед практикой краткосрочных водных прогнозов, от надежности которых в определенной степени зависит эффективность эксплуатации водозахватных комплексов, а также своевременное принятие потребителем оперативных мер при угрозе опасных гидрологических явлений.

Решение указанных задач обусловило проведение исследований по совершенствованию традиционных и разработке новых методов краткосрочных водных прогнозов с использованием электронных вычислительных машин и математических моделей. В связи с этим со времени первого издания Руководства по гидрологическим прогнозам (1964 г.) методическая база краткосрочных прогнозов существенно изменилась и расширялась. Это побудило подготовить второе издание Руководства, в котором некоторые методы приведены без изменений по сравнению с 1964 г., а значительная часть их излагается впервые. Настоящий выпуск Руководства состоит из трех частей.

В первой части изложены методы краткосрочных прогнозов расхода и уровня воды на участках рек, основанные на приближенных приемах учета закономерностей перемещения и трансформации паводочных вод в речных руслах. Большое внимание уделено методам, основанным на использовании линейных моделей трансформации.

Во второй части рассмотрены методы прогноза талого и дождевого стока для небольших водосборов, основанные на использовании данных об осадках и снежном покрове. Значительное место в ней занимают математические модели формирования гидрографа половодья и дождевых паводков.

В третьей части даны методы прогноза для речных систем, которые построены на одновременном использовании способов, рассмотренных в первой и второй частях.

Большинство рассматриваемых методов иллюстрируется примерами их применения. Поскольку многие методы ориентированы на использование электронных вычислительных машин, в приложение дан перечень имеющихся в отраслевом фонде алгоритмов и программ (ОФАП) Госкомгидромета СССР программных средств и их краткая характеристика.

При подготовке настоящего выпуска Руководства использованы учебные и практические пособия: Б. А. Алябьев, Г. П. Калинин, В. Д. Комаров «Курс гидрологических прогнозов» (1974 г.),

сети. Однако основное внимание все же уделяется процессам, происходящим на водосборе. Это обстоятельство подчеркивает некоторую условность такой классификации.

По своему назначению краткосрочные прогнозы водного режима можно разделить на прогнозы общего пользования и специализированные прогнозы. К первой группе можно отнести прогнозы для предупреждения населения и народнохозяйственных организаций о резких изменениях водного режима (наводнения, маловодьях). Специализированные прогнозы предназначены для планирования деятельности народнохозяйственных организаций при использовании водных ресурсов с учетом специфики требований различных отраслей народного хозяйства.

В нашей стране к краткосрочным водным прогнозам условно относятся прогнозы расходов и уровней воды, заблаговременность которых составляет 12—15 сут. Вместе с тем в практике Всемирной метеорологической организации (ВМО) принята другая классификация прогнозов по их заблаговременности. В частности, к краткосрочным относятся прогнозы с заблаговременностью до 3 сут, к среднесрочным — с заблаговременностью 7—10 сут, к долгосрочным — с заблаговременностью более 10 сут. В настоящее время используется классификация, принятая в нашей стране.

Основным фактором, определяющим заблаговременность прогноза, является регулирующее влияние речного водосбора и речной сети. Регулирующее влияние зависит от физико-географических условий водосбора и особенно от его размеров и густоты речной сети. Чем больше площадь водосбора и густота речной сети, тем при прочих равных условиях больше регулирующее влияние, а следовательно, тем больше возможная заблаговременность прогноза.

Для методов первой группы прогнозов заблаговременность полностью определяется регулирующим влиянием речной сети, т. е. запасами воды на рассматриваемом участке русла. Наиболее отчетливо это обстоятельство проявляется при использовании кризиса дождевания.

В методах второй группы помимо регулирующего влияния речной сети сказывается еще регулирующее влияние собственно водосбора. Поэтому возможная заблаговременность может быть несколько больше, чем в первом случае. Дополнительным фактором увеличения заблаговременности в этих методах является возможность использования краткосрочных метеорологических прогнозов.

Заблаговременность в методах третьей группы также в основном определяется регулирующим влиянием речной сети и водосбора. Однако статистический характер получаемых прогнозных связей позволяет в некоторых случаях достичь большей заблаговременности.

Часть I

ПРОГНОЗ РАСХОДОВ И УРОВНЕЙ ВОДЫ НА УЧАСТКАХ РЕК

Физической основой практически всех методов прогноза расходов и уровней воды на участках рек являются уравнения Сех-Венана, отражающие основные закономерности перемещения речных волн в одномерном приближении:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{\omega} \right) + \omega \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = -\omega \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q, \quad (2)$$

где Q — расход воды; H — уровень воды; ω — площадь поперечного сечения; K — модуль стока; q — боковой приток (отток) на единицу длины; g — ускорение свободного падения; x — расстояние, отсчитываемое вдоль потока; t — время.

Для полной замкнутости системы уравнений (1)–(2) задают еще соотношения, связывающие переменные H , ω , K :

$$K = \omega C \sqrt{R}, \quad (3)$$

$$\omega = f(H), \quad (4)$$

где C — скоростной коэффициент в формуле Шези; R — гидравлический радиус, являющийся функцией уровня.

Система уравнений (1)–(4) в общем случае не имеет аналитического решения, поэтому при разработке практических схем прогноза ее интегрируют различными методами либо используют различные модификации этой системы. Обоснованность той или иной модификации определяется степенью отклонения неустоявшегося режима от установившегося. Характеристикой этого отклонения может служить максимальное значение отношения абсолютного долового уклона водной поверхности (при прохождении волн паводка или половодья) к первоначальному уклону при установившемся режиме (η):

$$\eta = \max \left| \frac{\partial H}{\partial x} \right| + L_0 / H_0, \quad (5)$$

Чем меньше значение η , тем ближе расход к уровню воды к однозначной, т. е. узкой ширины паводка расходов. При $\eta < 0,03 \dots 0,05$ ширина паводка не выходит за пределы потребности влиятельного расхода (3—5%), т. е. связь можно считать однозначной и, следовательно, волна паводка, перемещаясь вниз, не распадается (практически не меняет форму). Такой режим может наблюдаться при прохождении волн половодья на сравни-

только коротких участках, а для рек, имеющих большие уклоны для — и при паводках.

Если значение добавочного уклона соизмеримо с начальным уклоном (условие $\kappa \ll 1$ не выполняется), кривая расходов будет существенно неоднородной и водам будет расслаиваться (трансформироваться). Такие условия характерны для высоких кратковременных паводков, а для больших равнинных рек — в для половодья. Однако изменения скорости течения во времени и при переходе от створа к створу не всегда значительны, что позволяет пренебречь итерационными членами (первое два члена в уравнении (1)) при разработке методов, учитывающих трансформацию волн половодья по длине реки.

Для волн половодья вблизи ГЭС и при резких изменениях морфометрических и гидравлических характеристик русла по длине уже нельзя пренебречь итерационными членами. Такой режим может наблюдаться в диканых бьефах ГЭС при резких полусухах, в водохранилищах (при очень малых значениях t_0), на участках рек с переменным подпором либо хорошо развитой поймой.

В соответствии с рассмотренными особенностями перемещения паводочных волн методы прогноза расходов и уровней воды на участках рек можно разбить на три группы:

- 1) методы, не учитывающие в явном виде расслаивание волн паводка (см. гл. 1),
- 2) методы, основанные на приближенных уравнениях трансформации волн (см. гл. 2),
- 3) методы, основанные на численном интегрировании уравнений Сен-Венан (см. гл. 3).

В практике наибольшее распространение получили методы первой группы. Они просты, не требуют больших вычислений при выпуске прогноза и часто дают достаточную точность. Сюда можно отнести прогнозы по соответствующим уровням, методу температур и кривым спада. Однако при резких изменениях уровней (расходов) воды (особенно при полусухах ГЭС) и большом расслаивании паводочных волн эти методы могут оказаться неэффективными. В таких случаях в последнее время стали широко использоваться методы второй группы, которые из-за трудоемкости (как при разработке метода, так и при выпуске прогноза) чаще реализуются на ЭВМ.

Методы третьей группы еще только начинают внедряться в практику прогноза. Эти методы существенно более трудоемки и ориентированы только на ЭВМ. При использовании программного обеспечения, реализующего такие методы, необходимо наличие квалифицированного персонала, подготовленного в области программирования и прикладной математики. Использовать такие подходы целесообразно только для зарегулированных очень больших и нерасположенных к оттоку рек, когда могут наблюдаться очень малые (например, в водохранилищах) либо даже обратные уклоны водной поверхности.

Глава 1. Способы прогноза по соответствующим уровням и расходам воды

Суть метода сводится к установлению эмпирических связей между соответствующими уровнями (расходами) воды, наблюдаемыми в верхнем и нижнем створе. Заблаговременность прогноза равна разности сроков наступления таких уровней (расходов) в указанных створах.

Построение такого рода эмпирической зависимости для заданного участка реки представляет собой приближенное решение уравнений (1) и (2) при допущении малости их итерационных членов. При таком условии прогногностические зависимости для расходов воды имеют вид

$$Q_{n,t+\tau} = Q_{n,t} + Q_{n,t+\tau} \quad (1.1)$$

где $Q_{n,t+\tau}$ — расход воды в нижнем створе в момент времени $t+\tau$; $Q_{n,t}$ — расход воды в верхнем створе в момент времени t ; $Q_{n,t+\tau}$ — общий промежуточный приток на участке (τ — время добега волн на участке).

Методически способы прогноза по соответствующим уровням и расходам можно разделить на три группы:

- 1) для бесприточных и слабоприточных участков рек, когда достаточно точными бывают зависимости вида:

$$H_{n,t+\tau} = f(H_{n,t}) \quad (1.2)$$

$$Q_{n,t+\tau} = f(Q_{n,t}) \quad (1.3)$$

- 2) для участков рек со значительными промежуточными притоком ($Q_{n,t+\tau}$), но при небольшом расслаивании паводка, когда строгая зависимость типа:

$$H_{n,t+\tau} = f(H_{n,t}, Q_{n,t}) \quad (1.4)$$

$$Q_{n,t+\tau} = f(Q_{n,t} + Q_{n,t}) \quad (1.5)$$

- 3) для участков рек при значительном расслаивании паводочных волн, когда имеют зависимость вида:

$$H_{n,t+\tau} = f(H_{n,t}, \Delta H_p) \quad (1.6)$$

$$Q_{n,t+\tau} = f(Q_{n,t} + \Delta Q_p) \quad (1.7)$$

где ΔH_p и ΔQ_p — соответственно поправки уровня и расхода воды на расслаивание паводка.

Эти поправки могут быть приближенно учтены через значения уровня и расхода воды в верхнем и нижнем створе за некоторый промежуток времени, например:

$$\Delta H_p = f(H_{n,t}, H_{n,t}) \quad (1.8)$$

$$\Delta Q_p = f(Q_{n,t}, Q_{n,t}) \quad (1.9)$$

1.1. Способы прогноза на бесприточных и слабoprиточных участках реки

1.1.1. Определение соответственных уровней (расходов) воды двух постов и времени их добегаания на участке по характерным точкам графика колебаний уровня (расхода) воды

Наиболее просто соответственные уровни (расходы) воды и время их добегаания могут быть определены путем сопоставления совмещенных графиков колебаний уровня (расхода) воды в верхнем и нижнем створах. На графиках отмечают максимумы и минимумы в ходе уровня (расхода) воды в точки перегиба. Время добегаания определяют как разность сроков наступления соответственных уровней (расходов) воды в верхнем и нижнем створах. При этом пик отдельного наводнения является наиболее показательным.

По полученным данным строят графики связи соответственных уровней (расходов) воды верхнего и нижнего постов и времени добегаания между ними в зависимости от уровней (расходов) верхнего створа. Если время добегаания меняется слабо и трудно установить закономерность его изменения от уровня (расхода) воды или фазы режима, то вычисляют его среднее значение, которое принимают постоянным для всех уровней (расходов) и которое определяет заблаговременность краткосрочных прогнозов.

1.1.2. Построение графика связи между соответственными уровнями двух постов и определение времени добегаания воды на участке по кривым расхода и таблицам наблюдений за уровнем воды

Этот способ, предложенный А. В. Огневским, применим при наличии устойчивых кривых расхода воды. Пользуясь им, строят график связи уровней воды в двух створах (рис. 1.1). Для этого при общей оси расходов строят кривые $Q=f(H)$ для верхнего и нижнего створов. Затем задаются различными значениями расхода воды и графическим путем определяют координаты графика связи соответственных уровней в первом квадранте.

Пользуясь полученным графиком и данными наблюдений, определяют время добегаания. Берут какой-либо уровень воды на верхнем посту и по графику соответственных уровней (см. рис. 1.1) находят отвечающую ему уровень воды на нижнем посту. По таблице ежедневных уровней воды на нижнем посту определяют дату наступления найденного уровня воды. Разность дат наступления этих уровней принимают за время добегаания. Повторяют эти вычисления для ряда уровней воды (для

всего диапазона изменения уровня), наблюдавшихся на верхнем посту, получают данные для построения графика времени добегаания.

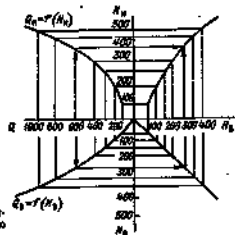


Рис. 1.1. Построение графика соответственных уровней воды с помощью кривых расхода воды.

Если кривые расхода имеют ясно выраженные ветви подъема и спада, то строят график соответственных уровней для фазы подъема и спада. Время добегаания в этом случае определяют с учетом фазы режима уровней.

1.1.3. Определение времени добегаания воды на участке реки на основе принципа наименьших потребностей

Задаются несколькими приближенными значениями времени добегаания между створами и для каждого значения строят график соответственных уровней воды. Наиболее близкий к реальному будет то время добегаания, которому соответствует наиболее тесная связь.

Способ расчета времени добегаания на участке реки, предложенный Г. П. Калинин, заключается в следующем. Вначале по данным за прошлые годы определяют даты наступления какого-либо одного произвольно выбранного уровня воды в верхнем створе. Затем, задавшись несколькими наиболее возможными для выбранного участка значениями времени добегаания, для каждого из них выбирают уровень воды в нижнем створе, которые соответствуют исходному уровню в верхнем створе, и вычисляют среднее отклонение (без учета знака) этих уровней воды от их среднего значения. Окончательно принимают то время добегаания, при котором отклонение будет минимальным.

Аналогично указанному проводят расчеты для различных исходных уровней в верхнем створе. После этого строят график времени добегаания и соответственных уровней.

Пример 1.1. Построение графиков связи соответственных уровней и времени их добегания для р. Днестра на участке г. Галич — р. Могилев-Подольский по характерным точкам.

Строим совмещенный график хода уровня воды в верхнем и нижнем створах почти беспроточного участка (рис. 1.2). На графике отмечаем характерные точки — максимумы, минимумы, точки перегиба и длительного стояния примерно одинакового уровня воды (эти точки помечены цифрами: для г. Галича 1, 2, 3, ...,

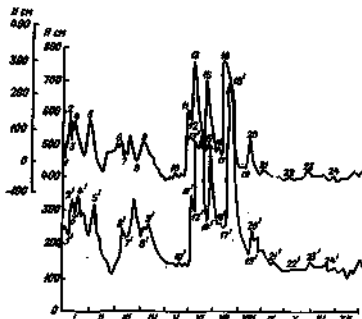


Рис. 1.2. Совмещенный график колебаний уровня р. Днестра у г. Галича и у г. Могилева-Подольского.
Цифрами обозначены соответственные уровни.

для г. Могилева-Подольского 1', 2', 3' ...). По выделенным точкам находим время добегания воды как разность дат наступления соответственных уровней в нижнем и верхнем створах участка. Результаты заносим в таблицу.

Время добегания нужно определять по тем характерным точкам, у которых наилучшее соответствие в ходе уровней в обоих створах.

По данным таблиц строим график (рис. 1.3) соответственных уровней и времени добегания. Для большей надежности такие графики надо строить по данным за ряд лет.

Пример 1.2. Определение времени добегания с помощью графика соответственных уровней воды и данных наблюдений за

уровнем воды для р. Днестра на участке г. Галич — г. Могилев-Подольский.

Воспользуемся графиком соответственных уровней для этого участка, полученным в примере 1.1 (рис. 1.3). Все вычисления сведем в табл. 1.1.

По ряду уровней р. Днестра у г. Галича (табл. 1.1, графы 1—3) с графика (рис. 1.3) снимаем значения соответственных уров-

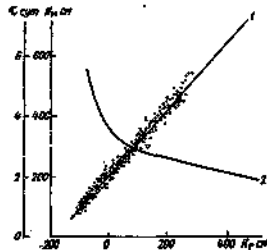


Рис. 1.3. Связь соответственных уровней р. Днестра у г. Галича H_G и у г. Могилева-Подольского H_M (1) и времени добегания между ними с уровнями в верхнем створе H_G (2).

ней р. Днестра у г. Могилева-Подольского (графа 4). По фактическим ежедневным значениям уровня р. Днестра у г. Могилева-Подольского 1.1

Определяем время добегания по графику соответственных уровней

г. Галич			г. Могилев-Подольский					
Дата	Уровень H_G	Фазы	Время добегания $t_{дб}$, сут	Дата или интервал наблюдений за уровнем H_M	Фактический уровень воды в створе		Дата, вычисленная по интервалу $t_{дб}$	
					из таблицы $H_{M,н}$	из графика $H_{M,к}$	с фактическим $H_{M,ф}$	Время добегания $t_{дб,к}$, сут
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2/VI	122	Подъем	335	4—5/VI	157	364	5/VI	3,0
18/VII	450	Подъем	763	20/VII	703	703	20/VII	2,0
15/VIII	40	Спад	240	18—19/VIII	244	230	15/VII	3,0

Подольского выбираем даты, когда наблюдались снятие с графика уровня воды. Если уровень воды был между сроками наблюдений, то выписываем как эти сроки, так и уровни воды (графы 5—7). В графе 8 записываем даты наблюдения соответствующих уровней, которые устанавливаем путем линейной интерполяции:

$$D_N = D_{M_n} + (H_M - H_{M_n}) / (H_{M_n} - H_{M_{n-1}})$$

где D_{M_n} — дата начала интервала, в котором наблюдался уровень H_M . По разности дат, приведенных в графах 8 и 1, определяем расчетное время дообегания и записываем в графу 9.

Описанным способом наиболее точно можно определить время дообегания в периоды интенсивных изменений уровня. При малых изменениях уровня за время дообегания, соизмеримых с потребностью графиков, могут быть допущены довольно большие ошибки. Эти случаи не рекомендуются использовать в расчетах.

Пример 1.3. Построение графиков связей соответственных уровней и времени их дообегания для р. Мархи на участке створа Чумпурук — с. Малый на основе принципа наименьших погрешностей.

Вначале задаем уровень воды у поста Чумпурук — 700 см — и за ряд лет определяем даты наступления этого уровня. Затем выбираем наиболее вероятные для данного участка значения времени дообегания от 0 до 4 сут. Находим уровни воды у с. Малый, сдвинутые на эти значения времени дообегания. Дальше производим вычисления в соответствии с табл. 1.2. Как следует

Таблица 1.2

Расчет времени дообегания

Даты наступления уровня у п. Чумпурук	Уровни воды у с. Малый через 0—4 сут ($H_1, \dots, H_4$) и их отклонение от среднего уровня ($\Delta H_0 = H_0 - H_1, \dots, \Delta H_4 = H_0 - H_4$)										
	H_0	ΔH_0	H_1	ΔH_1	H_2	ΔH_2	H_3	ΔH_3	H_4	ΔH_4	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
19/VI-67	632	-156	664	-87	662	-49	665	-97	660	-73	
31/V-68	615	-155	758	7	678	-33	613	-64	680	-49	
1/VI-69	624	-38	771	30	721	16	674	-50	682	-21	
18/VI-70	755	-9	765	15	729	12	682	5	641	-12	
1/VI-71	760	-28	782	1	710	-1	691	14	785	12	
1/VI-72	804	16	768	17	706	-5	640	-37	586	-67	
4/VI-73	817	29	783	32	724	18	693	14	690	37	
3/VI-76	812	24	787	16	721	10	678	4	628	-28	
18/VI-77	716	-76	730	-21	732	41	776	90	768	113	
1/VI-79	829	41	763	15	747	36	740	60	713	60	
17/VI-80	794	6	717	-34	698	-18	613	-69	545	-110	
31/V-81	736	-63	717	-24	725	14	732	45	705	92	
2/VI-83	927	130	795	44	687	-94	616	-69	591	-62	
Средн.	768	35	751	25	711	20	677	30	653	67	

из данных таблицы, минимальная ошибка соответствует времени дообегания, равному 2 сут (графа 7). Следовательно, уровню 700 см у поста Чумпурук соответствует уровень 711 с (графа 6) у с. Малый. Аналогичные вычисления выполняем для исходных

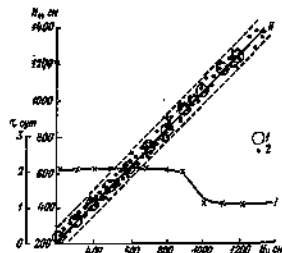


Рис. 1.4. График времени дообегания (1) и связи соответственных уровней воды для р. Мархи на участке створа Чумпурук ($H_Ч$) — с. Малый ($H_М$) (П).
1 — по способу наименьших погрешностей, 2 — по данным гидрологической обсерватории. Пунктирные линии соответствуют допустимой погрешности метода, равной 0,05 сут.

уровней 200, 300, 400, 500, 600, 800, 900, 1000, 1100 и 1200 см. Окончательные результаты этих вычислений сводим в таблицу, по данным которой строим график времени дообегания и соответственных уровней воды (рис. 1.4).

1.2. Способы прогноза на приточных участках

Основой при разработке способов прогноза уровня (расхода) воды для приточного участка является карта изохрон руслового дообегания воды в бассейне до замыкающего створа. Для ее построения по отдельным участкам рек определяют время дообегания, которое наносят на карту (схему) речной сети. По этим данным на карте проводят линии с одинаковыми значениями времени руслового дообегания, т. е. изохроны.

Карты можно строить для периодов разной водности реки (высокая, средняя и низкая уровни воды). Если влияние промежуточной притоков не позволяет достаточно точно определять

время добегания на некоторых участках, то его приближенно можно установить с учетом средней скорости добегания по участкам рек и притоков.

В данном случае скорость добегания может быть вычислена как среднее из скоростей течения воды на ближайшем верхнем и нижнем постое (створах). После построения карты изохрон (рис. 1.6) не представляет больших затруднений установить связь

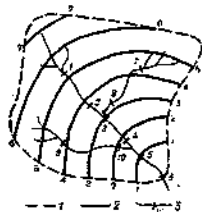


Рис. 1.6. Схема критического участка реки.
1 — линия истока, 2 — изокроны добегания воды (цифры у истока — время добегания в сутках), 3 — гидрометрические посты (с 1 по 10 км).

между уровнями (расходами) верхних и нижних постов (створов). Для приведенных на рис. 1.6 постов можно записать:

$$H_2 = f(H_1), \quad H_3 = f(H_2, H_1), \quad H_4 = f(H_3), \quad H_5 = f(H_4, H_1),$$

$$H_6 = f(H_5), \quad H_7 = f(H_6), \quad H_8 = f(H_7).$$

Наиболее просто прогноз уровня воды для нижнего поста по данным наблюдений двух вышележащих постов можно составить по графической зависимости $H_n = f(H_m, H_k)$. При построении графиков связь соответственных уровней с учетом двух верхних створов можно использовать два приема.

В первом случае на осях координат откладывают уровни воды верхних створов, а у точек пишут соответствующие им уровни нижнего створа, по значениям которых на поле графика проводят изотонии (рис. 1.6). Прогнозируемый уровень в нижнем створе определяют путем интерполяции между изотониями в зависимости от значений соответственных уровней в верхних створах.

Во втором случае на оси абсцисс откладывают уровни верхнего створа, а на оси ординат — уровни нижнего створа. У точек выписывают значения уровней воды на притоке, по которым проводят линии (рис. 1.7).

Если во входных створах имеются данные о расходе воды, то число створов можно не ограничивать. При одинаковом времени добегания от всех верхних постов устанавливают связь расходов

или уровней воды в замыкающем створе с суммой расходов воды во входных створах, отстоящих на время добегания:

$$Q_{n, t+\tau} = f\left(\sum_{i=1}^n Q_{i, t}\right), \quad (1.10)$$

$$H_{n, t+\tau} = f\left(\sum_{i=1}^n Q_{i, t}\right), \quad (1.11)$$

где n — число входных створов.

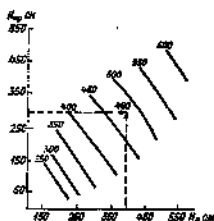


Рис. 1.6. Связь соответственных уровней трех постов.
У — уровень — уровень нижнего поста.

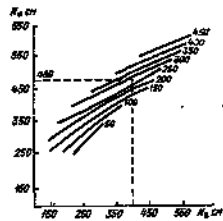


Рис. 1.7. Связь соответственных уровней трех постов.
У — уровень — уровень воды на притоке.

Использование в качестве исходной величины сумм соответственных расходов воды позволяет ввести третью переменную, например неучтенный входными створами боковой приток. Для характеристики бокового притока иногда используют метеорологические факторы. Можно рекомендовать, например, зависимость следующего типа:

$$H_{n, t+\tau} = f\left[\sum_{i=1}^n Q_{i, t}, (\eta_1 P + \eta_2 h_1)\right], \quad (1.12)$$

где η_1 — коэффициент стока осадков P ; η_2 — коэффициент стока талых вод h_1 .

Иногда не удается выбрать верхние створы таким образом, чтобы время добегания от каждого из них к замыкающему створу было одинаковым. В таких случаях расходы воды суммируют с учетом времени добегания. Естественно, в этом случае заблаговременность прогноза будет равна минимальному времени добегания. Если заблаговременность мала, то прибегают к интерполяции расходов по рекам, на которых гидрометрические створы

расположены выше и ниже изохрон, отвечающей принятой за-
благовременности прогноза.

Для интерполяции лучше всего использовать соотношения про-
межуточных площадей водосбора между гидрометрическими
створами:

$$Q_i = Q_2 - (f/f_2)(Q_2 - Q_1), \quad (1.13)$$

где Q_1 — расход воды на заданной изохроне; Q_2 — расход
воды в створе выше и ниже заданной изохроны соответственно;
 f_2 — приращение площади водосбора на участке между изохро-
ной и нижним створом; f — приращение площади между верхним
и нижним створом. Однако следует учитывать, что зависимости,
построенные с учетом интерполяции, являются менее точными.

Пример 1.4. Зависимость для прогноза уровня воды Амура
у с. Константиновка по методу соответственных уровней.

Рассмотрим участок Амура от с. Черныя до с. Константи-
новка. Промежуточная площадь на этом участке составляет
293 тыс. км², причем на основной приток (р. Зен у с. Мазанова)
приходится 199 тыс. км², т. е. более 67 % этой площади. Участок
характеризуется хорошо развитой поймой.

Построим прогностическую зависимость вида

$$H_{k,t} = f\{H_{q,t-\tau}, H_{m,t-\tau}\}$$

где $H_{k,t}$, $H_{q,t-\tau}$ — уровень р. Амура у с. Константиновка и
у с. Черныя; $H_{m,t-\tau}$ — уровень р. Зен у с. Мазанова; τ и t_1 —
время добегания соответственно от с. Черныя до с. Констан-
тиновки и от с. Мазанова до с. Константиновки.

Время добегания волны паводка от с. Черныя на р. Амуре
и от с. Мазанова на р. Зен до замыкающего створа с. Констан-
тиновка определено по скорости перемещения волны. Оказалось,
что для обоих участков время добегания почти не зависит от
уровня и равно в среднем 4 сут.

Графическое построение выполняли по второму способу (у то-
чек наносим уровни воды на притоке). Полученная связь пред-
ставлена на рис. 1.8. Прогноз по этой связи имеет обеспечи-
тельность 97 %.

Пример 1.5. Зависимость для прогноза ежедневных уровней
воды р. Днепра у с. Речина по сумме расходов верхних створов.

Строим график связи уровней р. Днепра у с. Речина с сум-
мой соответственных расходов в верхних створах, лежащих на
одной изохроне с 3-суточным временем добегания до нижнего
створа (рис. 1.9):

$$H_{p,t+\tau} = f(Q_{z,t} + Q_{s,t}),$$

где $H_{p,t+\tau}$ — уровень р. Днепра у с. Речина на дату $t+3$; $Q_{z,t}$
и $Q_{s,t}$ — расход воды соответственно р. Днепра у г. Жлобна и
р. Березины у г. Светлогорска в момент t .

По данным об уровне воды на дату выпуска прогноза опре-
деляем расход воды р. Днепра у г. Жлобна и р. Березины
у г. Светлогорска и их сумму, по которой с помощью связи на
рис. 1.9 находим прогностические значения уровня на дату $t+3$.

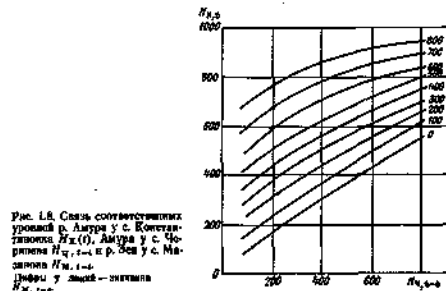


Рис. 1.8. Связь соответственных
уровней р. Амура у с. Констан-
тиновки $H_{k,t}$, Амура у с. Че-
рныя $H_{q,t-\tau}$ и р. Зен у с. Ма-
занова $H_{m,t-\tau}$
Длины τ линий — значения
 $H_{m,t-\tau}$

1.3. Способы прогноза с учетом распластывания паводка

На относительно длинных участках рек может наблюдаться
значительное распластывание паводка, т. е. рост продолжитель-
ности и снижение высоты паводка по мере продвижения вниз по
течению.

Основой прогноза в этом случае служат уравнения (1.6) либо
(1.7). Как и в предыдущем случае, лучше пользоваться данными
о расходе воды. Для практического использования указанных со-
отношений необходимо каким-либо образом учесть распластыва-
ние паводка ΔQ_p . Эта величина зависит от степени заполнения
русла и распределения расхода (уровня) на данном участке. По-
этому для учета величины ΔQ_p можно использовать расход воды
в осрнем и нижнем створах, косвенно характеризующий крутизну
волны. В этом случае можно искать зависимость вида (1.9) либо

$$\Delta Q_p = f(Q_{z,t}, \bar{Q}_s), \quad (1.14)$$

где $\bar{Q}_s$ — средний расход воды в верхнем створе за некоторый
предшествующий период времени.

Используют также следующие характеристики крутны волны:

$$I_n = Q_{n,1} - Q_{n,2} \quad (1.15)$$

или

$$I_n = Q_{n,1} - M - Q_{n,2} \quad (1.16)$$

Если участок приточный, то необходимо наряду с расклатыванием учитывать влияние приточности, применяя подходы, которые описаны в к. 1.2.

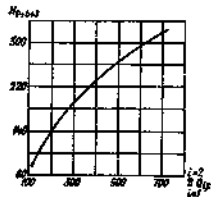


Рис. 1.9. Связь уровней в Днепре у с. Речица и в Житомирском районе. Числа N (1+3) с суммой соответствующих расходов воды в р. Днепре у с. Житомирского и р. Березины у г. Снегосгора

$\sum_{i=1}^{N+3} Q_{i,1}$ при заблаговременности 3 сут.

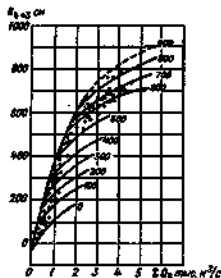


Рис. 1.10. Связь для прогноза уровня воды в нижнем течении реки по сумме расходов в верхних участках.

Цифры у линий — уровни воды в нижнем течении по дате выпуска прогноза.

Аналогичные характеристики крутны волны можно получить и для уровня. Чаще других используют характеристики уклона, обычно определяемые по разности отметок уровня верхнего и нижнего постов. Иногда в качестве характеристики трансформации используют уровень воды нижнего створа в день выпуска прогноза. Такая связь показана на рис. 1.10, которая построена для приточного участка реки. Характеристикой притока служит сумма расходов воды в верхних створах реки ($\sum Q_{i,1}$).

Глава 2.

Прогноз расходов и уровней воды, основанный на приближенных уравнениях трансформации паводочных волн

Расчетные соотношения этой группы методов получаются из уравнения неразрывности (1), интегрированного по длине реки, и динамического уравнения (2) без инерционных членов:

$$dW/dt + Q - Q_0 = Q_0 \quad (2.1)$$

$$W = f(\bar{Q}), \quad (2.2)$$

где W — объем воды на участке русла длиной L ; Q и Q_0 — расход воды в выходном и входном створах участка; Q_0 — боковой приток на всем участке; $\bar{Q}$ — некоторый взвешенный на рассматриваемом участке расход воды. Зависимость (2.2) часто называют кривой объемов.

Допущение о малости инерционных членов для большинства паводочных волн вполне приемлемо и не должно приводить к существенным погрешностям. Более принципиальным является допущение о наличии односторонней связи между объемом и некоторым взвешенным расходом воды на участке. Собственно различие методов, реализующих соотношения (2.1) — (2.2), связано с разным видом этой зависимости, который бы лучше всего отвечал реальному физическому процессу. В соответствии с этим можно рассматривать модели, основанные на линейной и нелинейной аппроксимации выражения (2.2).

Большим преимуществом первого подхода является возможность получить относительно простые аналитические решения. В связи с этим линейные модели получили значительно большее распространение в практике, чем нелинейные. Этому способствует также возможность использования кусочно-линейной аппроксимации зависимости (2.2) для учета нелинейности. В любом случае нелинейные модели целесообразно использовать только тогда, когда ни одна из линейных моделей не дает приемлемых для практики результатов.

2.1. Линейные модели трансформации для бесприточных участков

Разобьем рассматриваемый участок реки L на n расчетных участков (могут быть разной длины), для каждого из которых зададим линейные зависимости типа (2.2). Причем взвешенные расходы в них положим равными линейной комбинации входного

и выходного расходов для данного отрезка. Положим также, что боковой приток на участке пренебрежимо мал, т. е. $Q_0 = 0$. Тогда для определения расхода воды в замыкающем створе участка получим систему линейных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$dW/dt + Q_i = Q_{i-1} \quad (2.3)$$

$$W_i = \alpha_i [Q_{i-1} + (1 - \alpha_i) Q_i] \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (2.4)$$

где Q_{i-1} , Q_i — расход воды в начале и в конце i -го расчетного участка соответственно; α_i — параметр для получения взвешен-

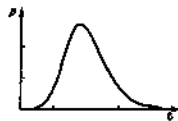


Рис. 2.1. Общий вид кривой добегания.

ных расходов Q_i ; α_i — параметр кривой объемов, соответствующий среднему времени добегания на i -м расчетном участке.

При нулевых начальных условиях (расход воды в начальный момент времени равен нулю на всем рассматриваемом участке русла) решение этой системы можно представить в виде интеграла Дюамеля:

$$Q(t) = \int_0^t p(t - \tau) Q_0(\tau) d\tau \quad (2.5)$$

где $Q(t)$ — расход воды в замыкающем (пешнем) створе; $Q_0(t)$ — расход воды во входном (вердном) створе участка; $p(t)$ — кривая добегания (функция влияния) на рассматриваемом участке, показывающая, какая часть расхода воды в верхнем створе доходит до замыкающего створа в момент времени t . Типичный вид кривой добегания для речных вола показан на рис. 2.1. Важным свойством является то, что площадь фигуры, ограниченной кривой добегания, равна единице. Это свойство отражает условие сохранения объема воды на участке. Характерно также, что кривая добегания имеет максимум и с увеличением времени стремится к нулю.

Соотношение (2.5) иногда более удобно представить в виде

$$Q(t) = \int_0^t p(t) Q_0(t - \tau) d\tau \quad (2.6)$$

При большой кривизне связи $W = f(Q)$ ее приходится разбивать на два (или больше) линейных отрезка с различными ко-

эффициентами τ для каждого из них. В этом случае выражение (2.6) можно записать в следующем виде:

$$Q(t) = \sum_{i=1}^l \int_0^t p_i(t) Q_0(t - \tau) d\tau \quad (2.7)$$

где l — число отрезков кривой связи; $p_i(t)$ — кривая добегания, соответствующая i -му отрезку связи (2.2).

Расход воды обычно задает дискретно. В соответствии с этим и кривую добегания целесообразно задавать с той же дискретностью по времени. Тогда вместо соотношения (2.7) можно записать выражение для определения расходов воды в замыкающем створе в дискретные моменты времени:

$$Q_i = \sum_{j=1}^l \sum_{k=1}^{t_i} p_{ij} Q_{0, t-j+1, k} \quad (2.8)$$

где t_i — максимальное число значимых ординат кривой добегания для i -го отрезка кривой объемов (часто его называют памятью кривой добегания); сумма t_i ординат каждой кривой добегания должна быть равна единице.

Выражение (2.8) является основным соотношением для расчета расхода воды в ковце беспроточного участка. Расчет расхода воды в замыкающем створе сводится к последовательному умножению каждого расхода во входном створе на все ординаты соответствующей кривой добегания и последующему суммированию полученных произведений по строкам. Пример такого расчета для р. Волги у г. Астрахани показан в табл. 2.1. Входным створом является створ Волжской ГЭС им. XXII съезда КПСС. Расчетный интервал времени равен 2 сут. Используются две кривые добегания: одна — для расходов воды до 15 000 м³/с (ординаты приведены в графе 4 таблицы); другая — для расходов воды больше 15 000 м³/с (графа 5).

Следует учитывать, что рассчитанные расходы воды можно принимать во внимание только с момента времени, отстоящего от начала расчета не меньше чем на t_i единиц времени, т. е. на число ординат кривой добегания (в данном случае со строки 11, т. е. с 10 мая). Это связано с тем, что в начальный момент времени заданы не нулевые расходы. В практике, как правило, приходится вести расчеты именно в таких случаях. Поэтому, чтобы получить расход выходного створа с какого-либо момента времени, необходимо начинать расчеты на t_i единиц времени раньше.

Наиболее часто расход воды в замыкающем створе рассчитывают для случая $l=1$, и выражение (2.8) принимает вид

$$Q_i = \sum_{k=1}^{t_i} p_i Q_{0, t-j+1, k}$$

Расчет водного напора в Волге у г. Астрахани ($Q_{\text{вх}}$) с использованием ординат двух странных добываний по формулам в строке 10-й столбца ГЭС им. КХН Союза ВВС (Q) за 1976 г.

№ строки	Дата	Подсчет Q	Ординаты $Q_{\text{вх}}$ в м	Промежуточные расчеты на ординатах соответствующих кривых добывания R_i															Расчетные $Q_{\text{вх}}$ в м
				$Q < 10 - 10$	$Q > 10 - 10$	$Q < 10 - 10$	$Q > 10 - 10$	$Q < 10 - 10$	$Q > 10 - 10$	$Q < 10 - 10$	$Q > 10 - 10$	$Q < 10 - 10$	$Q > 10 - 10$	$Q < 10 - 10$	$Q > 10 - 10$	$Q < 10 - 10$	$Q > 10 - 10$	$Q < 10 - 10$	
1	30/1/76	4300	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10717
2	28/1/76	5800	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	14324
3	34/1/76	5800	0,19	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	16774
4	26/1/76	4500	0,20	0,11	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	16745
5	28/1/76	6120	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	16415
6	30/1/76	8000	0,14	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	16415
7	2/1/76	10000	0,00	0,13	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	16415
8	4/1/76	24000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16415
9	4/1/76	24000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16415
10	8/1/76	23000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16415
11	10/1/76	21000	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	16415
12	12/1/76	16100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16415
13	14/1/76	11000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16415
14	16/1/76	7170	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16415
15	18/1/76	4440	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16415

2.1.1. Определение кривых добывания

Для расчета по соотношению (2.8) необходимо задать ординаты кривой добывания R_i . Задача их определения является довольно трудоемкой и не всегда однозначной. Разработан ряд способов решения этой задачи. Одни способы основаны на непосредственном определении ординат кривой добывания по данным о входных и выходных расходах воды. Другие способы основаны на аналитической аппроксимации кривой добывания, что позволяет сократить число определенных значений. Вследствие этого последние подходы получили значительно большее распространение в практике.

2.1.1.1. Определение ординат кривой добывания путем решения обратной задачи. Число значимых ординат ($R_i \geq 0,001$) редко бывает меньше пяти, поэтому прямой подбор ординат по входному и выходному гидрографам без использования ЭВМ очень трудоемок. Достаточно общий способ, основанный на использовании соотношения (2.8), предложил Л. С. Кучмев. Выражения (2.8) записывают для k моментов времени (t_k) в период прохождения паводка (половодья), в результате чего получают систему уравнений:

$$Q_{k,1}R_1 + Q_{k,2}R_2 + \dots + Q_{k,i-1}R_{i-1} + R_i = Q_{k,i}$$

$$Q_{k,i+1}R_1 + Q_{k,i+2}R_2 + \dots + Q_{k,i+r-1}R_{i+r-1} = Q_{k,i+r}$$

$$Q_{k,i+1}R_1 + Q_{k,i+2}R_2 + \dots + Q_{k,i+r-1}R_{i+r-1} = Q_{k,i+r} \quad (2.9)$$

Для простоты рассматривают только одну кривую добывания, т. е. $i=1$.

Из-за ошибок в расчетах расхода воды выходного ($Q_{k,i}$) и входного ($Q_{k,i}$) створов и приближенности рассматриваемой модели решение этой системы неустойчиво. Поэтому для получения приближенного устойчивого решения используют регуляризирующий алгоритм, причем систему (2.9) предварительно сводят к нормальной системе порядка $r \times r$, т. е. число уравнений равно числу неизвестных ординат кривой добывания:

$$(Q^T Q + \beta I)P = Q^T Q, \quad (2.10)$$

где Q — матрица порядка $k \times r$, элементами которой является расход воды во входном створе в соответствии с уравнениями (2.9); P — вектор искомых ординат кривой добывания; Q^T — вектор, составленный из правых частей системы (2.9); I — единичная матрица порядка $r \times r$; Q^T — транспонированная матрица Q ; β — параметр регуляризации. Так как неизвестных $r+1$ (r ординат и параметр β), к системе (2.10) добавляется равенство, которое следует из свойства кривой добывания:

$$\sum_{i=1}^r |R_i| = 1, \quad (2.11)$$

где $|R_i|$ — абсолютные значения ординат кривой добывания.

Вычисления производят следующим образом. По данным Q_n , τ и Q_i определяют матрицу Q_n и вектор Q_i . Задают начальное значение β , близкое к нулю, и систему (2.10) решают методом Гаусса. Затем, последовательно умножая β на множитель $\Delta\beta$ и каждый раз решая систему (2.10), получают набор решений, из которых выбирают то, для которого оказывается минимальной величина

$$u = \left| \sum_{i=1}^n |p_i| - 1 \right|. \quad (2.12)$$

Верхним пределом изменения β может служить средний объем воды в выходном створе за время τ . После определения β , для которого u оказалось наименьшим, расчеты можно повторить в области этого минимума с меньшим значением β , что позволит уточнить результат.

На точность решения большее влияние оказывает правильное задание числа искомых ординат γ . Нужно стремиться, чтобы γ не там, где превышает фактическое число значимых ординат кривой добегаания. Ориентировочно можно оценить γ путем сопоставления входного и выходного гидрографов.

2.1.1.2. Метод Каланини—Миллюкова. Решение получено в предположении, что $\tilde{Q}_i$ можно приравнять расходу воды в выходном створе каждого i -го отрезка, т. е. положить равным нулю q_i в системе (2.3)—(2.4). Такое допущение приблизительно выполняется для участков русла определенной длины, называемых характеристическими участками. В соответствии с этим весь рассматриваемый участок реки необходимо условно разбить на n таких характеристических участков, т. е. постронить систему уравнений (2.3)—(2.4) с $q_i = 0$. Кроме этого полагается, что время добегаания для всех участков одинаково, т. е. $t_i = \tau = \text{const}$. При этих предположениях из системы (2.3)—(2.4) можно получить следующее уравнение кривой добегаания, представленное в дискретном виде:

$$p_i = \frac{\Delta t}{\tau(n-1)!} \left(\frac{t}{\tau}\right)^{n-1} \exp(-t/\tau) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (2.13)$$

где Δt — расчетный интервал времени (время добегаания обычно выражается в единицах, кратных расчетному интервалу, поэтому $\Delta t = 1$).

Если в выражении (2.13) факториал $(n-1)!$ заменить гамма-функцией $\Gamma(n)$, то соотношение можно использовать и при дробных значениях n . Из выражения (2.13) можно легко высчитать ординаты кривой добегаания в соответствующие моменты времени i . Следует заметить, что при расчетах по соотношению (2.13) для дискретных моментов времени сумма полученных ординат кривой добегаания может не достигать единицы для ограниченного числа ординат. Например, для $n=1$, $\tau=1$ сумма значимых ординат, вычисленных по соотношению (2.13), достигает лишь значения 0,666. Это связано с тем, что непрерывная кривая добегаания заменяется

ступенчатой. Для более точного определения ординат необходимо интегрировать выражение (2.13) для каждого отрезка $(i-1, i)$. Тогда получим следующую зависимость для определения ординат:

$$p_i = \exp[-(i-1)/\tau] \sum_{j=1}^n \left\{ \left(\frac{t}{\tau}\right)^{n-j} / (n-j)! \right\} - \exp(-t/\tau) \sum_{j=1}^n \left\{ \left(\frac{t}{\tau}\right)^{n-j} / (n-j)! \right\} \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (2.14)$$

Это выражение очень громоздко и может быть использовано только при целых значениях n . Многочисленные расчеты показали, что близкие к этим результатам можно получить более простым пересчетом ординат, полученных по соотношению (2.13): каждую полученную ординату делая на сумму всех ординат.

Приведенный в табл. 2.2 пример иллюстрирует хорошее совпадение данных, полученных по соотношению (2.14), с данными, пересчитанными с использованием суммы ординат, вычисленных по выражению (2.13).

Таблица 2.2

Значения ординат кривой добегаания при $n=1$ и $\tau=1$, полученных различными способами

Способ получения ординат	Номер ординаты								Сумма
	1	2	3	4	5	6	7	8	
По соотношению (2.13)	0,333	0,137	0,061	0,019	0,007	0,003	0,001	0,000	0,586
От деления на сумму ординат	0,666	0,234	0,087	0,033	0,012	0,005	0,002	0,000	1,000
По соотношению (2.14)	0,633	0,231	0,086	0,032	0,012	0,004	0,002	0,001	1,000

Для практических расчетов выражение (2.13) нужно записать в другом виде:

$$p_i = \exp \{ (n-1) \ln(t/\tau) - t/\tau - \ln[\Gamma(n)] \}. \quad (2.15)$$

Вычисления ординат кривой добегаания необходимо вести с точностью не ниже 0,001. Для целых значений $\Gamma(n) = (n-1)! = (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$. Если n дробное, $\Gamma(n)$ можно определить по таблице (прил. 1). Таким образом, расчет ординат кривой добегаания осуществляют в следующей последовательности:

- по соотношению (2.13) рассчитывают значения p_i при увеличении i от 1 до n , при котором $p_n < 0,001$;
- находят сумму полученных ординат;
- все ординаты делят на полученную сумму и принимают в качестве окончательных значений.

Определение параметров n и t . Несмотря на то, что параметры кривой дообитания (2.13) и n и t имеют четкий физический смысл, задать достаточно надежные их значения по характеристикам русла трудно. Это связано с тем, что для разного назначения русла его гидравлические и морфометрические характеристики очень сильно меняются и трудно определять, для какого назначения лучше определять n и t . Поэтому чаще всего эти параметры определяют подбором, когда ищут некоторые оптимальные для всего диапазона изменения расходов воды оценки параметров. Исходными данными при этом служат расход воды во входном и выходном створах для нескольких (трех—пяти) паводков (половодья). Необходимо также задать первое приближение параметров n и t (начальные значения).

Для определения начального значения параметра n можно пользоваться рядом приближенных зависимостей. Наиболее общей, имеющей теоретическое обоснование, является зависимость

$$n = L/l_k, \quad (2.16)$$

где

$$l_k = \frac{Q}{l_f} \frac{\Delta H}{\Delta Q}, \quad (2.17)$$

L — длина рассматриваемого участка реки; l_k — длина так называемого характерного участка; Q , l_f — соответственно расход воды и уклон водной поверхности при установившемся режиме; $\Delta H/\Delta Q$ — отношение приращений уровней и расходов воды, снятых с кривой расходов.

Если кривые расходов отсутствуют, можно пользоваться эмпирическими зависимостями:

$$n = 2L_0/\bar{h} \approx 2\Delta H_L/\bar{h}, \quad (2.18)$$

где $\bar{h}$ — средняя глубина на участке, ΔH_L — падение уровня на всем рассматриваемом участке при установившемся режиме с глубиной $\bar{h}$.

Начальное значение параметра t при наличии гидрографов во входном и выходном створах можно определить по формуле

$$t = \Delta t'/(n - 1), \quad (2.19)$$

где $\Delta t'$ — сдвиг в сроках наступления максимальных расходов, выраженный в приращенных расчетных единицах времени.

Можно также пользоваться следующей приближенной зависимостью:

$$t = L/\bar{v}(1,5\bar{v}), \quad (2.20)$$

где $\bar{v}$ — средняя скорость течения на участке.

После определения начальных значений параметров n и t по соотношению (2.8) можно рассчитать гидрограф в замыкающем створе и сравнить его с фактическим. Если расхождение окажется значительным, необходимо несколько изменить n и t и повторить

расчет гидрографа и сравнение его с фактическим. Эту процедуру необходимо повторять до получения удовлетворительной степени расхождения и фактического гидрографа. Сравнение необходимо вести для нескольких паводков, чтобы подбор не оказался случайным. Целесообразно проводить корректировку обоих параметров не одновременно, а сначала n , затем t . При этом необходимо учитывать следующее:

1) при увеличении параметра n и неизменном значении t увеличивается трансформация гидрографа (снижение максимума), причем максимум его смещается вправо;



Рис. 2.2. Схема, иллюстрирующая подбор параметра n по кривым расходов.

t' — оптимальное значение параметра.

2) при увеличении параметра t и неизменном значении n трансформация уменьшается и максимум гидрографа смещается тоже вправо.

Процедура такого подбора довольно трудоемка, особенно если параметры меняются с изменением расхода воды, когда приходится определять несколько значений n и t . В связи с этим процедура была реализована на ЭВМ (прил. 2.1) и может быть использована для подбора параметров кривой дообитания.

Определение n и t при отсутствии измерений расхода воды в замыкающем створе. В период открытого русла в этом случае можно воспользоваться уровнем воды.

Положим, что между уровнем и расходом воды в замыкающем створе в период открытого русла существует однозначная связь. Тогда, определив параметры n и t по зависимостям (2.18) и (2.20), рассчитаем расход воды по соотношению (2.8). Строим график связи $Q_p = f(H)$ (Q_p — рассчитанные расходы воды, H — фактические уровни). Связь может оказаться неоднозначной, т. е. будет петля. В этом случае расчеты повторить еще раз с новыми значениями n . При этом следует руководствоваться следующими правилами: если точки, соответствующие фазе подъема, располагаются на графике $Q_p = f(H)$ ближе к оси расходов (рис. 2.2 а, б), то параметр t следует увеличивать, а при противоложном расположении точек (рис. 2.2 а, в) — уменьшать. Эту процедуру необходимо продолжать до тех пор, пока кривая связи станет близкой к однозначной (рис. 2.2 г). Следует отметить, что расчеты необходимо вести для нескольких разных по амплитуде паводков, чтобы получить параметры, характерные для всех случаев.

Приведенная схема может оказаться громоздкой для ручного счета (особенно, если используется не одна кривая добогания), и, кроме того, она основана на субъективной оценке схожести. Поэтому при наличии ЭВМ можно пользоваться следующим алгоритмом нахождения параметров n и τ .

Связь расхода и уровня воды представлен в виде

$$Q_0 = a(H - H_0)^b, \quad (2.21)$$

где H_0 — отметка для n замыкающем створе; a и b — параметры связи.

Прологарифмировав соотношение (2.21), можно найти выражение для расчета средней квадратической ошибки определения уровня воды по рассчитанным расходам воды:

$$s = D_h - K_{h\tau}^2/D_q, \quad (2.22)$$

где $K_{h\tau}$ — корреляционный момент рядов $h = \ln(H - H_0)$ и $q = \ln Q_0$, характеризующий их связь; D_h и D_q — дисперсия значений h и q соответственно.

Корреляционный момент и дисперсию определяют из известных соотношений:

$$K_{h\tau} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i q_i, \quad D_h = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (h_i - \bar{h})^2,$$

где N — длина ряда, $\bar{h}$ — среднее значение ряда.

Меняя значения параметров n и τ , будем получать различные значения s . Задача заключается в нахождении тех значений n и τ , для которых s минимальна. Поэтому можно воспользоваться методами оптимизации, позволяющими найти минимум функции (2.22). В итоге получим оптимальные значения параметров n^* и τ^* , а соответствующие им коэффициенты a и b рассчитаем по формулам:

$$b = D_q^2/K_{h\tau}, \quad (2.23)$$

$$a = b \exp(\bar{h} - b^*), \quad (2.24)$$

где $\bar{h}$ — среднее значение ряда h ; D_q^2 и $K_{h\tau}$ — значения дисперсии и корреляционного момента, полученные по рассчитанным расходам воды при оптимальных значениях n^* и τ^* . Необходимо помнить, что получаемая кривая расходов условная, так как при умножении всех значений расхода воды на постоянный коэффициент параметры кривой не изменяются. Таким образом, рассчитанные расходы воды могут отличаться от истинных на постоянный коэффициент.

Этот алгоритм реализован на ЭВМ (прим. 2.1), причем для оптимизации был использован метод Розенброка.

2.1.1.3. Метод Мясникова. Этот метод разработан в службе гидрологических прогнозов США и основан на предположении, что можно найти однозначную линейную связь между объемом

воды на всем рассматриваемом участке и эквивалентным расходом, который представляет собой линейную комбинацию расхода (Q_0) и выходного (Q) расходов воды типа (2.4): $W = \alpha Q_0 + (1 - \alpha) Q$, где α и α — эмпирические параметры.

После численного интегрирования уравнения (2.3) с учетом последнего выражения для W расход воды в замыкающем створе рассчитывают по простому соотношению:

$$Q_0 + \Delta t = \alpha Q_0 + (1 - \alpha) Q_0, \quad (2.25)$$

где

$$\alpha_1 = (\alpha + 0,5 \Delta t)(\tau - (\alpha + 0,5 \Delta t)), \quad (2.26)$$

$$\alpha_2 = -(\alpha + 0,5 \Delta t)\Delta t - (\alpha + 0,5 \Delta t), \quad (2.27)$$

$$\alpha_3 = [\tau - (\alpha + 0,5 \Delta t)]\Delta t - (\alpha + 0,5 \Delta t). \quad (2.28)$$

Из уравнений (2.26) — (2.28) следует, что $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$, а шаг по времени Δt должен быть заключен в пределах

$$2\alpha_1 \leq \Delta t \leq 2\tau(1 - \alpha). \quad (2.29)$$

Таким образом, предвычисленный расход воды в замыкающем створе зависит от расхода воды во входном створе и момент выпуска прогноза и расходов в замыкающем и входном створах в момент времени, отстоящем на Δt единиц до выпуска прогноза. Используя соотношение (2.25) для последовательного изменения моментов, можно рассчитать весь гидрограф.

Основная трудность состоит в определении параметра α . Прямая оценка его можно оценить по соотношению

$$\alpha = \frac{1}{2} [1 - Q_0/B(L^2)],$$

где B — средняя ширина на участке, L — длина участка, i_p — уклон водной поверхности при установившемся режиме.

После оценки параметра α по этому соотношению его значение необходимо уточнить, добиваясь наиболее тесной связи между объемом и расходом воды. Следует иметь в виду, что значение параметра α , как правило, заключено в пределах $0,25 \leq \alpha \leq 0,6$, а при $\alpha = 0,5$ этот метод дает практически такие же результаты, как и метод соответствующих расходов.

Другой способ определения коэффициентов α , основан на использовании данных о ежедневных расходах воды во входном и выходном створах. Вначале определяют время добогания τ на участке. Заблаговременность прогноза b принимают примерно равной τ . По значению $b\tau$ находят коэффициент α (табл. 2.3).

Таблица 2.3

Значения коэффициента α для различных значений $b\tau$

$b\tau$	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,30	1,40
α	0,07	0,09	0,11	0,14	0,17	0,19	0,22

По данным о расходах воды строит линейную связь

$$\Delta Q_2 = \alpha_2 \Delta Q_{k,1} = (Q_{k,1} - Q_{k,1-6}) \quad (2.30)$$

где

$$\Delta Q_2 = Q_2 - Q_{k,1-6}, \quad \Delta Q_{k,1} = Q_{k,1} - Q_{k,1-6}.$$

Тангенс угла наклона этой связи равен $1 - \alpha_2$, а коэффициент $\alpha_2 = 1 - (\alpha_2 + \alpha_3)$.

Метод Маскингам обладает меньшей гибкостью, чем метод Калининга—Миллюкова, а частотно изменение расхода воды во входном створе практически сразу оказывает влияние на расход воды в замыкающем створе, что часто нехарактерно, особенно для длинных участков рек. Этот недостаток преодолевают путем использования комбинированной схемы трансформации—сдвига. В этом случае вводят дополнительный параметр сдвига $t_{0,2}$ равный числу единиц времени, на которые сдвигается вперед рассчитанный по соотношению (2.26) расход воды.

В силу отмеченных недостатков метод Маскингам целесообразно применять для сравнительно коротких участков рек. Не рекомендуется использовать этот метод при резких изменениях расхода воды во входном створе, так как на условия (2.29) Δt необходимо выбирать близким к 0, что может привести к сильному сглаживанию входного гидрографа.

Пример 2.1. Определение ординат кривой добегания путем решения обратной задачи.

Рассмотрим участок р. Юг между гидрометрическими створами с. Кичменгский Городок — с. Подосиновец длиной 125 км. На участке наблюдается заметный боковой приток, который учитывается с помощью коэффициента сточковой привода ($k=1,59$), введенного в значение расхода воды входного створа (с. Кичменгский Городок). Используя данные о расходе воды в указанных створах за 1977 г. в период весеннего половодья (рис. 2.3), строим систему уравнений (2.6) для 29 моментов (с 17 апреля по 15 мая) при числе ординат кривой добегания, равном 10. Полученную систему приводим к нормальной системе (2.10), которую решаем методом Гаусса при различных значениях параметра регуляризации β (в диапазоне от 10^{-4} до 10^2) — см. табл. 2.4.

Таблица 2.4

Значимость ошибок μ от параметра регуляризации β

β	10^{-4}	0,06	0,96	3,2	88	10^2
μ	1,82	1,00	0,11	0,00	0,10	0,84

Как видно из данных таблицы, оптимальная оценка получена при $\beta=3,2$. Кривая добегания при этом значении показана на рис. 2.4. Кривая достаточно гладкая и имеет в конце незначи-

тельно уходит в отрицательную область (до $-0,014$). В расчетах использована приведенная кривая добегания, которую получили следующим образом: ординаты, начиная с первой отрицательной, исключали; подсчитывали сумму оставшихся ординат (в данном случае 0,936), которые затем делили на эту сумму. Таким образом, сумма ординат приведенной кривой добегания равна единице и она незначительно отличается от исходной кривой. Гидро-

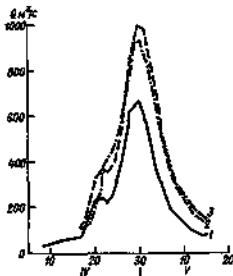


Рис. 2.3. Входящий (Q) и выходящий (Q_2) фактический, Q_2 — рассчитанный гидрограф; р. Юг — с. Подосиновец, 1977 г.

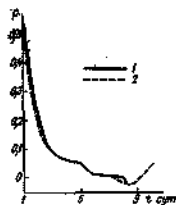


Рис. 2.4. Рассчитанная (Q_2) и приведенная (Q) кривые добегания; р. Юг — участок с. Кичменгский Городок — с. Подосиновец.

рограф, рассчитанный с использованием приведенной кривой добегания, показан на рис. 2.3.

Пример 2.2. Определение параметров кривой добегания для расчета уровней воды в створе с. Усть-Кожва по расходу воды в с. Усть-Шугор (р. Печора).

Длина участка 164 км. Для расчетов используем программу для ЭВМ (прил. 2.1), реализующую подход, основанный на аппроксимации кривой расхода соотношением (2.21) и минимизации ошибки (2.22) (см. п. 2.1.1.2). Исходной информацией является расход воды в с. Усть-Шугор за 1966, 1967, 1973, 1975, 1976 гг. в период весеннего половодья (после оттаивания ото льда) и уровни воды в с. Усть-Кожва за те же периоды.

Параметр N_0 кривой расходов (2.21) определяем приближенно, путем сопоставления уровня воды входного створа, при котором расход близок к нулю, с соответствующим ему уровнем замыкающего створа. Его значение оказалось равным 50 см.

Начальные значения параметров кривой дообегания λ и τ , полученные по сдвигу центров тяжести входного гидрографа (с. Усть-Шугор) и графика хода уровня в замыкающем створе (с. Усть-Кожва),

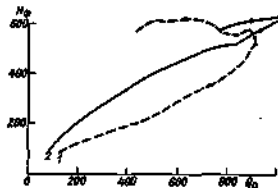


Рис. 2.5. Кривые расходов воды при начальных (1) и оптимальных (2) значениях параметров; р. Потора — с. Усть-Кожва, 1966 г.

равны 2,0 и 3,4 соответственно. Коэффициент стокровой привода принимаем разным единице, так как участок практически беспроточный.

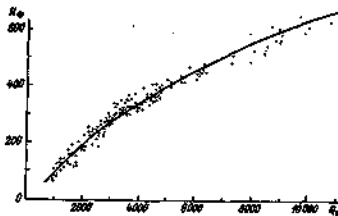


Рис. 2.6. Условная кривая расходов, полученная для р. Потора у с. Усть-Кожва.

В результате оптимизации с использованием указанной программы и данных о расходе и уровне воды за пять лет были получены следующие значения параметров трансформации и кривой расхода в створе с. Усть-Кожва: $\lambda = 3,41$, $\tau = 0,61$, $a = 0,642$, $b = 1,472$. На рис. 2.5 для одного года показано, как в процессе перехода от начальных параметров λ и τ оптимальными приближается к однозначной связь расхода и уровня воды в створе с. Усть-Кожва.

Полученная условная кривая расхода показана на рис. 2.6. Там же нанесены точки по фактическому уровню и рассчитанному расходу в с. Усть-Кожва для пяти рассмотренных лет.

Пример 2.3. Установление прогностической зависимости для р. Прут на участке с. Корпач — г. Унгены по методу Маскингам.

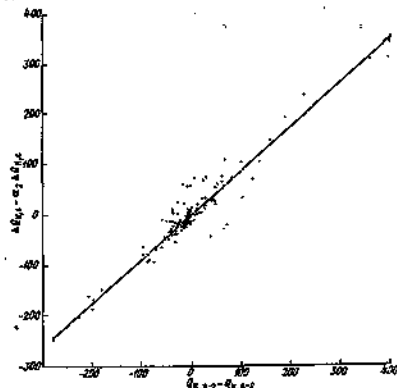


Рис. 2.7. Связь $\Delta Q_{t+2} - Q_{t-2} = 1(Q_{t+2} - Q_{t-2})$ для определения коэффициента α_2 ; р. Прут участок с. Корпач — г. Унгены.

Длина участка 200 км, боковой приток на участке составляет менее 15–20 % стока верхнего створа и в прогностической схеме не учитывается. Время дообегания τ , определенное по пикам заводков, равно 2 сут и почти не зависит от расхода воды. Учитывая это, завылаговременность δ примем равной 2 сут.

Из табл. 2.3 при $\delta t = 1$ найдем значение коэффициента $\alpha_2 = -0,14$. По данным о расходах воды во входном (с. Корпач) и выходном (г. Унгены) створах с учетом полученного коэффициента α_2 построим график связи (2.30), рис. 2.7. Тангенс угла наклона средней линии этой связи равен 0,87, следовательно, $\alpha_2 = 0,13$, а $\alpha_1 = 1 - (\alpha_2 + \alpha_2) = 0,73$.

Таким образом получаем уравнение для расчета расходов воды в створе г. Углены с заблаговременностью 2 сут:

$$Q_{t+2} = 0,73Q_{t+1} + 0,14Q_{t+2} + 0,13Q_t$$

где Q_{t+2} , Q_t — расход воды в створе г. Углены в моменты времени $t+2$ и t ; Q_{t+1} , Q_{t+2} — расход воды в створе с. Кордач в моменты времени $t+2$ и t .

При использовании этого уравнения для прогноза полагается, что в течение 2 сут после выпуска прогноза расход воды во входном створе останется неизменным, т. е. $Q_{t+2} = Q_{t+1} = Q_{t+2}$. Тогда прогнозное уравнение

$$Q_{t+2} = 0,87Q_{t+1} + 0,13Q_t$$

2.2. Нелинейные модели трансформации

Нелинейные модели основываются на решении системы уравнений (2.1) и (2.2) в случае нелинейной зависимости (2.2). Построение кривой объемов довольно сложный и трудоемкий процесс. В связи с этим нелинейные модели целесообразно применять только в тех случаях, когда линейные модели не дают удовлетворительного описания гидрографа стока.

2.2.1. Построение кривых объемов для участка реки

При построении кривых объемов в основном используются гидрометрические либо морфометрические данные. В соответствии с этим можно выделять ряд способов установления кривой объемов.

Построение кривой объемов с использованием уравнения водного баланса. Уравнение водного баланса для участка реки можно записать в виде

$$Q_0 \Delta t + Q_0 \Delta t - Q \Delta t = \Delta W, \quad (2.31)$$

где Q_0 в Q — средний расход воды соответственно в верхнем и нижнем створах участка за расчетный интервал времени Δt ; Q_0 — средний боковой приток на участке между этими створами; ΔW — изменение объема воды на участке за тот же интервал времени.

Произведя последовательное суммирование изменений объема воды и отняв суммы к соответствующим значениям расхода в нижнем створе для расхода, осредняемого на участке (Q), можно построить графики зависимостей $W=f(Q)$ или $W=f(Q)$. Для построения этих зависимостей отбирают несколько паводков, характеризующихся интенсивным подъемом и спадом и разным по максимальному расходу. Подсчет можно вести как за период всего паводка, так и только за период его спада. При расчете только за период спада суммирование объема надо вести в обратном направлении, от момента t'_0 в сторону ранних дат (рис. 2.8). Чтобы

избежать искажения кривой объемов, расчеты не следует вести в самом конце спада, когда разность расходов воды резко уменьшается. Рисунок 2.8 иллюстрирует динамику объема воды на участке в период прохождения паводка.

Пример расчета за период спада одного паводка для беспроточного участка приведен в табл. 2.5. Расчеты выполняются в сле-

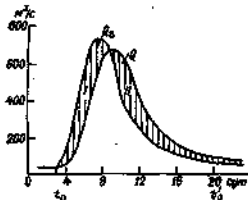


Рис. 2.8. Совмещенный гидрограф на беспроточном участке реки.

Q_0 — расход воды в верхнем створе;
 Q — расход воды в нижнем створе;
 t_0 — момент начала паводка; t'_0 — момент окончания спада воды.

дующем порядке. В графы 2 и 3 записывают расход воды в м³/сек (Q) и верхнем (Q_0) створах на одну и ту же дату. Разность этих расходов записывают в графу 4, затем их последовательно суммируют, начиная с последней разности (снизу вверх). Нарастающую сумму разностей заносят в графу 5. Объем воды определяют путем умножения чисел графы 5 на число секунд в сутках (графа 6). Для практических расчетов трансформации по су-

Таблица 2.5

Пример расчета ordinат кривой объемов для беспроточного участка реки на среднем суточном значении расходов воды

Дата	Расход воды, м³/с		Разность расходов воды	Сумма разностей расходов воды	Объем воды на участке, млн м³	Средний расход воды на участке, м³/с
	в нижнем створе	в верхнем створе				
1	2	3	4	5	6	7
30/III	4780	4210	550	5873	767	4485
31/III	4780	3500	1280	7153	719	4150
1/IV	4310	2540	1770	7083	610	3455
2/IV	3880	1850	2030	5203	487	3690
3/IV	2680	1140	1540	3293	284	1910
4/IV	1750	551	899	1793	151	1500
5/IV	1250	716	534	894	74	953
6/IV	1070	750	320	320	28	910

точкам интервалам крайнюю объемов лучше строить прямо по данным графы 5, что сокращает объем вычислений. Наконец, в последнюю графу таблицы записывают вычисленные на каждую дату средние значения расхода $\bar{Q}=0,5 (Q_1+Q_2)$.

Полученные для каждого отдельного паводка кривые объемов наносит на один график и приводит к одному произвольно выбранному расходу $\bar{Q}$ путем сдвига по вертикали. Первоначально кривую объемов строят как среднюю для пучка совмещенных кривых или как некоторую огибающую в этом пучке.

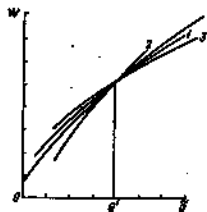


Рис. 2.6. Построение кривой объемов для участка реки.
1-3 — паводки.

Для уточнения формы кривой объемов в области небольших расходов воды вычисляют два-три значения объема воды на участке для разных расходов при установившемся режиме:

$$W = L(Q_1 + Q_2) / (2s),$$

где L — длина участка, s — средняя скорость течения. Эти значения наносят на тот же график и проводят среднюю для пучка кривую (рис. 2.9).

Рассмотренный подход может быть использован также для приточных участков. Если на участке впадает один или несколько крупных притоков, то их расход прибавляют к расходу воды верхнего створа главной реки. Средний расход определяют при этом по соотношению

$$\bar{Q} = 0,5 (\sum Q_1 + Q_2 + Q_3), \quad (2.32)$$

где Q_1 — расход воды притоков.

Если кроме сосредоточенного притока с измеримыми на нем расходами имеются другие, мелкие притоки без наблюдений, общий расход бокового притока воды на участке определяют по соотношению

$$Q_1 = (1 + k) Q_{пр}, \quad (2.33)$$

где $Q_{пр}$ — известный расход притока, выпадающего на участке русла; k — коэффициент, определяемый из условия баланса за паводок

$$A = (W - W_{в} - W_{пр}) / W_{пр}, \quad (2.34)$$

где $W_{в}$, W и $W_{пр}$ — объем воды за период паводка соответственно в верхнем и нижнем створах, а также на притоке.

Построение кривой объемов по средневзвешенному на участке расходу воды. Для длинных речных волн при незначительной крутизне линии расходов воды по длине можно пользоваться зависимостью

$$W = \tau \bar{Q}, \quad (2.35)$$

Для бесприточных участков время добегания τ довольно просто определяется по характерным точкам совмещенного графика уровней (расходов) воды. Средневзвешенный расход можно определять по соотношению $\bar{Q} = 0,5 (Q_1 + Q_2)$. Если время добегания сильно меняется в зависимости от расхода воды, расчеты W необходимо вести по интервалам, для которых τ можно считать постоянным:

$$W(\bar{Q}) = \sum_{i=1}^n (\bar{Q}_{i+1} - \bar{Q}_i) \frac{1}{2} [\tau(\bar{Q}_i) + \tau(\bar{Q}_{i+1})] \quad (2.36)$$

Значительно сложнее определить время добегания и средневзвешенный расход на приточном участке. В этом случае можно воспользоваться подходом, предложенным Р. А. Нежновским. Время добегания описывается по средней скорости течения ($\tau = L/\bar{v}$), которая определяется по формуле

$$\bar{v} = a \bar{Q}^b / \sqrt{J}, \quad (2.37)$$

где J — средний уклон водной поверхности на участке в метень, ‰; $\bar{Q}$ — средний расход воды на участке, м³/с; a — параметр, зависящий в основном от отношения средней ширины реки B к средней максимальной глубине $\bar{h}_{max}$ на участке при данном расходе $\bar{Q}$.

Значения параметра a для всего диапазона колебаний максимальных годовых расходов воды даны в табл. 2.6. Если на участке в русло водная растительность в пойме почти сплошь покрыва кустарником и лесом, то параметр a уменьшают на 20—30 %, и, наоборот, если русло чистое, песчаное, а пойма открытая и ровная, то его увеличивают на 15—20 %. Величины B и $\bar{h}_{max}$ берут по данным замеров, гидрографических описаний, материалов аэрофотосъемки и пр. При отсутствии данных о средней максимальной глубине параметр a ориентировочно можно принять с учетом отношения средней ширины при расходе $\bar{Q}$ к средней ширине в межень (графа 3 табл. 2.6).

Таблица 2.6

Параметр α в формуле $\eta = \alpha Q_1 / Q_2$ (для большого, гидрографически однородного участка реки)

Характеристика выбоя	Морфометрические характеристики участка		α
	Отношение средней ширины (по к статист. максимальной глубине (м) в водотоке	Отношение средней ширины в водотоке (м) к средней ширине в бассейне (м)	
	1	2	3
200 км² < F < 3 000 км²			
Очень большая	600	60	0,07
	300	40	0,08
Большая	200	30	0,09
	100	15	0,12
Средняя	75	15	0,14
	40	8	0,18
Небольшая	25	4	0,22
	15	2	0,27
Отсутствует	10	1,9	0,30
	3	1,1	0,35
2 000 км² < F < 10 000 км²			
Очень большая	800	85	0,09
	400	35	0,12
Большая	300	25	0,14
	150	15	0,18
Средняя	100	10	0,24
	75	7	0,28
Небольшая	60	4	0,35
	25	2	0,42
Отсутствует	15	1,3	0,47
	10	1,1	0,50
10 000 км² < F < 50 000 км²			
Очень большая	1300	50	0,10
	600	35	0,13
Большая	400	23	0,15
	250	14	0,18
Средняя	150	9	0,23
	100	6	0,27
Небольшая	75	4	0,32
	40	2	0,42
Отсутствует	25	1,3	0,50
	15	1,1	0,55
50 000 км² < F < 1 000 000 км²			
Очень большая	2000	45	0,11
	1000	30	0,13
Большая	700	22	0,14
	500	13	0,16
Средняя	400	9	0,19
	200	16	0,24
Небольшая	150	4	0,37
	80	2	0,55
Отсутствует	50	1,3	0,60
	25	1,1	0,65

При отсутствии данных об уклоне на участке реки его можно считать в промилле (в пределах равнинной части Европейской территории СССР) во выражении

$$i = \xi / L^{0.02} \quad (2.38)$$

где L — расстояние от истока реки до середины участка, км; ξ — параметр, зависящий от рельефа бассейна и в среднем равный на наклонностях 2, на равнинах 4, на увалах 10, на возвышенностях 17.



Рис. 2.10. Схемы проточных участков рек.

Средневычетный расход воды на проточном участке реки находится в зависимости от типа проточности (рис. 2.10) по соотношению

$$\bar{Q} = \alpha Q_1 + (1 - \alpha) Q_2 \quad (2.39)$$

где α — коэффициент, отражающий влияние расходов воды в верхнем и нижнем створах участка, причем $0 \leq \alpha \leq 1$.

Если приток на участке поступает по ряду небольших рек (распределенный приток), α определяют по формуле

$$\alpha = 0,5 [L_1/L + (1 - F_1/F)] \quad (2.40)$$

где L_1 и F_1 — длина и площадь водосбора верхнего подучастка, L и F — то же для всего участка.

Расчленение на два подучастка осуществляют на глаз непосредственно по карте речной сети (по характеру нарастания площади водосбора). При нарастании площади бассейна в основном в нижней половине участка (рис. 2.10 а) коэффициент α больше, чем при обратном нарастании площади (рис. 2.10 б).

Если же на долю одной впадающей реки приходится более половины всего притока (рис. 2.10 в), используют круглую формулу:

$$\alpha = 0,5 - (0,5 - L_1/L) F_1/F \quad (2.41)$$

где L_1 — расстояние от верхнего створа участка до устья впадающей реки, площадь водосбора которой F_1 .

При слиянии равных рек (рис. 2(8а)) соотношение для расчета среднеговешенного расхода воды должно учитывать время добегания на отдельных подучастках и площади их бассейнов. В этом случае проще сразу записать выражение для расчета объема воды на таком участке:

$$W = (t_1 + t_2) Q_{0,1} + (t_2 + t_3) Q_{0,2} + t_3 (Q - Q_{0,1} - Q_{0,2}), \quad (2.42)$$

причем

$$t_1 = \frac{Q_1}{F} + \frac{1}{2} (t_1 + t_2) F_1 / F + (t_2 + t_3) F_2 / F, \quad (2.43)$$

где t_1, t_2, t_3 — время добегания на подучастках; F_1 и F_2 — площади бассейнов двух верхних подучастков; F — площадь всего частного бассейна.

Если время добегания на верхних подучастках практически одинаковое ($t_1 + t_2 = t_2 + t_3 = t$), зависимость (2.43) упрощается:

$$t_1 = 0.5 t_1 + t (F_1 + F_2) / F,$$

где t — общее время добегания на участке.

Если, кроме того $t_1 = 0.5 t$, а $(F_1 + F_2) / F = 0.5$, получается простое выражение для расчета объема воды на участке:

$$W = t(Q_{0,1} + Q_{0,2} + Q) / 2. \quad (2.44)$$

Построение кривой объемов по морфометрическим данным. Если по длине участка имеются данные о поперечных профилях русла и поймы, то объем воды можно вычислять, пользуясь формулой

$$W = \sum_{i=1}^n \bar{\omega}_i L_i. \quad (2.45)$$

где $\bar{\omega}_i$ — средняя площадь поперечного сечения на участке между двумя поперечниками, L_i — расстояние между этими поперечниками, n — число поперечников.

Выполнив расчеты по выражению (2.45) при различных расходах воды, легко построить кривую объемов в зависимости от среднеговешенного расхода воды.

Можно использовать и другой подход. По картам или аэрофотоснимкам определяют при различных уровнях площадь водной поверхности Q на участке, ограниченном створами двух гидрологических постов. Затем строят зависимость $Q = f(H)$. Средний уровень $\bar{H}$ по аналогии с расходами воды можно определить по уровням верхнего (H_0) и нижнего (H) постов: $\bar{H} = 0.5 (H_0 + H)$. После этого можно вычислить объемы воды для различных H_0 , найдя некоторым начальным уровнем H_0 :

$$W(\bar{H}_0) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} [\alpha(\bar{H}_{i+1}) + \alpha(\bar{H}_i)] (\bar{H}_{i+1} - \bar{H}_i). \quad (2.46)$$

При расчете по этой формуле приращению среднего уровня ($H_{i+1} - H_i$) необходимо вычитать такими, чтобы на этих участках функция $Q = f(H)$ была линейной.

Получив значения W для различных значений H_0 , и используя зависимость $W = f(Q)$, можно построить кривую объемов.

Такой подход можно использовать в тех случаях, когда нет других необходимых данных для более точного получения кривых объемов.

Способы построения кривых объемов по морфометрическим данным используют нечасто, так как они очень трудоемкие и редко имеются необходимые материалы.

Уточнение кривой объемов. Исклад кривая объемов, построенная одним из рассмотренных выше способов, имеет вид петли. Это чаще всего связано с приближенностью определения среднеговешенного расхода воды на участке, относительно которого строят кривую объемов.

Чтобы уменьшить размер петли и разброс точек, параметр α в соотношении (2.39) уточняют подбором. Делают несколько построений кривой объемов при различных значениях α и выбирают ту кривую, у которой разброс точек наименьший. Такой подбор может быть осуществлен для нескольких диапазонов Q , т. е. может быть подобрано несколько значений α .

Построение кривой объемов по ветвям спада паводка. Такое построение возможно тогда, когда приток воды в русловую сеть отсутствует или сравнительно постоянный, и относится к небольшим рекам и верховьям рек, ограниченным одним створом на расстоянии 80–100 км от истока. В этом случае задача сводится к двум операциям: последовательному суммированию с конца паводка t_n (ходом назад) наблюдаемых средних суточных расходов воды в замыкающем створе (Q_0) за вычетом расходов грунтового притока ($Q_{гп} = \text{const}$):

$$W_i = \Delta t \sum_{k=i}^1 (Q_k - Q_0) \quad (i = t_n, t_n - 1, t_n - 2, \dots, t_n - t_{\text{нач}});$$

$t_{\text{нач}}$ — начало спада)

и построению связи $W = f(Q)$.

Такую процедуру осуществляют для нескольких паводков и находят среднюю кривую объемов.

Если нельзя отобрать паводки с пренебрежимо малым притоком в русловую сеть за период спада, то для исключения его влияния применяют следующие приемы:

- на графике с совмещенными кривыми объемов за отдельные паводки проводят линию отбрасывающую кривую;
- строят кривую объемов по нижней отбрасываемой линии на графике связи $Q_{i+1} = f(Q_i)$. Для этого по ряду паводков в период спада (после точки перегиба) строят график связи средних суточных расходов воды за смежные сутки: по оси абсцисс — расход за данные сутки (Q_i), по оси ординат — расход за

следующие сутки (Q_{i+1}) (рис. 2.11 а). На графике проводят нижнюю отбоящую кривую, причем отдельные, сильно отклоняющиеся точки могут быть оставлены ниже этой кривой. Отбоящую кривую ориентируют в нижней части графика на точку с координатами $Q_i = Q_{i+1} = Q_{гг}$.

Полученную кривую дерастранивают в кривую спада. Для этого в пределах кривой берут наибольшее значение расхода Q_0 и с нее снимают соответствующее ему на оси ординат значение

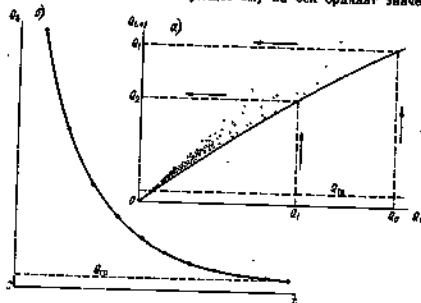


Рис. 2.11. Схема дерастранивания нижней отбоящей кривой на графике спада $Q_{гг} = f(Q_i)$ (а) и в кривую спада паводка $Q(t)$ (б).

Q_0 , по которому затем с кривой снимают соответствующее ему на оси ординат значение Q_0 , и т. д. путем последовательного спуска с кривой определяют убывающие значения $Q_0, Q_1, Q_2, \dots, Q_{гг} = Q_{гг}$. По ним строят кривую спада (рис. 2.11 б), где отсчет времени ведут от даты наступления расхода Q_0 с интервалом в один сутки. Сумма суточных значений разности $Q_i - Q_0$ (здесь назад) от момента t_0 до момента t , умноженная на число секунд в сутках, есть объем воды W_t , соответствующий расходу Q_t . Средняя линия зависимости $W_t = f(Q_i)$ представляет собой некоторую кривую объемов.

Ветвь спада гидрографа, полученная на основании нижней отбоящей графика $Q_{гг} = f(Q_i)$, зачастую оказывается слишком крутой. Вследствие этого вычисленный объем оказывается меньше объема, определенного путем суммирования расходов с конца паводка, и учитывает запас воды в основном только в главном русле. При значительном притоке в русловую сеть в период

спада паводка (например, на малых и средних реках лесной зоны, на горных реках) применение описанного способа невозможно.

Пример 2.4. Построение кривой объемов воды для участка р. Оки от Калуги до Каширы по уравнению водного баланса.

На этом участке в р. Оку впадает р. Протва. Утешения замыкающим створом (с. Спас-Залозье) площадь бассейна р. Протвы

Таблица 2.7

Вычисление объема воды в р. Оке на участке Калуга—Кашира за паводок 1968 г. ($k=2,48$), м³/с

Дата	Калуга Q_0	Кашира Q_0	Протва-Спас-Залозье $Q_{гг}$	$Q_{гг} = kQ_0$	$Q' = Q_0 + Q_{гг} + Q_{гг}$	$\Delta W = Q' - Q_0$	$\Sigma \Delta W$	$Q_0 + \frac{\Sigma \Delta W}{2}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
10/IV	181	171	8,51	11,5	188	—3	—8	181
11/IV	180	174	8,51	11,7	177	3	0	187
12/IV	177	181	8,26	17,3	202	21	21	179
13/IV	227	200	9,56	19,9	256	86	77	214
14/IV	300	237	12,2	25,4	339	101	178	268
15/IV	513	321	19,3	40,1	672	251	429	417
16/IV	1000	553	38,3	79,7	1118	558	984	786
17/IV	2080	1086	68,5	142	2330	1230	2304	1956
18/IV	3710	1800	125	260	3055	1536	3499	2355
19/IV	3150	2330	184	387	3723	793	4292	3040
20/IV	4380	4040	336	609	5425	786	5077	4515
21/IV	6040	5810	504	1046	7692	1982	7059	5825
22/IV	7330	6720	665	1262	9397	2677	9736	7060
23/IV	7430	8020	700	1456	9686	1068	11302	7725
24/IV	6730	8540	592	1281	8863	19	11315	7636
25/IV	5890	8170	478	984	7362	—1068	10307	7030
26/IV	4970	7940	349	795	6046	—1195	9312	6105
27/IV	3970	6230	262	624	4746	—1484	7828	5100
28/IV	2960	5200	226	474	3662	—1626	6200	4126
29/IV	2040	4380	196	408	2644	—1745	4454	3216
30/IV	1470	3410	127	264	1861	—1849	2906	2440
1/V	1180	2330	82,3	171	1839	—937	1968	1725
2/V	885	1630	66,3	138	1089	—861	1407	1265
3/V	736	1270	62,8	131	929	—191	1086	1008
4/V	641	1000	62,4	150	838	—167	899	822
5/V	555	852	37,3	150	763	—89	810	718
6/V	527	759	64,1	91,7	663	—96	714	643
7/V	476	683	36,1	75,1	587	—84	620	578
8/V	432	617	81,0	64,5	527	—90	530	524
9/V	384	569	26,8	55,7	466	—85	487	472
10/V	346	512	29,3	48,3	415	—84	343	420
11/V	316	468	20,6	42,8	381	—84	259	392
12/V	291	431	18,7	38,9	349	—82	177	361
13/V	267	401	16,8	34,9	319	—82	95	334
14/V	249	379	15,5	32,2	297	—82	18	314
Сумма	71 016	67 813	5489,7					

составляет 3540 км², а общая площадь, с которой формируется промежуточный приток, 13800 км². Необходимые для построения кривой объемов расчеты приведены в табл. 2.7, в которой расходы воды по трем створам и их сумма за семь давонок указаны в графах 2—4. Коэффициент боковой приточности k для данного наводка определяем по выражению

$$k = \left(\sum Q_{\text{б}} - \sum Q_{\text{н}} - \sum Q_{\text{пр}} \right) / \sum Q_{\text{пр}} = 2,08.$$

С учетом этого коэффициента вычисляем боковой приток ($Q_{\text{б}}$, графа 5). Общий приток воды на участке русла указан в графе 6. В графе 7 приведено изменение суточных объемов воды, равное левой части соотношения (2.31). Сумма суточных изменений объемов воды дает объем воды на участке (графа 8). Вычисляем средние расходы воды на участке (графа 9) и графически связываем с объемами воды. По полю точек проводим кривую.

Аналогичным образом делаем построение для различных наводков (за многолетие с экстремальными значениями подпоята на участке). Все полученные кривые объемов наносим на один график и получаем серию кривых. Затем на оси Q выбираем расход воды, близкий к среднему ($\bar{Q}$), и с каждой кривой снимаем значение W_i , соответствующее этому значению расхода. По этим значениям определяем среднее значение $\bar{W}$, которое наносим на график. В эту точку проводим вертикальное смещение кривых и получаем их точки. Через точки проводим среднюю линию, которую и принимаем за расчетную кривую объемов (рис. 2.12).

2.2.2. Расчет расходов воды по кривым объемов

Систему уравнений (2.1) и (2.2) при $Q_0=0$ можно записать в разностной форме:

$$Q_{i+1} = Q_{i+1} + Q_{i+1} - Q_i - \frac{2}{\Delta t} (W_{i+1} - W_i), \quad (2.47)$$

$$W_i = f(\bar{Q}_i), \quad (2.48)$$

где Δt — расчетный интервал времени; $i, i+1$ — индексы, указывающие на начало и конец расчетного интервала времени. Кривую объемов обычно задают в табличной форме.

В общем случае эту систему решают методом итераций (приближений): вначале значение искомого расхода воды Q_{i+1} принимают равным расходу в предыдущий момент времени i ; используя это значение, по кривой объемов (2.48) находят начальное значение объема; вычисляют правую часть выражения (2.47), в результате чего получают новое приближение расхода Q_{i+1} ; если разность $(Q_{i+1} - Q_{i+1,0})$ меньше заданной точности вычи-

слений (d), то значение Q_{i+1} принимают в качестве окончательного; в противном случае значение Q_{i+1} заменяют расходом $Q_{i+1,1}$ и повторяют расчеты повторно до достижения заданной

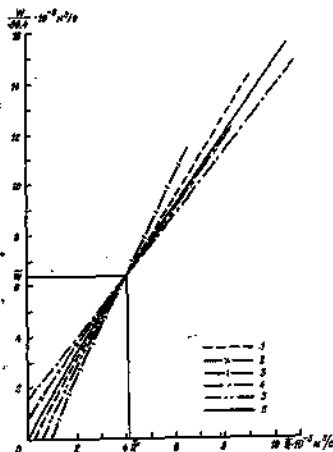


Рис. 2.12. Построение кривой объемов для участка русла по известным наводкам.

Кривая 6 — средняя.

точность. Опыт показал, что значение d следует принимать равным 0,001 $Q_{\text{н макс}}$. Для сходимости итераций расчетный интервал времени необходимо выбирать меньше минимального значения величин $2 \Delta W / \Delta Q$.

Описанная процедура довольно трудоемка для ручных расчетов и, как правило, реализуется с помощью вычислительных машин.

Для ручных расчетов можно воспользоваться графоаналитическим способом. В этом случае уравнения (2.47) записывают в виде

$$Q_{n-1} + Q_{n+1} + (2W/\Delta t - Q) = 2W_{i+1/2} + Q_{i-1} \quad (2.49)$$

Для решения этого уравнения предварительно строят вспомогательную зависимость

$$2W/\Delta t + Q = f(Q). \quad (2.50)$$

При известной кривой объемов такую зависимость легко построить по данным о расходах воды, используя для вычислений

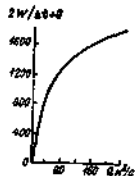


Рис. 2.13. Зависимость $2W/\Delta t + Q = f(Q)$.

левую часть уравнения (2.49), в которой все величины известны. Вид такой зависимости показан на рис. 2.13.

Расходы рассчитывают в следующем порядке (табл. 2.8). В графе 1 записывают порядковые номера расчетных интервалов. В этом примере принят полусуточный расчетный интервал и поэтому, если левая строка относится к 8 ч утра, то вторая — к 20 ч, третья — к 8 ч утра следующего дня и т. д. Значения притока в указанные сроки вносят в графу 2, а фактический расход

Таблица 2.8

Пример расчета графоаналитическим способом

Интер. расчетного интервала	Q_n м³/с	$2W/\Delta t - Q$ м³/с	$2W_{i+1/2} + Q$ м³/с	Q м³/с
1	2	3	4	5
1	50	950	1000	(40)
2	90	910	1030	44
3	180	1022	1232	60
4	230	1322	1462	120
5	180	1356	1622	168
6	100	1396	1566	180
7	70	1308	1436	114
8	80	1162	1336	88
9	50	1124	1272	74
10	42	1086	1216	64

воды в нижнем створе (40 м³/с) записывают в первую строку графы 5, по значению которого с зависимости на рис. 2.13 снимают значение $2W/\Delta t + Q = 1000$ м³/с и записывают в первую строку графы 4.

Величину $2W/\Delta t - Q$ в графе 3 определяют как

$$2W/\Delta t + Q - 2Q = 1000 - 2 \times 40 = 920 \text{ м³/с.}$$

Суммируя расходы притока на начало и конец расчетного интервала с величиной, указанной в графе 3, вычисляют значение $2W/\Delta t + Q$ на конец первого интервала ($50 + 80 + 920 = 1050$), а по нему с кривой на рис. 2.13 снимают расход воды в нижнем створе, равный 44 м³/с. Затем определяют $2W/\Delta t - Q$ для второй строки ($1050 - 2 \times 44 = 962$) и вышеуказанным путем вычисляют значение $2W/\Delta t + Q$ для конца второго интервала ($80 + 160 + 962 = 1202$) и соответствующий ему расход воды в нижнем створе (60 м³/с) и т. д.

2.3. Линейные модели трансформации для приточных участков

К приточным участкам можно отнести участки рек, на которых боковой приток (отток) составляет 10 % и больше стока входного створа. Чаще приходится иметь дело с притоком, однако при хорошо развитой пойме заметное влияние на сток могут оказывать потери на пойме (отток).

В практике прогноза используют два принципиально различных способа учета бокового притока: в форме сосредоточенного и распределенного притока. К сосредоточенному относится приток, поступающий на участок по сравнительно большим для данного бассейна рекам. При распределенном притоке большая его часть поступает по сравнительно небольшим рекам и со склонов. Провести четкую грань между этими двумя типами притока довольно трудно. Поэтому при выборе схем учета бокового притока следует руководствоваться следующими практическими рекомендациями:

1. Построить проточностную схему, основанную на сосредоточенном притоке, проще. Поэтому распределенный приток следует учитывать только в случае, если он составляет 50 % и больше суммарного бокового притока и не меньше 25 % стока входного створа.

2. Чем больше число учитываемых сосредоточенных притоков, тем сложнее определять параметры проточностной схемы. Поэтому для характеристики сосредоточенного притока следует выбирать реки, сток которых составляет больше 25 % суммарного притока на участке, но не меньше 15 % стока входного створа.

3. Практика показала, что целесообразно использовать больше двух сосредоточенных притоков. Если на участке имеются больше двух довольно крупных притоков, сток некоторых из них

необходимо объединить (просуммировать) расход воды). Эти суммы можно прибавить к расходам воды входного створа (если створ, учитывающий сток на приток, расположен вблизи входного створа участка) или непосредственно к трансформированным расходам, полученным в выходном створе (если створ, учитывающий сток на приток, расположен вблизи выходного створа).

4. Если створы с данными о стоке расположены далеко от места впадения притока в главную реку, выделение сосредоточенного притока по соотношению объемов стока сделать трудно. В таких случаях для оценки вклада каждого из притоков можно пользоваться соотношением их площадей водосборов.

2.3.1. Методы, основанные на учете сосредоточенного бокового притока

Эти методы основаны на использовании частных кривых добавления, т. е. кривых добавления от каждого учитываемого в прогностическом стоке входного створа, аналогичных рассмотренным в п. 2.1. Приведенное ранее соотношение (2.8) для бесприточного участка можно обобщить и привести к виду

$$Q_i = \sum_{j=1}^m k_j \sum_{l=1}^i \sum_{t=1}^{l-1} p_{il} Q_{k,l,t-i+1} \quad (2.51)$$

где m — число учитываемых на участке притоков плюс единица; p_{il} — ординаты частной кривой добавления для i -го входа; $Q_{k,l}$ — расход воды i -го входа; k_l — коэффициенты стоковой привоки, соответствующие каждому i -му входному створу и позволяющие увязать баланс стока на рассматриваемом участке реки.

При разработке методики прогноза сначала необходимо выбрать входные створы на притоках, сток которых будет использован в качестве характеристики сосредоточенного бокового притока. При этом следует руководствоваться рекомендациями, приведенными в начале этого раздела. Необходимо также учитывать, что чем ближе выбранный створ на притоке к замыкающему створу участка, тем большее влияние он оказывает на уменьшение заблаговременности прогноза. Иногда приходится рассматривать несколько вариантов учета входных створов и окончательный выбор делать после сравнительных расчетов по каждому варианту.

После выбора входных створов нужно определять коэффициенты стоковой привоки для каждого из них. Обычно эти коэффициенты определяют путем сопоставления объемов входных и выходного створов. Для ряда паводков (или паводков) определяют объемы стока во входных и выходном створах. С помощью карты бассейна промежуточную площадь водосбора, по освещенным данным наблюдений за стоком, распределяют между всеми входами. Полагая, что модуль стока с освещенных

и не освещенных данными наблюдений площадей равен, можно определить коэффициенты по площадям для каждого входа:

$$k_{i,l} = 1 + f_{n,l} / f_i \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (2.52)$$

где $f_{n,l}$ — не освещенная данными наблюдений площадь, отнесенная к i -му входу; f_i — площадь до i -го входного створа, по которому используются расходы воды. Очевидно, что $\sum_{i=1}^m (f_{n,i} + f_i)$ должна быть равна площади водосбора до выходного створа.

Для каждого выбрального паводка находят коэффициент невязки баланса с учетом полученных коэффициентов по площадям:

$$k_{n,i} = W_i / \sum_{j=1}^m k_{j,i} W_{j,i} \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (2.53)$$

где W_i — объем стока (сумма расходов воды) в замыкающем створе для i -го паводка; $W_{j,i}$ — объем стока i -го входа для j -го паводка; N — число паводков.

Если коэффициенты $k_{n,i}$ сильно меняются от паводка к паводку, нужно попробовать поменять коэффициенты $k_{i,l}$ и определить новые значения $k_{n,i}$. Нужно выбрать те значения $k_{i,l}$, которые дают наименьший разброс $k_{n,i}$. После этого определяют коэффициенты стоковой привоки:

$$k_i = k_{i,l} \bar{k}_{n,i} \quad (2.54)$$

где $\bar{k}_{n,i}$ — среднее арифметическое значение коэффициента невязки баланса за все паводки.

При выборе коэффициента невязки следует также учитывать неравенство

$$Q_{\max,i} < \sum_{j=1}^m (k_j Q_{\max,j,i}), \quad (2.55)$$

где $Q_{\max,i}$, $Q_{\max,j,i}$ — максимальные расходы в замыкающем створе и входных створах соответственно для i -го паводка.

Если неравенство (2.55) не выполняется, необходимо повторить процедуру определения коэффициентов стоковой привоки, увеличив вес входов с большими максимальными расходами воды.

Если возникают затруднения при определении площадей $f_{n,i}$ по карте, можно пользоваться следующим приближенным выражением для их определения:

$$f_{n,i} = f_{n,0} (S(f_i) / \sum_{j=1}^m S(f_j)), \quad (2.56)$$

где $f_{n,0}$ — не освещенная данными наблюдений промежуточная площадь; f_i — общая промежуточная площадь на участке. В этом случае не освещенная данными наблюдений площадь распределяется обратно пропорционально площадям, ограниченными водными створами.

Кривые добегания p_i для каждого входного створа выражают аналогично кривым для беспроточного участка. Однако в этом случае общее число ordinат кривых добегания для всех входных створов может быть большим. Поэтому целесообразно использовать только аналитические представления кривых добегания. Чаще всего для этого используют соотношение (2.13), которое будет включать в себя по два параметра для каждого входного створа (если принимаем одну кривую добегания для всего диапазона изменения расходов, т. е. $i=1$). Следовательно, общее число параметров кривых добегания будет равно $2m$ и при большом числе входов найти их единственные значения достаточно сложно. Поэтому, как отмечалось выше, не рекомендуется использовать больше трех частных кривых добегания.

Параметры кривых добегания определяют так же, как и для беспроточных участков. Однако следует иметь в виду, что зависимость (2.16) — (2.20) при оценке параметров λ_i и τ_i могут давать заметно меньшую точность. Поэтому, как правило, их приходится уточнять путем сопоставления фактических и рассчитанных расходов воды в замыкающем створе. Объем вычислений при этом значительно больше, чем для беспроточных участков. Поэтому следует пользоваться алгоритмами оптимизации, реализованными на ЭВМ (прил. 2.1).

Процедуру подбора параметров удается упростить, если гидрографы на притоках сделать во времени по отношению друг к другу таким образом, что в замыкающем створе наблюдаются две (или больше) волны, сформированные расходами различных входов. В этом случае сначала уточняют параметры кривых добегания для входного створа, сформировавшего первую волну при постоянных начальных значениях параметров для остальных входных створов. При этом сравнивают фактические и рассчитанные расходы воды только для первой волны. После этого аналогичные расчеты выполняют для другого входа с учетом расходов воды второй волны.

Пример 2.5. Выбор сосредоточенных притоков и определение коэффициентов стокорной привошки для р. Усм на участке с. Петрусь — с. Адьяла.

Промежуточная площадь составляет 27200 км², причем больше половины ее (54 %) приходится на приток р. Косью. Другой приток р. Кочмес составляет всего 6 % промежуточной площади. Таким образом, целесообразно рассматривать сосредоточенный приток (р. Косью). Сток р. Косью будем учитывать как сумму расходов в створах д. Косью (р. Косью) и д. Кожим (р. Кожим, приток р. Косью). Для соблюдения баланса воды на участке определим коэффициенты стокорной привошки. Неосвоенную промежуточную площадь распределим пропорционально площади входов (2.56). Расчеты по соотношениям (2.56) и (2.52) сведены в табл. 2.9.

После определения коэффициентов k_i рассчитываем коэффициенты стокорной привошки (табл. 2.10), используя соотношения

Таблица 2.9

Расчет коэффициентов k_i и учитываемых долей α_i освоенной площади

Рек — створ	I_i км ²	$\frac{I_i}{I_0}$	$\frac{I_i \alpha_i}{I_0 \sum_{i=1}^n \left(\frac{I_i \alpha_i}{I_i} \right)}$	I_{α_i} км ²	$\frac{I_{\alpha_i}}{I_0}$	$\frac{\frac{I_i}{I_0} - \frac{I_{\alpha_i}}{I_0}}{\frac{I_i}{I_0} + \frac{I_{\alpha_i}}{I_0}}$
1	2	3	4	5	6	7
Усм — с. Адьяла (выходной)	54700	—	—	—	—	—
Усм — с. Петрусь (входной)	27500	0,99	0,25	4545	0,2	1,2
Косью — д. Косью + д. Кожим — д. Кожим	9020	0,02	0,75	13435	1,5	2,5
Промежуточная площадь (И)	27200					
Суммы		4,01				

(2.53) и (2.54). Предварительно подсчитываем объемы (сумма расходов) за полугодовое и выбираем максимальные расходы воды по входным и выходному створам (графы 2—4). Затем в графах 5—8 подсчитываем коэффициенты стокорной привошки за каждый год и средние значения для входного створа (1,02) и для притока (2.13). По этим коэффициентам находим объемы в выходном створе и эти отношения к фактическим (графы 9—10). Ошибка расчета объемов с использованием этих коэффициентов стокорной привошки не превышает 6 % фактического объема. Рассчитанные трансформированные максимальные расходы воды (графа 11) во всех случаях превышают максимальные расходы замыкающего створа (графа 12), т. е. неравенство (2.55) выполняется.

2.3.2. Учет распределенного бокового притока

Выражение для расчета трансформации с учетом распределенного притока можно получить аналогично тому, как это делалось для беспроточного участка. Если в правую часть уравнения (2.5) добавить распределенный приток, поступающий на каждый расчетный участок, и принять допущения, которые были сделаны в методике Калынина—Милоскова, из уравнений (2.3) — (2.4) получим

$$Q(t) = \int p(z) Q_z(t-z) dz + \sum_{i=1}^n \int p_i(z) Q_{\alpha_i}(t-z) dz. \quad (2.57)$$

Таблица 2.10

Расчет коэффициентов стандартной привошки

Год	Сумма расходов на электроэнергию $W = \sum Q \cdot 10^{-3}$			$\sum k_{ij}$	$k_{ij} = \frac{W_i}{W_j} \cdot 100$	$k_{ij} = k_{ij} \cdot j, i$		$\sum k_{ij} \cdot W_j$	$W_p - \sum k_{ij} \cdot W_j$	$Q_{\text{норм. п.}} = \frac{Q_{\text{норм. п.}}}{\sum k_{ij} \cdot Q_{\text{норм. п.}}}$	$\Delta Q_{\text{норм. п.}} = Q_{\text{норм. п.}} - Q_{\text{норм. п.}}$
	Максимальный расход $Q_{\text{норм. п.}}$					Потребл.	Космо - Космо				
	с. Акмал	с. Петров	Космо - Космо								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1966	$\frac{106}{7150}$	$\frac{104}{4850}$	$\frac{37,2}{1910}$	218	0,89	1,07	2,23	185	-11	9160	2010
1970	$\frac{180}{8630}$	$\frac{102}{4620}$	$\frac{36,8}{3060}$	219	0,82	0,98	2,05	187	7	11300	2570
1971	$\frac{260}{10000}$	$\frac{152}{8380}$	$\frac{43,2}{2150}$	303	0,86	1,08	2,15	258	-2	13000	3000
1973	$\frac{282}{10400}$	$\frac{175}{7920}$	$\frac{55,7}{3010}$	349	0,81	0,97	2,08	298	16	14500	4100
1976	$\frac{307}{11800}$	$\frac{188}{8890}$	$\frac{68,8}{3600}$	373	0,88	1,06	2,30	317	-10	14600	3300
Сумма						5,11	10,66		0		
Среднее						1,02	2,18				

Год	Сумма расстояний по полигонам $\Sigma R = \Sigma Q_i \cdot R_i$				$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_i}{Q_{\text{общ}}} \right)^2 \cdot \frac{1}{R_i}$	$\Sigma R_i = \Sigma_{i=1}^n R_i$		$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{Q_{\text{общ}}}$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^2}{Q_{\text{общ}}^2}$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^3}{Q_{\text{общ}}^3}$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^4}{Q_{\text{общ}}^4}$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^5}{Q_{\text{общ}}^5}$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^6}{Q_{\text{общ}}^6}$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^7}{Q_{\text{общ}}^7}$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^8}{Q_{\text{общ}}^8}$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^9}{Q_{\text{общ}}^9}$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^{10}}{Q_{\text{общ}}^{10}}$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^{11}}{Q_{\text{общ}}^{11}}$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^{12}}{Q_{\text{общ}}^{12}}$
	Максимальный расход в долине																		
	а. А. долины	б. Приток	в. Косая + Косая	г. Косая + Косая															
1966	104 7180	104 4832	37,2 1910	218	0,89	1,07	2,23	186	-11	9160	3010								
1970	180 8430	100 4620	38,8 3000	219	0,82	0,98	2,05	187	7	11200	2270								
1971	280 10000	172 8360	48,2 3180	303	0,88	1,03	2,16	208	-2	13000	3000								
1973	382 10400	175 7820	58,7 3010	349	0,81	0,97	2,08	206	16	14300	4180								
1976	527 11380	188 8860	68,8 3000	375	0,88	1,06	2,20	317	-10	14600	2800								
Сумма						5,11	10,66		0										
Среднее						1,02	2,12												

где $Q_{0,j}$ — боковой приток на j -й расчетный участок; $p_j(\xi)$ — кривая добегания бокового притока с j -го расчетного участка, выражения, аналогично (2.13), через два параметра (i и τ):

$$p_{j,i} = \frac{M}{\tau(i-1)!} \left(\frac{\xi}{\tau} \right)^{i-1} \exp(-i/\tau), \quad (2.58)$$

где j — номер расчетного участка, начиная от замыкающего створа к выходному. При $j=1$ кривая добегания бокового притока совпадает с кривой добегания для входного створа. Таким образом, выражение (2.57) не содержит новых параметров и, как в случае бесприточного участка, содержит те же два параметра (i и τ).

Наиболее сложно в данном случае задать распределение притока по длине участка. По фактически данным задать непосредственно $Q_{0,j}$ не представляется возможным даже при густой сети замерений стока, так как разделение участка на n отрезков является условным и нельзя указать границ этих отрезков. Поэтому приходится определять общий боковой приток Q_0 на участке и распределять его по длине каким-либо образом.

В зависимости от характера распределения русловой сети можно выделить четыре типа распределения бокового притока по длине участка: 1) равномерное по длине; 2) линейно возрастающее к замыкающему створу; 3) линейно убывающее к замыкающему створу; 4) описываемое симметричной параболой. В этих случаях соотношение (2.57) можно упростить:

$$Q(\xi) = \int_0^\xi p(\xi) Q_0 (\xi - \xi) d\xi + \int_\xi^L p(\xi) Q_0 (\xi - \xi) d\xi, \quad (2.59)$$

где $Q_0(\xi)$ — общий боковой приток на участке; $p(\xi)$ — кривая добегания общего бокового притока по основному руслу, ординаты которой в зависимости от типа распределения притока вычисляются по следующим соотношениям:

— для первых трех типов (для 1-го типа распределения $\alpha=1$, $\beta=0$; для 2-го типа $\alpha=1$, $\beta=-1$; для 3-го типа $\alpha=0$, $\beta=1$)

$$p_{\alpha,\beta} = \frac{1}{(2\alpha+\beta)\alpha!} \sum_{i=1}^n \frac{2(\alpha+\beta)-\beta}{\tau(i-1)!} \left(\frac{\xi}{\tau} \right)^{i-1} \exp(-i/\tau) \quad (i=1, 2, \dots, r_0), \quad (2.60)$$

— для симметричного распределения (4-го типа)

$$p_{\alpha,\beta} = \sum_{i=1}^n \frac{2i(\alpha+1-\beta)-(\alpha+2)}{n^2(i-1)!} \left(\frac{\xi}{\tau} \right)^{i-1} \exp(-i/\tau). \quad (2.61)$$

При выборе типа распределения для конкретного участка реки необходимо ориентироваться на распределение площадей водосборов впадающих рек. Естественно, что соответствие какому-либо из четырех типов распределения может быть лишь приближенным.

Следует отметить, что для небольших участков рек ($l \leq 2$ сут) и небольшим боковым притоком влияние типа распределения на результаты расчета незначительно. Для больших участков рек преобладают симметричное и равномерное распределения.

Существующие способы определения общего бокового притока могут давать разные значения: от притока непосредственно в основную реку до притока со склонов. При этом трудно с уверенностью сказать, какой вид притока в каждом конкретном случае мы получим. Поэтому рассчитанный каким-либо способом боковой приток необходимо трансформировать в приток к основному руслу с помощью достаточно гибкой модели. Такой моделью может служить интеграл Дюамеля с кривой добегания типа (2.13):

$$Q_b(t) = \int_0^t p_b(t-\tau) q_b(\tau) d\tau, \quad (2.62)$$

где $p_b(t)$ — кривая добегания рассчитанного бокового притока до основного русла с параметрами λ_b и τ_b ; $q_b(\tau)$ — рассчитанный общий боковой приток.

Таким образом, расчеты в этом случае необходимо вести в следующей последовательности:

- 1) рассчитать не трансформированный общий боковой приток (q_b);
- 2) определять тип распределения бокового притока по длине участка;
- 3) определить параметры кривых добегания для входного створа (λ, τ) и рассчитанного бокового притока (λ_b, τ_b);
- 4) рассчитать ординаты кривых добегания $p(t)$, $p_b(t)$ и $p_b^*(t)$, используя соотношения (2.13), (2.60) либо (2.61);
- 5) рассчитать гидрограф притока к основному руслу по соотношению (2.62);
- 6) преобразовать полученный гидрограф притока к основному руслу в гидрограф бокового притока к замыкающему створу с помощью кривой добегания $p_b^*(t)$;
- 7) осуществить трансформацию гидрографа входного створа;
- 8) найти общий гидрограф стока в замыкающем створе как сумму трансформированных гидрографов бокового притока и входного стока.

Рассмотренная схема связана с большим объемом вычислений, поэтому для ее реализации целесообразно применять ЭВМ.

Для исключения двойного расчета трансформации общего бокового притока можно соотношение (2.62) подставить в уравнение (2.59):

$$Q(t) = \int_0^t p(t) Q_b(t-\tau) d\tau + \int_0^t p_b(\tau) q_b(t-\tau) d\tau, \quad (2.63)$$

где $p_b(t)$ — общая кривая добегания бокового притока к замыкающему створу, равная

$$p_b(t) = \int_0^t p_b(\tau) p_b(t-\tau) d\tau. \quad (2.64)$$

В этом случае ординаты кривых добегания для каждого из рассмотренных четырех типов распределения бокового притока можно приближенно оценить по табл. 2.11—2.14, получаемым

Таблица 2.11

Ординаты кривых добегания бокового притока при равномерном распределении притока по длине участка

Положительное значение ординаты, сут	Время добегания на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,03	0,30	0,20	0,15	0,12	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06
1	0,37	0,37	0,29	0,23	0,18	0,15	0,13	0,11	0,10	0,09
2	0,09	0,21	0,28	0,21	0,18	0,15	0,13	0,11	0,10	0,09
3	0,02	0,06	0,18	0,18	0,17	0,15	0,13	0,11	0,10	0,09
4	0,00	0,03	0,07	0,12	0,14	0,14	0,13	0,11	0,10	0,09
5		0,01	0,03	0,07	0,11	0,12	0,12	0,11	0,10	0,09
6			0,00	0,01	0,03	0,06	0,09	0,10	0,11	0,09
7				0,00	0,01	0,03	0,06	0,09	0,09	0,09
8					0,00	0,01	0,03	0,06	0,06	0,09
9						0,00	0,01	0,03	0,06	0,07
10							0,00	0,01	0,03	0,04
11								0,00	0,02	0,04
12									0,00	0,02
13										0,01
14										0,00
15										0,00

в предположении, что параметры кривых добегания бокового притока $\lambda_b = 1$, а $\tau_b = 1$ сут. Это значительно сокращает объем вычислений. Выбирая тип распределения бокового притока и зная общие время добегания на рассматриваемом участке, из соответствующей таблицы выбирают ординаты кривой добегания бокового притока. Определив параметры и соответствующие им ординаты кривой добегания для входного стока. По соотношению (2.63) рассчитывают расходы воды в замыкающем створе.

Пример 2.6. Определение ординат кривой добегания бокового притока для р. Онеги на участке д. Нальпорожский Посост — д. Зыбено.

Длина участка 182 км, площадь частного бассейна 28 100 км² (в 2,2 раза больше, чем во входном створе). Значительных притоков на участке нет, так что боковой приток можно считать распределенным довольно равномерно по длине участка. Среднее

Таблица 2.12

Ординаты критических добогающих бокового притока при линейном увеличении притока по длине участка

Порядковый номер ординаты, сут	Время добогающих на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,62	0,41	0,31	0,25	0,22	0,18	0,17	0,14	0,12	0,11
1	0,37	0,38	0,36	0,29	0,26	0,24	0,21	0,19	0,17	0,16
2	0,09	0,16	0,19	0,22	0,20	0,19	0,15	0,16	0,15	0,14
3	0,02	0,04	0,06	0,12	0,14	0,15	0,14	0,13	0,13	0,13
4	0,00	0,01	0,04	0,06	0,09	0,10	0,11	0,11	0,11	0,11
5		0,00	0,02	0,03	0,05	0,07	0,08	0,09	0,10	0,09
6			0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,07	0,07
7			0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,05	0,05	0,06
8				0,00	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
9					0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,04
10						0,00	0,01	0,02	0,03	0,03
11							0,00	0,01	0,02	0,03
12								0,00	0,01	0,01
13									0,00	0,00

время добогающих на участке 3 сут. В соответствии с типом распределения бокового притока и временем добогающих на участке из табл. 2.11 выбираем ординаты критической добогающих бокового притока (табл. 2.15).

Таблица 2.13

Ординаты критических добогающих бокового притока при линейном увеличении притока по длине участка

Порядковый номер ординаты, сут	Время добогающих на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,52	0,19	0,09	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01
1	0,37	0,33	0,33	0,13	0,08	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02
2	0,09	0,38	0,29	0,22	0,14	0,11	0,07	0,05	0,04	0,04
3	0,02	0,11	0,22	0,24	0,30	0,16	0,11	0,06	0,05	0,06
4	0,00	0,05	0,10	0,18	0,19	0,18	0,15	0,11	0,09	0,08
5		0,01	0,05	0,10	0,16	0,16	0,16	0,14	0,12	0,10
6		0,00	0,02	0,06	0,11	0,14	0,15	0,15	0,13	0,11
7			0,00	0,02	0,05	0,10	0,13	0,14	0,14	0,11
8				0,01	0,02	0,05	0,09	0,12	0,12	0,11
9				0,00	0,01	0,03	0,05	0,08	0,10	0,11
10					0,00	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09
11						0,00	0,01	0,03	0,05	0,07
12							0,00	0,01	0,03	0,05
13								0,00	0,01	0,03
14									0,00	0,01
15										0,00

Таблица 2.14

Ординаты критических добогающих бокового притока при изменении притока на участке по симметричной parabole

Порядковый номер ординаты, сут	Время добогающих на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,02	0,30	0,17	0,10	0,07	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02
1	0,37	0,37	0,31	0,22	0,17	0,13	0,09	0,07	0,05	0,04
2	0,09	0,21	0,26	0,27	0,22	0,18	0,16	0,11	0,09	0,08
3	0,02	0,03	0,16	0,19	0,21	0,19	0,18	0,15	0,11	0,11
4	0,00	0,03	0,06	0,12	0,15	0,17	0,16	0,13	0,14	0,12
5		0,01	0,03	0,06	0,10	0,13	0,13	0,14	0,13	0,13
6		0,00	0,01	0,03	0,05	0,08	0,10	0,12	0,12	0,12
7			0,00	0,01	0,02	0,04	0,07	0,09	0,10	0,11
8				0,00	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,09
9					0,00	0,01	0,02	0,04	0,06	0,07
10						0,00	0,01	0,02	0,04	0,05
11							0,00	0,01	0,02	0,03
12								0,00	0,01	0,02
13									0,00	0,01
14										0,00

Таблица 2.15

Ординаты критической добогающих бокового притока

1	2	3	4	5	6	7
0,20	0,29	0,25	0,15	0,07	0,03	0,01

2.3.3. Расчет бокового притока на участке реки

Наиболее распространенные способы расчета притока, основанные на использовании гидрометрических данных. В отдельных случаях, при редкой гидрометрической сети, могут быть использованы прямые методы расчета бокового притока по длинам об осадках либо об интенсивности снеготаяния. Последний подход более трудоемок и требует хорошей освещенности частного водосбора данными измерений об осадках. В связи с этим его целесообразно использовать только при сильном влиянии бокового притока и невозможности использования других подходов.

Определение притока воды по стоку малых рек. Суммарный боковой приток к участку русла можно рассматривать как общий расход воды всех малых рек, впадающих между вершинами и нижними створами:

$$Q_0 = \frac{F}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i + \Delta W_i / \Delta t_i) \quad (2.65)$$

где F — общая промывочная площадь, k — площадь малых рек, Q_i — расход воды i -й малой реки, ΔW_i — изменение объема воды

и i -й малой реке, n — число малых рек, Δt — расчетный интервал времени.

Использование этой формулы предполагает выбор ряда малых бассейнов, которые бы учитывали приток воды во всех зонах формирования стока и отражали средние условия стока в пределах водосбора, принимающего к участку русла.

Для малых рек, характеризующихся однородными условиями формирования стока, с примерно одинаковым временем обогатения воды, изменениями объемов воды в руслах этих рек можно пренебречь. Тогда формула (2.65) примет вид

$$Q_0 = \frac{F}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i / f_i). \quad (2.66)$$

Если площади малых бассейнов примерно одинаковы, суммарный боковой приток воды к участку русла можно рассчитать по формуле

$$Q_0 = [F(f_1 + f_2 + \dots + f_n)] \sum_{i=1}^n Q_i. \quad (2.67)$$

Иногда вместо выражения (2.66) используется следующая зависимость:

$$Q_0 = (Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n) + \bar{M}[F - (f_1 + f_2 + \dots + f_n)]. \quad (2.68)$$

где $\bar{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i / f_i$ — средний арифметический модуль стока, который относится только к не освещенной измерениями промежуточной площади водосбора. Это правомерно, если измерениями стока малых рек освещено более половины водосборной площади участка реки.

Если отнести модуль расхода реки-аналога к тяготеющей площади, то боковой приток можно подсчитать по следующей формуле

$$Q_0 = \frac{Q_1}{f_1} F_1 + \frac{Q_2}{f_2} F_2 + \dots + \frac{Q_n}{f_n} F_n = k_1 Q_1 + k_2 Q_2 + \dots + k_n Q_n, \\ F_1 + F_2 + \dots + F_n = F, \quad (2.69)$$

где F_1, F_2, F_3 и т. д. — площади, тяготеющие к гидропосту соответственно 1, 2-й и т. д. малой реки. Эту формулу целесообразно использовать для подсчета бокового притока тогда, когда можно выделить стокооднородные площади, а также при расчетах по большим интервалам времени (десятилетия, месяц). В этих случаях затуманиваются особенности формирования стока, вызванные различием физико-географических условий, и главную роль играет неравномерность распределения стока по территории, связанная с неравномерностью выпадения осадков.

Заметного повышения точности подсчета бокового притока, при наличии достаточного количества рек-аналогов, можно достичь, предварительно определив общую площадь водосбора всех годов-

токов, выпадающих на участке русла, отдельно по диапазонам 0—500, 500—2000, 2000—5000 и 5000—10 000 км² (реки с $F_i > 10 000$ км² учитываются отдельно). Подбором для каждого диапазона водотоков, по меньшей мере, две-три реки-аналога соответствующих размеров, вычисляя

$$Q_0 = \bar{M}_{0-500} \sum_{i=0}^{i=500} F_i + \bar{M}_{500-2000} \sum_{i=500}^{i=2000} F_i + \bar{M}_{2000-5000} \sum_{i=2000}^{i=5000} F_i + \\ + \bar{M}_{5000-10000} \sum_{i=5000}^{i=10000} F_i \quad (2.70)$$

где $\bar{M}_{0-500}$, $\bar{M}_{500-2000}$ и т. д. — средние арифметические модули расхода рек-аналогов соответственно с площадью водосбора $0 < f_i < 500$ км², $500 < f_i < 2000$ км² и т. д.

Применение выражения (2.70) целесообразно, если хотя бы для отдельных лет или периодов прослеживается приближенная зависимость модуля расхода M_i от площади водосбора f_i . В явлении такой зависимости можно убедиться путем построения за каждый день паводочного периода графика связи $M_i = f(f_i)$. Обычно в период спада паводка связь прямая, а в период подъема — обратная. В период от дна к максимуму паводка на малых реках до максимума бокового притока на участке, определяемого, например, по уравнению водного баланса, эта связь наименее тесная.

Рассмотренные выражения (2.65) — (2.70) для расчета бокового притока являются приближенными и могут давать незначительный баланс на участке за весь период прохождения паводка. Поэтому для уточнения баланса предварительно рассчитывают боковой приток за ряд паводков, находят суммарное значение за каждый паводок ($\sum_{i=1}^n W_{6,i}$) и по фактическому приращению объема воды на участке $W_{6,i}$ за эти же паводки определяют коэффициенты невязки баланса

$$k_i = W_{6,i} / \sum W_{6,i}. \quad (2.71)$$

Полученные значения коэффициентов стоковой правдоподобия осредняют за все паводки, и боковой приток, полученный по приведенным выше соотношениям, умножают на среднее значение коэффициента.

В практике часто приходится комбинировать несколько приемов подсчета бокового притока. Если на участке русла выдает одна сравнительно небольшая река и несколько малых, то расход в устье большой реки устанавливают по расходу в вышерасположенном створе на этой реке, умноженному на постоянный коэффициент $k_1 = F_2 / F_1$ (где F_1 и F_2 — площадь водосбора соответственно до устья и до створа). Боковой приток с остальной промежуточной площадью вычисляют, например, по формуле (2.66). Такой подсчет бокового притока дает хорошие результаты для больших интервалов времени.

Для суточного интервала расходы воды на большой реке необходимо предварительно пересчитать в расходы в устье, используя для этого кривые добога или простую скинжу на время добогания. Боковой приток рассчитывают как и в первом случае. Таким же образом можно постулат, если на участке русла впадает несколько боковых притоков.

Точность расчета притока воды по приведенным соотношениям во многом зависит от подбора рек-аналогов. Однозначно решить вопрос о необходимом числе рек-аналогов и их репрезентативности довольно трудно. Можно рекомендовать для ряда общих соображений.

Большой бассейн следует разбить на несколько более или менее однородных частей (полуторную и равнинную, залесенную и полевою и т. д.) и для каждой части в отдельности рассчитывать приток. С большой осторожностью следует отбирать очень малые водотоки ($F \leq 10 \dots 20 \text{ км}^2$). При площади водосбора реки-аналога 5—7 тыс. км² она практически всегда репрезентативна. Признаком репрезентативности в первом приближении является примерное равенство средних многолетних слоев стока за годовые реки-аналога ($\bar{Q}_i$) и большой реки в замыкающем створе ($\bar{Q}$).

Более детальный анализ репрезентативности можно осуществлять по средним суточным модулям стока рек-аналогов. На каждые сутки (для длительных ледовых интервал можно увеличивать) определяют средний по всем рекам-аналогам модуль в среднее квадратическое отклонение от него частных модулей:

$$\bar{M}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n M_{ij}, \quad \sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (M_{ij} - \bar{M}_i)^2} \quad (j=1, 2, \dots, N), \quad (2.72)$$

где n — число анализируемых малых рек; $\bar{M}_i$ — средний модуль на i -е сутки; N — число суток, используемых при анализе. Если по какой-нибудь реке имеется большое число отклонений ($\bar{M}_{ij} - \bar{M}_i$) $\gg 3\sigma_i$, то эта река нерепрезентативна.

При большом числе малых рек целесообразно построить матрицу парных коэффициентов корреляции средних суточных расходов воды для всех рек r_{ik} . Для каждой из n рек получают $n-1$ коэффициентов r_{ik} . По этим значениям для каждой реки определяют среднее значение $\bar{r}_i$ и σ_i^2 . В качестве рек-аналогов выбирают реки с наибольшими значениями $\bar{r}_i$ в самых малых σ_i^2 .

Обычно при краткосрочных прогнозах стока весеннего половодья большой реки ($F=20 \dots 50 \text{ тыс. км}^2$) со сравнительно однородными условиями достаточно иметь 5—7 рек-аналогов. Для дождевого стока их, как правило, требуется в 2—3 раза больше. При достаточном числе рек-аналогов их лучше отбирать так, чтобы по возможности обеспечивалось равномерное их размещение на водосборе.

Определение притока воды по уравнению водного баланса. В этом случае используют уравнение водного баланса участка реки (2.1) и кривую объемов:

$$Q_0(t) = 0.5[Q(t) + Q(t - \Delta t)] - 0.5[Q_0(t) + Q_0(t - \Delta t)] + [W(t) - W(t - \Delta t)]/\Delta t, \quad (2.73)$$

где $Q(t)$ и $Q_0(t)$ — расход воды в замыкающем и входном створах соответственно в момент времени t ; $\tilde{Q}(t)$ — взвешенный расход в соответствиях с тем, как его задавали при построении кривой объемов; Δt — интервал времени, выраженный в секундах. Кривая объемов может быть задана аналитически либо таблично. Способы ее построения изложены в п. 2.2.

Следует отметить, что точность расчета бокового притока по уравнению водного баланса увеличивается с увеличением Δt . Опыт показал, что приемлемая для практических целей точность достигается, когда Δt больше или равно времени добогания на участке, а расход бокового притока соизмерим с расходом в верхнем створе или превышает его.

Пример 2.7. Определение бокового притока воды на участке р. Оки от г. Калуги до г. Кашпири по уравнению водного баланса.

Общая площадь, на которой формируется боковой приток, составляет 13 800 км². Воспользуемся кривой объемов, полученной в примере 2.4 (рис. 3.12) для этого участка.

Для расчетов уравнение водного баланса удобно записать в виде

$$Q_{0,t} = 0.5(Q_t + Q_{t-1}) - 0.5(Q_{0,t} + Q_{0,t-1}) + (W_t - W_{t-1})/\Delta t. \quad (2.74)$$

В этом соотношении объем воды используется в виде суммы расходов, как он был получен в примере 2.4, т. е. уменьшен в 85 400 раз.

Порядок вычислений по этому уравнению показан в табл. 2.16. По расходам воды в верхнем и нижнем створах (графа 2 и 3) определяем средний на участке расход воды (графа 4). С кривой объемов (рис. 2.12) снимаем значения объемов воды на участке (графа 5), соответствующие средним расходам. В графах 6—9 вычисляем составляющие уравнения водного баланса (2.74). Сумма этих составляющих дает боковой приток (графа 10).

Пример 2.8. Расчет суммарного бокового притока на участке р. Томи от г. Новокузнецка до г. Кемерово и от г. Кемерово до г. Томска по данным о расходах воды.

В качестве рек-аналогов используем шесть малых рек бассейна, впадающих на участке г. Новокузнецка—г. Томск. Верхний участок (г. Новокузнецк—г. Кемерово) протяженностью $L_1=307 \text{ км}$ и площадью водосбора $F_1=17 600 \text{ км}^2$, нижний (г. Кемерово—г. Томск) длиной $L_2=199 \text{ км}$ и площадью водосбора $F_2=9800 \text{ км}^2$.

Таблица 2.16

Расчет бокового притока (Q_b) по увеличению водного баланса, м³/с

Дата	Q_p (1) Калуга	Q_p (2) Калуга	Q_p (3) Калуга	Q_p (4) Калуга	Q_p (5) Калуга	Q_p (6) Калуга	Q_p (7) Калуга	Q_p (8) Калуга	Q_p (9) Калуга
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10/IV	151	171	161	200					
11/IV	160	174	167	210	158			10	26
12/IV	177	181	179	250	168			10	60
13/IV	227	200	214	250	202			12	30
14/IV	360	237	268	360	284			48	34
15/IV	513	321	417	620	406			127	133
16/IV	1200	568	782	1280	756			314	346
17/IV	2280	1080	1586	2580	1540			728	857
18/IV	2710	1800	2258	3700	2430			966	1090
19/IV	3160	2690	3040	4930	3390			1585	1180
20/IV	4390	4640	4518	7100	5770			15	2276
21/IV	6040	5610	5820	9000	8215			90	1819
22/IV	7380	6730	7050	10700	9710			545	1700
23/IV	7430	3022	7720	11630	7406			35	920
24/IV	6730	6640	7635	11500	7080			1200	120
25/IV	8890	8170	7030	10600	8310			2045	1420
26/IV	4870	7240	6105	8400	5430			2275	1015
27/IV	3290	6390	5100	8000	4470			1906	1400
28/IV	2060	6390	4315	6550	3585			2206	1480
29/IV	2040	4390	3215	5200	2500			2840	1880
30/IV	1470	3410	2440	4080	1765			2145	1150
1/V	1130	2220	1725	2900	1300			1565	1130
2/V	835	1855	1268	2180	1005			877	770
3/V	736	1270	1009	1780	810			690	400
4/V	641	1000	820	1460	685			447	300

По условиям формирования стока водосборная площадь нижнего участка довольно однородна, поэтому модуль стока, характеризующий боковой приток на этом участке, можно взять средним для всей площади. Для определения среднего модуля воспроизводимся расходами рек-аналогов: р. Вирза-с. Верхний Варзаский (Q_v), площадь водосбора $f_v=743$ км² и р. Сибяж-с. Безменково (Q_s), площадь водосбора $f_s=1390$ км². Промежуточная площадь верхнего участка разделена на две части: левобережье (лесостепь), характеризующееся сравнительно низким модулем стока (площадь $F_{лс}$ составляет 38 % F_v), и лесное правобережье (площадь $F_{лв}$ с большей протяженностью главных притоков и высоким модулем стока. Для левобережной части использованы расходы воды:

р. В. Уныга-с. Панфиловское (Q_u) с площадью водосбора $f_u=978$ км² и р. Усят-с. Красуяно (Q_y) с площадью водосбора $f_y=1100$ км². Для правобережья использованы расходы: р. Сред. Терса-пос. Монашка (Q_t), площадь водосбора $f_t=1890$ км² и р. Тайдом-с. Медведка (Q_m), площадь водосбора $f_m=1330$ км².

Используя соотношения (2.67) и (2.68), можно записать выражения для расчета бокового притока:

1) для верхнего участка

$$Q_{b,1} = k_{u,1} [0,5(Q_u/f_u + Q_y/f_y) F_{лс} + 0,5(Q_t/f_t + Q_m/f_m) F_{лв}]$$

2) для нижнего участка

$$Q_{b,2} = k_{u,2} [0,5(Q_u/f_u + Q_y/f_y) F_{лс}]$$

где $k_{u,1}$ и $k_{u,2}$ — коэффициенты стоковой привода, вычисленные по средним многолетним значениям отношения фактического приращения объема стока за половецкие на участках г. Новокузнецк-г. Кемерово — г. Томск к вычисленному притоку по стоку вышеперечисленных малых рек ($k_{u,1}=0,67$, $k_{u,2}=1,31$).

Подставив значения $k_{u,1}$, $k_{u,2}$ и f_v , получим:

$$Q_{b,1} = 2,29Q_v + 2,04Q_s + 1,96Q_t + 2,75Q_m$$

$$Q_{b,2} = 2,17Q_u + 4,9Q_y$$

По этим соотношениям можно рассчитать боковой приток к этим участкам, используя данные о ежедневных расходах воды для выбранных рек-аналогов.

2.4. Практические приемы прогноза с использованием уравнения трансформации волны

При использовании рассмотренных в этой главе методов для краткосрочных прогнозов расходов и уровней воды приходится решать ряд задач:

- как оценить возможную заблаговременность прогноза;
- как задать входные данные (расход на входных створах и боковой приток) на период заблаговременности;
- какими образом погасить накопление ошибок, связанных с тем, что расчет необходимо начинать за t (память кривой добега) единиц времени до даты выпуска прогноза.

Рассмотрим практические способы решения этих задач.

2.4.1. Определение возможной заблаговременности при использовании кривых добега

Основные ошибки прогнозов, при составлении которых используются кривые добега, определяются неточностью фактических данных, доступных к моменту выпуска прогноза и неточностью экстраполяции входных данных на период заблаговременности. Увеличением заблаговременности, как правило, увеличиваются

погрешности и средняя квадратическая ошибка может превзойти среднюю квадратическую изменчивость расходов за период заблаговременности.

В общем случае допустимую заблаговременность можно определить опытным путем, используя критерий эффективности прогноза:

$$\sigma_0 \leq 0,8\sigma_0 \quad (2.75)$$

где σ_0 — средняя квадратическая ошибка прогноза с заблаговременностью δ единиц времени; σ_0 — средняя квадратическая изменчивость расходов воды замыкающего створа за время δ .

Выпустив серию проверочных прогнозов на архивных данных и получив оценки σ_0 и σ_0 ($\delta = 1, 2, \dots, \delta_m$), находим то наибольшее значение δ , для которого еще выполняется неравенство (2.75). Это и будет допустимой заблаговременностью. Такой подход неудобен, так как бывает затруднительно выпустить массовые прогнозы на архивных данных.

Если мы знаем средние квадратические ошибки экстраполяции (прогноза) входных гидрографов на несколько единиц времени ($\sigma_{01}, \sigma_{02}, \dots, \sigma_{0m}$), ординаты кривых добегаания и средние квадратические ошибки схемы в расчетном режиме (при использовании на период заблаговременности фактических расходов во входных створах), можно использовать неравенство

$$\sqrt{\sigma_{0, \delta}^2 + \sum_{i=1}^m k_i^2 \sum_{j=1}^{\delta} \sigma_{0j}^2 + r_i^2 \sigma_{0, i-1}^2} \leq 0,8\sigma_0 \quad (\delta = 1, 2, \dots, \delta_m) \quad (2.76)$$

где $\sigma_{0, \delta}$ — средняя квадратическая ошибка схемы в расчетном режиме; k_i — коэффициент стоковой приводин для i -го входа; r_{i-1} — ординаты кривых добегаания i -го входа; m — число входных створов.

Аналогично предыдущему находят наибольшее значение δ , для которого выполняется неравенство (2.76).

Если на период заблаговременности входные расходы воды полагаются равными расходам на дату выпуска прогноза (см. п. 2.4.2), можно пользоваться более простым выражением:

$$\sqrt{\sigma_{0, \delta}^2 + \sum_{i=1}^m k_i^2 \sum_{j=1}^{\delta} \sigma_{0j}^2 + \sigma_{0, \delta-1}^2} \leq 0,8 \sqrt{\sigma_{01}^2} \quad (\delta = 1, 2, \dots, \delta_m) \quad (2.77)$$

где $\sigma_{01}, \sigma_{02}, \dots, \sigma_{0m}$ — средняя квадратическая изменчивость за сутки расходов i -го входного створа и замыкающего створа соответственно.

Из соотношения (2.76) и (2.77) следует, что допустимая заблаговременность зависит не только от ошибок экстраполяции и формы кривых добегаания, но и от точности схемы в расчетном режиме.

Для расчета по соотношению (2.77) необходимо определить среднюю квадратическую изменчивость расходов входных и выходного створов за один сутки, а также ошибку расчета расходов воды замыкающего створа за δ_m единиц времени.

Следует учитывать, что из-за небольшой изменчивости расходов за небольшие интервалы времени (1—2 сут) относительные ошибки в первые-вторые сутки могут оказаться больше, чем для нескольких последующих суток. Опыт показывает, что оптимальной заблаговременностью в первом приближении является заблаговременность, заключенная в пределах $0,5\delta_m \leq \delta \leq \delta_m$, т. е. при $\delta < 0,5\delta_m$ прогнозы могут оказаться неэффективными. Конечно, точность прогноза сильно зависит от точности экстраполяции входных расходов на период заблаговременности, поэтому оценка, не учитывающая этого обстоятельства, является ориентировочной и после разработки метода прогноза должна быть уточнена по соотношению (2.75) — (2.77).

2.4.2. Задаваемые входных данных на период заблаговременности прогноза

Во всех рассмотренных в этой главе методах прогноза необходимо знать ход притока и расхода воды во входных створах на период заблаговременности прогноза. Чем больше заблаговременность тем при прочих равных условиях значительнее роль последующих условий. Приближенно удаленное влияние последующих условий можно оценить по сумме начальных ординат кривых добегаания (при их числе, равном заблаговременности).

В практике прогноза используют ряд приближенных способов определения будущего лотка. Выбор того или иного подхода должен основываться на физическом анализе особенностей формирования притока в каждом конкретном случае.

1. На период заблаговременности приток (боковой либо во входных створах) принимают равным притоку на дату выпуска прогноза. Этот прием целесообразно применять в период полноводья, если сумма начальных ординат кривых добегаания невелика.

2. Осуществляют линейную экстраполяцию входных расходов либо расходов бокового притока:

$$Q_{0, t+\delta} = Q_{0, t} + \delta(Q_{0, t} - Q_{0, t-1}) \quad (2.78)$$

где δ — заблаговременность прогноза, $Q_{0, t}$ — момент выпуска прогноза. Такой прием может давать ложные результаты только при плавных изменениях экстраполируемых расходов воды.

3. Устанавливают связь смежных приращений расхода воды по архивным данным:

$$\Delta Q_{t+1} = r \Delta Q_t + (1-r) \Delta \bar{Q}_t \quad (2.79)$$

где ΔQ_{t+1} и ΔQ_t — разность расходов воды за моменты времени $t+1$ и t , а также t и $t-1$; r — коэффициент корреляции разностей расходов, сдвинутых на единицу времени; $\Delta \bar{Q}_t$ — средняя разность.

Используя соотношение (2.79) для моментов времени $t_0 + 1$, $t_0 + 2$ и т. д., можно последовательно определять значения ΔQ на период заблаговременности и найти соответствующие расходы воды:

$$Q_{t_0 + \delta} = Q_{t_0 + \delta - 1} + \Delta Q_{t_0 + \delta} \quad (2.80)$$

Пример расчета на 3 сут вперед дан в табл. 2.17.

Таблица 2.17

Расчет притока с заблаговременностью 3 сут ($r=0.5$, $\Delta \bar{Q}=0$, дата выпуска прогноза 4 мая)

Дата	Данные Q_{t_0} , выходящие к моменту прогноза	$\Delta Q_{t_0 + \delta} = r \Delta Q_{t_0 + \delta - 1}$	Расчетный на период заблаговременности расход $Q_{t_0 + \delta}$
2	3	4	5
3/V	1150		
4/V	1230		
5/V		64.0	1294
6/V		51.2	1345
7/V		41.0	1386

Начальное значение ΔQ_{t_0} (80 м³/с) получено по двум фактическим расходам воды, а остальные (графа 3)—в результате последовательного решения уравнения (2.79). По этим приращениям и по уравнению (2.80) рассчитан расход воды на период заблаговременности.

Этот подход дает несколько лучшие результаты, чем дальнейшая экстраполяция. Однако он может быть успешно использован, если r достаточно большое ($r \geq 0.5 \dots 0.7$).

4. Ход притока за период заблаговременности устанавливаются по типовой кривой спада гидрографа. Типовую кривую спада находят по ежедневным расходам. Обычно ежедневные расходы воды в период спада выражают в долях максимального расхода $Q_{\max}$ и наносят на график с осями $Q/Q_{\max}$ и t . На один график наносят данные о кривых спада за ряд (20—30) лет. Затем проводят среднюю кривую, которую и принимают за типовую кривую спада в относительных величинах $Q/Q_{\max} = f(t)$. Такой подход возможен, когда кривые спада не зависят от максимального расхода. Если это условие не выполняется, типовую кривую спада находят отдельно для лет с большими, средними и малыми значениями $Q_{\max}$.

Для выражения кривой спада в аналитическом виде можно пользоваться следующими зависимостями:

$$Q_t = Q_{\max} \exp(-at^b), \quad (2.81)$$

$$Q_t = Q_{\max} / (1 + bt^2), \quad (2.82)$$

$$Q_t = Q_{\max} [1 - (t/t_{\max})^F], \quad (2.83)$$

где $t_{\max}$ — продолжительность спада; a , b , F , m — параметры зависимостей.

Обычно эти зависимости спрямляют каким-либо образом, строят графики в новых переменных и по ним находят параметры. Зависимость (2.81) спрямляют с помощью графика связи

$$\lg(Q/Q_{\max}) = f(\lg t). \quad (2.84)$$

Параметр b будет тангенсом угла наклона этой связи, а параметр $a = 0.435 \cdot 10^4$, где A — отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат.

Зависимость (2.82) спрямляют с помощью графика связи

$$\sqrt{Q/Q_{\max}} - 1 = f(t). \quad (2.85)$$

Параметр β равен тангенсу угла наклона этой прямой. Для спрямления зависимости (2.83) строят график связи

$$\lg(1 - \sqrt{Q/Q_{\max}}) = f(t/t_{\max}). \quad (2.86)$$

Тангенс угла наклона этой связи будет параметром m .

Установить, какой из рассмотренных типов связи лучше подходит в конкретном случае, можно только опытным путем. Выбирают ту зависимость, для которой спрямляющая связь наиболее тесная и близка к прямой. Следует иметь в виду, что при использовании зависимости (2.83) для прогноза необходимо предварительно каким-либо способом задать ожидаемую продолжительность спада. Чаще всего удается построить график связи $t_{\max} = f(Q_{\max})$, по которому и находят продолжительность спада в процессе выпуска прогноза.

Рассмотренные зависимости могут быть использованы при более или менее устойчивой форме кривых спада от года к году. Иногда не удается построить такие обобщенные кривые спада. Тогда для прогноза на несколько суток можно рекомендовать следующий простой прием. Полагаем, что на период заблаговременности (на спаде) расходы воды убывают по экспоненте с постоянным коэффициентом. Тогда для расчета в будущие моменты времени можно воспользоваться выражением

$$Q_{t_0 + \delta} = Q_{t_0} e^{\lambda \delta}, \quad (2.87)$$

где t_0 — момент выпуска прогноза, δ — заблаговременность.

Параметр λ этого уравнения приблизительно можно оценить по двум предшествующим прогнозам расходов воды $\lambda = Q_{t_0}/Q_{t_0-1}$.

Рассмотренные выше четыре способа задания входных данных на период заблаговременности не обладают высокой точностью и могут быть успешно применены только для прогноза небольшой заблаговременности, когда сумма начальных ординат кривых достигала мала. В каждом конкретном случае целесообразно испытывать несколько рассмотренных подходов и выбрать для прогноза лучший из них.

2.4.3. Учет начальных условий и корректировка прогноза

Эта задача возникает только при использовании идеальных методов трансформации, рассмотренных в п. 2.1 и 2.3. В этих случаях данные о расходах (уровнях) воды в замыкающем створе, поступившие к моменту выпуска прогноза, не используются, что может приводить к накождению ошибок прогноза. Для исключения возможного накопления ошибок к моменту выпуска прогноза в таких случаях необходимо учесть начальные условия, т. е. расходы (уровни) воды в замыкающем створе, поступившие к моменту выпуска прогноза.

В общем виде соотношения, учитывающие начальные условия, можно представить в виде

$$\hat{Q}_{t+\delta} = \hat{Q}_{t+\delta} + \Phi_t(Q, \delta), \quad (2.88)$$

где $\Phi_t(Q, \delta)$ — корректирующий оператор, позволяющий учесть фактические данные на выходе, поступившие к моменту выпуска прогноза; $Q_{t+\delta}$ — расход воды, полученный в результате прогноза по принятым добеганиям без учета начальных условий, т. е. по соотношениям (2.8), (2.31) либо (2.37); t_0 — момент выпуска прогноза; δ — заблаговременность прогноза; Q — фактический расход воды в замыкающем створе за некоторый период перед выпуском прогноза.

Рассмотрим в порядке усиления несколько подходов, позволяющих задать оператор $\Phi_t(Q, \delta)$.

1. Если параметр кривой добегания n равен единице,

$$\Phi_t(Q, \delta) = Q_{\delta} \exp(-\delta/\tau), \quad (2.89)$$

где τ — параметр кривой добегания; Q_{δ} — расход воды в замыкающем створе на дату выпуска прогноза.

Если параметр n близок к единице, но не равен ей, можно округлить n до единицы, пересчитав параметр τ по выражению $\tau^* = \tau n$. При этом ординаты кривой добегания, используемые при вычислении первого слагаемого соотношения (2.88), лучше считать по исходным значениям (без округления) параметров.

2. Если n по основному входу равно 2, корректирующий оператор можно записать в следующем виде:

$$\Phi_t(Q, \delta) = (\delta + 1) Q_{\delta} \exp(-\delta/\tau) - \delta Q_{\delta-1} \exp[-(\delta + 1)/\tau], \quad (2.90)$$

т. е. здесь используются два предшествующих выпуску прогноза расхода воды замыкающего створа (Q_{δ} и $Q_{\delta-1}$). В этом случае, как и в предыдущем, при прогнозе не нужно считать трансформацию за период, предшествующий прогнозу, поэтому получается очень простое выражение для прогноза, которое включает в себя входные расходы только за период заблаговременности прогноза:

$$\hat{Q}_{t+\delta} = \sum_{j=1}^{\delta} Q_{t+\delta-j+1} \omega_j + \Phi_t(Q, \delta), \quad (2.91)$$

т. е. при заблаговременности 1 сут необходимо вычислить только одно произведение (помножив вычисления $\Phi_t(Q, \delta)$), для 2 сут — сумму двух произведений и т. д.

Например, нужно выпустить прогноз с двухсуточной заблаговременностью для участка реки, для которого параметры кривой добегания n и τ соответственно равны 2 и 1. Ординаты кривой добегания, рассчитанные при этих параметрах по соотношению (2.15), равны 0,40; 0,29; 0,16 и т. д. Тогда можно записать выражение для прогноза:

$$\hat{Q}_{t+2} = 0,40 Q_{t+2} + 0,29 Q_{t+1} + 5 Q_{t_0} \exp(-2) - 2 Q_{t_0-1} \exp(-3) = 0,40 Q_{t+2} + 0,29 Q_{t+1} + 0,41 Q_{t_0} - 0,10 Q_{t_0-1},$$

где Q_{t_0} — расход воды во входном створе.

Так же как в предыдущем подходе, параметр n можно округлять до 2, но для пересчета τ в этом случае необходимо пользоваться отношением

$$\tau^* = \tau n/2.$$

Рассмотренные подходы достаточно просты, однако при наличии нескольких входов возникают затруднения. В этих случаях можно рекомендовать следующие приемы. Если один из входов вносит значительно больший вклад, чем остальные, можно пользоваться соотношением, аналогичным (2.90), с τ , соответствующим этому входному створу:

$$\Phi_t(Q, \delta) = (\delta + 1) \Delta Q_{\delta} \exp(-\delta/\tau) - \delta \Delta Q_{\delta-1} \exp[-(\delta + 1)/\tau], \quad (2.92)$$

где ΔQ_{δ} — расход воды в замыкающем створе за вычетом рассчитанных на этот момент времени расходов воды по всем входам, кроме выделенного для учета начальных условий.

Если расходы воды всех входных створов соизмеримы между собой, лучше получить средние для всех входов параметры n и τ и их использовать в соотношении (2.90).

3. Способ коррекции основан на учете ошибки расчета в день выпуска прогноза. По рассчитанному без коррекции расходу воды в день выпуска прогноза ($\hat{Q}_{\delta}$) и фактическому расходу в этот день (Q_{δ}) в выходном створе определяем ошибку $\Delta Q_{\delta} = Q_{\delta} - \hat{Q}_{\delta}$. Полагая, что эта ошибка обусловлена неточностью входного расхода, вес которого при расчете $\hat{Q}_{\delta}$ максимален. Естественно, что ни будет расход, отстоящий от даты выпуска прогноза (назад) на число единиц времени, равное номеру максимальной ординаты ($i_{\max}$). Тогда корректирующий оператор

$$\Phi_t(Q, \delta) = (\Delta Q_{\delta} / P_{i_{\max}}) P_{i_{\max} + \delta} \quad (2.93)$$

Номер максимальной ординаты можно определять непосредственно по графику кривой добегания либо при аналитическом задании кривой добегания по соотношению

$$i_{\max} = \text{int} [t(n-1) + 0,5], \quad (2.94)$$

где t и n — параметры кривой добегания, i — символ целой части, т. е. $i_{\text{целое}}$ полагается равным целой части выражения, стоящего в квадратных скобках.

Например, при $t=2, 3$ и $n=4$, $i_{\text{целое}}=7$, т. е. получим

$$Q_n(Q, 0) = (\Delta Q_n/p_i) p_i + \dots$$

На параметр n в этом подходе ограничений нет. При наличии нескольких входов можно поступать аналогично предыдущему. В этом случае можно также воспользоваться довольно простым приемом разделения выходного гидрографа на несколько, соответствующих каждому входу. Если допустить, что относительные ошибки расчета выходных гидрографов для каждого входа одинаковы, то фактический гидрограф в замыкающем створе можно разделить на m гидрографов по соотношению

$$Q_{n,i} = (Q_0/Q_m) Q_{n,i} \quad (i=1, 2, \dots, m), \quad (2.95)$$

где Q_0 , Q_m — фактический и рассчитанный расход воды в замыкающем створе в момент t ; $Q_{n,i}$ — рассчитываемый трансформированный расход, соответствующий i -му входу; $Q_{n,i}$ — условный фактический расход, соответствующий i -му входу. Используя полученные значения $Q_{n,i}$ и соответствующие каждому входу кривые добегания, можно ввести поправки для каждого входа независимо.

4. Прием, основанный на использовании кривых истечения русловых запасов. Сущность этого подхода заключается в том, что расход воды в замыкающем створе рассматривается состоящим как бы из двух частей. Одна часть расхода обуславливается объемом и распределением воды на участке в начальный момент времени (момент выпуска притока), другая определяется поступлением воды через верхний створ участка к с частному бассейну (для приточного участка) после момента выпуска притока. При допущении, что распределение расхода воды по длине участка описывается двукратной параболой с показателем степени, равным 0,8, получим ординаты кривых истечения для выходного и входного створов при различном времени добегания на участке (табл. 2.18, 2.19).

Ожидаемый расход в этом случае вычисляются по формуле

$$Q_{n,t+\delta} = \sum_{i=1}^k Q_{n,t+\delta-i+1} p_i + \sum_{j=1}^m Q_{n,t+\delta-i+1} p_{k,j} + p_{\text{ст.з.}} Q_{n,t} + p_{\text{ст.з.}} Q_{n,t} \quad (2.96)$$

где δ — заблаговременность прогноза; Q_n , Q_0 — расход воды во входном створе и боковой приток; p_i и $p_{k,j}$ — кривые добегания расходов воды во входных створях и бокового притока; $p_{\text{ст.з.}}$, $Q_{n,t}$ — ординаты кривых истечения расходов воды во входных створях и расходов в замыкающем створе, определяемые по табл. 2.18 и 2.19.

Таблица 2.18

Ординаты кривой истечения для входного створа

t сут	Время добегания на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,63	0,38	0,28	0,20	0,16	0,14	0,11	0,09	0,08	0,07
1	0,15	0,25	0,30	0,30	0,32	0,36	0,23	0,20	0,18	0,16
2	0,04	0,26	0,35	0,36	0,40	0,41	0,34	0,26	0,26	0,24
3	0,01	0,10	0,30	0,33	0,37	0,31	0,45	0,30	0,34	0,31
4	0,00	0,04	0,13	0,22	0,32	0,37	0,34	0,40	0,44	0,39
5			0,05	0,16	0,25	0,35	0,38	0,50	0,53	0,46
6				0,01	0,07	0,21	0,30	0,32	0,50	0,54
7					0,00	0,09	0,24	0,32	0,50	0,52
8						0,00	0,03	0,17	0,45	0,37
9							0,01	0,05	0,14	0,30
10								0,00	0,17	0,31
11									0,00	0,20
12									0,01	0,12
13										0,01
14										0,00
15										0,00
16										0,00
17										0,00

Таблица 2.19

Ординаты кривой истечения выходного створа

t сут	Время добегания на участке, сут									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,32	0,60	0,72	0,80	0,84	0,86	0,89	0,94	0,92	0,86
1	0,06	0,25	0,40	0,51	0,66	0,74	0,77	0,80	0,82	0,84
2	0,01	0,07	0,22	0,38	0,51	0,59	0,66	0,73	0,74	0,78
3	0,00	0,02	0,10	0,22	0,35	0,47	0,55	0,61	0,66	0,69
4			0,04	0,12	0,23	0,34	0,44	0,51	0,55	0,52
5				0,05	0,13	0,23	0,32	0,40	0,47	0,44
6					0,01	0,04	0,12	0,25	0,30	0,38
7						0,01	0,05	0,13	0,21	0,25
8							0,02	0,08	0,16	0,19
9								0,00	0,01	0,04
10									0,01	0,06
11										0,02
12										0,00
13										0,00
14										0,00
15										0,00
16										0,00
17										0,00

Если используется не один входной створ, то ordinаты кривой отношения умножают на суммы расходов воды во всех входных створах, т. е.

$$Q_{\alpha, i} = Q_{\alpha, 1, i} + Q_{\alpha, 2, i}$$

б. Подход, основанный на моделировании ошибок входных гидрографов (статистический алгоритм адаптации). В этом случае нет ограничений на число входов и параметры кривых добегаания. Корректирующий оператор, увязывающий фактические данные на выходе, имеет вид

$$\Phi_i(Q, \theta) = \sum_{j=1}^m k_{ij} \sum_{l=1}^{i-1} \eta_{il} + \theta - i + i P_{i, i} \quad (2.97)$$

где m — количество входных створов; k_{ij} — коэффициенты стоковой привязки для i -го входа; η_{il} — доля стока i -го входа по отношению к стоку в замыкающем створе; i — память i -й кривой добегаания; $P_{i, i}$ — ordinаты i -й кривой добегаания; η_i — ошибка на входе в соответствующий момент времени.

Обычно ошибки входных данных неизвестны, поэтому их приходится моделировать. Полагая, что ошибки подчиняются нормальному закону распределения с центром $\bar{\eta}$ и дисперсией D_{η} , которые необходимо оценить по фактическим данным к моменту выпуска прогноза. Для их определения строят алгоритм, основанный на поиске минимума ошибки расчета расходов воды в замыкающем створе непосредственно перед выпуском прогноза:

$$R(\bar{\eta}, D_{\eta}) = \sum_{i=1}^{i_p} \alpha_i \alpha_i^{-1} (Q_i - \bar{Q}_i)^2 \quad (2.98)$$

где i_p — период, за который учитываются ошибки расчета до момента выпуска прогноза (равен максимальному значению произведения it из всех входов); α_i — коэффициент, позволяющий придавать меньший вес ошибкам, полученным в моменты времени, отстоящие дальше от даты выпуска прогноза; Q_i — фактический расход воды в замыкающем створе перед выпуском прогноза; $\bar{Q}_i$ — расход воды, полученный по соотношению (2.98) с оператором Φ , рассчитанным по выражению (2.97). По параметрам $\bar{\eta}$ и D_{η} , соответствующим минимуму выражения (2.98), находят вектор θ , который используется для корректировки прогноза по соотношению (2.97).

Рассмотренный алгоритм очень трудоемок, поэтому расчеты необходимо вести на ЭВМ, используя, например, программу прил. 2.8. Начальный вектор θ с параметрами $\bar{\eta} = 0$ и $D_{\eta} = 1$ моделируют с помощью стандартных таблиц случайных функций. Для нахождения минимума выражения (2.98) используют метод оптимизации Роземброка.

Значения θ_i и α рассчитывают по соотношениям:

$$\theta_i = \left(k_{i, i_p - i + 1} \sum_{j=1}^m Q_{\alpha, j, i} \right) / \left(\sum_{j=1}^m k_{j, i_p - i + 1} \sum_{l=1}^{i-1} Q_{\alpha, l, i} \right) \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (2.99)$$

$$\alpha = \begin{cases} \delta N_{\max} & \text{при } \alpha < 1, \\ 1 & \text{при } \alpha \geq 1, \end{cases} \quad (2.100)$$

где $i_{\max}$ — целая часть произведения параметров трансформации (α), соответствующих тому входному створу, для которого оказалась максимальной величина α .

Процедуру оптимизации критерия (2.98) повторяют для 16 моделируемых векторов θ и из них выбирают тот вектор, для которого критерий окажется минимальным.

Дать однозначные рекомендации о выборе одного из предложенных алгоритмов корректировки довольно трудно. Если прогноз составляют с помощью ЭВМ, лучше пользоваться последним алгоритмом, практически не имеющим ограничений. При ручном составлении прогноза можно пользоваться остальными алгоритмами, причем необходимо пропустить проверочные прогнозы с использованием 2—3 подходов и выбрать лучший.

2.4.4. Примеры прогноза, основанного на использовании кривых добегаания

Основное внимание при подборе примеров обращалось на особенности использования начальных условий и способы экстраполяции входных данных на период заблаговременности.

Пример. 2.9. Прогноз расхода воды р. Усы в створе с. Адызя с учетом сосредоточенного притока.

Разработку метода будем вести для участка с. Петрунь — с. Адызя. Характеристика этого участка и способ определения коэффициентов стоковой привязки даны в примере 2.5. В соответствии с этим запишем выражение для расчета расходов воды в створе с. Адызя:

$$Q_{4, t+6} = 1,02 \sum_{j=1}^2 Q_{1, t+6-i+1, i} + 2,13 \sum_{j=1}^2 Q_{2, t+6-i+1, i} P_{1, i} + \Phi_4(Q, \theta), \quad (2.101)$$

где Q_1 — расход воды в створе с. Петрунь, Q_2 — сумма расходов в створах р. Косью — д. Косью и р. Кожим — д. Кожим; $P_{1, i}$ и $P_{2, i}$ — ordinаты кривых добегаания входных расходов Q_1 и Q_2 соответственно; $\Phi_4(Q, \theta)$ — корректирующий оператор, рассчитываемый по соотношению (2.97).

Для определения параметров θ и α кривых добегаания были выбраны расходы воды в период помоек за пять лет (1966, 1967, 1973, 1975, 1976) для всех используемых в расчете

створов. По соотношениям (2.18) и (2.19) были получены начальные значения параметров: $\mu_1=1,0$, $\tau_1=3,2$, $\mu_2=3,6$, $\tau_2=0,84$. С помощью программы прил. 2.1 эти значения были уточнены, и окончательные их значения оказались равными: $\mu_1=3,05$, $\tau_1=0,59$, $\mu_2=2,65$, $\tau_2=1,60$. При этих значениях параметров память критических добогания q_1 и q_2 можно ограничить 15 ординатами. Зная эти параметры, по соотношению (2.15) рассчитываем ординаты кривых добогания p_1 и p_2 . Таким образом, мы получили все данные, необходимые для расчета по соотношению (2.101).

Необходимо также задать способ экстраполяции расходов воды во входных створах Q_1 и Q_2 на период заблаговременности. Для обоих входных створов расход экстраполировали следующим образом: на подъем использовали линейную экстраполяцию (2.78), на спад — кривую спада (2.87) с переменным коэффициентом, определяемым по двум смежным расходам воды. Окончательно для прогноза использовали следующее выражение:

$$Q_{k+s} = \sum_{i=1}^5 (1,02\bar{q}_{1,i} \cdot q_{k+s-j-1} p_{1,i} + 2,13\bar{q}_{2,i} \cdot q_{k+s-j-1} p_{2,i}) + \\ + \sum_{i=1}^5 (1,02\bar{q}_{1,i} \cdot q_{k+s-j-1} p_{1,i} + 2,13\bar{q}_{2,i} \cdot q_{k+s-j-1} p_{2,i}) + \\ + \sum_{i=1}^5 q_{k+s-j-1} (1,02\bar{q}_{1,i} p_{1,i} + 2,13\bar{q}_{2,i} p_{2,i}), \quad (2.102)$$

где Q_1 , Q_2 — расходы воды, полученные в результате экстраполяции; $\bar{q}_i$ и $\bar{m}_i$ — параметры статистического алгоритма адаптации, определяемые автоматическим.

Из соотношения (2.102) следует, что для прогноза на 5 сут необходимо иметь фактический расход воды за (15—6) сут до выпуска прогноза в створах с. Петрунь, д. Косью, д. Кожки и за 4 сут в замыкающем створе. Проверим прогностические ежедневные расходы воды в период несения половодья за шесть лет показав, что эта методика может быть использована с заблаговременностью до 3 сут. Оценка эффективности ($\bar{q}/q_k$) за этот период для заблаговременности до 3 сут составляет соответственно 0,42; 0,64 и 0,81 при средней квадратической ошибке (s) 250, 585 и 952 м³/с. Быстрый рост ошибки с увеличением заблаговременности связан в основном с низкой точностью экстраполяции расхода воды во входных створах. Об этом свидетельствует то, что средняя квадратическая ошибка расчета (во входных створах задают фактические расходы воды на период заблаговременности) для той же заблаговременности равна 226, 384 и 480 м³/с.

Пример 2.10. Прогноз расхода воды р. Онеги в створе д. Зымяно с учетом распределенного бокового притока.

Входным створом может быть д. Надпорожский Погост, расположенный на 182 км выше д. Зымяно. Характеристика этого

участка и кривая добогания бокового притока даны в примере 2.6 (см. табл. 2.15).

Ежедневный расход бокового притока вычислен с помощью среднего арифметического модуля расхода по трем малым рекам: р. Волошка — д. Заволжье ($F_1=680$ км²); р. Кена — д. Короний Двор ($F_2=5550$ км²); р. Можга — д. Мышелово ($F_3=8110$ км²), т. е.

$$Q_{b,i} = \frac{28100}{3} \left(\frac{Q_{1,i}}{680} + \frac{Q_{2,i}}{5550} + \frac{Q_{3,i}}{8110} \right) = 14,9Q_{1,i} + \\ + 1,69Q_{2,i} + 1,16Q_{3,i}$$

Здесь 28100 км² соответствует промежуточной площади водосбора между входным и выходным створами участка. Анализ показал, что расход бокового притока в течение половодья очень изменчив, причем спад может быть кривая довольно существенными подъемами. Это обстоятельство усложняет экстраполяцию бокового притока на период заблаговременности, поэтому заблаговременность была уменьшена до 2 сут, хотя время добогания на участке равно 3 сут.

Для учета начальных условий используем подходом, описанным на кривых истощения (п. 2.4.3). Для участка реки с $\tau=-3$ сут при заблаговременности прогноза 2 сут, согласно данным табл. 2.18 и 2.19, ординаты кривых истощения для входного и выходного створов соответственно равны 0,55 и 0,22, т. е. оператор Q_k ($Q, 0$) можно записать так:

$$Q_k(Q, 2) = 0,55Q_{k,i} + 0,22Q_{k,i}$$

где $Q_{k,i}$ и $Q_{k,i}$ — расход воды во входном и выходном (д. Зымяно) створах в момент выпуска прогноза Q_k .

Первые три ординаты кривой добогания для входного створа оказались равными 0,6; 0,84 и 0,19, а ординаты кривой добогания бокового притока (см. табл. 2.15) — 0,20; 0,29 и 0,25. Учитывая это, можно записать выражение для расчета расходов воды в д. Зымяно:

$$Q_{k+2} = (0,19Q_{k,i} + 0,04Q_{k,i} + 1) + (0,25Q_{k,i} + 0,29Q_{k,i} + 1 + \\ + 0,20Q_{k,i} + 1) + 0,55Q_{k,i} + 0,22Q_{k,i} \quad (2.103)$$

Для использования этого выражения при выпуске прогноза сделаны следующие допущения о ходе расхода воды во входном створе и бокового притока на период заблаговременности:

1. Расход воды во входном створе (д. Надпорожский Погост) сохраняется постоянным, равным расходу в день выпуска прогноза, на последующие 2 сут, т. е. $Q_{k,i+1} = Q_{k,i} + 1 = Q_{k,i}$.

2. За каждые сутки на фазе подъема половодья боковой приток возрастает на 400 м³/с. В этом случае выражение (2.103) для прогноза на подъем половодья можно записать в виде

$$Q_{k+2} = 0,78Q_{k,i} + 0,22Q_{k,i} + 0,74Q_{k,i} + 276. \quad (2.104)$$

3. В первой половине спада половодья (от $Q_{0, \text{ч.п.}}^{\text{ч.п.}}$ до $0,5Q_{0, \text{ч.п.}}^{\text{ч.п.}}$) изменение бокового притока описывается кривой спада $Q_{0, i+1} = Q_{0, i} - 0,9Q_{0, i}$, т. е. $Q_{0, i+1} = 0,9 Q_{0, i}$ и $Q_{0, i+1} = 0,81 \times Q_{0, i}$ и выражение (2.103) принимает вид

$$Q_{0, i+2} = 0,78Q_{0, i} + 0,22Q_{0, i-1} + 0,67Q_{0, i-2} \quad (2.105)$$

4. Во второй половине спада (после наступления $0,5Q_{0, \text{ч.п.}}^{\text{ч.п.}}$) за каждые сутки боковой приток уменьшается на $80 \text{ м}^3/\text{с}$. Тогда соотношение (2.103) можно записать в виде

$$Q_{0, i+2} = 0,78Q_{0, i} + 0,22Q_{0, i-1} + 0,74Q_{0, i-2} - 55. \quad (2.106)$$

Таким образом, для прогноза с заблаговременностью 2 сут на подтеме половодья используется соотношение (2.104), а на спаде — (2.105) и (2.106). Эффективность методики за период весеннего половодья, получаемая по данным за три года (118 случаев), характеризуется величиной $s/Q_0 = 0,32$ как на подтеме, так и на спаде половодья.

Пример 2.11. Прогноз уровня воды р. Онон в створе р. Чиндэт 1-й.

Будем рассматривать участок с. Бытэе—с. Чиндэт 1-й протяженностью 226 км. На участке впадает одна сравнительно крупная притока, площадь водосбора которого составляет около 30 % промежуточной площади. Для разработки метода прогноза воспользуемся линейной моделью трансформации с сосредоточенным притоком (2.9). В качестве входных створов будем использовать с. Бытэе на р. Онон и с. Иля на притоке Иля, для которых имеются данные о расходах воды. В замыкающем створе (с. Чиндэт 1-й) измеряется только уровень воды. Коэффициенты стоковой проводимости входных створов полагаем равными единице, так как приток на участке слабый, а расход воды в нижнем створе отсутствует.

Для определения параметра кривых добегания используем программу (прил. 2.1) для случая, когда с выходным створом задан уровень воды. Так как на этом участке р. Онон имеется извилистая пойма, полагаем, что при выходе воды на пойму (в среднем при расходе в створе с. Бытэе, равном $1000 \text{ м}^3/\text{с}$) может меняться параметр кривой добегания t_d при неизменном L . Расчеты будем вести только в период прохождения дождей паводков. Для определения параметра кривых добегания и условий кривой расходов в замыкающем створе были подготовлены данные за пяти характерных годов. Отметка для H_0 в замыкающем створе, используемая в выражении (2.21) для кривой расходов, принята равной 230 см.

В результате оптимизации с использованием указанной программы были получены значения параметров трансформации и коэффициентов уравнения кривой расходов, приведенные в табл. 2.20.

Таблица 2.20

Значения оптимальных параметров

Параметр	1-й вход р. Онон — с. Бытэе	2-й вход р. Иля — с. Иля	Замыкающий створ р. Онон — с. Чиндэт 1-й
α	4,6	9,0	—
τ	0,38	0,80	—
τ_d	1,09	—	—
δ	—	—	0,0038
			2,14

Используя эти параметры, можно рассчитать ежедневные уровни воды в створе с. Чиндэт 1-й по заданным расходам воды в створах с. Бытэе и с. Иля. Для выпуска прогноза необходимо задать способ экстраполяции расходов воды на выходных створах на период заблаговременности. Для обоих входных створов экстраполяцию осуществляли следующим образом: на подтеме паводка расход воды увеличивали ежедневно на величину, равную приращению расхода воды на предшествующие выпуску прогноза сутки; на спаде — по кривой спада с постоянным коэффициентом, равным для створа с. Бытэе $\beta_1 = 0,87$, для створа с. Иля $\beta_2 = 0,75$:

$$\tilde{Q}_{i, i+1} = Q_{i, i+1} (Q_{i, i} - Q_{i, i-1}) \text{ при } Q_{i, i} - Q_{i, i-1} \geq 0,$$

$$\tilde{Q}_{i, i+1} = \beta_i Q_{i, i} \text{ при } Q_{i, i} - Q_{i, i-1} < 0 \quad (i = 1, 2). \quad (2.107)$$

здесь индекс $i = 1$ соответствует входному створу с. Бытэе, а $i = 2$ — створу с. Иля.

Начальные условия при выпуске прогноза вводили аналогично примеру 2.9, только вместо фактических расходов в замыкающем створе использовали уровни воды.

Объединяя соотношения (2.107), (2.21), (2.88), можно получить окончательное выражение для прогноза:

$$H_{i, i+1} = 230 + \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{1/\alpha} Q_{0, i+1}^{1/\alpha} = 230 + 14,44 Q_{0, i+1}^{0,87} \quad (2.108)$$

где

$$Q_{0, i+1} = \sum_{j=1}^n (\tilde{Q}_{1, i+1-j+1} \beta_1^{j-1} + \tilde{Q}_{2, i+1-j+1} \beta_2^{j-1}) + \sum_{j=1}^n (Q_{1, i+1-j+1} \beta_1^{j-1} + Q_{2, i+1-j+1} \beta_2^{j-1}) + \Phi_0(H, \delta),$$

где Q_1 и Q_2 — фактический расход воды в створах с. Бытэе и с. Иля соответственно; β_1 и β_2 — ординаты кривых добегания для тех же створов; $\tilde{Q}_1$ и $\tilde{Q}_2$ — расходы воды в створах с. Бытэе и с. Иля, полученные в результате экстраполяции по соотношению

(2.107); $\Phi_{\Sigma}(H, \delta)$ — корректирующий оператор, вычисляемый по выражению (2.97).

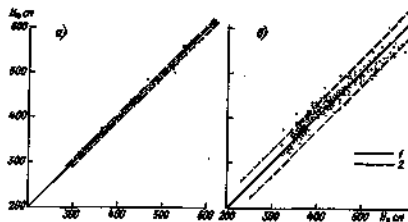


Рис. 2.14. Связь фактических (H_0) и прогностных (H_n) уровней воды для р. Ошон — с. Чиндат 1-й.

а) заблаговременность 1 сут, б) заблаговременность 4 сут; 1 — линия регрессии значений, 2 — пределы допустимых ошибок (0,674 σ_{δ}).

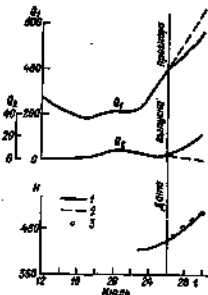


Рис. 2.15. Пример прогноза, составленного 26/VII 1971 г. для р. Ошон — с. Чиндат 1-й.

1 — фактические расходы в уровне воды; 2 — экстраполированные расходы; 3 — уровень, ожидаемый по прогнозу.

Эта методика позволяет выпускать прогноз ежедневных уровней воды с заблаговременностью до 4 сут. Проверочные прогнозы по 16 годам за период открытого русла показали, что отношение σ/σ_0 не превышает 0,4 для любой указанной заблаговременности

при значениях δ для заблаговременности 1—4 сут, равных 5, 8, 12 и 18 см соответственно.

Как видно на рис. 2.14, связь фактического и прогнозного уровней воды (для примера даны данные для заблаговременностей 1 и 4 сут) достаточно тесная. Ошибки подавляющего числа прогнозов не выходят за рамки допустимых (0,674 σ_0). Следует подчеркнуть, что большую роль в повышении точности прогноза (особенно для заблаговременности 1 сут) играет текущая корректировка. Без корректировки средняя квадратическая ошибка заметно выше и для заблаговременности 1—4 сут равна 14, 14, 15 и 19 см соответственно.

Для выпуска прогноза в какой-либо момент времени необходимо знать расход воды в створе с. Бытан и с. Иля за 15 сут до выпуска прогноза, а также уровень воды в с. Чиндат 1-й за 4 сут. предстоящих выпуску прогноза. На рис. 2.15 показан пример прогноза с заблаговременностью 1—4 сут, составленного 26/VII 1971 г. Для наглядности на рис. 2.15 также показаны фактические расходы и уровень воды на период заблаговременности, не использованные в расчетах.

Глава 3. Использование уравнений Сен-Венана для расчета (прогноза) расходов и уровней воды на зарегулированных участках рек

Для крупных зарегулированных рек с большой изменчивостью режима регулирования стока упрощенные методы расчета неустойчивого движения воды могут оказаться неэффективными, особенно если створы, для которых разрабатывается методика прогноза, находятся в зоне переменного подпора. В таких случаях целесообразно использовать уравнения Сен-Венана. Однако необходимым условием для использования такого подхода является наличие ЭВМ и необходимого минимума данных наблюдений о расходах и уровнях воды.

Процесс разработки методики в этом случае можно разбить на два этапа:

- 1) построение разностных аналогов уравнений (1) — (4) и задание соответствующих начальных и граничных условий при численном интегрировании;
- 2) задание морфометрических (площадь поперечного сечения, ширина) и гидравлических (модуль расхода, коэффициент шероховатости) характеристик русла.

3.1. Численное интегрирование уравнений Сен-Венана

Область решения задачи по длине реки x и времени t заменяем сеточной областью с шагами Δx и Δt (рис. 3.1), а производные — разностными отношениями. Подставив разностные отношения в дифференциальные уравнения (1)–(2), получим разностные

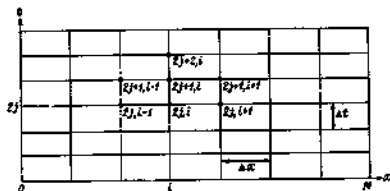


Рис. 3.1. Прямоугольная сеточная область.

алгебраические уравнения. Записав их для каждой точки сетки (i, j) , будем иметь систему алгебраических уравнений. Для решения этой системы используют хорошо разработанные методы, позволяющие найти значения искомого функцией (Q, H) в узлах разностной сетки в каждый момент времени t .

Существует множество различных способов записи разностных соотношений, которым соответствуют различные разностные схемы интегрирования уравнений (1)–(2). Подавляющее большинство их получено на прямоугольных разностных сетках (см. рис. 3.1). Основными отличительными признаками разностных схем являются условия устойчивости и точность аппроксимации. Точность аппроксимации схемы оценивают относительно шагов разностной сетки $(\Delta t$ и $\Delta x)$. Если остаточные члены разностных соотношений пропорциональны первой степени какого-либо из шагов сетки, говорят, что схема первого порядка точности; если пропорциональны второй степени шагов Δt либо Δx — второго порядка и т. д.

Условия устойчивости приближительно различны для явных и неявных схем. Для всех явных схем, когда разностные уравнения для каждой точки сетки решаются независимо от соответствующих уравнений для других точек, решение будет устойчивым только при соблюдении следующего соотношения между шагами сетки:

$$c \Delta t / \Delta x \leq 1, \quad (3.1)$$

где $c = u + \sqrt{gh}$ — скорость перемещения волны (u — скорость течения, h — средняя глубина потока).

Обычно, исходя из степени изменчивости характеристик русла и крайних явных уровней воды по длине, выбирают шаг Δx , а Δt находят из соотношения (3.1) при максимально возможном для данной реки значении c . Это условие является существенным ограничением явных схем, так как шаг по времени приходится выбирать значительно меньше, чем того требует точность описания неустойчившегося режима. Обычно Δt приходится выбирать равным нескольким минутам, что экономически с точки зрения изменения уровней и расходов воды даже при полусухих ГЭС.

Такого ограничения лишены неявные схемы, когда для получения значений искомого функций в любой точке сетки необходимо решить систему разностных уравнений, объединяющих все точки сетки. Система разностных уравнений нелинейна, и приходится прибегать к итерационным методам либо к ее линеаризации, что снижает эффективность явных методов. Следует отметить, что в некоторых неявных схемах может возникнуть неустойчивость, если не выполнено условие

$$\Delta t \leq \frac{\epsilon}{g} \sqrt{\frac{h}{l_y}}. \quad (3.2)$$

Это условие часто оказывается более жестким, чем критерий (3.1). Поэтому для некоторых неявных схем приходится выбирать такие же шаги Δt , как и для явных.

Из сказанного следует, что трудно выбрать какую-либо одну разностную схему, превосходящую остальные во всех отношениях. В связи с этим для практического использования в гидрологических прогнозах можно рекомендовать такие схемы, для которых имеются программные средства, включенные в отраслевой фонд алгоритмов и программ (ОФАП), и которые были использованы для краткосрочных прогнозов. К таким схемам можно отнести схему Лакаса—Вендрофа, реализованную в методиках прогноза расходов и уровней воды для рек Волги и Иртыша и являющуюся соответствующими программные документы в ОФАП (прил. 2.3). В этой схеме использованы следующие разностные соотношения (см. рис. 3.1):

— для нечетных шагов по времени

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{g(2j+1, i) - \frac{1}{2} [g(2j, i+1) - g(2j, i-1)]}{\Delta t}, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{g(2j, i+1) - g(2j, i-1)}{2 \Delta x}; \quad (3.4)$$

— для четных шагов по времени

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{g(2j+2, i) - g(2j, i)}{2 \Delta t},$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{g(2j+1, i+1) - g(2j+1, i-1)}{2 \Delta x}, \quad (3.5)$$

где i, j — номера точек сетки по осям x и t соответственно; y — условное обозначение искомым функций (H, Q). Эта схема имеет первый порядок точности по времени и второй — по расстоянию. Для обеспечения устойчивости необходимо выполнить неравенства (3.1) и (3.2).

Другим важным моментом при численном интегрировании уравнений Сен-Венана является задание начальных и граничных условий. Из свойств системы (1) — (2) следует, что для единственности ее решения необходимо задать две функции в начальный момент времени (начальные значения) и по одному граничному условию во входном и выходном стоках. Обычно задают расходы в уровни воды по длине рассматриваемого участка в начальный момент времени:

$$H(0, t) = H_0(t)_{t=0}, \quad Q(0, t) = Q_0(t)_{t=0} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, M), \quad (3.6)$$

где $H_0(t)$ и $Q_0(t)$ — измеряемые уровни и расходы воды по длине русла.

Шаг интегрирования по длине обычно значительно меньше (1—10 км), чем расстояние, через которые измеряют уровни и расходы воды. Поэтому для получения значений H_0 и Q_0 во всех точках сетки в начальный момент времени их интерполируют в узлы разностной сетки. Измерений расходов воды может быть недостаточно даже для приближенной интерполяции. В этом случае расходы воды в начальный момент времени можно определить по формуле Шези, используя полученные значения уровней $H(0, t)$.

На верхней границе ($i=0$) задают гидрограф либо ход уровней воды; нижнюю границу ($i=M$) выбирают обычно достаточно далеко от источника возмущения, чтобы процесс распространения попуска (заводка) практически закончился. Тогда в качестве нижней границы можно использовать однозначную кривую расходов:

$$Q(j, M) = f[H(j, M)]. \quad (3.7)$$

Таким образом, решая разностные уравнения одновременно с условиями (3.6) и (3.7) последовательно для каждого момента времени j , будем получать ход расходов и уровней воды в каждой i -й точке рассматриваемого участка. Заблаговременность прогноза увеличивается с нижней границей и для любого стока приближенно может быть оценена по соотношению

$$\delta \approx 0,125 \Delta x / v, \quad (3.8)$$

где δ — заблаговременность в часах при Δx в км, а v в м/с.

Из этого соотношения следует, что при скорости течения 1—2 м/с лишь на расстоянии 130—250 км от верхней границы может быть достигнута суточная заблаговременность, т. е. любые изменения режима во входном стоке не будут сказываться в течение суток на этом расстоянии. Практически прогнозы дают с заблаговременностью несколько больше указанной, так как обычно используют различные способы экстраполяции расходов (уровней) воды во входном стоке.

3.2. Задание морфометрических и гидравлических характеристики русла

Для решения уравнений (1) — (2) необходимо задать функции $\omega(H, x)$ и $K(H, x)$. По данным фактических измерений их можно определять только для небольшого числа створов (K можно разделить только для створов, в которых измеряют расходы воды). В остальных точках разностной сетки значения ω и K интерполируют. Многочисленные расчеты показали, что при таком задании морфометрических и гидравлических характеристик точность расчетов неустойчиво снижается для реальных рек оказывается недостаточной. В связи с этим приходится корректировать эти характеристики путем визуального сопоставления фактических и рассчитанных гидрографов. Такой подход чрезвычайно трудоемок и требует большого навыка.

Рассмотрим более формализованный подход, основанный на решении обратной задачи. Так как для детального изложения этого подхода необходимо привести ряд результатов математического анализа и вычислительной математики, выходящих за рамки настоящего Руководства, остановимся лишь на его основных принципиальных положениях. Более подробное и систематическое описание этого способа можно найти в работах [3, 4].

Будем допускать, что измерения уровней воды достаточно хорошо освещают их распределение по длине, а расходы воды измеряются только во входном и выходном стоках. Вместо модуля расхода удобнее носить коэффициент шероховатости n в формуле Шези—Манинга. Функции $\omega(H, x)$ и $n^2(H, x)$ представляют в виде разложений по полиномам Чебышева:

$$\omega(H, x) = \sum_{s=0}^N D_s(x) \psi_s(H), \quad (3.9)$$

$$n^2(H, x) = \sum_{s=0}^d P_s(x) \psi_s(H), \quad (3.10)$$

где $D_s(x)$, $P_s(x)$ — некоторые коэффициенты разложения, $\psi_s(H)$ — полиномы Чебышева s -го порядка.

Соотношения (3.9) и (3.10) подставляют в интегральные уравнения, полученные путем интегрирования дифференциальных уравнений (1) и (2) без итерационных членов. Коэффициенты разложения $D_s(x)$ и $P_s(x)$ находят для N створов, в которых измеряют уровни воды. После замены интегралов суммами получают для систем линейных алгебраических уравнений, соответствующих уравнениям (2) и (1), записанным для M моментов времени:

$$WD = \Omega, \quad (3.11)$$

$$\Phi P = V, \quad (3.12)$$

где D и P — векторы искомых коэффициентов разложения функций $B = \partial \omega / \partial H$ и n^2 длиной nN и $(d+1)N$ соответственно; Ω и V —

векторы правых частей интегральных уравнений, полученных интегрированием уравнений (2) и (1) соответственно, длиной M ; W и Φ — матрицы порядка $M \times mN$ и $M \times (d+1)N$ соответственно, заключающие подпункты Чебышева в соответствии с интегральными представлениями уравнений (2) и (1). Элементы матриц W и Φ , а также векторы Ω и V вычисляются по фактически данным измерениям об уровнях и расходах воды в выбранные моменты времени. Число моментов времени должно быть не меньше числа исходных коэффициентов разложения D и P . Вначале решают систему (3.11), а затем (3.12), так как при задании матрицы Φ используют коэффициенты разложения D . Если расходы воды заданы во всех сечениях, в которых измеряют уровни, системы (3.11) и (3.12) могут быть решены независимо.

Для перехода от ширины русла B к площади поперечного сечения необходимо определить коэффициенты разложения $D_0(x)$. Для этого используют данные об отметках дна русла реки $H_0(x)$:

$$D_0(x) = \frac{1}{2} [H_{\text{нм}}(x) - H_0(x)] \sum_{i=1}^m D_i(x) \frac{d\psi_i(H_{\text{нм}})}{dH} - \sum_{i=1}^m D_i(x) \psi_i(H_{\text{нм}}). \quad (3.13)$$

где $H_{\text{нм}}(x)$ — минимальные наблюдаемые уровни воды; $D_i(x)$ — коэффициенты разложения, полученные в результате решения системы (3.11).

Это соотношение получено в предположении, что форма русла ниже отметки $H_{\text{нм}}(x)$ хорошо аппроксимируется параболой.

Если участок реки достаточно протяженный, а характеристика русла сильно меняется по длине, число коэффициентов разложения может оказаться большим и решение систем (3.11) и (3.12) будут неустойчивыми, т. е. могут получиться физически нереальные результаты, например $\omega(x, H) < 0$ либо $\lambda(x, H) < 0$.

Для получения устойчивых решений используют регуляризующий алгоритм А. Н. Тихонова, позволяющий найти приближенное решение, стремящееся к точному при стремлении ошибки исходных данных к нулю. В этом случае вместо систем (3.11) и (3.12) решают системы

$$(W^*W + \alpha C)D = W^*\Omega, \quad (3.14)$$

$$(\Phi^*\Phi + \alpha C)P = \Phi^*V, \quad (3.15)$$

где W^* и Φ^* — транспонированные матрицы; C — трехдиагональная квадратная матрица порядка mN , зависящая от расстояний между пунктами измерения уровней воды; α — параметр регуляризации.

Из приведенных соотношений следует, что при $\alpha=0$ получим исходные системы уравнений (3.11) и (3.12). Чем больше ошибки исходных данных и чем хуже рассматриваемая модель описывает

реальный процесс, тем больше будет α и тем более сглаженное решение мы получим. Поэтому необходимо выбрать оптимальное значение этого параметра $\alpha_{\text{опт}}$. В рассматриваемом алгоритме для этого используют неравенство

$$\alpha_0 < \alpha < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3. \quad (3.16)$$

где α_0 — локальный максимум функции $\phi(\alpha)$; α_1, α_2 — локальные минимумы функций $s(\alpha)$, $\phi(\alpha)$; α_3 — минимум последовательности чисел обусловленности матриц $(W^*W + \alpha C)$ при различных значениях α . Эти функции находят по следующим соотношениям:

$$\phi(\alpha) = \sum_{i=1}^m [W_i \alpha D] / \alpha - (WD - \Omega)^T \sum_{i=1}^m (WD - \Omega)^T, \quad (3.17)$$

$$s(\alpha) = \sum_{i=1}^m [D(\alpha_{i+1}) - D(\alpha_i)]^T, \quad (3.18)$$

$$\phi(\alpha) = \sum_{i=1}^m (\alpha D / \alpha)^T. \quad (3.19)$$

Здесь приведены функции для системы (3.14). Для системы (3.15) их получают аналогично.

Поведение функций $\phi(\alpha)$, $s(\alpha)$, $\phi(\alpha)$ прежде всего зависит от частоты измерения уровней воды по длине и по времени. Чем меньше выражены неустойчивости расчим, тем больший интервал дискретности (порядка нескольких суток) по времени можно выбирать. При больших перепадах уровней воды между сечениями, ограничивающими рассматриваемый участок, лучше пользоваться не уровнями воды, а значениями глубины.

При выборе оптимальной степени полиномов для функции $F(x, H)$ используют уравнение баланса на участке:

$$Q_0(j, M) = Q(j, 0) - \sum_{i=1}^m \frac{\partial}{\partial x} \left[\sum_{i=0}^m D_i(x) \psi_i(H) \right] (x_{i+1} - x_i). \quad (3.20)$$

Выбирают значение $M_{\text{опт}}$, которому соответствует минимальное отклонение расходов воды в выходном сечении ($Q_0(j, M)$), рассчитанных по соотношению (3.20) при различных значениях M , от фактических. Функция $\lambda(H, x)$ значительно меньше чувствительна к изменению степени полинома d , поэтому значение $d_{\text{опт}}$ можно принимать равным 1 либо 2.

Рассмотренный алгоритм определения функций $\omega(H, x)$ и $\lambda(H, x)$ реализован в виде пакета программ для ЭВМ и включен в ОФАН. Краткое описание программ дано в прил. 2.2.

Пример 3.1. Расчет (прогноз) расходов и уровней воды в разветвленной системе русел Нижней Волги с использованием одномерной модели неустойчивого движения воды.

Рассмотрим участок р. Волги ниже Волжской ГЭС им. XII съезда КПСС. Из-за полоухов ГЭС и заезда в эксплуатацию в 3 км ниже вершины Дельты волжского водохозяйства

Условия естественного распределения воды между восточной и западной частями дельты существенно нарушаются. Практически все модели с сосредоточенными параметрами, использующиеся для расчетов неустановившегося движения воды, не в состоянии учесть влияние кратковременного переменного подпора, возникающего выше вершины дельты в период работы водохранилища.

На рис. 3.2 представлена принятая схематизация рассматриваемой системы с одним входом, одной вершиной и двумя выходами.

Для разработки численного метода прогноза водного режима воспользуемся программным обеспечением (прил. 2.2 и 2.3), разработанным в соответствии с изложенным в этой главе алгоритмом. При этом необходимо последовательно решить три задачи.

1. Определение морфометрических характеристик русла для каждого участка. В соответствии с компонентом MORSIN программного комплекса (прил. 2.2) необходимо подготовить следующие исходные данные:

- ежедневные уровни воды в период открытого русла: для десяти постов 2-го расчетного участка; для четырех постов 1-го расчетного участка и для трех постов 3-го расчетного участка;
- ежедневные расходы воды в период открытого русла для Волжской ГЭС им. XXIII съезда КПСС и Верхнелебязьского, для оси водохранилища, Астрахани, Савоуника и Красного Яра (информацию выбирают за годы с наибольшей амплитудой колебания уровней и расходов воды на всех участках и лучшей освещенностью данными измерений. Расчеты ведут для каждого участка независимо, поэтому для каждого из них могут быть использованы данные за различные годы. В частности, в данном случае для 2-го участка использованы данные за 1970 г., а для двух других — за 1974 г. Расходы воды для Астрахани и Красного Яра восстановлены по крутым расходам воды, построенным за другие годы);
- отметки дна для всех постов по данным трех расчетных участков;
- расстояние от входных створов до всех постов.

После этого задаем ряд степеней полиномов, аппроксимирующих функцию $\omega(H, x)$, и для каждой створки определяем коэффициенты разложения и отклонение рассчитанных от соотношений (3.20) расходов воды в выходном створе от фактических. Окончательно выбираем ту степень полинома ($m_{\text{опт}}$), для которой это отклонение минимально. Для рассматриваемых трех участков $m_{\text{опт}}$ соответственно равно 4, 6, 4.

Полученные при этих значениях $m_{\text{опт}}$ коэффициенты разложения используем для расчета ширины и площади поперечного сечения русла на постах в зависимости от глубины либо от уровня воды.

2. Определение гидравлических характеристик русла. В этом случае используем компонент программы HYDRSIN (прил. 2.2). Помимо исходных данных, перечисленных при определении морфометрических характеристик русла, здесь используем коэффициенты разложения этих характеристик, полученные при $m_{\text{опт}}$.

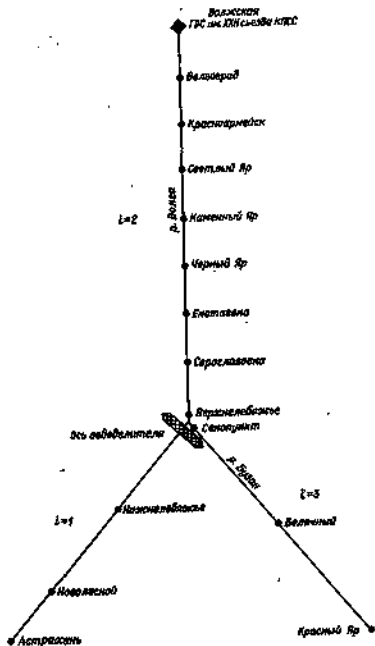


Рис. 3.2. Принятая схема типизации системы рассматриваемых расчетных русел Нижней Волги.

Как отмечалось в п. 3.2, коэффициенты разложения гидравлических характеристик русла можно определить только при одной степени полинома (d_{max}). Для всех рассматриваемых участков $d_{\text{max}}=2$.

В результате расчета на ЭВМ получаем коэффициенты разложения функции $h^2(H, x)$, по которым определяем коэффициенты шероховатости и модули расходов воды в створах постов для заданного диапазона изменения уровня воды.

3. Прогноз расходов и уровней воды по данным участков по заданному графику расходов воды в створе ГЭС. Расчеты ведем по программе (прил. 2.3). Большая часть исходных данных не меняется от прогноза к прогнозу. Сюда можно отнести:

- вычисленные ранее функции $B(H, x)$, $\omega(H, x)$, $k(H, x)$ для всех постов (эти характеристики задают в виде таблиц с постоянным шагом по уровню воды, равным 0,5 м);
- кривые расходов воды для створов Астрахань и Красный Яр;

- нули графиков всех постов;
- расстояния от входных створов каждого участка до поста, в котором задаем характеристики русла;
- шаги интегрирования по времени Δt и по расстоянию Δx (шаги интегрирования по расстоянию должны быть равны величине $L_i/(N_i-1)$, где L_i — длина i -го расчетного участка, м; N_i — число узлов конечно-разностной сетки на i -м участке). В нашем случае $\Delta t=180$ с; $\Delta x_1=3633,23$ м; $\Delta x_2=5600$ м; $\Delta x_3=4650$ м.

- При каждом выпуске прогноза необходимы также:
- уровни воды на момент выпуска прогноза для всех постов (в ситиметрах над нулем графика). Если по некоторым из них информации отсутствует, необходимые начальные значения уровней рассчитывают путем линейной интерполяции между ближайшими створами, где имеются измеренные значения;
- заданный график расходов воды во входном створе (Волжская ГЭС им. XXII съезда КПСС) с суточным интервалом времени на весь период прогноза;
- уровни воды с суточным интервалом времени, характеризующие режим работы водохранилища на период прогноза. Эти данные необходимы только при регулировании стока водохранилища.

Для корректировки прогноза используют кривые связи фактических и рассчитанных уровней воды для всех постов. Эти зависимости устанавливают путем проведения проверочных расчетов на архивных материалах.

В результате расчета на ЭВМ получаем расходы и уровни воды во всех интересующих пунктах по длине реки в заданные моменты времени. Уровни воды рассчитываем в двух вариантах: с корректировкой и без корректировки.

Программа может быть использована для решения двух задач: выбора оптимального графика пусков Волжской ГЭС им. XXII съезда КПСС с учетом и без учета регулирования стока

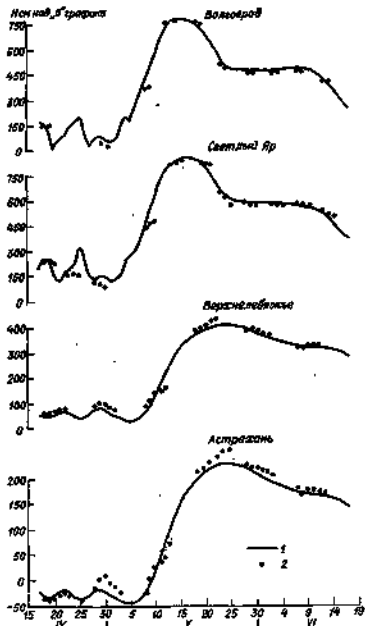


Рис. 3.3. Фактические (1) и рассчитанные (2) с разной заблаговременностью уровни воды р. Волги за 1980 г.

Заблаговременность: 2 сут — Волгоград, 3 сут — Саратов Яр, 4 сут — Воронежская, 6 сут — Астрахань.

вододелителем и прогноза уровней и расходов воды на рассматриваемых участках по заданному графику пускопов или краткосрочным прогнозам.

В первом случае выполняют многократные расчеты при различных графиках пускопов и различных режимах регулирования стока вододелителем. На основе анализа полученных результатов выбирают оптимальный с точки зрения народного хозяйства вариант графика пускопов и регулирования стока вододелителем. Расчет в этом случае проводят на длительный период времени (от одного до двух месяцев). Начальные значения расходов и уровней воды при этом практически не влияют на результаты расчетов.

При выпуске краткосрочных прогнозов начальный режим играет большую роль. Поэтому для повышения точности расчетов необходимо постоянно учитывать информацию о распределении уровней воды по длине реки. На рис. 3.3 приведены результаты серии краткосрочных прогнозов уровней воды в 1980 г.

Часть II

ПРОГНОЗ ЕЖЕДНЕВНЫХ РАСХОДОВ ВОДЫ ДЛЯ НЕБОЛЬШИХ ВОДОСБОРОВ

В этой части рассмотрены схемы прогноза, основанные на использовании данных об осадках и интенсивности снеготаяния. Во всех практических схемах прогноза данные об осадках и снежном покрове рассматриваются как осредненные какими-либо способом по водосбору. Это обстоятельство накладывает ограничения на размер водосбора, для которого могут быть разработаны такие методы прогноза: среднее количество осадков и характеристики снежного покрова должны быть достаточно репрезентативными для всего водосбора. Опыт показывает, что оптимальным размером водосбора для использования таких подходов является 5—10 тыс. км².

Для водосбора таких размеров время дообегания до замыкающего створа мало, поэтому естественная (основанная только на инерционности процессов стекания) заблаговременность прогноза в этом случае незначительна и для небольших горных рек может составлять несколько часов. При суммирующих способах сбора и передачи оперативной информации расчетный интервал времени трудно принять меньше 12 ч. В связи с этим для получения прогноза даже небольшой заблаговременности (0,5—1 сут) в большинстве случаев необходимо использовать прогноз осадков, а в период формирования весеннего половодья и прогноз температуры воздуха. Естественно, что в этом случае ошибка прогноза расходов воды будет зависеть и от точности метеорологических прогнозов. Оперативная практика показала, что прогноз температуры воздуха на 3—5 сут может быть с успехом использован при расчетах интенсивности снеготаяния. Количественные прогнозы осадков пока недостаточно надежны и при прогнозе паводков могут быть использованы лишь как грубые оценки с небольшой заблаговременностью (до суток). Поэтому прогнозы дождевых паводков необходимо непрерывно уточнять при получении новых данных об осадках.

Глава 4. Процессы формирования речного стока и их характеристики

К основным процессам, определяющим формирование стока в речном бассейне, относятся:

- 1) поступление воды на поверхность почвы;
- 2) потери дождевых и талых вод;
- 3) стекание воды по склонам и руслам рек.

Детальность учета этих процессов для различных методов прогноза различна и зависит от имеющейся информации и особенностей формирования стока и той или иной физико-географической зоны.

4.1. Уравнение водного баланса для небольших интервалов времени

Явно или неявно во всех методах этой главы использовано уравнение водного баланса для элементов склона:

$$dW/dt = h_p - q - E - q_i - q_m \quad (4.1)$$

где W — запас потащенной и задержанной воды в выделенном слое почвы; h_p — количество поступившей воды на поверхность почвы; E — суммарное испарение; q_i — интритпочвенный сток; q_m — отток влаги в нижележащий слой почвы; q — поверхностный сток. При переходе к водосбору составляющие баланса усредняют по площади.

В уравнение (4.1) явно не входит составляющая потеря на инфильтрацию в почву. Однако любое соотношение для расчета поверхностного стока включает в себя эту составляющую. Для решения уравнения (4.1) необходимо задать зависимости для определения всех составляющих, входящих в правую часть. Для этой цели обычно используют эмпирические зависимости либо различные графические связи, которые приводят при рассмотрении соответствующих методов прогноза. Здесь дадим общую характеристику составляющих баланса.

Поступление воды на поверхность почвы. Характеристикой поступления воды на поверхность почвы является средний по площади слой жидких осадков или талой воды за расчетный единицу времени.

Плотность осадения среднего слоя жидких и твердых осадков зависит от частоты и равномерности распределения осадков или снеготаяния, уклона и бассейна, а также от степени неравномерности распределения осадков по территории. Чем равномернее распределены наблюдательная сеть (при одной и той же плотности), тем более простые способы могут быть применены для определения среднего слоя осадков. Неравномерность распределения осадков оказывает тем большее влияние на точность определения их среднего значения, чем неравномерное распределение есть или чем она реже.

Наиболее простым приемом является использование среднего арифметического значения осадков из показаний всех пунктов наблюдений на данном водосборе. При недостаточном числе измерений в данном бассейне могут быть привлечены пункты, расположенные вблизи водосбора. Этот способ можно применять, когда сеть станций более или менее равномерна по территории. Иногда при использовании такого подхода целесообразно группиро-

вать пункты измерений по приклинку близкого их расположения друг к другу. В этом случае сначала определяют средние арифметические значения для каждой группы, а затем среднее из всех групп:

$$\bar{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} P_{i,j} \quad (4.2)$$

где $P_{i,j}$ — осадки по j -й станции, отнесенной к i -й группе; n_i — число станций, отнесенных к i -й группе; N — число групп.

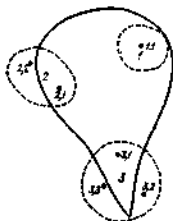


Рис. 4.1. Схема объединения дождемеров в группы.

1, 2, 3 — номера выделенных групп, у точек — номер станций.

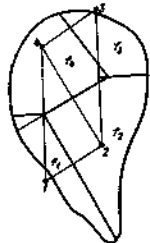


Рис. 4.2. Схема определения средних коэффициентов по методу Тиссона.

$i=1$ — номер станции; i_1 — площадь треугольника с i -й станцией.

На рис. 4.1 показана схема объединения дождемеров в группы. В этом примере зависимость для расчета среднего слоя осадков следующая:

$$\bar{P} = \frac{1}{3} \left[P_{1,1} + \frac{1}{2} (P_{2,1} + P_{2,2}) + \frac{1}{3} (P_{3,1} + P_{3,2} + P_{3,3}) \right] = \\ = \frac{1}{3} P_{1,1} + \frac{1}{6} P_{2,1} + \frac{1}{6} P_{2,2} + \frac{1}{9} P_{3,1} + \frac{1}{9} P_{3,2} + \frac{1}{9} P_{3,3}$$

Если станции распределены неравномерно, лучше использовать метод взвешивания (Тиссона). Все наблюдательные пункты на карте бассейна соединяют прямыми линиями; из середины каждой из них проводят перпендикуляры (рис. 4.2). Последние вокруг каждой станции образуют многоугольники, площади которых определяют в долях общей площади бассейна. Эти отношения и

являются коэффициентами при суммах осадков по станциям. Средние для водосбора осадки вычисляются по выражению

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^N k_i P_i, \quad (4.3)$$

где $k_i = f_i/F$ (f_i — площадь, тяготеющая к i -й станции, F — общая площадь водосбора); N — число станций.

Коэффициенты k_i являются постоянными при постоянной сети станций. При составлении прогноза могут быть случаи, когда от ряда постов информация не поступит. Тогда необходимо уточнить эти коэффициенты с учетом только тех пунктов, с которых поступила информация.

Наиболее надежным способом вычисления среднего слоя осадков, позволяющим учитывать неравномерность их выпадения и неравномерность наблюдательной сети, является способ изогнет. Для равных значений осадков, проведенных на карте бассейна. Средний слой осадков в данном случае вычисляют как сумму произведений среднего слоя осадков между двумя соседними изогнетом на соответствующие площади между изогнетами, выраженные в долях общей площади бассейна. Достоинством этого подхода является то, что он позволяет учесть физико-географические особенности при проведении изогнет. Однако при выпуске краткосрочных прогнозов стока способ изогнет очень трудоемок, так как в этом случае приходится строить карты изогнет для каждого момента времени.

При расчете гидрографа талого стока комбо получения средней характеристики запаса воды в снеге на водосборе необходимо рассчитывать слой стаявшего снега за расчетный интервал времени. Основой для расчета интенсивности снеготаяния служат уравнение теплового баланса. Для практических расчетов на основе этого уравнения получены приближенные зависимости. В гидрологических прогнозах часто используют простой прием расчета, основанный на данных о температуре воздуха, которую, как правило, прогнозируют на несколько суток. Предполагается, что слой стаявшей воды за рассматриваемый интервал времени (как правило, сутки) пропорционален средней за это время температуре воздуха:

$$h_{\text{ст}} \approx \frac{t}{C_{\text{ст}}} \quad A_{\text{ст}} = \sigma T, \quad \sigma \approx 0.5 \frac{\text{мм}}{\text{сут.} \cdot ^\circ\text{C}}$$

где σ — коэффициент стаяния, обычно выражается в мм/(сут. $^\circ\text{C}$); T — средняя температура воздуха.

Предполагается также, что таяние происходит только при положительной температуре воздуха; при отрицательной температура $A_{\text{ст}} = 0$.

Уравнение (4.4) обычно лучше выполняется для лесных участков и для районов с многоснежными зимами, примерно для территории к северу от 54—55° широты.

Расчитанная каким-либо способом интенсивность снеготаяния еще не является поступлением воды на поверхность почвы. Вскоре

после начала таяния часть бассейна начинает освобождаться от снега и дальнейшее его таяние происходит на все меньшей и меньшей площади и поступление талой воды по мере схода снега также уменьшается. Следовательно, в каждый момент расчета интенсивности снеготаяния необходимо знать часть площади, на которой снег уже сошел ($f_{\text{с}}$). Тогда средний для всего водосбора слой стаявшей воды (приведенная интенсивность снеготаяния)

$$A_{\text{ст}} = A_{\text{ст}}(1 - f_{\text{с}}) \quad A_{\text{ст}} = \frac{S}{S_{\text{б}}} \quad (4.5)$$

Для определения площади схода снега обычно строят кривые распределения снежного покрова по бассейну. Анализ эмпириче-

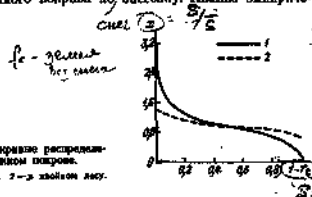


Рис. 4.3. Интегральные кривые распределения запаса воды в снежном покрове.
1 — за отрицательной, 2 — за хвойной лесу.

ских кривых распределения за разные годы показал, что запас воды в снеге в каждой точке лучше выражать в долях среднего запаса по водосбору. В этом случае приемлемым приближением этой кривой является гамма-распределение:

$$f_c(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-\alpha x), \quad (4.6)$$

где $x = S/S_{\text{б}}$ — запас воды в снеге, выраженный в долях среднего запаса по водосбору; $S_{\text{б}}$ — общий слой стаяния к данному моменту расчета; $\alpha = 1/C_{\text{ст}}^2$ ($C_{\text{ст}}$ — коэффициент вариации запаса воды в снежном покрове).

Общий вид этой кривой показан на рис. 4.3.

Кривые распределения снежного покрова, выраженные в долях среднего запаса воды, в общем достаточно устойчивы. Это позволило В. Д. Комарову построить типовую кривую распределения для степной и лесостепной (исключая леса) зон европейской части СССР, аппроксимируемую выражением (4.6) с α , вычисленным при $C_{\text{ст}} = 0.45$.

В лесу ветровой перенос очень ослаблен и снег залегают более равномерно. Неравномерность залегания в этом случае в основном обусловлена пространственной неравномерностью лесного покрова. Так, для хвойного леса подтопой 0.7—0.8 коэффициент вариации запаса воды в снежном покрове можно принять равным 0.3

($\alpha=11$), а для листового леса — равным 0,15—0,20 ($\alpha=45 \dots 25$).

В горах запас воды в снежном покрове закономерно меняется с высотой. Поэтому для гор неровности залегания снежного покрова необходимо рассматривать для каждой зоны с разностью отметок 200—400 м.

Другим важным фактором, регулирующим поступление талой воды на поверхность почвы, является способность снежного покрова удерживать часть талой воды. Водоудерживающая способность снега зависит в основном от его структуры, главными показателями которой являются размер частиц льда и плотность снега: чем более мелкозернистый снег, тем больше его водоудерживающая способность. При влажности снега, равной водоудерживающей способности, часть задержанной воды постепенно сбрасывается в процессе таяния. В практических расчетах обычно используют довольно простой прием учета водоудерживающей способности снега.

До тех пор, пока слой ставшей воды не достигнет значения (S — запас воды в снеге), поступающая вода на поверхность почвы принимается равным нулю, после чего ее рассчитывают по соотношению

$$h_n = h_{n-1} (1 - \beta) \quad h_n = h_{n-1} (1 - \beta) \quad (4.7)$$

Вскоре после таяния такой снег становится среднеристиким и таким образом остается почти до конца таяния. Водоудерживающую способность такого снега можно принимать равной 0,13. Тогда при влажности снега, равной водоудерживающей способности, поступление воды на поверхность почвы

$$h_n = 1,15 h_{n-1}$$

Процессы снегонакопления и таяния в поле и в лесу существенно различаются. Поэтому в бассейнах, где есть площади, занятые лесом, поступающую воду на поверхность почвы необходимо рассчитывать отдельно для полевых и лесных площадей. Суточный слой поступления для лесного водосбора определяется как средневзвешенная подача воды на полевую (h_n) и лесную ($h_{лн}$) части бассейна:

$$h_n = (1 - \beta) h_{лн} + \beta h_n \quad (4.8)$$

где β — коэффициент лесистости бассейна.

Потери дождевых и талых вод. Потери дождевых и талых вод определяются главным образом расходом воды на дождевание и почву и испарение. Потери стока на испарение во время дождей или снеготаяния, как правило, не имеют решающего значения, и поэтому в большинстве случаев их исключают из уравнения водного баланса. Однако в безветровые периоды испарение может оказывать решающую роль на режим влажности почвы и, следовательно, определять будущие потери на эвapotацию. В связи с этим при определении предельночных характеристик

увлажнения (явления увлажнения) почвы, прямо или косвенно приходится учитывать потери на испарение.

Наиболее важной и сложной для расчета является составляющая потеря на эвapotацию. Экспериментальные исследования показывают, что в начальный момент выпадения дождя эвapotация практически вся вода. Длительность этой фазы зависит от начальной влажности почвы и интенсивности дождя. Затем, по мере выпадения дождя, скорость эвapotации резко уменьшается и достигает относительно постоянного значения. Приближенно эту зависимость можно описать следующим уравнением (кривая инфильтрации)

$$q_e = i - i_0 + A/\sqrt{t} \quad (4.9)$$

где i — интенсивность эвapotации; i_0 — коэффициент инфильтрации, с. е. интенсивность эвapotации насыщенного почвой; t — время; A — параметр.

При выпуске оперативных прогнозов паводков кривые инфильтрации могут быть использованы только в тех случаях, когда данные об осадках поступают через 1—3 ч. Такая информация, как правило, отсутствует. Поэтому в практике прогноза паводков используются различные эмпирические зависимости, нитергално учитывающие водоохотительные свойства почвы. Чаще строят графические связи, которые включают в себя характеристики предшествующей влажности почвы, сумму осадков, их продолжительность и др. Примеры таких связей даны в следующей главе.

Потери талой воды в почву во время весеннего снеготаяния имеют ряд особенностей. Существенное влияние в этом случае оказывает лидистость почвы к началу таяния. Чем больше лдистость, тем ниже водопроницаемость мерзлой почвы и тем больше отпадение от предельной талой почвы. Обычно лдистость характеризуется запасом замёрзшей в почве влаги. Второй особенностью является возможность образования кратковременных водоупорных слоев за счет замораживания части талой воды. Проникновение в почву в начальный период снеготаяния.

Для учета этих особенностей в практике чаще всего используют уравнение промерзания. Причем ее влияние проявляется двойко при наибольшем промерзании: во-первых, высокая температура почвы и, следовательно, сильное лдобразование при промерзании в ее поры талой воды и, во-вторых, меньше суммарная площадь участков, где почва слабо промерзала или осталась талой. На рис. 4.4 показано типичное изменение доли площади, где талубина промерзания почвы перед началом снеготаяния меньше 15 см, в зависимости от средней для бассейна глубины промерзания почвы в это же время.

Опыт показывает, что колебания талубины промерзания почвы особенно сильно влияют на инфильтрацию талых вод в степной и лесостепной зонах, где почва более структурирована. Для лесных же почв колебания глубины промерзания не вызывают всегда существенного изменения потерь воды на инфильтрацию, поскольку для

ных характерно наличие крупных локальных вод, сохраняющихся при промерзании даже в зимний период.

Следует также отметить, что влияние глубины промерзания и влажности льдистости почвы на инфильтрацию талых вод взаимосвязаны. При высокой влажности почвы влияние глубины промерзания проявляется значительно сильнее, чем при сухой почве. Так, для черноземных почв, если они сухие, промерзание практически не сказывается на инфильтрационной способности.

Помимо расходовании питающейся в почву воды на испарение часть ее сбрасывается в нижележащий слой (q_2), обычно рассмат-

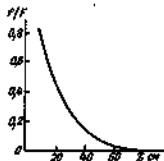


Рис. 4.4. Изменение доли площади с глубиной промерзания почвы перед началом снеготапки шириной 15 см в зависимости от средней глубины промерзания почвы на юге в это же время.

ривается слой почвы толщиной 50—100 см), а часть сбрасывается в реки по промежуточным водоудорам в дожде (q_1). Роль этих составляющих в формировании паводков сильно зависит от физико-географических и климатических условий. Внутрипочвенный сток, как правило, играет значительно большую роль в формировании паводков в лесной зоне и в горных условиях. Так, при формировании весеннего половодья в лесной зоне он может составлять 30—40 % общего стока. Для дождевых паводков роль внутрипочвенного стока заметно меньше. Однако в районах с искусственным хлещом внутрипочвенный сток может оказывать также существенное влияние на гидрограф паводка.

При анализе фактических гидрографов довольно трудно выделить внутрипочвенный сток от поверхностного. В связи с этим в практических схемах прогноза поверхностный и почвенный сток рассматривают, как правило, вместе. Явно учитываются почвенные составляющие лишь при использовании математических моделей стока.

Отток влаги в нижележащий слой почвой может оказывать заметное влияние лишь на продолжительные паводки, длящиеся месяц и более. В практических схемах эта составляющая баланса явно не учитывается. Чаще полагают, что она пропорциональна поступлению на поверхность почвы.

Стеkanie воды в речные бассейны. Сформировавшийся поверхностный сток, прежде чем достичь замыкающего створа, проходит по склонам, а затем по оврагам и руслам рек.

В результате общая продолжительность добегания единичного объема воды до рассматриваемого створа складывается из времени перемещения по склонам и руслам.

При стекании по склонам часть воды задерживается в различных бессточных углублениях. Большая часть этой воды не участвует в стоке замыкающего створа. Для учета количества задержанной воды в понижениях рельефа используют кривые распределения поверхностной влажности бассейна. В соответствии с ними поверхностный сток формируется только на тех участках водосбора, для которых количество задержанной воды меньше водоотдачи. Аккумуляция паводочного стока в бессточных углублениях в бассейнах с относительно пересеченным рельефом обычно невелика (около нескольких миллиметров), но достигает десятков миллиметров в бассейнах с преобладающим пониженным форм рельефа.

Наблюдения за процессом склонового стекания показывают, что общее время склонового стекания часто во много раз превышает продолжительность стекания в мелкой речной сети. Поэтому учет процессов, происходящих на водосборе, позволяет увеличивать заблаговременность прогноза стока.

Продолжительность стекания воды к замыкающему створу зависит от характера и протяженности склонов и русловой сети, их уклонов. В связи с этим она сильно меняется: от нескольких часов для малых горных рек до десятков суток для крупных равнинных рек. Собственно, эта продолжительность во многом и определяет заблаговременность прогноза.

Стеkanie воды, поступившей на водосбор за единицу времени, происходит в течение некоторого времени, называемого максимальным временем добегания притока воды к речную сеть. Как и для участка реки, для водосбора должно построить кривую добегания притока воды к речную сеть. Так как на практике трудно определять график притока воды в русловую сеть, чаще строят общую кривую добегания по склонам и руслам до замыкающего створа. Способы построения этой кривой во многом аналогичны рассмотренным в предыдущей части. Некоторые другие подходы рассмотрены в гл. 5.

Характер добегания внутрипочвенного стока к русловой сети изучен значительно хуже. В практических расчетах чаще используют те же подходы, что и для трансформации поверхностного стока.

4.2. Математические модели для гидрологических прогнозов

Как известно из изложенного выше, формирование дождевого и талого стока представляет собой чрезвычайно сложный многофакторный процесс, обусловленный взаимодействием большого числа элементарных процессов. Многочисленные экспериментальные

исследования посвящены изучению отдельных процессов стокообразования на водосборе, так как организовать надежные прямые измерения всех составляющих балаяса во коротких временных интервалах удается только для небольших площадей. В связи с этим важную роль в описании взаимодействия всех процессов стокообразования с появлением ЭВМ приобрело математическое моделирование, направленное на расчет гидрографа стока.

Под математической моделью понимается совокупность математических и логических соотношений, которые на основе данных гидрометеорологических наблюдений позволяют рассчитать различные элементы гидрологического режима, в частности гидрограф стока. При построении математических моделей формирования стока используют как общие теоретические представления о процессах стокообразования (законы сохранения массы и энергии), так и эмпирически установленные соотношения, используемые для описания отдельных процессов.

Практически все модели, реализованные для задач прогноза стока, пренебрегают детализацией стокообразования на отдельных участках и оперируют с некоторыми параметрами для всего водосбора характеристиками. Это так называемые модели с сосредоточенными параметрами. Такие модели включают в себя ряд параметров, интегрально характеризующих особенности рассматриваемого водосбора в среднем. Некоторые из этих параметров учитывают влияние различных зональных факторов стокообразования и слабо меняются для водосборов, находящихся в пределах одной зоны. Другие параметры отражают влияние локальных особенностей формирования стока и могут существенно различаться для водосборов, находящихся даже в пределах одной зоны. Поэтому успешность использования модели для конкретного водосбора во многом зависит от надежности определения параметров модели, отражающих как зональные условия стокообразования, так и локальные особенности водосбора.

Точность определения параметров модели зависит от точности, репрезентативности и объема исходной информации. Чем ниже точность и меньше объем данных, тем проще должна быть модель. В связи с этим практически каждая модель явилась либо неважно, включает в себя более простые подмодели, содержащие меньшее число параметров, чем полная модель. В процессе определения параметров выбирают лучшую подмодель для данного водосбора и данного состава исходных данных. Для определения параметров обычно используют методы оптимизации, позволяющие найти приближенные оценки параметров, при которых получают наилучшее соответствие фактических и рассчитанных гидрографов. В общем виде любая процедура оптимизации заключается в итерационном переборе различных значений параметров, начиная с некоторых начальных их значений.

Выбор новых значений параметров основан на анализе заданной некоторым образом ошибки расчета гидрографа стока. Чаще всего используют среднюю квадратическую ошибку расчета либо

сумму квадратов погрешностей (критерий качества). Изменение параметров происходит до тех пор, пока критерий качества не приблизится к минимальному значению. Чем больше оптимизируется параметр, тем сложнее поведение этой ошибки при изменении параметров и тем сложнее поиск минимума этой ошибки.

На рис. 4.5 показаны линии равных значений критерия качества в зависимости от двух параметров. Очевидно, что в этом случае оптимальные значения параметров будут лежать на пересечении перпендикуляров, проходящих через точку с минимальным критерием качества (точка А), с осями координат.

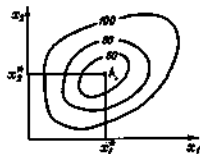


Рис. 4.5. Топография критерия качества.

А — точка, соответствующая минимальному значению критерия; X_1^* , X_2^* — оптимальные значения параметров.

Процесс определения параметров с помощью методов оптимизации позволяет достаточно быстро с помощью ЭВМ найти «оптимальные» оценки параметров. Однако следует иметь в виду, что как всякий формализованный подход он не лишен недостатков. Так, окончательные оценки параметров могут зависеть от заданных начальных значений параметров, а при слабом влиянии какого-либо процесса часть параметров может притягивать к реальным значениям. В связи с этим необходимо осуществлять физический анализ полученных оптимальных параметров и при необходимости многократно повторять процедуру оптимизации при различных начальных значениях параметров для различных групп паводков (половодий) и модифицировать модели. Для уменьшения вероятности попадания в «ложные» минимумы необходимо задавать возможные пределы изменения параметров исходя из физических соображений и имеющихся экспериментальных данных.

В настоящее время имеется большое число математических моделей, описывающих формирование речного стока с разной степенью детальности. Особенностью моделей является то, что при их разработке и применении необходим большой объем данных, которые трудно обобщить и обработать вручную. Поэтому широкое использование моделей в оперативной практике тесно связано с автоматизацией сбора и обработки гидрометеорологической информации. Дальнейшее повышение точности и оперативности краткосрочных прогнозов гидрографа дождевых паводков и весеннего половодья может быть достигнуто благодаря внедрению автоматизированных систем выпуска прогноза на базе математических

моделей. Особенно эффективно использовать такие подходы при разработке методов прогнозов для крупных речных систем.

Необходимо также учитывать, что рассматриваемые модели формирования стока основаны на прямом расчете составляющих водного баланса, поэтому требуют достаточно надежных данных о приходной части баланса (осадках, запасах воды в снеге). Для водосборов, плохо освещенных такими данными, точность расчетов с использованием моделей может оказаться недостаточной. В таких случаях целесообразно использовать более простые графоаналитические или статистические способы, позволяющие построить приближенные зависимости стока с разлечными косвенными характеристиками, исключая приближенные оценки приходной части баланса (запасов, суммарные осадки за холодный период).

Глава 5. Графоаналитические способы прогноза гидрографа стока

5.1. Прогноз дождевых паводков по данным об осадках

Разработка метода прогноза включает в себя два этапа: установление зависимости для определения стока за паводок и разработку методики расчета расходов (уровней) воды паводка.

5.1.1. Построение зависимостей между паводочным стоком и факторами, обуславливающими его

Обычно такие связи характеризуются большой нелинейностью. Достаточно общее аналитическое выражение этих связей можно представить в виде

$$Y = P - P_{\text{мин}} [1 - \exp(-P/P_{\text{мин}})] \quad (5.1)$$

где Y — слой стока, P — количество осадков за паводок, $P_{\text{мин}}$ — максимально возможные потери при данном увлажнении бассейна.

Зависимости (5.1) устанавливаются для конкретных водосборов следующим образом. За ряд паводков выводят значения слоя стока и осадков, вызвавших эти паводки. Затем для каждого паводка по формуле (5.1) с учетом полученных значений стока и осадков определяют значение параметра $P_{\text{мин}}$. После этого устанавливают графическую связь параметра $P_{\text{мин}}$ с факторами, определяющими потери дождевого стока. Такими факторами могут быть: характеристика влажности почвы перед паводком, продолжительность выпадения осадков, сезон года и др. Установив зависимость $P_{\text{мин}}$ от определяющих его факторов, нетрудно вычислить сток, сформированный заданными осадками.

Для некоторых водосборов удается получить сравнительно простую зависимость для расчета стока:

$$Y = I / (I_0), \quad (5.2)$$

где I_0 — индекс предшествующего увлажнения почвы.

Построение такого вида зависимостей не требует обширной информации. Наиболее приемлем такой подход для водосборов, сложенных легкопроницаемыми почвами с близким залеганием водоупора.

Другой возможный подход состоит в построении собственных графических зависимостей, связывающих слой стока с индексом предшествующих осадков, сезоном года, количеством и продолжительностью осадков. При построении таких графиков вместо слоя стока принято использовать потери, равные разности слоя осадков и слоя стока за паводок, а затем переходить к стоку. Суть этого метода состоит в следующем.

Потери стока за паводок вначале связывают с индексом предшествующих осадков и сезоном года (несколько раз или номер недели от начала года или наиболее ранней даты прохождения дождей паводков) и в соответствии с расположением точек строят семейство кривых (рис. 5.1 а). Далее, по построенной зависимости определяют потери и связывают их с фактическими значениями потерь на новом графике. Точки этого графика помещают значениям продолжительности осадков и строят второе семейство кривых (рис. 5.1 б). По двум построенным графикам снова определяют вычисленные значения потерь и связывают их еще раз с фактическими значениями и количеством осадков (рис. 5.1 в). В конце строят связь значений потерь стока, вычисленных с учетом всех переменных, с фактическими значениями (рис. 5.1 г).

При наличии систематических отклонений точек от линии равных значений построение всех графиков следует проверить и возможно по-иному подойти к проведению линий связи.

После достижения равномерного расположения точек по отношению к линии равных значений семейство кривых на рис. 5.1 в заменяют новым семейством кривых, позволяющим вычислить непосредственно значения стока. Это преобразование осуществляют простым перестроением кривых, исходя из условий баланса (сток равен количеству осадков минус потери). Два первых графика (рис. 5.1 а, б) при этом остаются без изменений (рис. 5.2).

Если зависимость потерь стока от времени прохождения паводка трудно построить, можно воспользоваться другим приемом. Сток за паводок сначала связывают с двумя наиболее важными независимыми переменными — индексом предшествующих осадков и слоем осадков, а затем учитывают остальные переменные. Пример совмещенной системы таких зависимостей показан на рис. 5.3 (см. пример 5.1).

Построение совмещенных корреляционных графиков — сложная задача. Сложность обуславливается тем, что связь между стоком (потерями) и каждой из рассматриваемых переменных выражена

слабо. Так, на графиках, выражающих зависимость потерь стока от индекса предшествующих осадков, сезона года и продолжительности осадков (см. рис. Б.1 а, б), ввиду отсутствия важнейшего параметра — осадков очень трудно построить семейство кривых.

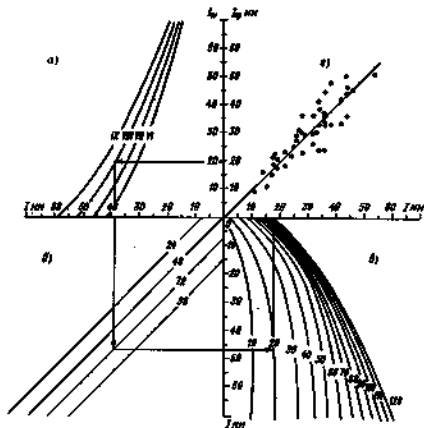


Рис. Б.1. Зависимости для расчета потерь стока за паводок.

В координатных прямых: а) потеря стока с индексом увлажнения ($I_{ув}$) и продолжительности паводка (цифры у линий — часов); б) потеря стока с продолжительностью паводка (цифры у линий — продолжительность паводка в часах); в) потеря стока с осадками (цифры у линий — осадки в миллиметрах); д) расчетный и фактический потери стока.

В этом случае целесообразно построение начинать для дождевых паводков, образовавшихся примерно одинаковыми осадками.

При проведении линий связи на поле графика необходимо учитывать общие представления о виде последующей зависимости. Так, например, с увеличением индекса предшествующих осадков потеря стока должна убывать. Зависимость эта, как правило, криволинейная. Учет сезона года отражает годовой ход температуры воздуха и осадков и, следовательно, увлажненности почвы. Чем больше

сезонное увлажнение почвы, тем меньше влияние индекса предшествующих осадков и тем круче линия связи на графике, и, наоборот, чем меньше сезонное увлажнение почвы, тем влияние

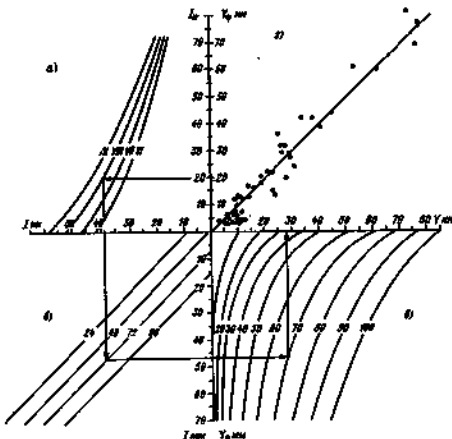


Рис. Б.2. Зависимости для расчета стока за паводок.

В координатных прямых: а) потеря стока с индексом увлажнения ($I_{ув}$) и продолжительности паводка (цифры у линий — часов); б) потеря стока с продолжительностью паводка (цифры у линий — продолжительность паводка в часах); в) потеря стока с осадками (цифры у линий — осадки в миллиметрах); д) расчетный и фактический стока.

индекса сильнее и тем ближе линия связи. При большом индексе предшествующих осадков влияние сезонного увлажнения почвы меньше, а при малом — больше. Поэтому линия связи в верхней части графика проходит через меньшее расстояние, чем в нижней его части.

Связь между стоком и продолжительностью осадков обратная и близка к прямолинейной.

Установив таким образом на основе ограниченного количества исходных данных расположение линий связи на поле графика, зависимости исправляют с учетом уже всех имеющихся данных.

При установлении зависимости, учитывающей влияние слоя осадков (см. рис. 5.1 а), необходимо исходить из общего вида за-

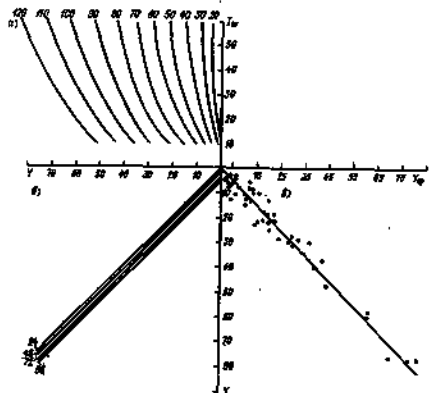


Рис. 5.3. Зависимость стока от величины умножения ($1/y$), осадков (цифры у линий квадрата а) и продолжительности дождя (цифры у линий квадрата б) для р. Руха у с. Мезморья. В квадрате в — связь фактического и расчетного стока.

висимости стока от осадков (см. рис. 5.1). Линия равного количества осадков на графике обычно прямоугольная. Расстояние между линиями должно уменьшаться с увеличением слоя осадков. Угол наклона линий к вертикальной оси должен увеличиваться с увеличением слоя осадков.

5.1.2. Метод единичного паводка

Для расчета трансформации притока можно пользоваться кривыми дообегания, рассмотренными в п. 3.1, а также методом единичного паводка, который широко используют за рубежом.

Единичным называется паводок, сформированный эффективными осадками количеством в 1 мм (в английской литературе 1 дюйм, равный 25,4 мм), выпавшими равномерно по водосбору в принятую единицу времени. Предложенный еще в 1932 г. Шерманом, этот метод развивался и обобщался многими исследователями.

Расчет гидрографа паводка для осадков, отличающихся от принятых в определении единичного паводка, основан на следующем:

— гидрограф, сформированный эффективными осадками количеством $P_{\text{мм}}$, выпавшими равномерно по водосбору в единицу времени, может быть получен путем умножения ординат единичного паводка на P ;

— гидрограф, сформированный эффективными осадками, выпавшими равномерно по водосбору в течение нескольких единиц времени, может быть получен путем суммирования гидрографов, полученных отдельно для каждой единицы времени в период выпадения осадков.

Наиболее простой способ нахождения единичного паводка вытекает из его определения и основан на выборе «изоэвентальных» дождей, выпадающих в единицу времени. В этом случае можно рекомендовать следующую схему определения:

1. Сопоставляют ход осадков и стока; ищут осадки, выпадающие за одну расчетную единицу времени, и соответствующий им сток;
2. На выбранных гидрографах стока выделяют грунтовую составляющую и вычисляют слой стока от данного дождя;
3. Вычисляют ординаты единичных паводков путем деления расходов воды за каждую расчетную единицу времени на общий слой стока за паводок, равный эффективным осадкам, и выражают в $\text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{мм})$. Удобно ординаты единичного паводка выражать в долях, когда на слой стока за паводок делают не расходы воды, а слой стока за каждую расчетную единицу времени. В этом случае сумма ординат единичного паводка равна единице;
4. Накладывают средний единичный паводок для бассейна путем осреднения ординат единичных паводков для всех выбранных случаев.

На практике часто трудно выделить дождь единичной продолжительности. В этих случаях используют два приема. Первый предполагает построение серед единичных паводков для дождей различной продолжительности. Затем каждый из них используют при расчете гидрографа паводка, сформированного дождем соответствующей продолжительности.

Другой прием основан на методе так называемых S-кривых (интегральный единичный паводок). В этом случае определяют единичные паводки для дождей различной продолжительности (I_1), а затем с помощью S-кривых их пересчитывают в единичный паводок заданной единичной продолжительности (I_0). Получаемые таким образом единичные паводки осредняют и получают обобщенный единичный паводок.

Вычисления ведут следующим образом. Для каждого единичного паводка, соответствующего продолжительности эффективных осадков, находят Z -кривую путем суммирования единичных гидрографов, каждый из которых сдвигают на t_i единиц по отношению к предыдущему, причем сдвигание производят до тех пор, пока Z -кривая не достигнет постоянных значений (эта продолжительность равна длине единичного паводка для t_i продолжительности). После этого Z -кривую сдвигают вниз на t_0 единиц времени и производят вычитание ordinат сдвинутой и несдвинутой Z -кривых. Умножив полученные значения на $1/t_0$, получают единичный гидрограф для дождя продолжительностью t_0 .

Порядок вычислений при расчете единичного паводка, соответствующего продолжительности дождя $t_i = 2$ единицы времени, в единичный паводок для дождя продолжительностью $t_0 = 1$ единицы времени показан в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Пример расчета ordinат единичного паводка для дождя продолжительностью 2 единицы (P_2) времени с единичным паводком для дождя единичной продолжительности (P_1)

Время	Одиничный гидрограф единичного паводка	Одиничный гидрограф, сдвинутого		Одиничный Z -паводок	Сдвигание на 2 единицы времени ordinат единичного Z -паводка	Разность граф $(P_2 - P_1)$	Одиничный гидрограф для дождя продолжительностью 2 единицы
		на 2 единицы времени	на 4 единицы времени				
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,10			0,10		0,10	0,20
2	0,30			0,30	0,10	0,20	0,40
3	0,35	0,10		0,45	0,30	0,15	0,30
4	0,20	0,30		0,50	0,45	0,05	0,10
5	0,05	0,35	0,10	0,50	0,50	0	

Такую процедуру осуществляют для всех полученных единичных паводков, соответствующих дождям другой продолжительности t_0 , после чего полученные паводки (графа 8 табл. 5.1) усредняют.

Следует подчеркнуть, что такой прием целесообразен при использовании небольших расчетных интервалов времени. При больших интервалах (сутки и больше) предпочтительнее пользоваться подходом, основанным на единичных дождях, так как при объединении осадков за несколько суток большую роль будет играть их распределение внутри выбранных периода и единичные паводки могут сильно меняться от одного дождя к другому.

На форму единичных паводков влияет распределение осадков по площади и объем вызываемого ими стока. Поэтому для построения зависимости необходимо отобрать дожди, наиболее более или менее равномерные распределение по бассейну. Если распре-

деление осадков по территории отличается значительными разнообразием, необходимо проводить классификацию единичных паводков в зависимости от распределения осадков по территории и объема стока, т. е. пользоваться серией кривых дождя.

5.1.3. Подготовка исходных данных

Прежде всего необходимы данные о стоке от каждого стокообразующего дождя. Общий сток за паводок вычисляют без учета грунтовой составляющей. Для выделения грунтового стока можно применить горизонтальную срезу по минимальному предпаводочному расходу воды. Для построения расчетных зависимостей следует использовать одномоментные паводки. Если паводки имеют многомодальный характер, то его необходимо расчленить на простые с учетом тиловой кривой стока.

Особое внимание следует уделять осадкам. Средние по бассейну осадки могут быть вычислены одним из описанных в гл. 4 способов. Для установления расчетных зависимостей необходимо отобрать данные только о стокообразующих осадках. Небольшие дожди, выпадающие после начала спада расходов воды, не учитывают, если они не оказывают заметного влияния на форму гидрографа. Небольшие дожди, выпадающие до главного пика, также исключают из стокообразующих осадков и учитывают при расчете характеристик увлажненности почвы.

Следующей важной характеристикой, используемой при построении зависимостей, является увлажненность почвы перед началом паводка. Наблюдения о запасах влаги в почве в отдельных пунктах в критические моменты могут быть использованы для характеристики влажности почвы всего бассейна. Но обычно таких измерений недостаточно и они не обладают необходимой репрезентативностью. Поэтому при оценке увлажненности в почве перед паводком, как правило, используют косвенные показатели влажности почвы.

Наиболее простой характеристикой увлажненности почвы является предпаводочный расход воды. Эта характеристика может быть использована для территорий с влажным и близким к влажному климатом. Достаточно эффективной оценкой является индекс увлажненности почвы

$$I_v = \sum_{i=1}^n \alpha_i P_i \quad (5.3)$$

где P_i — осадки за i -й интервал времени, t_0 — общая продолжительность предшествующего периода, α_i — весовые коэффициенты. Интервалы времени отсчитывают в обратную сторону от момента, на который рассчитывается индекс.

Весовые коэффициенты зависят от температуры воздуха и интервалов времени, по которым учитывают осадки при подсчете индекса увлажнения. В табл. 5.2 приведены значения коэффициентов α_i в зависимости от температур и интервалов времени при

Таблица 5.2

Значения коэффициента α_i в формуле (5.3)

Интервал суммирования осадков, сут	Температура воздуха, °С				
	4	5	10	15	20
0—1/12	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
1/12—1/6	1,0	1,0	1,0	0,98	0,95
1/6—1/3	1,0	1,0	0,90	0,88	0,80
1/3—1/2	1,0	0,90	0,70	0,68	0,58
1/2—2/3	0,72	0,65	0,60	0,50	0,45
2/3—1	0,62	0,56	0,50	0,40	0,34
1—1,5	0,55	0,45	0,35	0,30	0,17
1,5—2	0,50	0,38	0,27	0,17	0,06
2—3	0,46	0,33	0,19	0,09	0,01
3—4	0,41	0,27	0,15	0,05	0,00
4—6	0,37	0,25	0,12	0,03	
6—10		0,17	0,04	0,00	
10—100		0,11	0,01		
101—120		0,08	0,00		

выборе осадков. Имея только суточные суммы осадков, можно пользоваться упрощенной зависимостью:

$$I_{\Sigma} = P_1 + 0,7P_{1-1} + 0,5P_{1-2} + 0,3P_{1-3} + 0,2P_{1-4} + 0,1P_{1-5} \quad (5.4)$$

где P_1, P_{2-1} и т. д. — количество осадков, выпавших за указанный интервал времени (в сутках), считая назад от даты, на которую рассчитан индекс.

При температуре воздуха ниже 10 °С рекомендуется брать осадки за периоды, вдвое длиннее тех, которые указаны в формуле (5.4).

Очень проста и удобна при расчете по суточным интервалам зависимость

$$I_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n k^i P_i \quad (5.5)$$

Так же, как и в формулах (5.3) и (5.4), время отсчитывают в обратную сторону от момента, на который рассчитан индекс. Коэффициент k зависит от температуры и принимает следующие значения: при $T=5^{\circ}\text{C}$ $k=0,94$; при $T=10^{\circ}\text{C}$ $k=0,92$; при $T=15^{\circ}\text{C}$ $k=0,9$; при $T=20^{\circ}\text{C}$ $k=0,88$. Зависимость (5.5) удобна в оперативной практике, так как позволяет очень просто вести непрерывный расчет индекса увлажненности без пересчета осадков за предшествующие моменты времени, как это требуется при использовании формул (5.3) и (5.4).

Индекс увлажненности на i -е сутки при известном значении на $(i-1)$ -е сутки рассчитывают по простому соотношению:

$$I_{\Sigma,i} = k(P_i + I_{\Sigma,i-1}) \quad (5.6)$$

5.1.4. Практические приемы прогноза дождей наводками

Рассмотренные зависимости позволяют прогнозировать объем стока за паводок, а также гидрограф либо максимальный расход (уровень). Однако для небольших водосборов прогнозируют, скорее, гарантированную величину, соответствующую осадкам за момент составления прогноза.

Используя зависимости (5.1)–(5.3), по сумме осадков к расчетному моменту времени прогнозируют ожидаемый объем стока при условии отсутствия осадков за период заблаговременности. После получения новой информации об осадках (если они не прекратились) составляют новый прогноз и т. д.

Для прогноза распределения стока в период паводка либо максимального расхода (уровня) используют конечный единичный наводок или кривую добегания. Для этого на каждый расчетный интервал времени вычисляют интегральные суммы осадков, начиная от первого интервала времени, со стокообразующими осадками. Затем по графикам рис. 5.1–5.3 определяют соответствующее им интегральное сумми стока, разности которых и дают слои стока в каждую единицу времени. Осуществив их преобразование с помощью единичного паводка (аналогично использованию кривых добегания), получают гидрограф, соответствующий осадкам, выпавшим к моменту выпуска прогноза. Аналогично предыдущему расходу повторяют после получения новой информации об осадках.

В случае перерыва в ходе осадков вычисляют новый индекс увлажненности и суммирование осадков начинают с нового момента времени.

Для увеличения заблаговременности прогноза желательно прилежать данные краткосрочных прогнозов осадков. В некоторых случаях даже качественная информация об ожидаемых осадках может дать положительный эффект. Достаточно обширных количественных показателей эффективности различных способов учета будущих осадков нет. В каждом конкретном случае совместно с метеорологическими подразделениями должна быть выработана методология учета будущих осадков исходя из анализа формы выпуска и качества прогноза осадков для рассматриваемого региона.

Пример 5.1. Расчет объема и гидрографа паводочного стока р. Рихи у с. Мекторья.

Для разработки расчетных зависимостей использованы данные наблюдений о стоке и осадках за период с 1970 по 1979 г. Расчетный интервал времени принят равным суткам. За рассматриваемый период было выделено 62 паводка и подсчитаны их объемы. Суточные суммы осадков определяли как средние арифметические по данным пяти станций.

В качестве характеристики предшествующего увлажнения принят индекс (5.5), причем осадки просуммированы за 30

предшествующих суток. Определены также продолжительность осадков (в сутках), вызвавших паводки, и время их прохождения (порядковый номер недели, начиная с мая). По этим данным построена зависимость для расчета объема стока (см. рис. 5.3). Для установления этой зависимости использовался способ соосной графической корреляции.

На первом графике (см. рис. 5.3 а) построена зависимость слоя стока от индекса предшествующих осадков и количества осадков, вызвавших паводки, поскольку установить связь с порядковым номером недели не удалось. На втором графике (см. рис. 5.3 б) построена зависимость фактического стока (вертикальная ось) от стока, вычисленного по первому графику и продолжительности осадков. Для контроля на третьем графике (см. рис. 5.3 в) построена связь между фактическим и вычисленным (с учетом трех аргументов) стоком. Сходимость рассчитанного и фактического стока удовлетворительная. Отношение s/σ , подсчитанное по данным о всех паводках, равно 0,20.

Построенная зависимость была использована также для расчета гидрографа стока по методу единичного паводка. Ординаты единичного паводка определяли следующим образом. На основе анализа хода осадков и стока выделяли дождевые паводки, сформированные дождями суточной продолжительности. Для каждого выделенного паводка определяли распределение стока. Таблица 5.3

Таблица 5.3

Распределение стока по времени паводка от суточного дожда 18 июня 1978 г. на р. Рух и с. Малгожын

Дата	Расход воды Q м ³ /с	Грунтовый сток $Q_{гр}$ м ³ /с	Поверхностный сток $Q_{поверх} = Q - Q_{гр}$	Ординаты единичного паводка $\frac{Q_{поверх}}{P - U_{исп}}$
17/VI	10,5	10,5	0	0
18/VI	59,6	10,5	49,0	0,49
19/VI	39,7	10,5	29,2	0,29
30/VI	25,2	10,5	12,7	0,13
21/VI	16,3	10,5	5,8	0,06
22/VI	13,4	10,5	2,9	0,03
23/VI	11,3	10,5	0,8	0,00
24/VI	10,5	10,5	0	0
Σ			100,4	1,0

иллюстрирует вычисление ординат единичного паводка от суточного дожда. Такие единичные паводки были построены для 11 суточных дождей (табл. 5.4). Форма единичных паводков оказалась

Таблица 5.4

Определение табличного графика суммарного паводка р. Рух и с. Малгожын

Время прохождения паводка	Ординаты единичного паводка				
	1	2	3	4	5
12—16/VI-70	0,61	0,27	0,10	0,02	
17—31/VIII-70	0,58	0,38	0,10	0,04	
18—29/VI-71	0,58	0,28	0,13	0,06	0,02
27—30/VIII-71	0,76	0,18	0,06	0	
29/VIII—5/IX-72	0,40	0,36	0,12	0,08	0,04
20—23/VIII-73	0,67	0,23	0,10	0	
30/IV—2/VI-76	0,51	0,39	0,10		
1—4/VIII-76	0,72	0,17	0,11	0	
17—24/VI-78	0,49	0,39	0,13	0,06	0,03
10—14/VI-79	0,78	0,16	0,06	0,01	
31/VII—4/VIII-79	0,71	0,22	0,07	0	
Сумма	6,76	2,61	1,07	0,27	0,08
Ординаты обобщенного единичного паводка	0,61	0,26	0,10	0,02	0,01

довольно близкой для всех случаев, что позволило получить обобщенный единичный паводок для суточных осадков. Ординаты этого паводка приведены в табл. 5.4.

Расчет гидрографа стока рассмотрен на примере дождевого паводка 1978 г. в табл. 5.5. В графе 2 этой таблицы приведено количество осадков, выпавших в бассейне за период с 31/VIII по 7/IX. По интегральной сумме осадков на каждые сутки (графа 3), начальному индексу увлажненности $I_{н-22}$ мм и продолжительности осадков с графика рис. 5.3 сняты значения суммарного слоя стока (графа 4). Суточный сток определен по разности слоев суммарного стока (графы 5 и 6). Значения ординат единичного паводка приведены в графе 7. Порядок вычисления ежедневных расходов воды аналогичен расчету по кривой дебетации (графы 8—17). В графе 18 представлены фактические расходы воды. Фактические и рассчитанные гидрографы за ряд паводков показаны на рис. 5.4.

Для использования рассмотренной схемы в проекте паводка необходимо учитывать прогноз количества осадков, так как естественная заглаговерность меньше суток. Однако при наличии фактических данных об осадках по мелким интервалам времени

Таблица 5.5

Расчет гидрографа для реки у с. Мухомора, $I_{\text{ср}} = 23$ мм, $Q_{\text{ср}} = 4,89$ м³/с, 1926 г.

Дата	Осадки		Сток			ρ_1	Проведение q_i (м³/с) на основании единичного гидрографа ρ_1									Расход воды Q			Ошибки расчёта $\Delta = Q_p - Q_{\text{расч}}$
	$P_{\text{мм}}$	$ЭО_{\text{мм}}$	$P_{\text{мм}}$	$ЭО_{\text{мм}}$	$q \text{ м}^3/\text{с}$		q'_1	q'_2	q'_3	q'_4	q'_5	q'_6	q'_7	q'_8	$Q'_{\text{ср}}$	$Q = Q'_{\text{ср}} + Q_p$	Q_p		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
31/VIII	25,0	35,0	3,0	3,0	18,8	0,94	11,5								11,5	15,8	34,2	-8,6	
1/IX	37,2	62,2	21,0	16,0	112,5	0,96	4,89	68,6							73,5	77,6	74,6	3,1	
2/IX	10,6	72,8	30,0	9,0	56,2	0,10	1,88	29,2	34,3						65,4	69,5	43,3	26,2	
3/IX	7,5	80,8	37,0	7,0	43,8	0,02	0,38	11,2	14,6	36,7					52,9	57,0	38,0	19,0	
4/IX	4,9	87,2	42,0	5,0	31,2	0,01	0,19	2,25	5,02	11,4	19,0				39,6	43,1	40,6	2,6	
5/IX	1,0	86,2	42,0	0,0	0,0			1,12	1,12	4,38	8,11	0			14,7	18,8	27,0	-8,2	
6/IX	0,9	89,1	42,0	0,0	0,0				0,56	0,88	3,12	0	0		4,66	5,64	19,9	-11,8	
7/IX	0,1	89,2	42,0	0,0	0,0					0,44	0,62	0	0	0	1,06	5,14	16,4	-10,3	

Расчет гидрографа паводка р. Рига у с. Мекторая, $l_{\text{пр}}=32$ км, $Q_{\text{пр}}=4,96$ м³/с, 1973 г.

Дата	Осадки			Снег			Промывание q_i (м ³ /с) на единицу площади водосбора F_i												Расход воды Q				Общий расход $\Sigma Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$									
	мм	д	с	мм	д	с	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8	q_9	q_{10}	q_{11}	q_{12}	q_{13}	q_{14}	q_{15}	q_{16}		q_{17}	q_{18}	Q_1	Q_2	Q_3				
1																																
31/III	25,0		25,0	3,0		3,0	18,6		0,61	11,5																	11,5	15,9	34,2		5,6	
1/IV	37,2		37,2	21,0		16,0	112,6		0,36	4,59	69,6																73,5	77,6	74,3		3,1	
2/IV	10,6		72,6	30,0		0,0	56,2		0,10	1,89	29,2		34,3														66,4	40,6	43,3		26,2	
3/IV	7,6		80,6	37,0		7,0	43,8		0,02	0,38	11,3		14,6	26,7													52,9	37,0	56,0		19,0	
4/IV	4,9		37,2	42,0		6,0	31,2		0,01	0,19	2,25		5,02	11,4	19,0												30,0	49,1	40,5		2,6	
5/IV	1,0		38,2	42,0		0,0	0,0			1,12	1,12		4,38	6,11	0												14,7	19,8	27,0		-8,2	
6/IV	0,9		59,1	42,0		0,0	0,0			0,86	0,86		3,12	0	0												4,56	8,04	19,9		-11,3	
7/IV	0,1		39,5	42,0		0,0	0,0			0,44	0,44		0,02	0	0												1,06	5,14	16,4		-10,2	

необходимо уменьшить расчетный интервал времени, что позволит снизить роль будущих осадков.

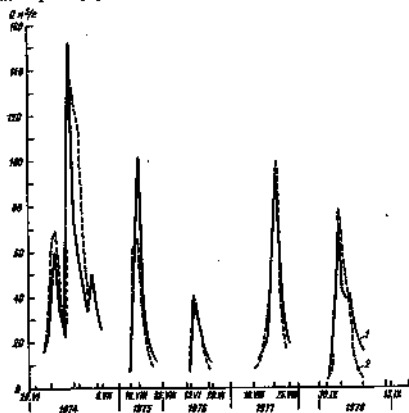


Рис. 5.4. Совокупление фактических (1) и рассчитанных (2) расходов воды р. Рига у с. Мекторая.

5.2. Особенности прогноза гидрографа весеннего половодья на равнинных реках

Водоподачу на поверхность бассейна обычно рассчитывают по простой схеме, приведенной в предыдущей главе — соотношения (5.4) — (5.7). При большой изменчивости условий погоды в период таяния снега для расчета интенсивности снеготаяния используют номограммы Шуляковского, которые строят в соответствии с рекомендациями, данными в третьем выпуске «Руководства по гидрологическим прогнозам».

Суммарные потери за единицу интервал времени рассчитывают по соотношению

$$I_i = P_{\text{max}} \left\{ \exp \left[- \left(\sum_{j=1}^i h_j \right) / p_{\text{max}} \right] - \exp \left[\left(\sum_{j=1}^i h_j \right) / p_{\text{max}} \right] \right\}, \quad (5.7)$$

где R_i — рассчитанная водоподача в i -й момент времени; t_0 — время начала снеготаяния; $R_{\text{норм}}$ — параметр, характеризующий водопропускную способность бассейна перед началом снеготаяния.

Для определения параметра $R_{\text{норм}}$ используют два подхода.

1. Строят (либо используют имеющиеся) воднобалансовые зависимости для долгосрочного прогноза объема половодья. По этим зависимостям находят ожидаемый объем весеннего половодья (Y) в рассматриваемом году. Зная запас воды в снеге к началу снеготаяния в сумме с ожидаемым за период снеготаяния осадками ($S_{\text{норм}}$) и полученным объемом стока, определяют значение $R_{\text{норм}}$ с помощью номограммы вида $R_{\text{норм}} = f(Y, S_{\text{норм}})$, построенной с использованием уравнения стока:

$$Y = S_{\text{норм}} - R_{\text{норм}} [1 - \exp(-S_{\text{норм}}/R_{\text{норм}})]. \quad (5.6)$$

Способы построения воднобалансовых зависимостей и номограммы $R_{\text{норм}} = f(Y, S_{\text{норм}})$ подробно рассмотрены в первом выпуске «Руководства по гидрологическим прогнозам».

2. По данным за прошлые годы определяют аналогично предыдущему значения $R_{\text{норм}}$ за каждый год. Затем строят график связи $R_{\text{норм}}$ со стокообразующими факторами (чаще других используют характеристики увлажненности и льдистости почвы). Примеры таких зависимостей приведены в гл. 8 настоящего Руководства, а также в первом выпуске «Руководства по гидрологическим прогнозам». Для рек центральной части степной и лесостепной зон европейской части СССР В. Д. Комаровым была установлена аналитическая зависимость параметра $R_{\text{норм}}$ от глубины промерзания (Z) и запаса продуктивной влаги в 100-сантиметровом слое почвы (w):

$$R_{\text{норм}} = A \exp[-b w Z / (0.75 w_{\text{норм}})] \exp[-a w / (0.75 w_{\text{норм}})], \quad (5.9)$$

где $w_{\text{норм}}$ — запас влаги в том же слое при наименьшей влагоемкости; A, b, a — параметры, определяемые для конкретных водосборов. По данным для ряда водосборов указанной зоны были найдены числовые значения этих параметров: $A = 750$ мм, $b = 0.051$ 1/см, $a = 0.11$. Следует учитывать, что при определении этих параметров значение Z было ограничено 60 см, т. е. все большие значения были приравнены к 60 см.

Зная характеристики увлажненности и льдистости для данного года, по графикам связи их с $R_{\text{норм}}$ либо по зависимости (5.9) определяют значение $R_{\text{норм}}$ и затем используют при расчетах потерь по соотношению (5.7). Оба эти подхода близки по точности. Однако для прогноза лучше использовать второй подход, так как в этом случае при определении параметра $R_{\text{норм}}$ не возникает проблем учета ожидаемых осадков за период снеготаяния.

5.3. Прогноз гидрографа по осадкам или интенсивности снеготаяния с учетом расходов воды в замыкающем створе

Рассмотренные в двух предыдущих пунктах способы прогноза паводков, основанные на учете только метеорологических данных, могут иметь значительные погрешности из-за приближенности определения потерь.

Если продолжительность осадков (снеготаяния) достаточно велика и в русловой системе находится уже существенный запас воды, можно часть дождевого (талого) стока предсказать по имеющимся запасам воды в руслах, что может несколько уточнить прогноз. Для такого уточнения расход воды в замыкающем створе разделим на две составляющие: Q_0 — часть стока, обусловленная уже имеющимися в русловой системе запасами воды, и Q_1 — часть стока, обусловленная осадками, которые к моменту составления прогноза уже выпали, но еще не стекли в речную сеть, и осадками, выпадавшими за период заблаговременности прогноза:

$$Q_{t+\delta} = Q_0 + i + \delta + Q_1 + \delta, \quad (5.10)$$

где i — момент выпуска прогноза, δ — заблаговременность. Величина Q_0 может быть определена по расходам воды в замыкающем створе в день выпуска прогноза Q_t :

$$Q_0 + \delta = a_0 Q_t. \quad (5.11)$$

Значение коэффициента a_0 можно определить по графику связи между расходами воды в момент составления прогноза и расходами воды за период заблаговременности $Q_{t+\delta} = f(Q_t)$. Если на этом графике провести прямую линию, ограничивающую точки со стороны оси Q_t , то значение коэффициента a_0 будет равно тангенсу угла наклона этой линии к оси Q_t .

Величину Q_1 в каждый момент i вычисляем по данным об осадках (снеготаянии) с использованием усеченной кривой добегания $R_{\text{норм}}$, характеризующей последовательность поступления части дождевой (талой) воды, еще не стекшей к замыкающему створу, при заблаговременности δ :

$$Q_{n,1} = \sum_{i=1}^n q_i R_{n,i,t-i-\delta}, \quad (5.12)$$

где q_i — приток воды к русловой сети, определенный способами, рассмотренными в п. 5.1 либо 5.2.

Ординаты усеченной кривой добегания определяем по полученным ранее ординатам кривой добегания R для трансформации притока воды в гидрограф стока в замыкающем створе. Для их определения записываем следующие соотношения:

$$Q_{n,1} = \tilde{Q}_1 - a_0 \tilde{Q}_1 - \delta. \quad (5.13)$$

где $\tilde{Q}_i$, $\tilde{Q}_{i-1}$ — рассчитанные с использованием кривой добегания p расходы воды в замыкающем створе в моменты времени i и $i-1$. Подставив соотношения для расчета $\tilde{Q}_i$ и $\tilde{Q}_{i-1}$ из (5.13), получим

$$\begin{aligned} Q_{i+1} &= \sum_{j=1}^i q_j p_{i-j+1} - a_0 \sum_{j=1}^{i-1} q_j p_{i-j+1} = \\ &= \sum_{j=1}^i q_j (p_{i-j+1} - a_0 p_{i-j+1}). \end{aligned} \quad (5.14)$$

При получении этого соотношения использовали условие, что ординаты кривой добегания при $i < 1$ равны нулю. Из выражения (5.14) следует, что ординаты усеченной кривой добегания можно выразить через ординаты исходной кривой добегания следующим образом:

$$p_{i+1,1} = p_i - a_0 p_{i-1}. \quad (5.15)$$

Для наглядности запишем несколько первых ординат усеченных кривых добегания для заблаговременности одной и двух суток:

— для $\delta=1$

$$p_{i+1,1} = p_i; \quad p_{i+1,2} = p_i - a_0 p_i; \quad p_{i+1,3} = p_i - a_0 p_i \text{ и т. д.}$$

— для $\delta=2$

$$p_{i+1,1} = p_i; \quad p_{i+1,2} = p_i; \quad p_{i+1,3} = p_i - a_0 p_i \text{ и т. д.}$$

Сумма ординат полученных таким образом усеченных кривых добегания равна примерно $1 - a_0$. Следовательно, ошибка прогноза объема паводка с учетом фактических расходов в δ раз меньше ошибки расчета, полученной без учета расходов воды в замыкающем створе, т. е. чем больше a_0 , тем больше эффект уточнения. Степень уменьшения ошибок в значениях отдельных ординат гидрографа, кроме того, будет зависеть от формы кривой добегания. С увеличением заблаговременности эффект уточнения снижается.

После определения ординат усеченной кривой добегания можно записать выражение для прогноза расходов воды с заблаговременностью δ единиц:

$$Q_{i+\delta} = a_0 Q_i + \sum_{j=1}^{\delta} p_{i+1, j} q_{i+\delta-j+1}, \quad (5.16)$$

где g_m — число значимых ординат усеченной кривой добегания, i — момент выпуска прогноза.

Пример 5.2. Расчет гидрографа дождевого паводка р. Риты у с. Мехгорья с учетом расходов воды в замыкающем створе.

Для расчета гидрографа воспользуемся зависимостью, полученной в примере 5.1 (см. рис. 5.3). Ординаты едичного паводка также возьмем из предыдущего примера (табл. 5.5, графа 7).

Для определения коэффициента a_0 (при $\delta=1$) по фактическим расходам воды строим график связи $Q_{i+1} = f(Q_i)$, на котором проводим нижнюю отбрасывающую прямую (рис. 5.6). Тангенс угла наклона этой линии оказался равным 0,38, т. е. $a_1 = 0,38$. Тогда в соответствии с соотношением (5.15) усеченная кривая добегания при заблаговременности 1 сут будет иметь ординаты 0,61 и 0,03.

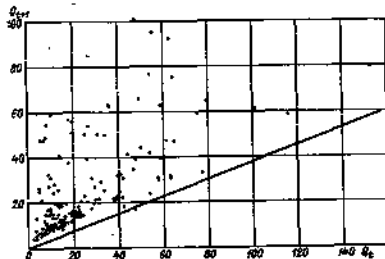


Рис. 5.5. Зависимость последующего стока от предыдущего $Q_{i+1} = f(Q_i)$ (р. Риты — с. Мехгорья).

Расчеты гидрографа дождевого паводка по соотношению (5.16) сведен в табл. 5.6. В графе 2 этой таблицы помещены сведения

Таблица 5.6

Схема расчета гидрографа с использованием данных о расходах воды в замыкающем створе р. Риты у с. Мехгорья, 1978 г.

Дата	Y мм/с	p_{i1}	Q_{i1} м³/с	Q_{i2} м³/с	$Q_{i3} =$ $-a_0 Q_{i1}$	$Q_{i+1} =$ $Q_{i1} + Q_{i3}$	$Q_{i+1} - Q_{i2}$
1	2	3	4	5	6	7	8
31/VIII	18,8	0,61	11,5	24,2	9,2	78,4	3,9
1/IX	112,5	0,09	89,2	74,5	29,8	68,3	22,7
2/IX	96,2	0,00	87,7	48,3	16,4	68,3	0,0
3/IX	45,8		28,4	35,0	14,4	44,5	9,5
4/IX	31,2		20,3	40,5	15,4	34,7	-5,8
5/IX	0	0,04	27,3	10,8	10,8	16,5	-10,7
6/IX	0		19,9	7,6	7,6	10,9	-9,0
7/IX	0		15,4	5,8	5,8	7,6	-7,8

о притоке воды, взятые из табл. 6.5 (графа 6). В графу 3 заносим ординаты усеченной кривой добегаания. Подставив значения на граф 2 и 3 в уравнение (5.12), получим ту часть стока, которая рассчитана непосредственно по данным об осадках (графа 4). Умножив фактические расходы воды (графа 6) на коэффициент α , определим часть стока, обусловленную уже имеющимися запасами в русловой сети (графа 6). В графе 7 приведены рассчитанные расходы воды Q_t , полученные как сумма двух составляющих (графы 4 и 6) со сменением значений Q_0 на один сутки.

5.4. Прогноз расходов воды по притоку в речную сеть, вычисленному по гидрометрическим данным

Этот подход позволяет в значительной мере избежать погрешностей в определении потерь стока на водосборе. Способы расчета притока в речную сеть по гидрометрическим данным рассмотрены в гл. 2.

Для составления прогноза с заблаговременностью δ единиц используют выражение

$$Q_{t+\delta} = \sum_{i=1}^n p_i q_{t+\delta-i+1} + \sum_{i=1}^m p_i \tilde{q}_{t+\delta-i+1}, \quad (5.17)$$

где q_t — приток в речную сеть в t -й момент времени; p_i — кривая добегаания, определяемая способами, рассмотренными в п. 5.1; i — момент выпуска прогноза; $\tilde{q}_m$ — число значимых ординат кривой добегаания.

Первое слагаемое в соотношении (5.17) определяется притоком в речную сеть, вычисленным по фактическим данным, а второе — ожидаемым притоком на период заблаговременности (δ). По мере увеличения заблаговременности прогноза увеличивается роль ожидаемого притока и уменьшается роль фактического. Поэтому этот способ целесообразно использовать для сравнительно крупных рек.

Способы определения ожидаемого притока рассмотрены в п. 2.4.2. Естественно, что наиболее сложно оценить ожидаемый приток в период подъема паводка. Поэтому прогнозы в это время составляют с небольшой заблаговременностью. После наступления максимума притока ожидаемый приток довольно трудно оценить по кривым спада, что позволяет выпускать прогнозы до конца паводка (половодья). Заблаговременность прогноза максимального расхода воды за паводок, естественно, зависит от разницы во времени наступления максимума притока и максимума расхода воды в замыкающем створе.

При сильном влиянии неравномерности водоотдачи на гидрограф стока в замыкающем створе можно воспользоваться частными кривыми добегаания. В этом случае целесообразно воспользоваться расходами воды малых рек, которые могут служить харак-

теристикой водоотдачи. Бассейны малых рек должны быть расположены в различных по условиям формирования стока зонах рассматриваемого водосбора. При этом каждый бассейн косвенно отражает приток воды в речную сеть для территории, тяготеющей к этому бассейну. Необходимое количество малых бассейнов, их размеры и порядок распределения по территории зависят от размеров, орографии и степени развития речной сети водосбора, неравномерности водоотдачи, условий формирования потерь и др. Для весеннего половодья, как правило, можно ограничиться меньшим числом малых бассейнов, чем для дождей паводков. При площади водосбора 20—50 тыс. км² наиболее целесообразно выбирать малые бассейны — размером 200—400 км². В каждом конкретном случае необходимо делать тщательный анализ нескольких вариантов расчета для выбора оптимального. Коэффициенты стоковой привода и частные кривые добегаания определяют так же, как для приточных участков рек (см. п. 2.3).

Глава 6. Прогноз талого, и тало-дождевого стока на основе математических моделей

В этой главе рассмотрено четыре модели формирования талого и дождевого стока, реализованные для различных физико-географических районов. Эти модели доведены до разработки методов прогноза и для них имеется программное обеспечение, созданное в фонд алгоритмов и программ либо опубликованное в виде методических указаний. Основное внимание при их изложении уделено практическим вопросам. Детальное описание особенностей моделей можно найти в соответствующих публикациях [7—11, 13, 14].

6.1. Модель формирования талого, дождевого и тало-дождевого стока

6.1.1. Физические основы и расчетные соотношения модели

Модель основана на учете теплофизических процессов, происходящих в зоне аэрации и на поверхности почвы. Благодаря чему она может быть использована для непрерывного расчета талого, дождевого и тало-дождевого стока. Для верхнего слоя почвы мощностью z (обычно 50 см) записывают уравнение баланса типа (4.1) раздельно для жидкой и твердой составляющих влаги.

При задании соотношений для расчета составляющих водного баланса учитывают различия формирования стока на лесных и

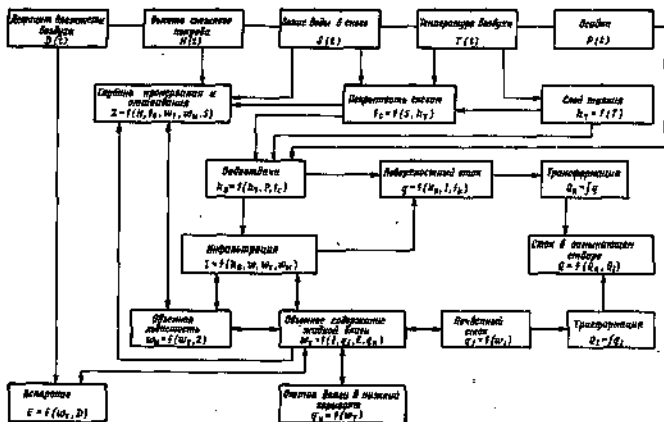


Рис. 6.1. Блок-схема модели формирования талого, дождевого и тало-дождевого стока.

поверхности участка водосбора. Уравнение водного баланса в лесу записывают для слоя почвы z , лежащего ниже очень рыхлого поверхностного слоя (6–10 см), а вода, выходящая в рыхлом слое поступает к замыкающему створу в виде поверхностного стока. Такая схематизация позволяет построить односторонние зависимости для лесных и полевых участков, различающиеся только коэффициентами.

В соответствии с коэффициентом лесистости водосбор условно делит на полевую и лесную части и для каждой из них в каждый момент времени рассчитывают составляющие водного баланса. Последовательность расчета основных составляющих и их взаимосвязь показана на блок-схеме (рис. 6.1).

Поступление воды на поверхность почвы. Оно может быть обусловлено жидкими осадками либо талой водой. Схема расчета поступления в период снеготаяния основана на предположении, изложенных в п. 4.1: интенсивность снеготаяния рассчитывают по коэффициенту сглаживания (4.4), приведенную интенсивность по соотношению (4.5), а водоотдачу по выражению (4.7):

$$h_0 = \begin{cases} 0, & \sum (h_0 + P) \leq \gamma S_{\text{мин}} \\ \frac{h_m}{1 - \gamma S_{\text{мин}} / S_{\text{мин}}} + P, & \sum (h_0 + P) > \gamma S_{\text{мин}} \end{cases} \quad (6.1)$$

где $S_{\text{мин}}$ — запас воды в снеге к началу таяния, $S'_{\text{мин}}$ — сумма этого запаса к осадкам, выпавшим от начала таяния до момента наступления максимальной водоудерживающей способности снега ($\gamma S_{\text{мин}}$). Остальные обозначения соответствуют обозначениям, принятым в гл. 4.

При определении степени покрытия бассейна снегом используют кривую распределения (см. выражение (4.6)).

Промораживание и оттаивание почвы. Для расчета границ промерзания и оттаивания почвы используют зависимости, полученные из уравнений теплопереноса в предположении, что проток (отток) тепла снизу отсутствует, вертикальное распределение температуры в мерзлом (таком) слое и в снежном покрове линейно, при отрицательной (положительной) температуре почвы вся влага находится в твердом (жидком) состоянии, фильтрующаяся при таянии вода не участвует в процессах теплопереноса:

$$Z(t + \Delta t) = -\lambda H / \lambda_{\text{сн}} + \sqrt{(\lambda H / \lambda_{\text{сн}} + Z(t))^2 + 2\lambda |T| \Delta t / L (\sigma + \omega)}, \quad (6.2)$$

где H и T — соответственно толщина слоя снега и температура воздуха за интервал времени Δt ; $Z(t)$ и $Z(t + \Delta t)$ — граница промерзания (оттаивания) к началу и концу расчетного интервала времени; ω — продуктивная объемная влажность на фронте промерзания (оттаивания); L — удельная теплота плавления льда;

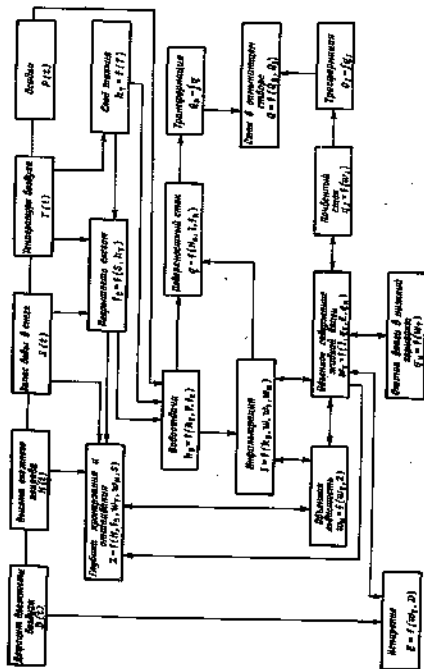


Рис. 6.1. Блок-схема модели формирования таяния, дождевого и талого стока.

λ — коэффициент теплопроводности мерзлой (при промерзании) и талой (при оттаивании) почвы; ω_0 — прочно связанная влага, близкая к влажности завядания; $\lambda_{\text{сн}}$ — коэффициент теплопроводности снега.

Коэффициент теплопроводности снега рассчитывают по зависимости

$$\lambda_{\text{сн}} = 1,373 \cdot 10^5 \rho_{\text{сн}}^{\frac{1}{3}} \quad (6.3)$$

где $\lambda_{\text{сн}}$ в Дж/(см·ч·°C), $\rho_{\text{сн}}$ — плотность снега, г/см³.

Коэффициент теплопроводности для лесной и лесостепной зон можно рассчитать по соотношениям:

$$\lambda_t = 4,19 [5,42\rho - 3,34] \left(\ln \frac{\rho}{\rho_0} + 4,6 \right) - (1,6\rho - 0,5), \quad (6.4)$$

$$\lambda_m = \lambda_t + 4,19 [0,8 + 26,7 (\omega/\rho - 0,1)], \quad (6.5)$$

где λ_t и λ_m — коэффициент теплопроводности талой и мерзлой почвы соответственно, Дж/(см·ч·°C); ρ — плотность почвы, г/см³.

Потери на испарение в почве. Полагают, что основным фактором, влияющим на потери, является запас влаги в выделенном слое почвы к моменту расчета. Для промерзшей почвы, кроме того, учитывают влияние ее льдистости:

$$I = (10\omega_{\text{масс}} - W)(\rho_0 Z) + i_0 (\omega_{\text{масс}})^{1,5} (1 + 8\omega_0)^{-2}, \quad (6.6)$$

где I — потери на испарение в почву, мм/ч; $\omega_{\text{масс}}$ — максимальная возможная для рассматриваемой почвы продуктивная влажность; ω_0 — объемное содержание жидкой влаги; ω_n — объемная льдистость; $W = (10\omega_0 + \omega_n)Z$ — общий запас влаги в слое почвы, мм; Z — выделенный слой почвы, см; k — параметр, характеризующий испаряющую способность почвы, ч/см; i_0 — коэффициент фильтрации верхнего слоя почвы, мм/ч.

Для учета влияния грунтовых вод после оттаивания почвы в расчеты по соотношению (6.6) потери вводят поправку

$$\Delta I = \xi (10\omega_{\text{масс}} - W_0)(\rho_0 Z), \quad (6.7)$$

где W_0 — запас влаги в почве в момент полного ее оттаивания, мм; ξ — параметр, меняющийся.

Потери на испарение E . Испарение с талой и промерзшей почвы, освобождающейся от снега, рассчитывают по следующей зависимости:

$$E = k_2 D \exp \left[-(\omega_{\text{масс}} - \omega_0)/\omega_{\text{масс}} \right], \quad (6.8)$$

где E в мм/ч; D — дефицит влажности воздуха, гПа; k_2 — параметр, равный испаряемости при единичном дефиците, мм/(гПа·ч).

Внутрипочвенный сток (q_1) и отток влаги (q_n) в нижележащий слой. Для расчета этих составляющих используют зависимости, аналогичные формуле Аверьянова:

$$q_1 = \lambda_2 (\omega_0/\omega_{\text{масс}})^{1,5}, \quad (6.9)$$

$$q_n = i_n (\omega_0/\omega_{\text{масс}})^{1,5}. \quad (6.10)$$

где q_1 и q_n в мм/ч; λ — параметр меньше единицы, учитывающий дренажность водосбора; i_n — коэффициент фильтрации на нижней границе выделенного слоя, мм/ч.

Поверхностный сток. Поверхностный сток определяют по разности поступления и инфильтрации с учетом поверхностного задержания:

$$q_n = \begin{cases} (h_2 - l)(1 - s), & l < h_2, \\ 0, & l \geq h_2, \end{cases} \quad (6.11)$$

где

$$s = \exp \left[-m \sum_{i=1}^n (h_i - l - E) \right],$$

q_n — поверхностный сток, сформировавшийся на лесных участках, мм/ч; m — параметр поверхностного задержания воды, 1/мм.

При расчете поверхностного стока в поле учитывают что обстоятельство, что на части площади могут образовываться практические полностью водопроницаемые слои почвы. Поэтому полагают, что инфильтрация осуществляется только на участках, где не образовался водоупорный слой. Тогда для поверхностного стока с полевых участков можно записать

$$q_n = \begin{cases} (h_2 - l)s f_x + h_2 s (1 - f_x), & l < h_2, \\ h_2 s (1 - f_x), & l \geq h_2, \end{cases} \quad (6.12)$$

где $s = 1 - \exp \left[-m \sum_{i=1}^n (h_i - E) \right]$, f_x — доля площади полевых участков, на которой не образовался водопроницаемый слой. Эту величину рассчитывают по уравнению

$$f_x = 1 - \exp \left(-\alpha_z K_x \right) \sum_{i=1}^n (\alpha_z K_x)^{\alpha_z - 1} / \Gamma(\alpha_z - 1 + 1), \quad (6.13)$$

где $\alpha_z = 1/C_z$, α_z — параметр распределения глубины промерзания (обычно полагают равным 3); $K_x = U_n/(\omega_0 Z_n)$ (здесь ω_0 и Z_n — средние для полевых участков влажность почвы и глубина промерзания; U_n — параметр, характеризующий критическое значение произведение влажности почвы на глубину промерзания, при превышении которого почва практически непроницаема, см).

Рассчитанный по соотношениям (6.11) и (6.12) поверхностный сток преобразуют в гидрограф за замкнутым створом с помощью линейной модели (2.8) с кривой дообегания (2.13). Аналогичным образом преобразуют аутириционный сток, рассчитанный по соотношению (6.9).

6.1.2. Исходные данные, используемые в модели

В приведенных соотношениях модели непосредственно используют следующие гидрометеорологические данные: осадки (жидкие и твердые), температуру, дефицит влажности воздуха, запас воды в снеге и толщину слоя снега. Кроме того, в начальный момент расчета необходимо задать какую-либо характеристику влажности

почвы (в слое z) и возможный диапазон ее изменения в многолетнем разрезе. При определении параметров модели необходимо также задать расходы воды в замыкающем створе (выходные данные модели).

Следует заметить, что объем исходных данных зависит от решаемой задачи. Если расчеты ведут непрерывно для всего года, т. е. рассматривают средний суточный расход дождевого, талого и тало-дождевого стока, то используют все перечисленные выше данные. При расчете только дождевого стока в период паводков данные о температуре воздуха и снежном покрове не используют.

Обычно принимают суточный интервал времени. Поэтому все данные, кроме данных о снежном покрове, должны быть представлены в виде средних суточных значений, осредненных для всего рассматриваемого водосбора. Для осреднения можно применять обычные приемы, рассмотренные в гл. 4. Данные о снежном покрове, полученные по снегометкам, осредняют отдельно для полевых и лесных участков. Если же водосбор практически полностью залесен (лесистость больше 0,8), можно использовать данные снегометок только для лесных участков и, наоборот, для практически полностью полевых водосборов (лесистость меньше 0,3) — только для полевых участков.

Начало расчета обычно выбирают в период летней межени после прохождение половодья, когда почва талая. Если имеются достаточно надежные наблюдения за влажностью почвы, они могут быть использованы в качестве характеристики начальной влажности почвы. В противном случае в качестве индекса увлажнения можно использовать средний за предшествующий месяц или средний за декаду расход воды. Следует стремиться, чтобы этот период осреднения не включал в себя след половодья, а следовательно непосредственно за ним. Такая характеристика увлажнения зональна для лесной зоны. Для более южных районов следует отдавать предпочтение индексам увлажнения, рассчитываемым по осадкам (см. главу 5).

Переход от индекса увлажнения к начальной влажности почвы осуществляют с помощью зависимости

$$\omega_0 = [0,3 + 0,4(Q_0 - Q_{0, \text{мин}})(Q_{0, \text{макс}} - Q_{0, \text{мин}})] \omega_{\text{макс}}$$

где Q_0 — индекс увлажнения, используемый в качестве характеристики начальной влажности; $Q_{0, \text{макс}}$ и $Q_{0, \text{мин}}$ — максимальное и минимальное значения этого индекса за имеющийся период наблюдений.

Так как используют осредненные данные, водосбор должен быть таким, чтобы осредненные значения были репрезентативны. При сильно выраженной неравномерности водосбора можно разбить на несколько подбассейнов, для которых имеются измерения расходов воды в замыкающих створах. Затем для каждого из этих подбассейнов задают различные средние значения холодных данных и определяют параметры. Оптимальный размер водосборов для лесной зоны 5—10 тыс. км².

6.1.3. Определение параметров модели

Для расчета (прогноза) необходимо задать коэффициенты, входящие в уравнения (6.1) — (6.13). Это наиболее трудоемкий этап реализации модели, поэтому он может быть осуществлен только методами оптимизации с помощью специальной программы для ЭВМ (прил. 2.4).

Некоторые коэффициенты принимают одинаковыми для полевых и лесных участков. К ним можно отнести k_0 — коэффициент фильтрации на нижней границе выделенного слоя почвы; $\omega_{\text{макс}}$ — максимально возможная для рассматриваемой почвы продуктивная влажность; k_2 — испаряемость при единичном дефиците влажности воздуха; ξ — параметр, учитывающий влияние грунтовых вод на фильтрацию; ω_0 — влажность завядания; γ — водоудерживающая способность снега. Один коэффициент используют только при расчете для полевых участков (u_c — критическое значение произведения ω и h для образования водоупорных слоев).

Большая же часть коэффициентов может принимать различные значения для полевых и лесных участков: k — параметр, характеризующий сорбционные свойства почвы; χ — дренажность водосбора при образовании интродюкционного стока; l_0 — коэффициент фильтрации выделенного слоя почвы; m — параметр поверхностного задержания воды; v_1 и v_2 — параметры трансформации поверхностной водоотдачи; γ_1 , γ_2 — параметры трансформации интродюкционной водоотдачи; β — коэффициент сглаживания снега; α — параметр кривой распределения снежного покрова; ρ — плотность почвы.

Следовательно, число определяемых коэффициентов сильно зависит от особенностей рассматриваемого водосбора, в частности от его лесистости.

Все коэффициенты разбивают на три группы.

1. Коэффициенты k , χ , l_0 , m , v_1 , v_2 , ρ , α ; U_c . ξ трудно измерить или вычислить прямым путем. Для их определения используют метод оптимизации с критерием качества:

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{TK_i - TN_i} \sum_{j=1}^{TK_i} (Q_{0,i,j} - Q_{0,i})^2, \quad (6.14)$$

где N — число лет, включенных в оптимизацию; TN_i и TK_i — даты начала и конца оптимизации для i -го года; Q_0 и Q_0 — фактические и рассчитанные расходы воды в замыкающем створе.

2. Коэффициенты k_2 , α , оказывающие большее влияние на суммарный сток и распределение его во времени, можно оценить по натурным измерениям либо по балансовым соотношениям.

Используя формулу Давыдова, коэффициент k_2 можно оценить по соотношению (если дефицит влажности воздуха выражен в гектопаскалях)

$$k_2 = 0,008(1 + 0,51m), \quad (6.15)$$

где u — средняя многолетняя скорость ветра для рассматриваемого района на высоте флюгера, м/с. Для лесной зоны европейской части СССР значение k_2 можно принять равным 0,024 мм/ч (при $u=4$ м/с).

Для оценки коэффициента стаявания в поле и в лесу можно использовать графики связи максимальных запасов воды в снеге с суммой положительных значений температуры от начала таяния до схода снега на 50 % площади. Тангенс угла наклона этой связи равен коэффициенту стаявания a . Такой график связи лучше строить не по средним для водосбора данным, а по отдельным станциям, помещаемым на одну связь.

Коэффициент $\sigma_{\text{расч}}$ можно оценить по данным измерений гидрофизических характеристик почв.

Полученные таким образом оценки коэффициентов k_2 , a , $\sigma_{\text{расч}}$ могут оказаться недостаточно точными для конкретного небольшого водосбора из-за влияния различных местных особенностей. В связи с этим после определения параметров второй группы осуществляют оптимизацию параметров и первой и второй группы.

3. Коэффициенты σ_0 , γ , ρ , α оказывают значительно меньшее влияние на гидрограф в замыкающем створе. Ошибки при задании не могут сильно сказаться на результатах расчета. Поэтому эти константы не оптимизируют, а оценивают по данным натурных измерений (γ и ρ) либо с учетом рекомендаций, приведенных в п. 4.1 (σ_0 и α).

Для надежного определения параметров необходимо привлечь данные за 8—12 лет. Этот ряд должен включать в себя экстремальные случаи формирования стока на данном водосборе (пикные к высоким коэффициенты стока, большие и малые значения снегозапасов и т. д.). Необходимо также выбрать показательную характеристику начального влагоудержания.

Оценку коэффициентов осуществляют по следующей схеме:

1. Задать оценки коэффициентов второй и третьей группы;
2. Выбирают начальные значения параметров первой группы.

От выбора начальных значений во многом зависит надежность получения оптимальных оценок параметров. При выборе начальных значений можно руководствоваться следующими. Значения параметров t_1 и n_1 находят из сопоставления графиков хода осадков (весной — температуры) и гидрографов в замыкающем створе. Произведение $t_1 n_1$ близко к разности абсолютных значений тангенса этих графиков. Начальное значение n_1 можно принять равным 2—3 для плавных гидрографов и 5—6 для гидрографов с острыми пиками. Для внутрипочвенного стока параметр n_2 можно принять равным единице, а t_2 — близким к произведению $t_1 n_1$. Параметры i_0 , i_m можно оценить по данным о гидрофизических характеристиках почв, характерных для данного водосбора, причем $m=1/P_0$ (где P_0 — максимально возможный слой поверхностного

задержания). Значительно сложнее задать начальные значения параметров k , x , ξ , U_0 .

Исходя из опыта использования модели для рек лесной зоны, можно рекомендовать начальные значения, приведенные в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Рекомендуемые начальные значения параметров

Параметр	Единица измерения	Лес	Поле
k	г/см	4,0	1,5
x	—	0,1	0,5
ξ	—	—	0,1
U_0	см	—	14,9
i_0	мм/ч	1,0	0,5
i_m	мм/ч	0,1	0,1
m	1/мм	0,04	0,06

3. Выбранные для анализа годы разбивают на две выборки: калибровочную (3—5 лет) и проверочную (5—7 лет). Желательно, чтобы в обеих выборках были экстремальные годы.

4. По калибровочной выборке осуществляют оптимизацию параметров первой группы и по полученным оптимальным оценкам осуществляют расчеты для проверочной выборки.

5. Сравнивают нормированные критерии качества для обеих выборок:

$$K_1/\sigma_1^2 \approx K_2/\sigma_2^2, \quad (6.16)$$

где K_1 и K_2 — критерии качества для первой и второй выборок; σ_1 и σ_2 — средняя квадратическая изменчивость фактических расходов для каждой из этих выборок.

Если оценки различаются значительно, процедуру оптимизации повторяют с третьего пункта, номеня состав выборки.

Если ни одна из перегруппировок выборок не приводит к улучшению, повторяют процедуру калибровки со второго пункта, назначив начальные значения параметров.

Если оценки (6.16) близки, переходят к шестой пункт.

6. Повторяют процедуру калибровки с четвертого пункта, включив в оптимизацию параметры первой и второй группы одновременно. Полученные после этого параметры принимают в качестве оптимальных и в дальнейшем считают постоянными для всех лет.

Пример 6.1. Разработка метода прогноза ежегодных расходов воды для небольшой реки (на примере р. Незя до д. Бусленово). Площадь водосбора 5700 км², лесистость 0,8. Бассейн располо-

жен в лесной зоне и характеризуется довольно устойчивым залеганием снежного покрова, отдельные непродолжительные и наблюдаются главным образом осенью при установлении снежного покрова. Дождливые периоды проходят в основном в период спада половодья. В отдельные годы наблюдаются снегодождевые периоды в осенне-зимний период. Уровни грунтовых вод в период весеннего половодья подходят довольно близко к поверхности и могут оказывать заметное влияние на сток. Для большинства лет характерно глубокое промерзание почв, однако в отдельные годы глубина промерзания может составлять 25—30 см.

Для осреднения данных об осадках, температуре и дефиците влажности воздуха, а также о толщине слоя снега и запасе воды в нем используем наблюдения на пяти станциях. Расчетный интервал времени принимаем равным одним суткам.

Исходные данные выбираем за 12 лет (с 1964 по 1976 г.). Наблюдательные станции расположены достаточно равномерно по водосбору, поэтому средние по водосбору ежедневные данные определяем как среднее арифметическое из показаний всех станций. По всем годам расчеты начинаем с 1/VIII и заканчиваем 31/VII следующего года (длина выборки за один год не должна превышать 365 суток). Данные о снежном покрове осредняем по данным снегостоком, начиная с даты устойчивого перехода температуры воздуха через 0°C. Так как снегостокомы кроватят не ежедневно, средние по станциям значения определяем из даты снегостоком, а затем интерполируем их таким образом, чтобы получить значения по пятидневкам. При интерполяции используем ежедневные данные об осадках и температуре воздуха. Так как бассейл почти полностью облесен, характеристики снежного покрова определяем только по измерениям на лесных маршрутах. Лимб максимальный снеговой запас определяем раздельно для полевых и лесных маршрутов.

В качестве характеристики начального увлажнения почвы (1 августа) примем средний за июль расход воды. Опыт показывает, что для лесной зоны такая характеристика достаточно показательна.

Для анализа условий формирования стока и выбора лет, наиболее оптимальных для исследования, приведем также данные о глубине промерзания (в бассейне имеются два пункта) и рассчитаем составляющие баланса за период половодья (табл. 6.2): максимальный запас воды в снеге для поля $S_{\text{снег,п}}$ и для леса $S_{\text{снег,л}}$; количество осадков от даты наступления $S_{\text{осад,л}}$ до даты схода снега в лесу P_1 ; количество осадков от даты схода снега в лесу до даты окончания половодья P_2 ; объем стока за половодье Y , средним за июль расход воды $Q_{\text{июл}}$, глубину промерзания почв Z , коэффициент стока за половодье $\eta = Y/(0.8S_{\text{снег,л}} + 0.2S_{\text{снег,п}} + P_1)$.

Как видно из данных таблицы, взятой для расчетов выборка охватывает большой диапазон изменения основных характеристик, влияющих на формирование потерь, и включает в себя годы с очень большими и малыми коэффициентами стока.

Таблица 6.2

Некоторые характеристики весеннего таяния и начальная влажность почвы для р. Ней — д. Басово

Год	$S_{\text{снег,п}}$, мм	$S_{\text{снег,л}}$, мм	P_1 , мм	P_2 , мм	Y , мм	$Q_{\text{июл}}$, м/с	Z , см	η
1965	155	184	15	32	106	16	53	0.64
1966	205	192	52	30	205	26	35	0.80
1967	133	88	22	42	24	16	109	0.17
1968	192	169	70	34	130	18	28	0.50
1969	130	87	17	76	125	26	102	0.51
1970	147	117	27	75	142	27	81	0.64
1971	185	97	49	96	96	18	57	0.64
1972	123	62	19	60	96	15	72	0.75
1973	186	114	20	24	72	11	64	0.47
1974	166	189	69	126	204	11	48	0.67
1975	126	109	26	16	61	15	49	0.36
1976	174	148	36	64	134	36	29	0.53

Подготовленные исходные данные набираем из перфокарты и записываем на магнитные носители ЭВМ в соответствующих форматах.

Определение параметров модели. При указанной простоте можно пренебречь влиянием различий формирования стока в поле и в лесу. Поэтому нужно определить параметры только для лесной части водосбора, кроме коэффициента сглаживания, который адекват различиям для леса и для поля. Будем действовать в соответствии со схемой определения параметров, изложенной в п. 6.13.

1. Оценка параметров второй и третьей группы: $W_{\text{макс}}$, k_2 , α , ω , γ , ρ , α . По данным измерений гидрофизических характеристик почв в этой зоне (аппарат, из справочников «Водные ресурсы Нечерноземной зоны Европейской территории СССР» и «Агрофизические характеристики почв Нечерноземной зоны Европейской территории СССР») можно задать параметры $W_{\text{макс}}=0.4$, $\omega_{\text{макс}}=0.1$ и $\rho=1.3$ г/см³. Водоудерживающую способность снега, как отмечалось выше, примем равной $\gamma=0.13$, а параметр кривой распределения снега $\alpha=11$, что соответствует коэффициенту вариации запаса воды в снеге по площади, равную 0.3. Коэффициент k_2 в соответствии с выражением (6.15) примем равным 0.027 мм/(гПа·с). Коэффициент сглаживания для лесных участков определяем по слиянию воды, стьющего за некоторый промежуток времени, с суммой положительных значений температуры за этот же период.

При выборе промежутка времени суммирования температуры ориентируемся на одну из последних снегостоком, когда прокрутка была близка к 10 баллам. Полученная зависимость $Z = -1/2(T_+)$ показана на рис. 6.2. Тангенс угла наклона этой связи

равен коэффициенту станования. В данном случае он оказался равным $a_1 = 1.5$ мм/(°C·сут). Коэффициент станования для полевых участков в соответствии с имеющимися в литературе оценками прием равным 4 мм/(°C·сут).

2. Начальные значения параметров первой группы принимаем в соответствии с данными табл. 6.1 для лесных участков: $k = 4$ ч/см, $\chi = 0.1$, $\xi = 0.1$, $l_0 = 1$ мм/ч, $l_k = 0.1$ мм/ч, $m = 0.04$ мм⁻¹. Параметры прироста добегания, в соответствии с рекомендациями,

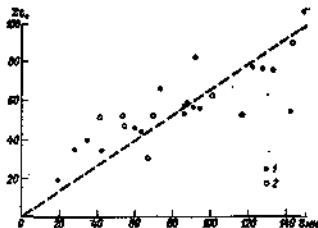


Рис. 6.2. Зависимость количества статистического сигнала от суммы метеорологических значений средней суточной температуры воздуха.

1 — по станции Экватор, 2 — по станции Экватор, 3 — по станции Экватор.

данными в п. 6.1.3, приняты равными: $\tau_1 = 2$ сут, $\tau_2 = 3$, $\tau_3 = 6$ сут, $\tau_4 = 1$. Заметим, что τ_1 и τ_2 в этом случае соответствуют кривой добегания внутрипочвенного слоя.

3. В калибровочную группу включаем 1965, 1966, 1967, 1968 и 1970 гг., характеризующиеся разнообразием основных параметров.

4. По программе (прил. 2.6) осуществляем оптимизацию десяти параметров первой группы (так как рассматриваем только лесные участки, параметр их не используем). Параметры, полученные в результате оптимизации приведены в табл. 6.3 (графа 5).

5. Нормированный критерий качества для калибровочной и проверочной выборок оказался одинаковым: $K_1/\sigma_1^2 = K_2/\sigma_2^2 = 0.14$.

Следовательно, результаты оптимизации можно считать показателями для обеих выборок и можно перейти к шестому пункту.

6. К десяти оптимизированным ранее параметрам добавляем три параметра второй группы: $\chi_{\text{эфф}}$, k_p , a_p . Повторим процедуру оптимизации. Результаты оптимизации приведены в графе 6 табл. 6.3. Значение нормированного критерия качества для калибровочной выборки несколько меньше (0.099), чем для конт-

Таблица 6.3

Результаты определения параметров модели

№ группы	Параметры	Единица измерения	Значения параметров			
			калибровочная	1-я группа проверочных	2-я группа проверочных	3-я группа проверочных
1	2	3	4	5	6	7
1	k	ч/см	4.0	3.96	3.84	4.40
1	χ	—	0.1	0.06	0.11	0.07
1	ξ	мм/ч	1.0	0.85	0.83	0.67
1	l_0	мм/ч	0.1	0.04	0.016	0.008
1	l_k	мм ⁻¹	0.01	0.003	0.042	0.008
1	τ_1	сут	2.0	1.86	1.60	1.43
1	τ_2	—	3.0	3.23	3.66	4.40
1	τ_3	сут	6.0	4.01	1.07	0.72
1	τ_4	—	1.0	1.67	2.70	4.18
1	τ_5	—	0.1	0.0	1.02	0.67
2	K_1	мм/(°C·сут)	0.027	0.41	0.41	0.85
2	K_2	мм/(°C·сут)	1.5	0.036	0.036	0.036
2	a_1	мм/(°C·сут)	0.027	1.70	1.70	1.70
2	a_2	мм/(°C·сут)	4.0	—	—	—
2	a_3	—	0.1	—	—	—
2	ϕ	—	0.13	—	—	—
2	ρ	г/см ³	1.8	—	—	—
2	α	—	11	—	—	—

рольной (0.126). Анализ показал, что наибольшая относительная ошибка была в 1976 г. (0.31). Меняем калибровочную группу (вместо 1968 г. включаем 1976 г.; остальные годы не меняем). Оптимизируем все 13 параметров по новой группе лет (табл. 6.3, графа 7). Суммарная погрешность расчета снизилась, а оценки для двух выборок оказались довольно близкими: $K_1/\sigma_1^2 = 0.096$, $K_2/\sigma_2^2 = 0.109$. Полученные в этом случае значения параметров были приняты для методики прогноза.

Краткосрочный прогноз расходов воды р. Ниса — д. Буслаево. Для прогноза необходимо знать влиятельные данные (температуру и дефицит влажности воздуха, а также осадки) на период заблаговременности. В данном случае значения температуры и дефицита влажности воздуха на период заблаговременности считаем постоянными, разными соответствующим значениям в день выпуска прогноза; осадки полагаем равными нулю.

Для повышения точности прогноза на 1—2 сут используем статистический алгоритм адаптации, описанный в п. 2.4.3.

С помощью соответствующей программы (прил. 2.8) составляем проверочные прогнозы ежедневных расходов воды по всем 12 годам. Расчеты показывают, что данная методика может быть использована для выпуска ежедневных прогнозов с заблаговременностью до 4 сут в период весеннего половодья и с заблаговременностью 2—3 сут в период прохождения дождевых паводков.

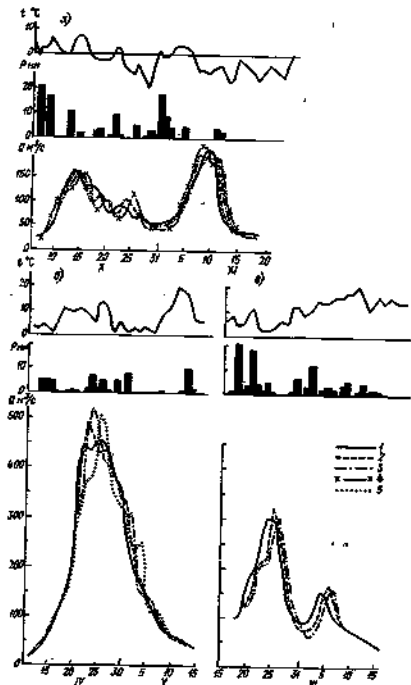


Рис. 6.3. Сопоставление фактических (1) и ожидаемых расходов воды с заблаговременностью 1 сут (2), 2 сут (3), 3 сут (4), 4 сут (5).

а) тало-дождевой сток, б) талый сток, в) дождевой сток.

Средние за эти годы оценки прогноза (s/s_0) для заблаговременности от 1 до 4 сут составили соответственно 0,60; 0,70; 0,67; 0,66. О вкладе алгоритма адаптации при выпуске прогноза различной заблаговременности можно судить по аналитическим оценкам, полученным без его учета, которые составили соответственно 1,14; 0,90; 0,72; 0,66.

На рис. 6.3 показаны результаты проверочных прогнозов различной заблаговременности для одного года, выпущенных в периоды формирования тало-дождевых паводков (осенью), осеннего половодья (талый сток) и дождевых паводков (летом).

Когда бы прогноз мы выпускали, входные данные используют начиная с 1/VIII по день выпуска прогноза, т. е. при каждом выпуске расчет начинают с одного и того же момента времени. Прогноз можно выпускать ежедневно либо с необходимой периодичностью, однако все входные данные и расходы воды в замыкающем створе должны быть заданы в виде непрерывных временных рядов.

В данном примере при составлении проверочных прогнозов использовали простой прием экстраполяции входных данных на период заблаговременности. В оперативной практике эффективность методики можно несколько повысить за счет использования краткосрочных метеорологических прогнозов, особенно прогноза температуры воздуха. Точность прогноза осадков некая, поэтому при прогнозе дождевых паводков приходится ориентироваться в основном на естественную (обуславливаемую временем добега) заблаговременность.

6.2. Модель формирования гидрографа половодья на равнинных реках

Опыт показывает, что обоснованный прогноз расхода воды в замыкающих створах малых рек в осенний период получают благодаря предвычислению снеготаяния, потерь стока и добега воды, т. е. моделируя, описывающий процесс формирования талого стока. Причем при использовании фактических исходных метеорологических данных заблаговременность предсказания расхода воды небольших равнинных рек с площадью 4—8 тыс. км² составляет 2—3 сут. При использовании прогноза метеорологических элементов на несколько суток заблаговременность прогноза расхода воды таких рек увеличивается до 5 сут, что имеет большое практическое значение.

6.2.1. Описание модели

Используют два варианта модели:

1) полный, когда все составляющие баланса и трансформации водотока бассейна рассчитывают раздельно для полевых и лесных участков. При ограниченной информации довольно часто потери стока принимают одинаковыми для всего бассейна;

2) ледовый, который предусматривает расчет снеготаяния раздельно для полевых и лесных участков. Потери стока, водоотдачу и добегание к замыкающему створу принимают одинаковыми для всего бассейна.

Следует заметить, что оба варианта модели становятся совершенно одинаковыми, когда их используют при расчетах (прогнозе) расходов воды для открытых или полностью залесенных бассейнов рек. При построении модели для конкретных бассейнов допускают, что они более или менее однородны в гидрометеорологическом отношении. Поэтому при расчетах на крупных речных бассейнах необходимо их разделить на однородные (частные) водосборы.

Поступление воды на поверхность почвы. Реализованы два способа расчета. При расчете приведенной интенсивности снеготаяния и водоотдачи первым способом используют соотношения (4.4) — (4.7). Второй способ более строгий: при расчете интенсивности снеготаяния предусматривается учет влияния календарной даты и широты местности, а при расчете водоотдачи — снижение водоудерживающей способности снега в процессе таяния. Интенсивность снеготаяния для полевых участков рассчитывают по номограмме Шуляковского, представляющей собой зависимость вида

$$h_1 = f(T, D),$$

где T — средняя дневная или средняя суточная температура воздуха; D — дата, на которую рассчитывают интенсивность снеготаяния.

Для европейской части СССР эту зависимость можно аппроксимировать следующим выражением:

$$h_1 = \begin{cases} (\alpha_1 D_{20} + \delta_1)(T + 0,02 D_{20} + 1,15) & \text{при } T > -2^\circ\text{C}, \\ 0 & \text{при } T \leq -2^\circ\text{C}, \end{cases} \quad (6.17)$$

где T — средняя суточная температура воздуха; D_{20} — число суток от 20/II до даты расчета интенсивности снеготаяния; α_1 и δ_1 — коэффициенты, определяемые по рис. 6.4 в зависимости от широты местности, для которой рассчитывают снеготаяние.

Для расчета водоотдачи снега используют уравнение

$$h_2 = \begin{cases} \{[z_n - \gamma_n(1 - z_{n-1})] - [z_{n-1} - \gamma_{n-1}(1 - z_{n-2})]\} S_{\text{снег}} & \text{при } z_n \leq z_{n-1}, \\ 0 & \text{при } z_n > z_{n-1}. \end{cases} \quad (6.18)$$

где $S_{\text{снег}}$ — запас воды в снеге к началу снеготаяния; z_n и z_{n-1} — соответственно относительное становление снега на данной и предыдущий дни; γ_n — относительная убыль снега, при которой начинается водоотдача; γ_n, γ_{n-1} — влагоемкость снега в n -й и $(n-1)$ -й дни.

Для расчета перечисленных переменных используют следующие соотношения:

$$z_n = \sum_{i=1}^n (h_{2i} / S_{\text{снег}}), \quad (6.19)$$

$$z_n = \begin{cases} 0,34 \gamma_{\text{снег}} + 0,059 & \text{при } \gamma_{\text{снег}} \leq 0,28, \\ 0,25 \gamma_{\text{снег}} + 0,083 & \text{при } \gamma_{\text{снег}} > 0,28; \end{cases} \quad (6.20)$$

$$\gamma_n = \begin{cases} (\gamma_{\text{снег}} - 0,06) \exp(-4z_n) + 0,06 & \text{при } \gamma_n \geq 0,063, \\ 0 & \text{при } \gamma_n < 0,063, \end{cases} \quad (6.21)$$

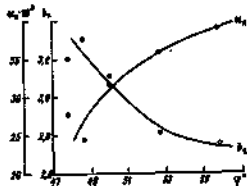


Рис. 6.4. Изменение коэффициентов α_n и δ_n в зависимости от широты места.

где $\gamma_{\text{снег}}$ — максимальная влагоемкость снега перед началом снеготаяния при плотности ρ_0 , вычисляемая по уравнению

$$\gamma_{\text{снег}} = \exp(-4\rho_0) + 0,04. \quad (6.22)$$

Расстекшую по уравнению (6.18) водоотдачу пересчитывают в поступление воды на поверхность почвы с учетом покрытости бассейна снегом:

$$h_n = h_2(1 - f), \quad (6.23)$$

где f — освобождавшаяся от снега площадь в долях единицы, определяемая по соотношению (4.7), приведенному в гл. 4.

Суммарные потери стока и приток воды к русловой сети. Суточные значения притока в период снеготаяния принимают пропорциональными действующей площади F_n в долях единицы:

$$q = h_n F_n. \quad (6.24)$$

Действующую площадь (никогда ее называют коэффициентом водоотдачи) рассчитывают по соотношению

$$F_n = 1 - \exp\left[-\left(\sum_{i=1}^n h_{2i}\right) / \rho_{\text{снег}}\right], \quad (6.25)$$

апроты, первоначально соответствующей расположению центра тяжести рассматриваемого водосбора.

Коэффициенты вариации снежного покрова на водосборе. Используются типовые кривые распределения снежного покрова (см. рис. 4.7), причем параметры распределения оценивают в соответствии с рекомендациями, данными в гл. 4. Получение таким образом коэффициентов вариации снежного покрова по площадям могут оказаться недостаточного точности для конкретного водосбора. Поэтому их уточняют методом подбора, суть которого сводится к следующему. Зная ход температуры воздуха и коэффициент сглаживания, осуществляют расчет снеготаяния при различных коэффициентах вариации (в области допустимого приближенного значения) до тех пор, пока рассчитанные даты схода снежного покрова не совпадут за ряд лет с наблюдаемыми. Значение коэффициента вариации, соответствующее этому случаю, принимают в качестве расчетного.

При таком подборе учитывают следующие:

- коэффициент вариации для большинства бассейнов лесной, лесостепной и степной зон европейской части СССР колеблется от 0,3 до 0,6;

- чем меньше C_v , тем быстрее сходит снежный покров;
- особая чувствительность результатов расчета проявляется при значениях $C_v < 0,35$, когда уменьшение C_v даже на 0,01 приводит к резкому снижению продолжительности таяния.

Параметры кривых добогатения. Определения параметров λ и t описано в п. 2.1.2. При этом для каждого бассейна задают информацию о входных и выходных значениях за 3—5 лет. В рассматриваемом случае входными данными являются: средневзвешенная водоотдача бассейна в период снеготаяния (целочисленный вариант модели) или значения водоотдачи отдельно для поля и леса (полный вариант); выходные — гидрограф талого стока в замыкающем створе реки. При выборе начальных значений параметров следует учитывать размеры бассейна и общее время добогатения до замыкающего створа.

Так, например, при расчетах талого стока для 32 частных водосборов, расположенных в бассейне Волги, с площадью от 1,2 до 27 тыс. км² параметр λ изменялся от 0,2 до 10, а t — от 0,3 до 2,5 сут. Причем для этих водосборов прослеживалась связь между площадью бассейнов и параметром λ : с увеличением площади бассейна, как правило, растет значение λ .

Параметры, характеризующий потери стока. Допускают, что параметр $R_{\text{пот}}$ учитывает общие потери воды, идущие на испарение со снега и с освободившейся от снежного покрова поверхности бассейна в период снеготаяния, на заполовья поверхности емкости водосбора и промерзания.

Для определения этого параметра используют два подхода, изложенные в п. 5.2: 1) по воднобалансовым зависимостям, применяемым для долгосрочного прогноза половодья; 2) по зависимости $R_{\text{пот}}$ от увлажненности бассейна и глубины промерзания,

построенным по архивным данным. В качестве характеристики увлажненности использовались суммы расходов воды за три осенних месяца (сентябрь — ноябрь) либо за три зимних месяца (декабрь — февраль). Выбор одной из указанных характеристик увлажненности осуществляют с учетом тесноты связи $R_{\text{пот}}$ от каждой из этих характеристик.

Опыт показывает, что для различных частных водосборов бассейна Волги параметр $R_{\text{пот}}$ варьирует в довольно широких пределах: от нескольких единиц до нескольких сотен в зависимости от состояния увлажненности бассейна, промерзания почв и других факторов.

Пример 6.2. Схема прогноза расхода воды р. Оки у г. Орла. Бассейн р. Оки до г. Орла расположен в степной зоне Восточно-Европейского равнины и занимает площадь 4900 км², длина реки до г. Орла 114 км. Бассейн практически безлесен (коэффициент лесистости 0,04).

При разработке методики использовались материалы гидрометеорологических наблюдений за 1947—1965 гг. Материалы включают в себя следующие данные по бассейну:

- максимальные запасы воды в снеге,
- запасы воды в ледяной корке,
- осадки от даты максимального запаса воды в снеге до начала снеготаяния,
- ежедневные осадки за период снеготаяния и всего половодья,
- глубину промерзания почвы,
- содержание влаги в 100-сантиметровом слое почвы (лидеке осеннего увлажнения),
- средние суточные значения температуры воздуха,
- изотность снежного покрова перед снеготаянием,
- скорость ветра и облачность,
- средний суточный расход воды у г. Орла за период половодья.

Во всех расчетах гидрографа половодья максимальные запасы воды в снежном покрове вычислены с учетом накопления снега в окрестно-балочной сети. Для этого максимальные запасы, вычисленные по снегомерным съемкам умножали на коэффициент, равный 1,15.

В табл. 6.4 представлены основные составляющие водного баланса за половодье. Данные таблицы показывают, что все элементы водного баланса за многолетний период варьируют несомненно значительно. В соответствии с этим значительно меняются от года к году коэффициенты стока за половодье.

Параметры, используемые при расчетах. В соответствии с рекомендациями, изложенными в п. 6.2.2, определены параметры и константы, необходимые для расчета половодья по снеготаянию.

Таблица 6.4

Средние значения составляющих водного баланса бассейна р. Оки до р. Орла за похозяйные, лет

Год	Запас воды в снежном покрове и в водной корке в начале снегооттаивания	Жидкая осадки за период снегооттаивания	Количество воды, поступающей из бассейна за период снегооттаивания	Сток за похозяйные без учета водной корки и снежного покрова	Потери талой воды	Коэффициент талого стока
1947	150	13	160	138	27	0,88
1948	37	5	120	63	38	0,62
1949	73	18	36	43	48	0,46
1950	65	28	38	50	36	0,63
1951	87	54	140	115	25	0,82
1952	136	5	141	96	45	0,66
1953	60	1	70	53	15	0,79
1954	71	23	92	45	44	0,53
1955	86	27	121	80	41	0,57
1956	109	30	124	62	62	0,50
1957	140	1	141	43	101	0,28
1958	50	2	37	74	15	0,85
1959	68	2	70	84	16	0,77
1960	124	9	140	107	33	0,76
1961	48	25	66	25	43	0,36
1962	57	11	68	49	19	0,72
1963	108	12	120	117	3	0,98
1964	123	58	186	90	95	0,48
1965	82	13	66	34	39	0,55
Среднее	98	17	103	70	33	0,66

Для расчета снеготаяния использовано соотношение (6.17). Коэффициенты a_1 и b_1 определены по рис. 6.4 при $\varphi=63^\circ$ с. ш.

Параметр σ' , характеризующий кривую распределения снежного покрова для стока, получен при коэффициенте вариации, равном 0,45. Полученные параметры помещены в табл. 6.5. Коэффициент для перевода расходов воды, выраженных в кубических метрах в секунду, в слон стока в миллиметрах зависит от площади водосбора и в данном случае равен $56,4 \text{ м}^3/\text{мм}$. Грунтовую составляющую считали постоянной для всего похозяйных и по-

Таблица 6.5

Параметры, использованные в расчетах гидрографа озера р. Оки у г. Орла

Параметр	Единица измерения	Значение параметра
a_1	$\text{мм}/(\text{сут} \cdot ^\circ\text{C})$	0,088
b_1	—	2,56
σ'	—	5,0
σ	—	2,5
τ	сут	3,3

гаин равной расходу воды, предшествующему дате начала половодья.

Схема краткосрочных прогнозов. При использовании рассмотренной модели расчета гидрографа для выпуска краткосрочных прогнозов расходов необходимо:

- построить зависимости для определения параметра $R_{\text{эпик}}$;
- выбрать способ задания данных о температуре воздуха и осадках на период заблаговременности;

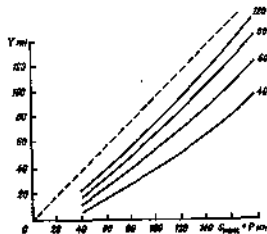


Рис. 6.6. Зависимость водного стока Q в р. Оки у г. Орла от общей осадков $S_{\text{общ}} + P$ и индекса осадочного увлажнителя $I_{\text{ув}}$.

Цифры у линий — значения параметра $R_{\text{эпик}}$.

— задать процедуру коррекции прогнозов по данным о фактических расходах воды.

Параметр $R_{\text{эпик}}$ определяли по ожидаемому объему стока за половодье, найденному по зависимости последнего от снегозапаса к началу снеготаяния, сложивших с осадками за период снеготаяния, и осеннего увлажнителя $I_{\text{ув}}$ (рис. 6.6). В качестве характеристики осеннего увлажнения использовали запас влаги в 100-сантиметровом слое почвы. При определении ожидаемого стока за половодье по графику 6.6 осадки за период снеготаяния принимали равными их норме.

В данной схеме использовали прогнозы осадков и температуры воздуха с заблаговременностью до 4 сут, т. е. на период заблаговременности задавали ожидаемые их значения. Коррекцию осуществляли по величине ошибки в день выпуска прогноза. Методика такой коррекции изложена в п. 2.4.3, соотношение (2.49).

6.3. Модель формирования дождевых наводков на горных водосборах

6.3.1. Структура модели

Модель учитывает особенности горных водосборов, для которых характерно образование подповерхностного стока. Речной водосбор представляется линейной системой с сосредоточенными параметрами, состоящей из трех условных емкостей, в которых происходит образование и регулирование поверхностного, подповерхностного и грунтового стока. Расчетные выражения модели описывают основные элементарные процессы, происходящие на водосборе и в речной сети: испарение, поверхностное задержание, заплывание воды в почву, накопление ее в почвогрунтах, водоотдачу и стекание поверхностного и подповерхностного стока.

Входными данными Модели служат средние по водосбору значения интенсивности осадков $P(t)$, дефицита влажности воздуха $D(t)$, скорости ветра $v(t)$, а также расход воды в замыкающем створе Q_k в начале расчетного периода (предположительный).

Интенсивность испарения рассчитывают по уравнению

$$E(t) = [k_1 + k_2 v(t)] D(t) \exp[-d(t)/W_{\text{max}}], \quad (6.28)$$

где $d(t)$ — дефицит влажности почвы; $D(t)$ и $v(t)$ — дефицит влажности воздуха и скорость ветра; k_1, k_2 — коэффициенты зависимости для расчета испаряемости; W_{max} — максимальная влагоемкость слоя почвы, в котором формируется подповерхностный сток.

При отсутствии сведений о скорости ветра второе слагаемое в уравнении (6.28) исключают.

Интенсивность инфильтрации рассчитывают следующим образом:

$$I(t) = \begin{cases} q_1(t) + h(t) + \Delta d(t) + i_0, & P(t) - E(t) > I(t), \\ P(t) - E(t), & P(t) - E(t) \leq I(t), \end{cases} \quad (6.29)$$

где $q_1(t)$ — подповерхностная водоотдача; $h(t)$ — задержание воды в почве; $\Delta d(t)$ — изменение увлажненности водосбора за счет оттока воды; $P(t)$ — осадки; i_0 — параметр, характеризующий отток влаги из нижнего слоя почвы. Входные в это соотношение функции $q_1(t)$, $h(t)$ и $\Delta d(t)$ определяют из выражения

$$\Delta d(t) = k_3 \exp[-0,10 d(t - \Delta t)] [W_{\text{max}} - d(t - \Delta t)], \quad (6.30)$$

причем

$$d(t) = \begin{cases} \int_{t_0}^t [E(\tau) + \Delta d(\tau) + i_0 - h(\tau)] d\tau, & P(t) > 0, \\ \sum_{i=0}^n [E(\tau) + \Delta d(\tau)] d\tau, & P(t) = 0; \end{cases} \quad (6.31)$$

$$h(t) = \begin{cases} \frac{d(t - \Delta t)}{h_0}, & h(t) < P(t) - E(t), \\ P(t) - E(t), & h(t) \geq P(t) - E(t); \end{cases} \quad (6.32)$$

$$q_1(t) = \begin{cases} \frac{1}{h_1} (W_{\text{max}} - 0,5[d(t) + d(t - \Delta t)]), & q_1(t) \leq P(t) - E(t) - h(t) - i_0, \\ P(t) - E(t) - h(t) - i_0, & q_1(t) > P(t) - E(t) - h(t) - i_0, \end{cases} \quad (6.33)$$

где h_0, h_1 — параметры, зависящие от гидро-физических свойств почвы (водопоглощения, влагоемкости, водоотдачи).

Интенсивность поверхностной водоотдачи

$$q_2(t) = [P(t) - E(t) - I(t)] \eta \{1 - \exp[-mW(t)]\}, \quad (6.34)$$

где η и m — параметры, характеризующие действующую площадь и вместимость бессточных углублений; W — общее увлажнение водосбора, которое рассчитывают как

$$W(t) = \sum_{\tau=0}^t [P(\tau) - E(\tau) - I(\tau) + h(\tau)] \Delta t.$$

Для расчета грунтового стока используют выражение

$$Q_3(t) = \begin{cases} i_0, & P(t) > 0 \text{ или } q_1(t) > 0, \\ R^{-1} i_0, & P(t) = q_1(t) = 0, \end{cases} \quad (6.35)$$

где R — параметр кривой истощения подповерхностного стока. Разгрузка запасов воды, накопившихся в речной сети бассейна до начала расчетного периода,

$$Q_4(t) = R^2 [Q_k - Q_3(0)], \quad (6.36)$$

где $Q_3(0)$ — грунтовый сток в начале расчета, определяемый из соотношения (6.35) при $t=0$.

Сток в замыкающем створе

$$\tilde{Q}(t) = Q_1(t) + Q_2(t) + Q_3(t) + Q_4(t), \quad (6.37)$$

где $Q_1(t)$ и $Q_2(t)$ — трансформированные по линейной модели (2.8) поверхностная и подповерхностная водоотдача с кривой дождевания (2.13).

6.3.2. Определение параметров модели

При подготовке исходных данных для определения параметров модели необходимо учитывать следующее.

Расчет увлажненности водосбора выполняется непрерывно, начиная с конца паводка, предшествующего расчетному, либо с конца весеннего половодья, когда влажность почвы может быть

принята близкой к максимальной возможной. Поэтому временные ряды исходных данных по каждому паводку должны включать в себя предпаводный период и непосредственно период формирования и прекращения паводка.

Расчетный интервал времени необходимо назначать одинаковым для всех гидрометеорологических переменных. Его принимают таким образом, чтобы без существенных искажений описать паводочную волну. Это условие выдерживается в том случае, если расчетный интервал равен примерно 0,20—0,25 продолжительности подъема паводка. Однако исходные данные за предпаводочный период не обязательно детализировать во времени. Например, при расчетном интервале 3—12 ч их можно представить суммарными суммами осадков и средними за сутки значениями дефицита влажности воздуха и скорости ветра.

Методология определения параметров, полученная на основании опыта использования модели на горных водосборах Карпат, сводится к следующему:

а) значения четырех параметров модели (k_1 , k_2 , i_0 , R) рассчитывают по материалам гидрометеорологических наблюдений и в дальнейшем считают их постоянными;

б) для остальных параметров (τ_1 , τ_2 , τ_3 , $W_{\text{макс}}$, k_3 , η , m), значения которых находят путем оптимизации, на основе гидрометеорологических наблюдений определяют их приближенные начальные значения и пределы возможных изменений в конкретных условиях;

в) при оптимизации параметров применяют метод декомпозиции, т. е. рассматривают отдельные процессы стокообразования при исключении других.

Значения коэффициентов k_1 и k_2 определяют по данным наблюдений за испарением с водной поверхности или суши в пределах изучаемой территории. По территории эти коэффициенты меняются не очень сильно и их можно принимать постоянными для однородных географических регионов. Для района Карпат, например, $k_1 = 0,008 \Delta t$ и $k_2 = 0,003 \Delta t$ (где Δt — расчетный интервал времени в часах). При использовании для расчета испарения лишь данных о дефиците влажности воздуха коэффициент k_1 необходимо увеличить на величину $k_2 R / \Delta t$ (R — средняя многолетняя скорость ветра в рассматриваемом районе). Для Карпат в этом случае $k_1 = 0,019 \Delta t$.

Значения коэффициентов фильтрации i_0 устанавливаются, ориентируясь на нижнюю часть кривой спада, когда прекращается поступление воды к замыкающему створу за счет поверхностного и подповерхностного стока. Коэффициент i_0 полагают равным расходу воды в этот момент времени, выраженному в миллиметрах слоя за расчетный интервал времени. Для горных водосборов Карпат параметр i_0 колеблется в пределах 0,03—0,08 мм/ч.

Значение параметра кривой истощения R довольно легко можно определить путем построения зависимости $Q(t + \Delta t) = f(Q(t))$ для нижней части лавин спада гидрографа за ряд паводков. По полу-

ченным точкам проводят прямую, тангенс угла наклона которой будет равен R .

Приближенные оценки и пределы возможных изменений параметров кривых добегания (τ_1 , k_1 и τ_2 , k_2) устанавливают исходя из временного сдвига между центрами тяжести графиков осадков и гидрографов, соответственно при высоких и низких паводках.

Приближенные оценки параметров $W_{\text{макс}}$ и k_3 могут быть определены по максимальным расходам воды низких паводков, когда преобладает подповерхностный сток, верхний предел которого равен отношению $W_{\text{макс}}/k_3$. Полагая, что максимальные расходы этих паводков сформировались за счет подповерхностного стока, находим отношение $W_{\text{макс}}/k_3$, приравняв его максимальному расходу из выбранных низких паводков, выраженному в миллиметрах за расчетный интервал времени. Параметр $W_{\text{макс}}$ оцениваем по данным о наибольшей влажности верхнего 30-сантиметрового слоя почвы, а значение отношения $W_{\text{макс}}/k_3$, рассчитываем параметр k_3 . На карпатских водосборах $W_{\text{макс}}/k_3 = 1,3 \dots 1,7$ мм/ч.

Начальное значение параметра η принимают равным коэффициенту стока высоких паводков. Для Карпат, например, они равны 0,60—0,80. Параметр m по фактическим данным для дождевых паводков оценить трудно, поэтому рекомендуется его начальное значение выбирать в диапазоне 0,030—0,100.

После этого параметры τ_1 , k_1 , τ_2 , k_2 , $W_{\text{макс}}$, k_3 , η , m уточняют с помощью метода оптимизации. Применение метода декомпозиции при оптимизации параметров облегчается тем, что есть возможность отобрать реализации, существенно отличающиеся по условиям формирования паводков — с различными удельным весом подповерхностной составляющей. Процесс оптимизации параметров модели выполняют в четыре этапа (табл. 6.6).

Таблица 6.6

Схема последовательной оптимизации параметров

Этап	Параметры		
	используемые	учитываемые в расчете без изменения их значений	исключаемые из расчета
Гидрографы низких паводков			
I	$k_1, k_2, W_{\text{макс}}, \tau_1, \tau_2$	k_1, k_2, i_0, R	η, m, τ_1, τ_2
Гидрографы низких и высоких паводков			
II	τ_1, τ_2, k_1	$k_1, k_2, k_3, \tau_1, \tau_2, W_{\text{макс}}, i_0, R$	m
III	$k_2, \eta, m, \tau_1, \tau_2$	$k_1, k_2, k_3, W_{\text{макс}}, i_0, R$	—
IV	$k_3, \eta, m, \tau_1, \tau_2, k_1, k_2$	$k_1, k_2, k_3, W_{\text{макс}}, i_0, R$	—

На первом этапе в оптимизацию включают нижние паводки, когда в дождевом стоке преобладает подповерхностная составляющая. Начиная со второго этапа, к оптимизации привлекают также высокие паводки, когда существенный вес в формировании их пиковой части приобретает поверхностный сток. Согласно табл. 6.6, часть параметров (от 3 до 7) оптимизируют, а часть сохраняют постоянными. Последним присваивают значения, полученные на предыдущем этапе оптимизации.

Чтобы повысить надежность определения параметров, рекомендуется проводить их оптимизацию одновременно по нескольким паводкам. Оценку результатов оптимизации осуществляют по степени сходимости рассчитанных и наблюдаемых гидрографов. В качестве критерия оптимизации используют сумму квадратов отклонений рассчитанных расходов воды от наблюдаемых:

$$K = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{T_i} (Q_{ij} - \tilde{Q}_{ij})^2 \quad (6.38)$$

где N — количество паводков, T_i — количество ординат i -го паводка.

Расчет гидрографа паводка по модели и процедура определения ее параметров оформлены в виде стандартных программ для ОФАП (прил. 2.5, 2.8).

Пример 6.3. Расчет гидрографа р. Опор у г. Сколе ($F = 733 \text{ км}^2$) во время паводка в июне 1969 г. Вначале определяем параметры описательной модели с помощью программы (прил. 2.5).

Учитывая интенсивность стокообразования на этом горном водосборе, принимаем 3-часовой расчетный интервал времени; для предкаждодневного периода — суточный. Средние по бассейну значения метеорологических элементов рассчитываем как средневзвешенные по данным наблюдений в пяти (осадки) и трех (дефицит влажности воздуха и скорость ветра) пунктах. Осадки по 3-часовым интервалам определяем по данным самописцев дождя. Для оптимизации выберем девять паводков различной высоты. Начальные значения параметров оценим в соответствии с рекомендациями, данными в п. 6.3.2. Процедуру определения оптимальных параметров построим аналогично табл. 6.6. В табл. 6.7 приведем оптимальные параметры, полученные после четвертого этапа оптимизации.

Используя эти параметры и входные данные, рассчитаем гидрограф паводка, прошедшего с 8 по 10/VI 1969 г., с помощью программы прил. 2.6. Расчеты для предшествующего паводку периода были начаты с 1/У. Результаты расчета показаны на рис. 6.7.

При выпуске краткосрочного прогноза водоотдачи на период заблаговременности рассчитывают путем экстраполяции по одному из рассмотренных в п. 2.4.2 способов. Экстраполяция более

эффективна при наличии сведений о вероятной тенденции в изменении интенсивности осадков.

Для уменьшения ошибки прогноза используем простой прием, основанный на учете тенденции в изменении ошибки прогноза непосредственно перед его выпуском:

$$\Delta Q(\delta \Delta t) = -0,8^{|\delta \Delta t|} \{0,5[\Delta Q(0) + \Delta Q(-\delta \Delta t)] + 0,5[\Delta Q(0) - \Delta Q(-\delta \Delta t)]\}, \quad (6.59)$$

где $\Delta Q(\delta \Delta t)$ — поправка к прогнозу $\delta \Delta t$ заблаговременности, $\Delta Q(0)$ и $\Delta Q(-\delta \Delta t)$ — ошибки прогноза за два момента времени перед выпуском прогноза.

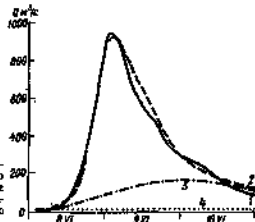


Рис. 6.7. Фактический (1) и рассчитанные гидрографы дождевого паводка на р. Опор у г. Сколе (2 — суммарный, 3 — подповерхностного стока, 4 — грунтового стока).

Таблица 6.7
Оптимальные значения параметров математической модели формирования дождевого стока для бассейна р. Опор у г. Сколе

Символ параметра	Значение параметра	Символ параметра	Значение параметра
k_1	0,025	η	0,810
k_2	0,010	α	0,035
k_3	13,92	τ_1	1,35
k_4	0,977	τ_2	9,30
$\beta_{\text{расч}}$	69,53	η_1	2,53
k_5	0,13	k_6	1,75
K	0,974		

6.4. Модель формирования весенне-летнего стока на горных водосборах

Модель разработана с использованием данных, относящихся к территории Средней Азии и, как показал опыт применения модели для расчета гидрографов, лучшие результаты достигаются

для рек со сравнительно небольшими количеством жидких осадков, выпадающих на свободную от снега поверхность бассейна. Из-за редкой сети наблюдательных станций в горах расчеты с помощью этой модели менее точны аналогичных расчетов для равнинных водосборов.

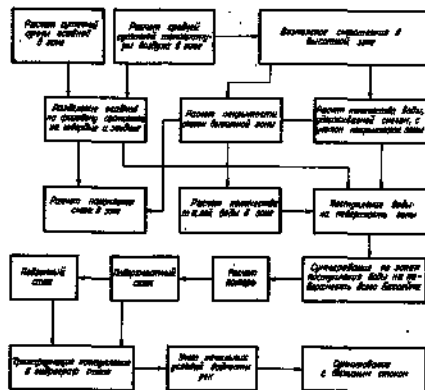


Рис. 6.8. Блок-схема модели формирования стока в бассейне горных рек.

Для разработки на основе модели методики краткосрочных прогнозов расхода воды необходимы ряды наблюдений за 10–15 лет, которые должны включать в себя: суммарную сумму осадков, среднее суточное значение температуры воздуха, ежедневный расход воды в створах, по которым необходим прогноз. Кроме того, желательно учесть измерения запаса воды в снежном покрове и наблюдения за покрытием бассейна снегом по высотным зонам. Из физико-географических характеристик важнейшей является гипсографическая кривая бассейна в целом и его частей, если расчеты производятся для каждой из этих частей отдельно. Используемое число станций определяется существующей гидрометеорологической сетью, кроме пересреднатежных. Целесообразно также привлекать данные наблюдений по суммарным

осаждомерам на тех высотах, где обычные станции и посты отсутствуют.

При выпуске прогноза ежедневных расходов воды, как правило, приходится использовать метеорологические прогнозы температуры воздуха и осадков на несколько суток. Поэтому точность прогноза средних суточных расходов воды с заблаговременностью до 3 сут в значительной мере зависит от успешности метеорологических прогнозов.

Модель состоит из двух основных блоков: 1) расчет накопления снега и поступления талой и дождевой воды на поверхность бассейна; 2) расчет потерь и трансформации водоотдачи бассейна и гидрограф стока. На рис. 6.8 приведена общая блок-схема модели.

6.4.1. Расчет накопления снега и поступления воды на поверхность бассейна

Поступление воды на поверхность бассейна рассматривают по высотным зонам, на которые предварительно разбивают бассейн. Более или менее оптимальным шагом выделения зон по высоте является 0,2–0,4 км.

Для интерполяции и экстраполяции суточных сумм осадков по высоте используют зависимость, предложенную Ю. М. Денисовым:

$$P(H, t) = P_N(t)[1 + k_1(H - H_1) + k_2(H - H_1)^2], \quad (6.40)$$

где $P(H, t)$ — количество осадков за высоту H в момент t ; H_1 — заданная высота, к которой приводят осадки, измеряемые на станциях и в постах; k_1 и k_2 — параметры, определяемые для конкретного бассейна или его части по наблюдениям за осадками.

Величину $P_N(t)$ в уравнении (6.40) вычисляют по формуле

$$P_N(t) = \sum_{i=1}^n [P_{N_i}(t)/f(R_{N_i})], \quad (6.41)$$

где $P_{N_i}(t)$ — осадки на i -й станции, расположенной на высоте H_i ; n — число станций; $f(R_{N_i})$ — выражение, стоящее в квадратных скобках в уравнении (6.40).

Значения k_1 и k_2 зависят от наклона и кривизны связи осадков с высотой, причем знак k_2 определяет направление выпуклости кривой, аппроксимирующей эту связь. Годовой ход параметров k_1 и k_2 хорошо аппроксимируется уравнением вида

$$k_i = k_{i,0} + A_i \cos[2\pi(t - t_i)/365] \quad (i = 1, 2), \quad (6.42)$$

где t — время, отсчитываемое от начала календарного года; $k_{i,0}$ — средние за год значения параметров k_1 и k_2 ; A_i — амплитуда i -й косинусоиды; t_i — номер дня с максимальным значением параметра k_i или k_2 .

Распределение температуры воздуха с высотой аппроксимируется линейной зависимостью, причем вертикальный градиент

температуры воздуха $\gamma(t)$ изменяется во времени в соответствии с выражением

$$\gamma(t) = (a^2/t^2 + (t - \tau_0)/c) + \gamma_0, \quad (6.43)$$

где a , γ_0 , τ_0 , c — параметры, определяемые по данным наблюдений за температурой воздуха.

Общий вид зависимости (6.43) показан на рис. 6.9. Способ нахождения параметров описан ниже.

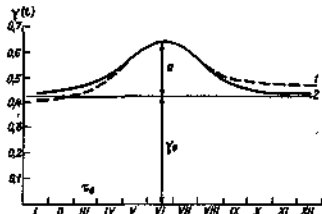


Рис. 6.9. Аппроксимация вертикального градиента температуры воздуха.

I — фактический ход на склонах Фриггского хребта, 2 — его аппроксимация.

При расчете накопления и таяния снежного покрова по данным об осадках и температуре воздуха исходят из следующих допущений:

— выше изотермы 2°C (H_2) осадки выпадают только в твердом виде, а ниже — только в жидком;

$$H_2(t) = H_1 - [2 - T(H_1, t)]\gamma(t),$$

где $T(H_1, t)$ — температура воздуха, приведенная к высоте H_1 по формуле

$$T(H_1, t) = \frac{1}{\lambda} \sum [T(H_i, t) - \gamma(t)(H_i - H_1)],$$

где H_i — высота i -й метеостанции, λ — количество метеостанций;

— таяние снега происходит только в зонах ниже изотермы 0°C (H_0) пропорционально температуре воздуха при заданном коэффициенте стаяния (k_1):

$$H_0(t) = H_1 + T(H_1, t)/\gamma(t);$$

— влагосодержание снега не зависит от времени, т. е. водосодержание можно рассчитать по соотношению (4.7);

— осадки, выпадающие в период сгустания в твердом виде, прибавляют к запасу воды в снежном покрове;

— жидкие осадки приравнивают к поступающей воде непосредственно на поверхность бассейна, за исключением той их части, которая может быть удержана снежным покровом.

Распределение снежного покрова на каждой высотной зоне аппроксимируется экспонентой вида

$$g(S, h) = \exp[-(S + S_p \ln m - h)/S_p], \quad (6.44)$$

где h — переменная, равная слою стаяния снежного покрова, мм; S_p — параметр, равный значению среднего запаса воды в снежном покрове в зоне, при котором зона полностью покрыта снегом, мм; m — параметр, определяющий ошибку, содержащуюся в принятой аппроксимации $g(S, h)$ (при $m=100$ ошибка равна 1 %); S — текущее значение запаса воды в снежном покрове в высотной зоне, мм.

Расчеты по уравнению (6.44) хорошо совпадают с эмпирической типовой кривой распределения запаса воды в снежном покрове в горах, полученной в работе Т. С. Абалаян [1].

При возврате морозов в период тающих слоев замерзающей в снеге воды рассчитывают по соотношению

$$P_2(t) = 1,85 \sqrt{|-T_{\min}|}. \quad (6.45)$$

где $P_2(t)$ — количество замерзшей воды за t -е сутки, мм; $T_{\min}$ — минимальная суточная температура воздуха.

Чтобы в расчетах иметь дело только со средней суточной температурой воздуха T , следует найти связь между $T_{\min}$ и T .

Интенсивность таяния снега и ледников для каждой j -й зоны (мм/сут) вычисляют по формулам:

$$h_{\lambda,1}(t) = \begin{cases} k_1 \gamma(t)(H_1 - H_j) & \text{при } H_j < H_2 \text{ и } S > 0, \\ 0 & \text{при } H_j \geq H_2 \text{ или } S = 0, \end{cases} \quad (6.46)$$

$$h_{\lambda,2}(t) = \begin{cases} k_2 \gamma(t)(H_1 - H_j) & \text{при } g_{\lambda,1} < 1, \\ 0 & \text{при } g_{\lambda,1} = 1, \end{cases} \quad (6.47)$$

где k_1 и k_2 — коэффициенты стаяния снега и льда, мм/($^\circ\text{C} \cdot \text{сут}$); $g_{\lambda,1}$ — покрытость ледников снегом, принятая равной g_1 — покрытость снегом j -й зоны.

Поступление дождевой воды h_{λ} на участки зон, свободных от снега, принимают равным

$$h_{\lambda,1}(t) = \begin{cases} P(H_1)[1 + k_1(t)(H_1 - H_j) + k_2(t)(H_1 - H_j)^2] & \text{при } g_1 < 1, \\ 0 & \text{при } g_1 = 1. \end{cases} \quad (6.48)$$

Дождь, выпадающий на снег, приравнивают к талой воде.

Водоотдачу всего бассейна, выраженную в расходах ($\text{м}^3/\text{с}$), вычисляют по формуле

$$h_n(t) = c_1 \left\{ \sum_{j=1}^N [k_T(t) f_j g_j + h_{n,j}(t) f_j (1 - g_j) + h_{n,j}(t) (1 - g_{n,j})] \right\}, \quad (6.49)$$

где c_1 — коэффициент, равный 0,0116; f_j — площадь j -й высотной зоны без ледников; $f_{n,j}$ — площадь ледников в пределах j -й зоны, км 2 ; N — число высотных зон.

6.4.2. Расчет потерь и трансформации водоотдачей в гидрограф стока

Потери воды в течение весенне-летнего периода вычисляют с учетом суммарной водоотдачи с начала таяния:

$$I(t) = h_0(t) \exp \left[-\alpha_1 S_0 \int q(t) dt \right], \quad (6.50)$$

где S_0 — запас воды в снежном покрове перед началом снеготаяния, мм; α_1 — оптимизируемый параметр. Величина S_0 представляет собой средневзвешенные для водосбора запасы воды в снежном покрове к началу весеннего половодья (конец марта), рассчитанные по запасам для каждой высотной зоны.

Выражение (6.50) отражает известный факт увеличения коэффициента стока талых вод пропорционально интегральному значению поступления воды к моменту t . В горах это явление связано также с продвижением по мере развития половодья фронта таяния снега в верхние зоны, так как коэффициенты стока обычно возрастают с высотой зоны. Уменьшение коэффициента стока жидких осадков по мере освобождения от снега поверхности водосбора дословно учитывается благодаря замедлению роста общего коэффициента стока (талых и дождевых вод).

На этапе расчета гидрографов стока по известным значениям температуры воздуха и осадков производят также и вычисления испарения с поверхности каждой высотной зоны. Формулы, которые для этого применяют, приведены в работе [2].

Приток к русловой сети вычисляют по выражению

$$q(t) = h_n(t) - I(t), \quad (6.51)$$

где обозначения прежние.

Полагают, что этот приток проходит через две регулирующие емкости. Расчет расхода воды производят по следующей формуле:

$$Q(t + \delta) = a_{1,\delta} x + a_{2,\delta} z + b_{1,\delta} [0,5g(t + \delta - 2) - 2g(t + \delta - 1)] + b_{2,\delta} g(t + \delta), \quad (6.52)$$

где

$$x = \begin{cases} Q(t + \delta - 2) & \text{при } \delta = 1 \text{ и } 2, \\ \bar{Q}(t + \delta - 2) & \text{при } \delta = 2; \\ z = \begin{cases} Q(t) & \text{при } \delta = 1, \\ \bar{Q}(t + \delta - 2) & \text{при } \delta > 1. \end{cases} \end{cases}$$

Q — фактический расход воды, из которого предварительно вычитают базисный сток, $\text{м}^3/\text{с}$; $\bar{Q}$ — рассчитанный расход воды; $a_{1,\delta}$, $a_{2,\delta}$, $b_{1,\delta}$, $b_{2,\delta}$ — параметры, определяемые для каждой заблаговременности прогноза по архивным данным; I — момент составления прогноза; δ — заблаговременность прогноза.

6.4.3. Определение параметров модели и корректировка прогнозов

Модель включает в себя ряд параметров, часть из которых находят с помощью непосредственных наблюдений за осадками, температурой воздуха, снежным покровом, а часть — подбирают путем опытно-экспериментальных.

Для нахождения k_2 и k_3 предварительно для каждого месяца строят графические зависимости средних многолетних месячных сумм осадков от высоты. Далее, для средних высот выделенных высотных зон снимают значения осадков, по которым с помощью метода наименьших квадратов находят значения k_2 , k_3 для каждого месяца. Способ определения k_2 и k_3 , а также параметров $k_2, c, k_3, \alpha, A_2, A_3, \tau_2$ и τ_3 в уравнении (6.42) подробно описан в работе [14].

Для нахождения параметров α, c, τ_2 и τ_3 в уравнении (6.42) предварительно определяют $\gamma(t)$ для каждого месяца и строят хронологический график их изменения (см. рис. 6.10). Затем по минимальным значениям эмпирической кривой $\gamma(t)$ проводят линию, параллельную оси t . Расстояние по оси ординат от этой линии до оси абсцисс равно значению τ_2 , расстояние от этой линии до вершины $\gamma(t)$ — значению параметра α , расстояние по оси абсцисс от оси ординат до кривой, параллельной оси ординат и проходящей через вершину $\gamma(t)$, — значению параметра τ_3 . Параметр c — масштабный коэффициент, вычисляемый по значениям кривой $\gamma(t)$ при известных значениях остальных параметров по выражению

$$c = (t - \tau_3)^2 [\gamma(t) - \gamma_0] / (\alpha - [\gamma(t) - \gamma_0] \alpha^2). \quad (6.53)$$

Параметр S_p в уравнении (6.44) для каждой зоны находят путем построения графиков связи между средними запасами воды в снежном покрове зоны S и ее докрытостью снегом $g(S)$:

$$\bar{S} = S_p g(\bar{S}), \quad (6.54)$$

откуда видно, что значение S_p равно углу наклона этой связи и зависит главным образом от расчлененности рельефа. Последняя зависимость справедлива в пределах изменения $0 \leq S \leq S_p$.

Водоудерживающую способность снега, а также k_1 и k_2 задают по литературным источникам. Однако параметр k_1 можно подобрать, варьируя его значениями в пределах 2,0—6,5 мм/(°C·сут), по наилучшему совпадению рассчитанных и фактических расходов воды.

Параметры модели трансформируют и потерь воды на водосборе определяют с помощью оптимизации. В качестве критерия качества используют следующее выражение:

$$K(Q, q, x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N(n-6)} [Q(t-i) - \bar{Q}(t+i, x)]^2}{\sum_{i=1}^{N(n-6)} [Q(t-i) - Q(t+i)]^2}}, \quad (6.56)$$

где $Q(t-i)$ — расход воды, рассчитанный на $i-6$ сутки от момента составления прогноза; T и N — соответственно количество суток в расчетном периоде и количество таких периодов; x — вектор искоемых параметров, входящих в уравнения (6.50) и (6.52).

Алгоритм оптимизации позволяет накладывать ограничения на искоемые параметры. Например, при оптимизации коэффициента сглаживания снега разумными ограничениями его значения, опирающимися на опытные данные, являются 2,0–6,0 мм/(°C·сут). При оптимизации параметра α_1 в уравнении (6.50) накладывается ограничение на его знак ($\alpha_1 \geq 0$). Илн другой пример. Оптимальные параметры в уравнении (6.52), полученные для заблаговременности прогноза на $(t+1)-6$ сутки, можно использовать при оптимизации параметров этого уравнения для прогноза на $t+6+1$ сут.

Между ходом средней суточной температуры воздуха и гидрографом стока существует опережение на 1–2 сут. Это позволяет уточнить прогнозируемые на 1–2 сут расходы воды путем применения коррекций. Уравнение для коррекции имеет следующий вид:

$$\bar{Q}(t+i) = \bar{Q}(t+i) + \alpha_2 [Q(t) - \bar{Q}(t)] \quad (i=1, 2), \quad (6.56)$$

где $\bar{Q}(t+i)$ — расход воды, предвычисленный на $(t+i)-6$ сутки без коррекции; $\bar{Q}(t+i)$ — расход воды, предвычисленный с учетом коррекции; α_2 — параметр, знак которого меняется на обратный в экстремальных точках хода температуры воздуха.

Пример 6.4. Методика краткосрочных прогнозов расхода р. Варзоб заблаговременностью (–6 сут.

Высокой р. Варзоб (площадь и средняя высота соответственно 1225 км² и 2,65 км) до с. Дагана простирается по высоте от 1,0 до 5,0 км. В расчетах использовали наблюдения на 11 гидрометеорологических станциях и постах, расположенных на высоте от 0,96 до 2,8 км и на одной станции, временно действовавшей в течение нескольких лет на высоте 4,0 км (Як-Арче). Наблюдения на этой станции велись лишь в течение июня–сентября экспедиционным отрядом.

На рис. 6.10 приведены изменения значений параметров k_2 и k_3 в течение года. Параметры определены по данным об осадках за 1964–1968 гг. без учета и с учетом наблюдений на упомина-

вшейся станции Як-Арче. Запас воды в снежном покрове вычислен по данным снегомерных стоек на высоте 4,0 км. Среднее годовое количество осадков для данной высоты составило 1800 мм. Средние многолетние месячные суммы осадков за период октябрь–май по Як-Арче рассчитаны согласно среднему распределению по месяцам годовых сумм осадков на ближайших к ней станциях Майхура, Газмок и Харамкуль.

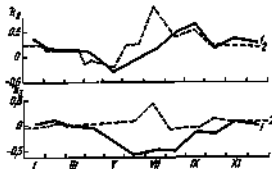


Рис. 6.10. Внутригодовой ход параметров k_2 и k_3 , вычисленных без учета данных по Як-Арче (1) и с учетом этих данных (2).

Суточные суммы осадков на различных высотах р. Варзоб вычисляем по формуле

$$P(H, t) = P_H(t) \left\{ 1 + \left[0,26 + 0,2 \cos \frac{2\pi}{365} (t - 63) \right] (H - 2,65) + \right. \\ \left. + \left[0,02 - 0,058 \cos \frac{2\pi}{365} (t - 4) \right] (H - 2,65)^2 \right\}, \quad (6.57)$$

где H — высота, к которой приведены наблюдения за осадками на станциях, принята равной 2,65 км; t — номер суток, начиная с 1/X.

Вертикальный градиент температуры воздуха, полученный по данным наблюдений за температурой воздуха на сети станций (высоты от 0,96 до 3,4 км), равен 0,65°C/0,1 км. Влагоемкость снега принята равной 0,13.

Для получения связи между средней суточной и минимальной в течение суток температурой воздуха используем данные наблюдений по г. Гушарм, с. Харамкуль и с. Кандара, расположенным в диапазоне высот 1,32–2,8 км. Связь имеет вид

$$T_{\min}(t) = 0,91T(t) - 3. \quad (6.58)$$

Суточное поступление воды на поверхность бассейна рассчитываем при k_1 , равном 3,0; 4,0 и 5,0 мм/(°C·сут). В среднем лучшие результаты для бассейна р. Варзоб по принятой модели формирования стока получены при $k_1 = 3,0$ мм/(°C·сут).

В табл. 6.8 приведены диапазоны высотных зон и полученные для этих зон значения S_p . Зависы воды в снежном покрове и пористость зон склонов для построения графика связи между ними для нахождения величины S_p по зонам вычислены по снегоотсымкам и регулярным аэрофотосъемкам снежного покрова. При отсутствии данных наблюдений, позволяющих построить зависимости тина (6.54), можно воспользоваться данными табл. 6.8.

Таблица 6.8

Значения параметра S_p по высотным зонам

Высотная зона, км.	1,0—2,4	2,4—3,8	3,8—5,2	5,2—6,6	Выше 6,6
S_p	300	650	1050	1450	1700

Водоотдачу бассейна в период таяния снега рассчитываем с помощью формулы (6.49) за суточными интервалами времени с разбивкой по высоте через 0,2 км. Расходом воды прогнозируем по выражению (6.52). Оптимальные параметры для указанного выражения помещены в табл. 6.9. Базисный сток приравняем

Таблица 6.9

Значения оптимальных параметров модели и оценки эффективности метода прогноза по зависимой (числитель) и независимой (знаменатель) выборкам

Зависимый выборка, сут	a_1	a_2	a_3	a_4	$\frac{Y}{Y_0}$	$\frac{Y}{Y_0}$
1	$-4,65 \cdot 10^{-3}$	0,843	$-4,98 \cdot 10^{-4}$	0,117	$\frac{0,78}{0,76}$	$\frac{0,998}{0,997}$
2	$7,68 \cdot 10^{-4}$	0,845	0,0129	0,126	$\frac{0,73}{0,70}$	$\frac{0,997}{0,994}$
3	0,0286	0,843	0,0289	0,136	$\frac{0,68}{0,67}$	$\frac{0,998}{0,996}$
4	0,0235	0,848	0,0255	0,126	$\frac{0,68}{0,66}$	$\frac{0,998}{0,994}$
6	0,0259	0,848	0,0265	0,126	$\frac{0,68}{0,65}$	$\frac{0,997}{0,992}$

Примечание. Y — объем стока за период вытеснения фактической, Y_0 — то же вычисленный по прогнозическим расходам воды.

наименьшему расходу воды в зимнюю межель (10 м³/с). Коэффициент стока равен 0,75 для всех лет.

В этой же таблице приведены оценки точности прогноза расхода воды (при задании на период заблаговременности фактиче-

ских данных о температуре и осадках) с заблаговременностью 1—5 сут по зависимой (1964—1968 гг.; 900 случаев) и независимой (1969—1970 гг.; 960 случаев) выборкам. При составлении прогноза в оперативных условиях температура воздуха и осадки на период заблаговременности задают по краткосрочным и метеорологическим прогнозам.

Данные в табл. 6.9 свидетельствуют о следующем. Эффективность методики прогноза, оцениваемая по отношению Y/Y_0 (Y_0 —

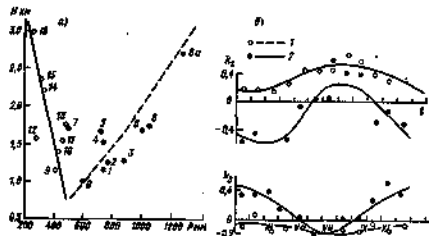


Рис. 6.11. Изменения по высоте годовых сумм осадков (а) и суточного расхода воды параметров K_1 и K_2 в бассейне р. Карадары.
1 — склоны Ферганского хребта, 2 — склоны Алтайского хребта.

средняя квадратическая изменчивость расхода воды за период заблаговременности прогноза), сохраняется примерно одинаковой на зависимой и независимой выборках данных. Это говорит об устойчивости найденных параметров модели. С увеличением заблаговременности средняя квадратическая ошибка прогноза возрастает и на 5-е сутки почти в 2 раза превышает ошибку прогноза на 1-е сутки. Повышение же эффективности методики с увеличением заблаговременности определяется тем, что с увеличением δ значение a_3 растет быстрее, чем ошибка прогноза s .

Пример 6.3. Методика краткосрочных прогнозов расхода воды р. Карадары.

Река Карадары является левым притоком р. Сырдарьи, питается водами притоков, стекающих по правому берегу со склонов Ферганского, а по левому берегу со склонов Алтайского хребта. Площадь бассейна до п. Кампирбулат 12370 кв. км, средняя высота Ферганского склона 2,3 км, Алтайского — 2,7 км.

Особенности распределения осадков по площади и высоте (рис. 6.11 а) привели к необходимости производить расчеты

поступления воды на поверхность Ферганского и Алайского склонов раздельно.

Для аппроксимации распределения осадков с высотой по наблюдением за ними на гидрометеорологических станциях и постах, расположенных на каждом из склонов, были получены помесячные значения параметров k_2 и k_3 , входящих в формулу (6.40). На рис. 6.11 б представлен внутригодовой ход этих параметров и их

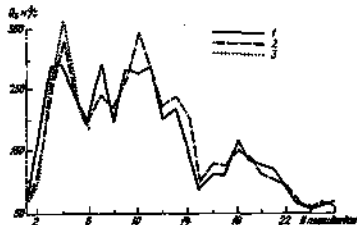


Рис. 6.12. Составление фактических и прогнозируемых средних за пятидневку расходов воды.

1 — фактический, 2 — прогнозируемый, 3 — разность между фактическим и прогнозируемым расходами температуры воздуха и осадков.

аппроксимация с помощью косинусов по формулам тела (6.42). Получены следующие значения параметров для Ферганского склона: $k_{2,1} = -0,15$, $k_{2,2} = 0,41$, $k_{2,3} = 47$; $k_{3,1} = 0,18$, $k_{3,2} = 0,31$, $k_{3,3} = 6$; для Алайского склона: $k_{2,1} = 0,36$, $k_{2,2} = 0,16$, $k_{2,3} = 35$; $k_{3,1} = -0,08$, $k_{3,2} = 0,06$, $k_{3,3} = 22$.

Изменение вертикального градиента температуры воздуха в течение года аппроксимировано уравнением (6.43) с одинаковыми параметрами для обоих склонов: $a = 2,5$; $t_0 = 165$; $\sigma = 450$. Водоздерживающая способность снега принята равной 0,13, а коэффициент стачивания снега 3 мм/(°С·сут). Значения параметра S_s для каждой высотной зоны в уравнениях, служащих для расчета накопления и таяния снега, использовали те же, что и для бассейна р. Варзоб (см. табл. 6.8). Базисный сток составляет для всех лет 300 м³/с. При расчете потерь применяли уравнение (6.60).

Оптимальные значения параметров зависимостей для расчета потерь и трансформации водотдачи бассейна к расходам воды определены по данным за семь лет (более 1200 случаев). Данные за два года (360 случаев) служили проверочной выборкой. Например, для схемы прогноза расходов воды с заблаговременностью

1 сут оптимальные параметры равны: $a_1 = 0,11$; $a_2 = 0,858$; $b_1 = 0,006$; $b_2 = 0,010$; $a_3 = 0,8 \cdot 10^{-5}$; $a_4 = -0,144$.

Прогностической схемой также предусматривается прогноз средних за 5 сут расходов воды по следующему выражению:

$$\bar{Q}_{i+5} = a_1 Q(i-1) + a_2 Q(i) + b_1 [0,5 \bar{Q}_{i-2} - \bar{Q}_{i-1}] + b_2 \bar{Q}_{i-1} \quad (6.59)$$

где i — номер пятидневки; Q — среднее за 5 сут значение притока к русловой сети; $Q(i-1)$ и $Q(i)$ — средние суточные значения расхода воды в замкнутых створе в моменты времени, обозначенные в скобках; $k = 5$; a_1 , a_2 , b_1 и b_2 — параметры, соответственно равные 0,049; 0,717; 0,015; 0,120. Параметр a_1 в уравнении (6.50) для расчета потерь равен 0,846.

Результаты испытаний уравнений (6.59) в оперативном режиме с использованием прогноза температуры воздуха и осадков на несколько суток вперед приведены на рис. 6.12. Оценка относительной средней квадратической ошибки прогноза при испытаниях в оперативном режиме 0,71 %.

Таблица 7.1

Характеристика частных бассейнов первого типа и оптимальные параметры для них

№ бассейна	Выходной створ	Тип выходной информации	Входной створ	k	τ сут	n	$\frac{Q}{M^2/KM^2}$	ρ	H_0 см
3	Печора — с. Троицко-Печорск	Расход	р. Печора — с. Якша	1,50	0,30	4,83	—	—	—
			р. Идыч — с. Приуральск	1,40	0,47	3,78	—	—	—
5	Печора — с. Усть-Шугор	Расход	р. Печора — с. Троицко-Печорск	1,30	1,31	2,02	—	—	—
			р. Шугор — п. Митябининки	1,40	0,23	2,26	—	—	—
6	р. Печора — с. Усть-Кожва	Уровень	р. Печора — с. Усть-Шугор	1,00	0,61	3,44	0,641	1,472	—50
7	р. Уса — с. Адзья	Расход	р. Уса — с. Петрунь	1,02	0,59	3,05	—	—	—
			р. Косю — п. Косю	2,13	1,60	2,65	—	—	—
			р. Кожим — п. Кожим	—	—	—	—	—	—
8	р. Печора — с. Усть-Уса	Уровень	р. Печора — с. Усть-Кожва	1,05	1,11	1,67	0,471	1,519	100
			р. Уса — с. Адзья	1,01	1,31	2,13	—	—	—

Примечания. k — коэффициент стоковой привязки; n , τ — параметры кривых дождевания (2.13); a , b , H_0 — параметры условных прямых расходов (2.21).

использовать метеорологические данные. Методы прогноза для таких бассейнов приведены в ч. II настоящего выпуска Руководства.

Для объединения всех частных бассейнов в одну систему необходимо задать условия их сопряжения. В общем случае имеются две возможности:

1) если расходы (уровни) воды выходного створа реки верхнего бассейна до момента выпуска прогноза заданы, то их используют на входе следующего за ним участка, а на период заблаговременности расходы принимают равными ожидаемым по прогнозу расходам на выходе верхнего участка:

$$q_n(t) = \begin{cases} Q_{n-1}(t) & \text{при } t \leq t_n \\ \tilde{Q}_{n-1}(t) & \text{при } t > t_n \end{cases} \quad (7.1)$$

где $q_n(t)$ — расходы воды на входе n -го участка; $Q_{n-1}(t)$ — фактические расходы воды на выходе $(n-1)$ -го участка; $\tilde{Q}_{n-1}(t)$ — ожидаемые расходы воды на выходе $(n-1)$ -го участка.

2) если выходные расходы (уровни) воды первого участка реки до момента выпуска прогноза не заданы, то на входе следующего за ним участка используют расходы, рассчитанные на выходе верхнего участка для всего интервала времени:

$$q_n(t) = \tilde{Q}_{n-1}(t).$$

Особенности разработки схем прогноза для речных систем рассмотрены на примерах.

Пример 7.1. Автоматизированные прогнозы расходов (уровней) воды для р. Печора до с. Усть-Уса в период открытого русла.

Схема водосбора р. Печора с указанием гидрометрических створов показана на рис. 7.1. Весь водосбор разбит на восемь частных бассейнов. Бассейны 3-й и с 5-го по 8-й можно отнести к бассейнам первого типа; бассейны 1, 2-й и 4-й — ко второму типу.

При разработке методов прогноза для бассейнов первого типа использована линейная модель трансформации расходов (уровней) воды с сосредоточенным боковым притоком. Сосредоточенный приток и параметры определены согласно методике, изложенной в п. 2.3.1. В табл. 7.1 дана характеристика этих бассейнов и значения параметров, полученные в результате оптимизации.

Для расчета гидрографа стока в бассейнах второго типа использована математическая модель формирования талого, дождевого и тало-дождевого стока (см. п. 6.1). Параметры модели определены для каждого частного бассейна в соответствии с рекомендациями, данными в п. 6.1.3, независимо. Использованы данные об осадках, температуре и дефиците влажности воздуха, толщине слоя снега и запасах воды и льда, расходах в замыкающих створах за 1965—1976 гг. Все данные представлены в виде средних суточных значений, осредненных для каждого водосбора. Характеристика водосборов и входной информации дана в табл. 7.2.

Таблица 7.1

Характеристика частных бассейнов первого типа и исходные параметры для них

№ бассейна	Входной створ	Тип исходной информации	Выходной створ	k	t сут.	n	Q км ³ /сут.	b	M км
3	Печора — с. Трошино-Печорск	Расход	р. Печора — с. Язца	1,20	0,30	4,53	—	—	—
5	Печора — с. Усть-Шугор	Расход	р. Илыч — с. Прудамык р. Печора — с. Трошино-Печорск	1,40 1,20	0,47 1,31	9,78 2,02	—	—	—
6	р. Печора — с. Усть-Кожна	Уровень	р. Шугор — в. Маламбашань	1,40	0,33	2,28	0,041	1,472	—50
7	р. Уса — с. Алама	Расход	р. Печора — с. Усть-Шугор р. Уса — с. Петрун	1,00 1,02	0,61 0,50	3,44 3,05	—	—	—
8	р. Печора — с. Усть-Уса	Уровень	р. Космо — в. Космо р. Копти — в. Копти р. Печора — с. Усть-Кожна р. Уса — с. Алама	2,13 1,06 1,01	1,00 1,11 1,31	2,05 1,07 2,13	0,471	1,819	100

Примечание. k — коэффициент стоковой привязки; n , t — параметры стоковой привязки (2.13); b , M — параметры условий южного расхода (2.8).

Таблица 7.2

Характеристика частных бассейнов второго типа

№ бассейна	Исходный створ	Площадь бассейна, км ²	Длина, км	Средняя высота, м	Число пунктов, установленных при проектировании	
					№ пикета, км	Т, Р, D
1	р. Петрова — с. Явля	9,62	91	290	5	5
	р. Ивчик — с. Приуральск	10,50	90	326	2	3
	р. Шугор — с. Мичаево	9,28	68	408	3	3
	Итого					

Примечание. $S_{\text{пикета}}$ — максимальный запас воды и снега на лесных участках, T — средняя суточная температура воздуха, P — осадки за сутки, D — средний суточный коэффициент влажности воздуха.

Полученные в результате оптимизации значения параметров модели для этих частных бассейнов даны в табл. 7.3.

Таким образом, используя параметры, приведенные в табл. 7.1 и 7.3, можно последовательно рассчитывать расходы воды от створа к створу. Для использования этой схемы при выпуске про-

Таблица 7.3

Параметры модели для бассейнов второго типа, использованные в проектной схеме

Параметр	Единица измерения	Размер бассейна		
		1	2	4
h	ч/см	2,50	3,12	2,67/1,5
z	—	1,0	0,7	0,34/0,95
z_0	мм/ч	0,64	0,98	10,0/1,06
z_0	мм/ч	0,16	0,21	0,05
m	1/мм	0,005	0,016	0,0/0,5
t_1	сут	1,13	1,04	0,56
t_2	сут	0,28	0,35	0,56
q_1	—	3,12	4,13	0,17
q_2	—	0,00	4,06	2,46
$q_{\text{норм}}$	—	0,41	0,35	0,41
q_0	мм/(гПа·ч)	0,018	0,017	0,011
q_0	мм/(°C·сут)	1,49/5,0	1,61/5,0	2,1/7,19
q_0	—	—	—	0,45
U_k	—	—	—	2,88
U	—	0,10	0,10	0,10
U	—	0,13	0,13	0,13
q_0	—	6,25/5,5	6,25/5,5	6,25/5,5
R_k	г/см ²	1,50	1,30	1,3/1,64

Примечание. В кавычках — значения параметров для лесных участков, в кавычках — для полей.

гноза необходимо выбрать способы задания информации на период заблаговременности. В данном случае информация задана следующим образом:

— для бассейнов второго типа температура и дефицит влажности воздуха приняты постоянными, равными соответствующим значениям на дату выпуска прогноза, а осадки — равными нулю. При выпуске прогноза в оперативном режиме лучше пользоваться краткосрочными (до 5 сут) прогнозами температуры воздуха и осадков;

— для бассейнов первого типа информация задана по-разному. Если входные створы козовые (с. Петрунь и с. Космо), расходы воды для них экстраполированы: на подъеме — по соотношению (2.78), на спаде — по соотношению (2.87). Для входных створов, являющихся одновременно выходными выше расположенного соседнего бассейна, на период заблаговременности использованы прогнозы расходов воды в выходном створе предыдущего участка.

Для повышения точности (особенно для небольшой заблаговременности) прогнозы во всех створах корректированы с помощью статистического алгоритма адаптации (к. 2.4.3, зависимость (2.97)).

Прогноз для всей системы составлен на ЭВМ с помощью программы (приложение 2.6) в период открытого русла. Для выпуска прогноза потребовалась следующая информация:

— параметры моделей для всех бассейнов, приведенные в табл. 7.1 и 7.3 (эта информация не меняется от прогноза к прогнозу);

— данные о ежедневных осадках, температуре и дефиците влажности воздуха, в зимний период также данные снегометов, осредненные для 1, 2-го и 4-го бассейнов. Эти данные должны быть введены, начиная с 1/VIII до даты выпуска прогноза, так как характеристика начальной влажности почвы задавалась 1/VIII;

— данные о ежедневных уровнях воды в выходных створах 6-го и 8-го бассейнов, а также о расходах воды в выходных створах остальных частных бассейнов не меньше, чем за 15 сут до выпуска прогноза.

Для сокращения объема входной информации от одного выпуска прогноза к другому предусмотрено накопление данных, так что необходимо ввести только данные, поступавшие между этими сроками выпуска прогнозов.

Допустимая заблаговременность прогноза (для которой $S_{\text{пикета}}$ не превышает 0,8) несколько увеличивается вниз по течению. В табл. 7.4 даны полученные оценки прогнозов различной заблаговременности для всех створов. Следует отметить, что эти оценки получены без учета метеорологических прогнозов при экстраполяции входных данных на период заблаговременности. Опыт применения этой схемы в оперативной практике в течение двух лет (в период весеннего половодья) показал, что использование краткосрочных прогнозов температуры и осадков вместо экстраполяции позволяет повысить точность прогноза на 10–20 %.

Таблица 7.4

Оценка прогноза расходов (уровней) воды по участкам речной системы Печоры

Заблаговременность, сут				
1	2	3	4	5
$\frac{\sigma}{\sigma_1}$	$\frac{\sigma}{\sigma_2}$	$\frac{\sigma}{\sigma_3}$	$\frac{\sigma}{\sigma_4}$	$\frac{\sigma}{\sigma_5}$
р. Печора — с. Язына (расходы)				
0,37	0,48	0,62	0,62	0,65
р. Ичим — п. Приуральск (расходы)				
0,63	0,61	0,68	0,73	
р. Печора — с. Троицко-Печорск (расходы)				
0,60	0,56	0,55	0,59	0,66
р. Шугор — с. Метальничевск (расходы)				
0,51	0,58	0,75		
р. Печора — с. Усть-Шугор (расходы)				
0,62	0,66	0,70	0,77	0,79
р. Печора — с. Усть-Камла (уровни)				
0,58	0,62	0,61	0,72	0,80
р. Уса — д. Адына (расходы)				
0,50	0,69	0,88		
р. Печора — с. Усть-Уса (уровни)				
0,34	0,45	0,55	0,77	0,74

Примечание. $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_5$ — средняя квадратическая величина расходов (уровней) воды за один, двое и т. д. суток.

Пример прогноза для всей системы р. Печора, составленного 21/V 1977 г., показан на рис. 7.2. Для сравнения на рисунке показаны также фактические расходы и уровни воды на период заблаговременности, не использованные в расчетах.

Пример 7.2. Автоматизированный прогноз притока воды в каскад волжско-камских водохранилищ.

Рассматриваемая схема представляет собой автоматизированную систему выпуска прогноза расходов воды в период весеннего

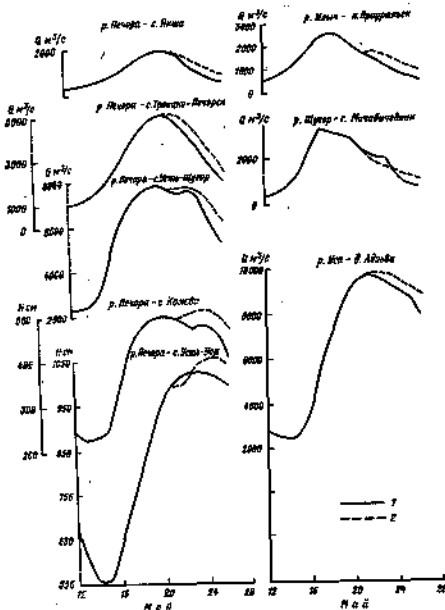


Рис. 7.2. Пример прогноза расходов и уровней воды, составленного 21/V 1977 г. с заблаговременностью до 6 сут до речной системы р. Печора.

1 — фактические данные, 2 — прогнозистические данные.

позволяет для значительной части волжско-камского бассейна общей площадью 800 тыс. км².

Система позволяет в автоматизированном режиме рассчитывать фактический ежедневный приток к каждому из шести водохранилищ; выпускать прогноз ежедневного притока с заблаговременностью 5 сут в основные водохранилища волжского каскада, включая Иваньковское, Угличское, Рыбинское, Горьковское, Куйбышевское и Нижнекамское; составлять прогноз ежедневных расходов воды с указанной заблаговременностью р. Волги в Волжск соответственно у створов Старичи и Ватские Поляны; по 32 таким бассейнам определять интенсивность снеготапая и водоотдачи водосбора.

Автоматизированная система состоит из комплекса программ, осуществляющих подготовку исходной информации для прогноза, включая описывание и раскодировку поступающих гидрологических сообщений; формирование массивов входных и выходных данных; реализацию методов расчета и прогноза весеннего притока воды в крупные водохранилища, основанных на математической модели, приведенной в п. 6.2 данного выпуска Руководства.

Исходные данные для разработки схемы и выпуска прогноза. В качестве исходных данных для прогноза используют информацию, поступающую ежедневно из местных управлений по гидрометеорологии в виде телеграфных сводок о метеорологических элементах (температура воздуха и осадки) и о расходах воды в створах рек. Всего для выпуска прогноза используются данные по 130 гидрологическим постам и 98 метеорологических станциям. При каждом выпуске прогноза эту информацию раскодруют, осуществляют ее первичный контроль, сортируют по суточным интервалам времени, а также по отдельным районам водосборов. Объем гидрологической и метеорологической информации показан в табл. 7.5.

Обработка информации на ЭВМ. Оперативная гидрологическая информация по каналам связи поступает в ЭВМ.

Таблица 7.5

Объем ежедневной гидрометеорологической информации, требуемой для расчета и прогноза притока воды в водохранилища

Водохранилище	Количество гидропостов, дающих информацию о ежедневных расходах воды		Число пунктов с данными об осадках и температуре воздуха
	для расчета фактического притока	для прогноза притока	
Иваньковское	5	1	11
Угличское	4	—	7
Рыбинское	16	—	18
Горьковское	32	29	19
Куйбышевское	44	47	33
Нижнекамское	9	6	13
Итого	130	83	96

Осуществляется ее первичная обработка, а затем реализация численных схем гидрологических прогнозов.

Первичная обработка включает в себя следующие элементы:

- основывание сводок и отдельных сообщений, поступающих в Гидроцентр СССР в общем потоке информации,
- определение типа кода,
- основывание даты и срока,
- определение передающей станции (название, местоположение),
- контроль сообщений в целях обнаружения ошибок, связанных с промежуточной передачей данных,
- раскодирование телеграмм,
- размещение раскодированных телеграмм в памяти ЭВМ,
- преобразование информации к виду, удобному для дальнейшей обработки.

При составлении прогноза расчет производится с какого-то начального момента времени t_0 . Поэтому исходную информацию представляют в виде удлиняющихся рядов, которые последовательно накапливают и хранят в течение некоторого периода времени на магнитных носителях ЭВМ. В тех случаях, когда информация о расходах воды отсутствует, их значения восстанавливают путем экстраполяции по расходам воды за двое предшествующих суток.

При выпуске краткосрочных прогнозов расходов воды в весенний период на основе модели снеготапая используют данные об ожидаемой температуре воздуха и осадках на 5 сут вперед, получаемые из метеорологических прогнозов. В алгоритме предусмотрен также автоматизированный прогноз температуры воздуха, основанный на экспоненциальном сглаживании. Однако для исключения грубых ошибок при этом должен осуществляться контроль опытным синоптиком.

Общая схема прогноза. Схема прогноза комплексная. Для части бассейнов прогноз составляют по метеорологическим данным на основе расчета снеготапая (см. п. 6.2). Для другой части створов прогноз основан на расчете трансформации водных расходов при условии, что от водных створов до замыкающих время дообегания составляет не менее 5 сут.

Общая упрощенная блок-схема прогноза приведена на рис. 7.3. На схеме показаны все водохранилища, включенные в схему, и районы, объединяющие ряд рек, впадающих в каждое водохранилище. Расчет и прогноз осуществлен последовательно для всех водохранилищ, начиная с Иваньковского и кончая Куйбышевским.

Параметры и константы, необходимые для расчета, приведены в табл. 7.6.

Результаты расчетов выводят на печать в виде таблицы. В системе предусмотрено три типа выдачи результатов:

- сокращенная выдача, когда на печать выдаются ожидаемые расходы воды в замыкающих и промежуточных створах,

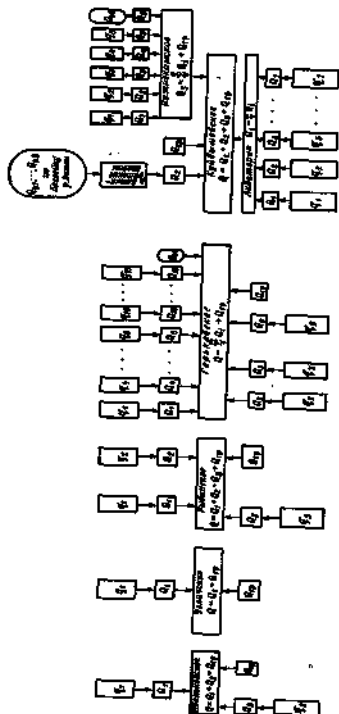


Рис. 7.3. Структура автоматизированной системы управления уровнем воды для каскада водохранилищ.

1 — выход из верхней ступи, рассчитанный в узле системы; 2 — трансформированные данные верхних ступеней малых водохранилищ; 3 — фактические данные; 4 — расчетные данные.

Таблица 7.6

Константы для прогноза бегового притока воды с каскада водных водохранилищ (в числителе — для вала, в знаменателе — для дна)

Наименование	Результат	Константы для прогноза бегового притока воды с каскада водных водохранилищ (в числителе — для вала, в знаменателе — для дна)	Константы для прогноза бегового притока воды с каскада водных водохранилищ (в числителе — для вала, в знаменателе — для дна)	Константы для прогноза бегового притока воды с каскада водных водохранилищ (в числителе — для вала, в знаменателе — для дна)	Константы для прогноза бегового притока воды с каскада водных водохранилищ (в числителе — для вала, в знаменателе — для дна)	Константы для прогноза бегового притока воды с каскада водных водохранилищ (в числителе — для вала, в знаменателе — для дна)	Константы для прогноза бегового притока воды с каскада водных водохранилищ (в числителе — для вала, в знаменателе — для дна)	Константы для прогноза бегового притока воды с каскада водных водохранилищ (в числителе — для вала, в знаменателе — для дна)	Константы для прогноза бегового притока воды с каскада водных водохранилищ (в числителе — для вала, в знаменателе — для дна)
Ильменское водохранилище									
1	Волга — Старина	4,4 2,4	7,72 5,67	170	0,45 0,40	21	4,2	1,3	
2	Лена — Еграс, Шоно — Мукулинно-Городище, Тьма — Игarka, Тьма — Игarka, Тьма — Игarka	4,4 2,4	7,72 5,67	225	0,45 0,40				
Угличское водохранилище									
1	Медвежья — Волжские, Сосна, Норка — Подол, Дубки — Вербовый	4,4 2,4	7,72 5,67	225	0,45 0,40	8	2,2	2,2	
Рыбинское водохранилище									
1	Улейка — Сивино, Коржово — Сивино, Сукка — Ремское, Илья — Ст. Илья, Сит. — Игarka, Касма — Сивино-2, Ягровка — Мостовая, Сагома — Радомка, Илья — Голубово, Илья — Голубово	4,4 2,4	6,25 5,67	281	0,45 0,40	28	4,25	1,75	
2	Жалово — Шутово, Судя — Курмиково, Копы — В. Двор, Ворон — Яныково	4,4 2,4	6,25 5,67	221	0,45 0,40	30	5,65	2,05	
3	Жалово — Шутово, Судя — Курмиково, Копы — В. Двор, Ворон — Яныково	4,4 2,4	5,67 7,72	315	0,45 0,40	30	10,0	1,16	
Кубинское водохранилище									
1	Цивиль — Туево, Кубин — Чувашки, Була — Чулково	5 5	4,94 6,25	46,76 26,04	0,45 0,40	10	3	0,2	
2	Тойма — Туево, Тойма — Туево, Тойма — Туево	5 5	5,25 6,25	15,05 37,38	0,40 0,40	16	6	0,3	
3	Матва — Пестрени	5	6,25	35,39	0,40	16	6	0,2	
4	Патраки — Слобода	5	6,25	35,39	0,40	16	6	0,2	
5	Патраки — Слобода, Патраки — Слобода, Патраки — Слобода	7 5	6,65 4,94	7,39 70,02	0,84 0,45	9 24	6 6	0,2 0,3	

Номер района	Рекa — пункт	Коэффициент створа и широты	Коэффициент распада	Первоначальный расход от 1 м ² в секунду	Коэффициент расхода при распадах	Число станций на одной водопольной	Число водопольных участков	Примерное значение
Нижнетагильские водохранилища *								
1	Иж — Агрия	4	6,25	45,7	0,40	15	4	0,32
2	Нижнее течение р. Иж	5	4,94	15,05	0,45	15	3	0,30
3	Выстрелы — Талая — Айтзено, Бери — Малосудовское	4	6,25	70,0	0,40	15	4	0,37
4	Соя — Мылариово	5	4,94	70,8	0,45	8	3	0,30
5	Иж — Никольское	5	4,94	142,4	0,45	16	3	0,30
Горьковские водохранилища								
1	Касья — Рылово, Урдома — Водитино, Палана — Богослов, Пачада — Чебоксары	4	6,04	20,4	0,45	15	25	0,4
2	Котлосы — Гаврилов Ям	2	8,75	0,40	0,40	7	0,5	0,1
3	Солоница — Борятниково, Тупицкино — Овощи, Нерехта — Нерехта	4	6,04	57,6	0,45	24	2	0,6
4	Котлосы — Вуд	2	8,75	0,40	0,40	22	1,5	0,5
5	Обнора — Шама, Соль — Верх. Жар	4	6,04	15,6	0,45	15	3	0,9
6	Табан — Борон, Шама — Рубцово, Давыдов — Любимово	2	8,75	0,40	0,40	9	2,5	1,2
7	Мед — Николово, Покша — Рыжково, Стедла — Шолохово	4	6,04	103	0,45	24	4,5	0,9
8	Сунжа — Н. Тисовское, Шеста — Привольное	2	7,72	0,40	0,40	17	1,5	0,1
9	Пемза — Селенге	4	6,04	20,7	0,45	20	4	0,5
10	Мера — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	2	8,75	0,40	0,40	14	3	0,4
11	Ноя — Бусадно	4	6,04	25,2	0,45	18	6	0,4
12	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	2	8,75	0,40	0,40	8	4	0,3
13	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	4	6,04	16,0	0,45	9	3	0,6
14	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	2	8,75	0,40	0,40	7	2	0,5
15	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	4	6,04	10,7	0,45	5	3	0,35
16	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	2	8,75	0,40	0,40	3	2	0,35
17	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	4	6,04	43,9	0,45	17	8	0,3
18	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	2	8,75	0,40	0,40	18	3,5	2,5
19	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	4	6,04	16,8	0,45	9	4	0,35
20	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	2	8,75	0,40	0,40	15	3	0,2
21	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	4	6,04	66,1	0,45	16	2	0,35
22	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	2	8,75	0,40	0,40	7	1,5	0,3
23	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	4	6,04	10,5	0,45	10	4	0,35
24	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	2	8,75	0,40	0,40	15	8	0,35
25	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	4	6,04	24,5	0,45	11	3,2	0,5
26	Морья — М. Березово, Медово — Заборье, Желитя — Келья, Селитя — Покровское	2	8,75	0,40	0,40	15	2,7	0,3

* Данные относятся ко всему водосбору.

а также фактический, рассчитанный по расходам воды, и ожидаемый ежедневный приток воды в водохранилища;

— расширенная выдача, когда помимо результатов прогноза печатаются суточные значения свежести для всех районов на дату выпуска прогноза и на 5 сут вперед;

— полная выдача, которая содержит всю исходную гидрологическую и метеорологическую информацию, результаты расчета половодья от начала половодья до даты выпуска прогноза и на 5 сут вперед, а также ожидаемые расходы для всех районов и приток воды к водохранилищам. Полная выдача позволяет анализировать всю исходную информацию и результаты расчетов за весь период половодья. Такой анализ дает возможность корректировать прогноз с учетом опыта и знаний специалиста. Практика показывает, что корректировка прогноза специалистами дает обычно положительные результаты в отношении уменьшения погрешностей.

За период испытания рассматриваемой системы по всем водным объектам было выпущено 560 прогнозов с заблаговременностью 1—5 сут. В целом ошибки прогнозов, составленные в оперативном режиме для 5 лет, удовлетворяют требованиям Навстречу. Применение этой системы не требует перестройки сбора гидрометеорологической информации, но в то же время позволяет максимально использовать данные наблюдений существующих станций и постов. Несмотря на большое количество объектов, по которым составляется прогноз, затраты времени обслуживающего ее персонала сведены к минимуму.

Глава 8. Прогноз стока по русловым запасам и притоку воды в речную сеть

В п. 2.2.1 были рассмотрены способы расчета объемов воды на участках рек. Разбив речную сеть на ряд участков и построив для каждого из них кривые объемов, можно определить запасы воды в определенной части русловой сети:

$$W = \sum_{i=1}^n W_i, \quad (8.1)$$

где W_i — объем воды на i -м участке, n — число участков.

Определение общего запаса воды во всей разветвленной речной сети, включающей и очень малые реки, сопряжено с трудностями, связанными с недостатком гидрометрических данных. В таких случаях целесообразно использовать ту или иную модель распределения водотоков различного порядка в речной сети.

8.1. Определение русловых запасов воды с учетом моделей строения речной сети

В основе таких моделей лежит группировка водотоков (рек) по их порядку. Самые малые первостепенные русла, получающие воду непосредственно со склонов, принимаются за водотоки первого порядка. Слияваясь эти водотоки дают начало потокам второго порядка, которые в свою очередь образуют реки третьего порядка и т. д. Считается, что потоки одного порядка характеризуются близкими гидрологическими, гидравлическими и морфометрическими параметрами, которые взаимосвязаны и отражают особенности водотоков (рек) данного порядка. Общая длина реки n -го порядка (L_n) есть сумма длин (l) потоков от 1-го до n -го порядка, т. е.

$$L_n = \sum_{i=1}^n l_i$$

В табл. 8.1. приведены соотношения между общей длиной реки и ее порядком n , полученные Н. А. Ржаницыным для рек равнинных ландшафтов европейской части СССР.

Таблица 8.1

Средние длины рек и их порядок для равнинных рек по Н. А. Ржаницыну

Длина реки, км	Порядок реки	Длина реки, км	Порядок реки	Длина реки, км	Порядок реки
0,8	1	16,9	6	338	11
1,5	2	81,0	7	620	12
2,6	3	57,0	8	1140	13
5,1	4	104	9	2000	14
9,3	5	190	10	3810	15

Сгруппировав в соответствии с этой таблицей все потоки речной системы и определив для каждой группы средние характеристики потоков и их число в группе, можно подсчитать русловые запасы воды по всей речульной сети по соотношению

$$W = \sum_{i=1}^6 l_n N_n \omega_n \quad (8.2)$$

где l_n , ω_n — средние значения длины и площади поперечного сечения потоков n -го порядка; N_n — число потоков n -го порядка; 6 — максимальный порядок потока данной речной сети, т. е. порядок этой сети.

Для рек больших порядков (обычно больше 6-го) характеристики, входящие в соотношение (8.2), определяются по справочникам и данным гидрометрических наблюдений. Для большей части территории СССР эти данные обобщены в справочнике «Гидрологическая изученность» и в гидрологических ежегодниках.

как. Для более мелких потоков такие данные обычно отсутствуют и их приходится определять путем экстраполяции на основе соотношений, характеризующих строение речной сети.

Обобщив морфологические зависимости Н. А. Ржаницына, К. В. Горбунов получил следующие формулы, связывающие основные характеристики потоков различного порядка:

$$l_n = l_{n-1} + d K_1^2 \quad (8.3)$$

$$N_n = \{(2,077 - 0,077n) \cdot 2,077 - 0,077(n + a)\} N_{n-1} + K_2^2 \quad (8.4)$$

для периода межени

$$\omega_n = 0,013 \cdot 10^{n-1} - 0,8n^{n-1} + \omega_{n-1} + a/2,1^2 \quad (8.5)$$

где l_n и l_{n-1} , N_n и N_{n-1} , ω_n и ω_{n-1} — соответственно длина, количество и средняя площадь живого сечения водотоков n -го и $(n+1)$ -го порядка; K_1 — наиболее вероятное значение отношения длины потоков двух смежных порядков к длине речной сети, называемое обычно коэффициентом длины; K_2 — наиболее вероятное значение отношения числа потоков одинакового порядка в речных сетях двух смежных порядков, иногда называемого коэффициентом бифуркации.

Значения коэффициентов длины в бифуркации колеблются в значительных пределах: K_1 — от 1,3 до 2,5, K_2 — от 2,5 до 4. Средние значения коэффициента длины составляют, согласно Ржаницыну, для равнинных рек степной и лесостепной зоны 1,83, для рек лесной зоны 1,41, а для рек с сильно заболоченными бассейнами 1,28. Среднее значение коэффициента бифуркации для равнинных рек составляет 2,5–2,7. Речная сеть горных районов характеризуется более высокими значениями коэффициентов K_1 и K_2 .

Используя зависимости (8.3)–(8.5), можно получить выражение для расчета запасов воды в речульной сети n -го порядка до записей в речульной сети $(n+a)$ -го порядка в межени периода:

$$W_n = \{(2,077 - 0,077n) \cdot 2,077 - 0,077(n + a)\} \times \\ \times 0,013 \cdot 10^{n-1} - 0,8n^{n-1} + 0,686 W_{n-1} \quad (8.6)$$

Зависимости (8.3)–(8.6) приближенные, поскольку их коэффициенты могут существенно меняться для различных водосборов. Следует также учитывать, что зависимости (8.5) и (8.6) получены для межени периода и при прохождении паводков могут нарушаться. В связи с этим их целесообразно использовать для определения соответствующих характеристик потоков малого порядка (с 1-го по 5-й), сведения для которых отсутствуют в гидрологических ежегодниках и справочниках «Гидрологическая изученность». Аналогичные характеристики для потоков выше 6-го порядка необходимо определять по фактическим данным об уровнях воды, площади живого сечения и длине рек, помещаемым в указанных справочниках.

Р. А. Носиховский предложил другую схематизацию речной сети для подсчета русловых запасов воды. Для описания структуры речной сети и его схем используют число створов, равноудаленных от истоков рек. Вся русловую сеть делят на крупную, среднюю и мелкую. К крупной речной сети обычно относят участки рек, ограниченные гидрометрическими створами, удаленными на 100–150 км от истоков. Для небольших бассейнов с площадью водосбора меньше 15 000 км² лучше использовать граничные створы, удаленные на 50 км, а для больших бассейнов ($F > 100 000$ км²) — на 150 км. Если граничных створов мало ($n_g < 5$), то для повышения точности подсчета объема воды крупную русловую сеть лучше ограничивать створами с площадью водосбора 600, 2000 и 4300 км², что примерно отвечает граничным створам, удаленным соответственно на 6, 100 и 150 км.

При подсчете объема воды в крупной речной сети обычно используют гидрометрические данные, а для подсчета запасов воды в средней и мелкой сети — морфометрические зависимости. Эту сеть разбивают на 10 групп, в каждую из которых включают реки, ограниченные створами, отстоящими от истоков на расстояния 10, 20 и т. д. через 10 км. Из справочника по водным ресурсам определяют число створов, попавших в каждую градацию. Русловый запас (в кубических метрах) в этой сети определяют по соотношению

$$W_{\text{ср-мел}} = 10^4 AM/\bar{v}, \quad (8.7)$$

где M — среднее для небольших рек (ограниченных створами, удаленными не более чем на 100 км от истоков) модуль расхода, м³/с·км²; $\bar{v}$ — скорости течения, м/с. Параметр A определяют по формуле

$$A = \frac{1}{100} (0,5n_{10}f_{10} + n_{20}f_{20} + \dots + n_{100}f_{100} + 0,5n_{100}f_{100}), \quad (8.8)$$

где $n_{10}, n_{20}, \dots, n_{100}$ — число створов, удаленных от истоков на расстояния 0, 10, ..., 100 км; $f_{10}, f_{20}, \dots, f_{100}$ — средняя площадь водосборов для этих же градаций от истоков.

При подсчете числа рек с длиной меньше 10 км могут возникнуть затруднения из-за ограниченности сведений о них. В этом случае можно воспользоваться табл. 8.2.

При использовании средней скорости течения $\bar{v}$ в гидрометрических створах будем получать некоторые заниженные объемы, так как эта скорость обычно больше средней скорости для всего малого бассейна. Поэтому можно использовать формулу

$$\bar{v} = 0,75 \alpha \sqrt{\frac{Q_{\text{макс}}}{F}}, \quad (8.9)$$

где $Q_{\text{макс}}$ — средний многолетний максимальный расход воды, м³/с; i — средневзвешенный уклон реки от истока до пункта наблюдения, ‰; α — параметр, определяемый для рек с площадью водосбора от 200 до 5000 км² по табл. 8.3.

Таблица 8.3

Количество малых рек ($i < 60$ км) для европейской части СССР на 1000 км² площади

Поясность реки	Рельеф бассейна	
	карманные водоразли и возвышенности	высокогорные и убои
Тундра	122	187
Лесная	150	160
Лесостепная	60	65
Степная	30	35
Полупустынная	25	30

Таблица 8.3

Параметр α в формуле (8.9) для рек европейской части СССР

Характеристика рек	Морфометрические характеристики рек		α
	отношения средней ширины и средней максимальной глубины (в километрах)	отношения средней ширины и площади водосбора (в квадратных километрах)	
Очень большая	400 200	40 20	0,12 0,14
Большая	200 150	25 20	0,15 0,16
Средняя	100 70	15 10	0,19 0,22
Небольшая	40 20	5,0 2,0	0,26 0,30
Отсутствует	15 6,0	1,9 1,1	0,32 0,35

Среднюю площадь водотока (f_i) каждой градации i можно определять по формуле

$$f_i = 0,58 i^{1,76}. \quad (8.10)$$

При подсчете русловых запасов для водосбора с площадью $F > 25 000$ км² можно значительно упростить расчеты, используя для расчета A вместо зависимости (8.8) следующую формулу:

$$A = cF + d, \quad (8.11)$$

где c, d — параметры, определяемые по табл. 8.4; F — общая площадь, соответствующая средней и мелкой речной сети.

Объемы, подсчитанные на основе моделей строения речной сети, обычно представляют собой лишь индекс русловых запасов.

Таблица 8.5

Расчет морфометрических характеристик речной сети Ветки (река 13-го порядка, $F=129\ 008\ \text{км}^2$)

Длина реки, км	Порядок реки (мало- ва) n	Число рек каждого по- рядка N_n	Суммарная длина рек каждого по- рядка ΣL_n , км	Средняя длина реки L_n , км $\frac{\Sigma L_n}{N_n}$	Средняя длина водоса L_n , км $L_n = L_n - L_{n-1}$	Число потоков каждого порядка N_n $N_n = N_{n-1} + 1 + \dots + N_1$	Суммарная длина водо- сов, тыс. км $L_n N_n$	Площадь водосбора со- ответ. водоса в данной ко- ординате, тыс. км ² по формуле (8.6)
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<1	1	Нет сведений			0,4 *	80 000 *	32,0	0,0006
1,1-2	2	То же			0,7 *	32 000 *	22,4	0,0018
2,1-3,5	3	"			1,3 *	12 000 *	15,6	0,0064
3,6-6,5	4	"			2,3 *	5 000 *	11,5	0,020
6,6-10	5	"			4,5 *	1 700 *	7,6	0,063
11-24	6	191	8370	17,1	8,2 *	767	5,7	0,145
25-44	7	183	5945	32,5	15,4	276	4,2	0,30
45-80	8	57	3540	62,2	29,7	98	2,8	1,0
81-147	9	20	2201	110	48	36	1,7	
148-266	10	13	3091	190	80	16	1,3	
266-510	11	4	1406	374	184	5	0,9	
511-880	12	0	0	0	324 **	1	0,3	
881-1870	13	1	1314	1314	326 **	1	0,4	

* Данные получены путем экстраполяции (рис. 8.1).

** Границы потоков 12-го и 13-го порядков определены на карте-схеме, после чего их длина определена непосредственно по спидометру, а не по формуле, как это сделано для потоков с 1-го по 7-й порядок.

где N'_i — число рек главного порядка, всегда равное единице (в нашем случае $s=13$).

Средняя длина потока n -го порядка равна разности средней длины рек данного и предыдущего порядка:

$$l_n = L_n - L_{n-1} \quad (8.13)$$

Подставив соответствующие данные табл. 8.5 в формулы (8.12) и (8.13), найдем значения N_n и l_n для потоков с 11-го до 6-й порядков. Поскольку реки 12-го порядка в Вятку не впадают, границу между потоками 12-го и 13-го порядков назначаем условно в точке впадения в Вятку р. Пижмы (11-го порядка). Длину этих потоков затем определяем по данным справочника.

Для определения значений l_n и N_n более мелких потоков построим зависимости $l_n = f_1(n)$ и $N_n = f_2(n)$ на полулогарифмической сетке по данным, рассчитанным для потоков больших порядков (рис. 8.1). Эти зависимости отражают закономерности, описываемые формулами (8.3) и (8.4). Как видно на рис. 8.1, эти зависимости достаточно хорошо аппроксимируются прямыми линиями. Продолжив эти прямые в область потоков малых порядков, с рис. 8.1 можно снять соответствующие величины для потоков с 1-го по 6-й порядков.

В графе 8 табл. 8.5 приведена суммарная длина потоков, разная произведению $l_n N_n$. Подставив их в формулу (8.2), получим выражение для расчета запасов воды в речной сети Вятки:

$$W_{1-13} = 32,0a_1 + 22,4a_2 + 15,6a_3 + 11,5a_4 + 7,6a_5 + 5,7a_6 + 4,2a_7 + 2,8a_8 + 1,7a_9 + 1,3a_{10} + 0,9a_{11} + 0,3a_{12} + 0,4a_{13}, \quad (8.14)$$

где средняя площадь поперечного сечения потока a_n выражена в тысячах квадратных метров, а запасы воды — в кубических километрах.

Площадь поперечного сечения потока рассчитываем по зависимости ее от уровня воды H на гидрологических постах в бассейне Вятки, затем осредняем для всех потоков данного порядка. Зависимость $a_n = f(H)$ строим заблаговременно по данным таблицам измеренных расходов, помещаемых в гидрологических ежегодниках т. 4, вып. 5—7 (либо публикующихся отдельными изданиями). Если пост не расходный, то зависимость $a_n = f(H)$ строим по данным поперечного профиля гидрологического поста. Всего таким образом по бассейну Вятки можно построить более 40 зависимостей $a_n = f(H)$, но более 90 % из них будет принадлежать потокам (8—13)-го порядков. Следовательно, потоки малых порядков, число которых велико (табл. 8.5), остаются практически не охваченными данными наблюдений за уровнем воды.

Для приближенной оценки запасов в малых потоках используем морфологическую закономерность (8.5), позволяющую экстраполировать площадь поперечного сечения потоков. С ее помощью площадь сечения потоков с 1-го по 7-й порядки выражаем через площадь сечения потока 8-го порядка (графа 9 табл. 8.5).

Умножив затем отношение a_n/a_8 (графа 9) на соответствующую ему величину $l_n N_n$ (графа 8), получим соотношения для расчета

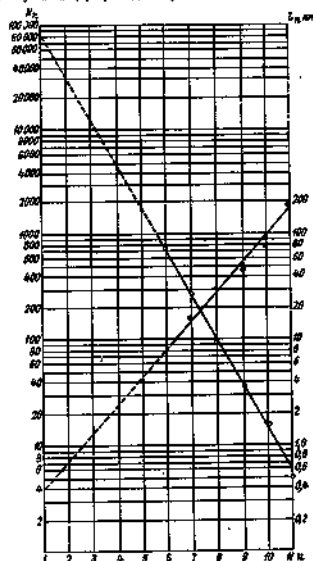


Рис. 8.1. Экстраполяции числа (N_n) и средней длины (l_n) потоков речной сети Вятки.

запасов воды в потоках малых порядков через площадь сечения потока 8-го порядка:

$$W_1 = 1,66a_8; \quad W_2 = 0,83a_8; \quad W_3 = 0,40a_8; \quad W_4 = 0,23a_8; \\ W_5 = 0,084a_8; \quad W_6 = 0,034a_8; \quad W_7 = 0,016a_8,$$

Таблица 8.6

Расчет запаса воды в речной сети Вятки 30/IV 1957 г. по формуле (8.16)

Рек-пункт	Уровень воды Н см	Площадь водосбора поверх (Ф) км ²
Потоки 6-го порядка		
Федоровка — Комарово	454	130
Белая Колуница —	263	78
Калиновка —		
Медянка — Песок	394	132
Леза — Игря	501	137
Средняя площадь ϕ_{11} км ²	119	
Запас воды $W_{11} =$ $= 6,1 \cdot 10^{-4} \phi_{11}$ км ³	0,73	
Потоки 8-го порядка		
Вятка — Красногвардейск	364	166
Черная Колуница —	362	53
Трошма		
Летка — Летка	372	104
Чепца — Подем	718	1450
Волынка — Волжское	579	390
Вострица — Шеннино	500	440
Ярм — Нарисно	270	65
Немля — Лутошка	511	250
Вал — Нюхляк	568	520
Лукино — Шиньки	545	179
Лобань — Рыбинск Ва- тга	784	380
Средняя площадь ϕ_{12} км ²	388	
Запас воды $W_{12} =$ $= 1,7 \cdot 10^{-4} \phi_{12}$ км ³	0,66	
Потоки 10-го порядка		
Вятка — Есатеринское	564	920
Кобра — В. Горюхино	318	310
Кобра — Коротица	367	140
Летка — Кляма	519	214
Чепца — Глазов	436	2400
Милосла — Пермское	492	490
Пижма — Худяки	615	3680
Кляма — М. Симон	590	282
Белая — Винок	543	278
Средняя площадь ϕ_{13} км ²	996	
Запас воды $W_{13} =$ $= 1,3 \cdot 10^{-4} \phi_{13}$ км ³	1,30	
Потоки 11-го порядка		
Вятка — Устьицкая	466	730
Чепца — Глазов	856	1370
Вятка — Слободской	372	1110

Рек-пункт	Уровень воды Н см	Площадь водосбора поверх (Ф) км ²
Молома — Шетинский	586	749
Кляма — Вичмарь	796	720
Средняя площадь ϕ_{14} км ²	965	
Запас воды $W_{14} =$ $= 0,9 \cdot 10^{-4} \phi_{14}$ км ³	0,86	
Потоки 12-го порядка		
Вятка — Кирья	408	2440
Вятка — Котельнич	553	4020
Средняя площадь ϕ_{15} км ²	3230	
Запас воды $W_{15} =$ $= 0,3 \cdot 10^{-4} \phi_{15}$ км ³	0,97	
Потоки 13-го порядка		
Вятка — Аркуль	524	3680
Вятка — В. Горюхино	583	4000
Вятка — Вятское По- дем	782	3900
Вятка — Переозаны По- дем	1111	4880
Средняя площадь ϕ_{16} км ²	4055	
Запас воды $W_{16} =$ $= 0,4 \cdot 10^{-4} \phi_{16}$ км ³	1,63	
Суммарный запас воды		
$W_{1-16} = \sum_{i=1}^{16} W_i = 6,15$ км ³		

а суммарный запас в потоках малого порядка, следовательно, будет: $W_{1-16} = 3,24 \phi_{16}$. Подставив последнее соотношение в формулу (8.14), получим упрощенную формулу, по которой можно делать практический расчет запасов воды в речной сети Вятки на любую дату:

$$W_{1-16} = 6,1\phi_{16} + 1,7\phi_{12} + 1,3\phi_{13} + 0,9\phi_{14} + 0,3\phi_{15} + 0,4\phi_{16} \quad (8.15)$$

Пример расчета запаса воды для Вятки на 30/IV 1957 г. приведен в табл. 8.6.

Рассчитанный суммарный запас воды составил 6,15 км³, причем около 80 % этой воды оказалось сосредоточенной на нижних участках средних и крупных рек (в потоках 10—13-го порядка).

Рассчитанный запас воды в речной сети, как показывают исследования, обычно несколько ниже действительного. Это связано с тем, что площадь поперечного сечения в гидрометрических сечениях, как правило, на 20—40 % меньше средней на участке площади сечения потоков (гидрометрические створы специально выбирают в местах с неширокой поймой). Если полученные запасы

водой показывают как индекс действительных запасов, например при прогнозе по ним стока, то это занижение можно не учитывать. Если же запасы воды необходимо определить более точно, например при составлении руслового водного баланса, то в вычислениях описанным методом запасы воды в речной сети необходимо ввести поправочный коэффициент, равный среднему отношению запасов, рассчитанных по морфометрическим характеристикам,

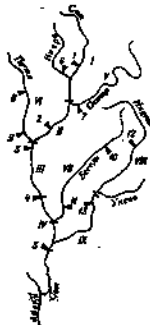


Рис. 8.2. Схема русловой сети бассейна р. Сож до г. Гомеля.

Римские цифры — номера участков крупиной русловой сети, арабские цифры — номера створов по табл. 8.7.

к запасам, рассчитанным по уравнению водного баланса речной сети.

Пример 8.2. Определение русловых запасов р. Сож до г. Гомеля (способ Р. А. Нежилового).

Рекa Сож до г. Гомеля имеет площадь водосбора $F=36\,900\text{ км}^2$ и длину $L=543\text{ км}$. На этом участке впадают четыре больших притока: Остер, Проня, Беседь и Ипуть. Поскольку границных створов, удаленных на 100 км от истоков, в данном бассейне всего пять, крупную русловую сеть ограничим сверху створами с площадью $f_{100}=f_{1000}=2060\text{ км}^2$. Выделенная таким образом крупная русловая сеть разделена на девять относительно беспроточных участков (рис. 8.2), которые вместе с гидрометрическими створами и формулами для вычисления средних расходов воды $\bar{Q}$ на них указаны в табл. 8.7.

На большинстве участков скорость течения $\bar{v}$ не остается постоянной при изменении расхода воды $\bar{Q}$, но и нет необходимых данных для построения связей $\bar{v}=\bar{f}(\bar{Q})$. Поэтому для всех участ-

Таблица 8.7

К вычислению объема воды в крупиной русловой сети бассейна р. Сож до г. Гомеля

№ участка	Участок	Длина, км	Средний расход, м³/с	Формула для вычисления среднего расхода воды $\bar{Q}$ м³/с
I	р. Сож, створ / ₁₀₀ — устье р. Остера	82	0,65	$\bar{Q} = Q_1 + 0,5Q_2$
II	р. Сож, устье р. Остера — устье р. Проня	132	0,60	$\bar{Q} = Q_3$
III	р. Сож, устье р. Проня — шт. Черех	94	0,54	$\bar{Q} = 0,5(Q_4 + Q_5)$
IV	р. Сож, шт. Черех — г. Гомель	97	0,37	$\bar{Q} = 0,7Q_6 + 0,3Q_7$
V	р. Остер, створ / ₁₀₀ — устье	128	0,40	$\bar{Q} = 0,9Q_8$
VI	р. Проня, створ / ₁₀₀ — устье	81	0,69	$\bar{Q} = 0,5(Q_9 + Q_{10})$
VII	р. Беседь, створ / ₁₀₀ — устье	220	0,49	$\bar{Q} = 0,5(Q_{11} + Q_{12})$
VIII	р. Ипуть, створ / ₁₀₀ — устье р. Увечи	139	0,38	$\bar{Q} = 1,3Q_{13}$
IX	р. Ипуть, устье р. Увечи — устье	169	0,38	$\bar{Q} = 1,3Q_{13}$

Примечание. Порядковый номер гидрометрического створа соответствует индексу при Q : 1) р. Сож — г. Увечи, 2) р. Сож — г. Черех, 3) р. Сож — г. Савгород, 4) р. Сож — шт. Черех, 5) р. Сож — г. Гомель, 6) р. Остер — с. Курюжи, 7) р. Остер — с. Ходуны, 8) р. Проня — с. Вуляно, 9) р. Проня — с. Леста, 10) р. Беседь — с. Великовичи, 11) р. Беседь — с. Светлогоры, 12) р. Ипуть — с. Крутояр, 13) р. Ипуть — с. Увечи.

ков принята линейная зависимость $\bar{W}=\bar{f}(\bar{Q})$, т. е. $\bar{W}=\bar{Q}\bar{f}/\bar{v}$ ($\bar{W}$ в млн м³, $\bar{f}$ в м, $\bar{v}$ в м/с). Значения $\bar{f}$, найденные отчасти по наблюдениям в гидрометрических створах (с уменьшением в среднем на 20 %) и отчасти по времени добегания гребней паводков, приведены в табл. 8.7. По данным этой таблицы для подсчета объема воды (в млн м³) в крупиной русловой сети после приведения подобных членов получаем выражение

$$\begin{aligned} W_{\text{кр}} = & 0,13Q_1 + 0,22Q_2 + 0,09Q_3 + 0,28Q_4 + 0,08Q_5 + 0,05Q_6 + \\ & + 0,28Q_7 + 0,07Q_8 + 0,07Q_9 + 0,27Q_{10} + 0,27Q_{11} + \\ & + 0,48Q_{12} + 0,50Q_{13}, \end{aligned} \quad (8.16)$$

где индексы при расходах соответствуют номерам гидрометрических створов по табл. 8.7.

Объем воды в средней и мелкой русловой сети определен по уравнению (8.7). Для этого вычислен коэффициент A и средние для небольших рек (отграниченных створами, удаленными от истока не более чем на 100 км) модули стока M и скорости течения воды $\bar{v}$. Коэффициент A найдем по формуле (8.11), для которой параметры c и d берем из табл. 8.4. Поскольку рассматриваемая средняя и мелкая русловая сеть ($0 < i < 100$) расположена

в лесостепной зоне, то $c=0,035$, $d=43,1$. В итоге $A=0,035 \times 38\,900 + 43,1 = 1400$.

Для вычисления среднего модуля расхода выбираем реки-аналоги, расположенные равномерно по территории бассейна, которые можно считать репрезентативными

$$\bar{M} = \frac{1}{n} \left(\frac{Q_{14}}{138} + \frac{Q_{15}}{155} + \frac{Q_{16}}{171} + \frac{Q_{17}}{173} + \frac{Q_{18}}{1180} \right),$$

где индексами при расходах обозначены створы: 14 — р. Белая Напона — с. Нисеревцкая ($F=158 \text{ км}^2$), 15 — р. Лобжаниа — с. Поля ($F=130 \text{ км}^2$), 16 — р. Проя — г. Горки ($F=171 \text{ км}^2$), 17 — р. Унеча — г. Унеча ($F=173 \text{ км}^2$) и 18 — р. Унеча — с. Лопатин ($F=1180 \text{ км}^2$).

Расчетную среднюю скорость течения B , равную $0,35 \text{ м/с}$, находим путем осреднения по четырем небольшим рекам-аналогам, длина которых $l < 100 \text{ км}$. Для этого среднюю скорость каждой реки-аналога вычисляем по формуле (8.9), для которой параметр a берем из табл. 8.3.

В результате для подсчета объема воды в средней и мелкой руслевой сети ($W_{\text{ср.м}}$ млн м^3) получаем уравнение:

$$W_{\text{ср.м}} = 5,06Q_{14} + 6,15Q_{15} + 4,68Q_{16} + 4,63Q_{17} + 0,68Q_{18}. \quad (8.17)$$

По уравнениям (8.16) и (8.17) рассчитываем запасы, суммарные значения которых приведены в табл. 8.8.

Таблица 8.8

Исходные данные для построения прогностических зависимостей р. Сож у г. Гомеля

Год	Дата вскрытия притока	Объем воды в крупной, средней и мелкой руслевой сети $W_{\text{ср.м}}$ в млн м^3	Минимальный расход в момент половодья р. Сож у г. Гомеля в зависимости от даты вскрытия		
			$Q_{\text{мин}}$ м $^3/\text{с}$	дата	ΔT сут
1949	6/IV	807	1470	16/IV	10
1950	7/IV	350	428	20, 31/IV	13 и 14
1951	31/III	2270	2860	6/IV	8
1952	16/IV	922	966	24/IV	8
1953	1/IV	2535	2910	6, 7/IV	5 и 6
1954	10/IV	1181	588	15/IV	5
1955	13/IV	628	1170	23, 34/IV	10
1956	18/IV	3076	4740	23/IV	5
1957	4/IV	860	1060	12/IV	8
1958	18/IV	3850	4480	23/IV	5
1959	30/III	728	890	9/IV	10
1960	12/IV	931	878	20/IV	8
1961	18/III	425	879	28/III	13
1962	6/IV	1618	3140	13/IV	5
1963	15/IV	1171	2230	18/IV	4
1964	12/IV	1177	1920	19/IV	4
1965	19/IV	631	880	27/IV	8
1966	4/III	904	1270	10/III	6
	14/III	976	1120	18/III	4
	2/IV	774	973	9/IV	7

8.2. Прогноз стока по запасам воды в руслевой сети и притоку

Эти прогнозы основаны на зависимости

$$\bar{Q}_{k+\delta} = f(W_k, q_{1+\delta}), \quad (8.18)$$

где $\bar{Q}_{k+\delta}$ — средняя расход воды за период заблаговременности прогноза δ ; W_k — условные запасы воды в момент выпуска прогноза k ; $q_{1+\delta}$ — приток воды к руслевой сети за период заблаговременности прогноза.

По мере увеличения периода времени, на который составляют прогноз, уменьшается роль запасов, накопленных к моменту выпуска прогноза, и увеличивается роль последующего притока. Следовательно, заблаговременность такого прогноза зависит от интенсивности сбратки руслевых запасов и притока и может значительно меняться для различных рек (прежде всего от размера водосбора) и от сезона года.

В периоды летней и зимней межени заметного поступавшая поверхностных вод нет и прогноз может быть составлен только по данным о руслевых запасах воды в момент прогноза:

$$\bar{Q}_{k+\delta} = f(W_k). \quad (8.19)$$

Такие зависимости используют и в том случае, если приток в руслевую сеть за период заблаговременности существует, но значение его в многолетнем разрезе не очень велико.

При построении эмпирических зависимостей типа (8.19) запаса воды надо учитывать только в той части речной сети, с которой вода проходит через замыкающий створ в течение периода осреднения предсказываемого стока. Для этого на карте изохрон добогатая руслевой стока выделают зону между изохроной, проходящей через замыкающий створ, и изохроной, удаленной от него на δ сут. Для этой зоны и подсчитывают условные запасы.

Иногда удается построить зависимости с заблаговременностью, заметно превышающей время добогатия в руслевой сети бассейна. Это чаще всего связано с малостью некоторой тенденции в изменении притока за период заблаговременности или с его малостью по сравнению с подземным стоком за этот же период.

Во время весеннего половодья и дождевых паводков приток воды в речную сеть резко меняется за период заблаговременности прогноза и зависимости вида (8.19) выражены слабо. В этих случаях необходимо учитывать последующий приток, т. е. строить зависимости (8.18) с двумя переменными.

Для расчета притока воды можно воспользоваться способами, изложенными в п. 2.3.1. Сложность состоит в том, что эти способы позволяют определить приток только до момента выпуска прогноза, поэтому на период заблаговременности его необходимо экстраполировать. Ряд наиболее часто используемых способов экстраполяции рассмотрен в п. 2.4.2. Следует отметить, что все эти

способы дают сравнительно хорошие результаты для периода спада уровней и значительно хуже для периода подтопления. Поэтому способ прогноза, основанный на соотношении (8.18), чаще всего используют после наступления максимума притока. Для довольно крупных рек максимум притока воды к русловой сети наблюдается значительно раньше максимума расходов воды в замыкающем створе. Это обстоятельство используют при прогнозах $Q_{\max}$ и $H_{\max}$ по эмпирическим зависимостям $Q_{\max} = f(W_{\max})$, либо $H_{\max} = f(W_{\max})$.

Рассмотренные в п. 2.3.1 способы расчета притока довольно трудоемки и требуют предоставления обширной гидрометрической информации. При недостаточной освещенности водосбора данными наблюдений может быть использован приближенный прием, основанный на разделении объема стока за предсказываемый период на две составляющие, определяемые уже известными к моменту составления прогноза запасами воды в русловой сети, и поступлением воды в русло за период заблаговременности. В качестве характеристик запаса воды в русловой сети, известного к моменту составления прогноза, используют средние значения за какой-либо период времени расходов воды Q_w . Практически деление на две составляющие объема стока осуществляют путем построения графика зависимости (8.19) без учета притока. На этой зависимости проводят прямую линию, ограничивающую точку со стороны оси W_{t-1} , и проходящую через начало координат. Уравнение этой линии имеет вид

$$Q_w = a W_{t-1} \quad (8.20)$$

где a — тангенс угла наклона этой линии к оси W_{t-1} .

Если допустить, что сток, определяемый уравнением (8.20), обусловлен уже имеющимися запасами воды, то последующий приток к русловой сети будет равен разности между фактическим стоком за период прогноза и рассчитанным по зависимости (8.20):

$$Q_{t-1} + \Delta = Q_{t-1} + \Delta - a W_{t-1} \quad (8.21)$$

Конечно, такое разделение носит условный характер, однако позволяет получить довольно простой способ учета притока.

В этом случае, как и при прямом определении притока, для прогноза необходимо экстраполировать значения Q_{t-1} на период заблаговременности. При этом можно использовать прием экстраполяции, изложенные в п. 2.4.2. Иногда для экстраполяции Q_{t-1} строят зависимость вида

$$Q_{t-1} + \Delta = f(q_{t-1}) \quad (8.22)$$

где q_{t-1} — приток к русловой сети, рассчитанный по гидрометрическим данным к моменту выпуска прогноза.

Такой прием позволяет составить прогноз несколько раньше, так как максимум величины q наблюдается раньше, чем Q_{t-1} .

С учетом соотношения (8.22) можно записать прогностическую зависимость

$$Q_{t-1} + \Delta = a W_{t-1} + f(q_{t-1}) \quad (8.23)$$

Пример 8.3. Прогноз высоты и времени наступления пика весеннего половодья р. Сож у г. Гомеля по условным запасам.

Используем данные о русловых запасах, подсчитанных по методу Нежиговского в примере 8.2.

Дата выпуска прогноза соответствует моменту прохождения максимума половодья на двух сравнительно небольших реках: р. Сож у с. Уксомы ($F = 2600 \text{ км}^2$) и р. Беседь у с. Сметлавичи

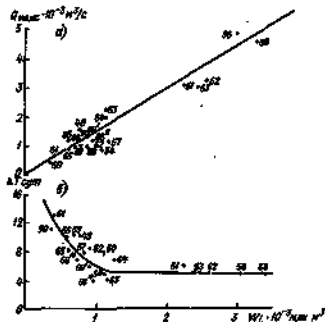


Рис. 8.3. Зависимости $Q_{\max} = f(W_{t-1})$ (а) и $\Delta T = f(W_{t-1})$ (б) для р. Сож у г. Гомеля.
Числа у точек — годы.

($F = 5010 \text{ км}^2$). Эти реки расположены соответственно в верхней и нижней частях бассейна и являются достаточно показательными в отношении времени наступления пика половодья из средних и малых рек бассейна. Разница в датах пика половодья на этих двух реках в большинство лет мала (1–3 сут), что не создает трудностей при выборе даты выпуска прогноза. В отдельные годы это различие составляло 4–5 сут. В этих случаях прогноз составляют на среднюю дату пиков половодья указанных рек, но не позднее, чем через 2 сут после максимума на одной из них.

По условным запасам на указанные даты, максимальным расходам воды у г. Гомеля и времени их наступления за 1949–1966 гг. (табл. 8.8), строим зависимости для прогноза максимального расхода весеннего половодья $Q_{\max} = f(W_{t-1})$ и времени его наступления $\Delta T = f(W_{t-1})$ (рис. 8.3). Заблаговременность прогноза

составляет 5—6 сут в многоводные годы и 12—13 сут в маловодные. Точность зависимости для предсказания расходов $Q_{\text{итп}}$ характеризуется отношением $s/\sigma_s = 0.47$, а для прогноза ΔT это отношение составляет 0.69.

Пример 8.4. Прогноз средних за 5 сут расходов водор. Обь у г. Барнаула ($F=169\,000 \text{ км}^2$) по русловым запасам.

Запасы воды в русловой сети определяем по расходам воды в трех створах: р. Катунь — с. Сростки (Q_K), р. Бия — г. Бийск (Q_B) и р. Обь — г. Барнаул (Q_0). Время добегания до нижних створов составляет соответственно 1,5 и 2 сут; от верхних створов до г. Барнаула — 3,5 сут. Таким образом, общее время добегания к замыкающему створу составляет примерно 5 сут, что и явилось основанием для разработки методики прогноза средних за 5 сут расходов воды.

С учетом времени добегания на указанных участках можно записать выражение для расчета русловых запасов:

$$W = 1,5 \frac{Q_K}{2} + 2,0 \frac{Q_B}{2} + 3,5 \frac{Q_K + Q_B + Q_0}{2} = \\ = 2,5Q_K + 2,75Q_B + 1,75Q_0.$$

По этому соотношению были рассчитаны русловые запасы в период прохождения весеннего половодья с 1954 по 1983 г. На рис. 8.4 приведена зависимость этих запасов с осредненными по пятидневкам расходами воды. Зависимость оказалась линейной и хорошо аппроксимируется формулой

$$Q_{i+5} = 0,27W_{i-1}.$$

Пример 8.5. Прогноз среднего декадного стока р. Обь у с. Нижнего Избыльда по русловым запасам и притоку воды.

Площадь водосбора до с. Нижнего Избыльда $224\,000 \text{ км}^2$. Русловые запасы вычисляем в зоне речной сети с декадным притоком воды по уравнению

$$W_{i-1} = \sum_{j=1}^5 \tau Q_{i-j} = 0,1Q_i + 0,7Q_{i-1} + 0,8Q_{i-2} + 0,4Q_{i-3} + 1,1Q_{i-4}. \quad (8.24)$$

где индексы для Q означают створы на Оби: 1 — с. Половское ($F=99\,000 \text{ км}^2$), 2 — г. Касимов ($F=130\,000 \text{ км}^2$), 3 — г. Муром ($F=188\,000 \text{ км}^2$), 4 — с. Нижний Избыльск, 5 — г. Косово на р. Клызьмо ($F=24\,900 \text{ км}^2$).

При определении коэффициентов в уравнении (8.24), зависящих от постоянного времени добегания на участки реки, последнее было выражено в значениях расчетной единицы, равной 5 сут. Расход воды Q_0 в створе, расположенном на вхождении добегания руслового стока, равной 10 сут, до с. Нижнего Избыльда, находим

путем интерполяции расходов воды на участке Половское—Касимов с учетом соотношения времени добегания:

$$Q_0 = 0,4Q_1 + 0,6Q_2. \quad (8.25)$$

По известным значениям средних декадных расходов воды Q_{i+5} и рассчитанным русловым запасам в момент прогона t_0 строим график $Q_{i+5} = f(W_{i-1})$, на котором со створом оси русло-

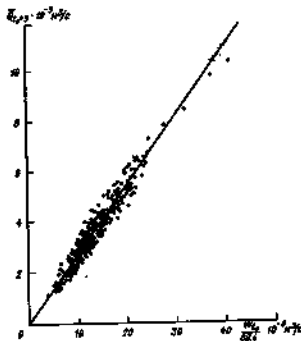


Рис. 8.4. Зависимость для прогноза среднего на пятидневку стока р. Обь у г. Барнаула.

вых запасов проводим прямую. Аналитическое выражение этой прямой имеет вид

$$Q_{i+5} = 0,58W_{i-1},$$

где 0,58 — значение тангенса угла наклона прямой к оси русловых запасов воды.

Используя это выражение и значения средних декадных расходов, по выражению (8.21) получим ряд значений составляющей, обуславливающей последующим притоком воды в русловую сеть:

$$Q_{i+10} = Q_{i+5} - 0,58W_{i-1}.$$

По этим значениям, начиная с максимума Q_{i+10} , строим график связи смежных значений и проводим среднюю линию,

аналитическое выражение которой имеет вид

$$Q_{d, t_0 + n} = 0,45 Q_{d, t_0 - 10}.$$

Складывая обе составляющие, получаем выражение для прогноза среднего декадного стока:

$$\bar{Q}_{d, t_0 + n} = 0,58 \bar{W}_{t_0} + 0,45 Q_{d, t_0 - 10}. \quad (8.25)$$

При прогнозе по такой методике надо ежедневно или через день рассчитывать значения $Q_{d, t_0 - 10}$. Прогноз можно составлять с момента, когда Q_{d, t_0} достигнет максимума.

Также прогнозы можно составлять несколько раньше, если для задания составляющей $Q_{d, t_0 - 10}$ на период заблаговременности воспользоваться зависимостью (8.22). При этом для расчета притока воды воспользуемся уравнением водного баланса всего участка (между 10-й изокротой и замыкающим створом):

$$q_t = Q_t - Q_0 + (W_t - W_{t-1}).$$

Расход воды Q_0 определяем по соотношению (8.25), а W_t и W_{t-1} — по формуле (8.24).

Зависимость между $Q_{d, t_0 + n}$ и q_t (с момента наступления максимума притока q_t) оказалась линейной, и ее можно аппроксимировать выражением

$$Q_{d, t_0 + n} = 0,35 q_t.$$

Тогда вместо зависимости (8.25) получим следующее уравнение для прогноза средних декадных расходов воды:

$$Q_{d, t_0 + n} = 0,58 \bar{W}_{t_0} + 0,35 q_t.$$

8.3. Прогноз расходов воды по тенденциям и кривым спада

Эти способы прогноза основаны на использовании инерционности в гидрологических явлениях. Предполагается, что существующая в момент выпуска прогноза тенденция в изменении уровня или расхода воды сохраняется в течение некоторого времени. Это свойство позволяет применять методы экстраполяции хода уровней и расходов воды по тенденциям их изменения на некоторое время вперед. Один из приемов основывается на использовании связи между приращенными уровнями (расходами) воды за короткий и более длительный интервалы времени либо между расходами, взятыми в различные моменты времени. Такая экстраполяция на большой период (большой из спада к меньший из подъема) дает хорошие результаты для крупных рек. При увеличении заблаговременности формальная экстраполяция может приводить к нереальным результатам.

Более обоснованным является прогноз стока по кривым спада паводков и половодья, в котором используют как прямые формаль-

ные экстраполяции, так и методы физического анализа явления истощения. Опыт показал, что при отсутствии значительного притока воды в речную сеть кривые спада различных паводков могут быть обобщены в виде одной типовой кривой. Для рек, вытекающих из озер, кривые спада наиболее устойчивы и между стоком предыдущего и последующих периодов в течение длительного времени сохраняется связь.

Наилучшие условия для прогноза по тенденциям имеются в паводках крупных рек, где подъем и спад уровня характеризуется плавностью и большой продолжительностью. В этом случае указанный метод может быть не только менее трудоемким, но и более точным, особенно при прогнозе с малой заблаговременностью (2—3 сут).

Возможность уверенного экстраполирования уровня или расхода воды на средних реках значительно уменьшится ввиду резких и непродолжительных подъемов и спадов уровня. Метод тенденций на малых реках, со средней продолжительностью устойчивых подъемов и спадов 5—8 сут, не может быть использован даже при заблаговременности прогноза 1 сут.

В практике используют два подхода при экстраполяции:

а) устанавливают зависимости, учитывающие закономерности хода уровней (расходов) в данном створе в течение предшествующего периода времени;

б) ищут типовые для данной реки формы хода уровней (расходов), например кривые спада половодья.

В первом способе чаще других используют зависимости вида:

$$H(t) = H(0) + at + bt^2, \quad (8.27)$$

$$H(t) = H(0) + at^m, \quad (8.28)$$

$$D = f(\Delta), \quad (8.29)$$

где $H(0)$ в $H(t)$ — уровень воды соответственно в момент времени t , равный 0 и t ; a , b , c , m — коэффициенты; Δ и D — изменения уровня (расхода) воды соответственно за короткий, период времени Δt и более длительный ($\Delta t + \delta$); δ — заблаговременность прогноза.

Для определения коэффициентов зависимости (8.27) и (8.28) преобразуют в линейные уравнения соответственно:

$$[H(t) - H(0)]/t = a + bt, \quad (8.30)$$

$$\lg [H(t) - H(0)] = \lg c + m \lg t. \quad (8.31)$$

Во всех этих случаях зависимости строят по данным за небольшой период времени и коэффициенты постоянно уточняют, что снижает их объективность и затрудняет использование в прогнозе. Соотношения (8.27) — (8.29) чаще используют на период подъема уровня воды для прогноза с малой заблаговременностью.

Для прогноза спада уровня предпочтительнее пользоваться вторым подходом, основанным на типовых кривых спада. Существует ряд способов установления типовых кривых спада.

В способе, предложенном А. В. Огнерским, учитываются различия в ходе спада, связанные со степенью заложения русла. В этом случае строятся несколько типовых кривых по ежегодным кривым спада, сгруппированным по величине $Q_{\text{макс}}$.

К. П. Воскресенский предложил строить среднюю многолетнюю кривую спада уровня по ежегодным кривым, выражаемым в относительных величинах: расход воды — в долях максимального расхода для данного года, а время — в долях продолжительности спада:

$$Q_i/Q_{\text{макс}} = f(t/T_{\text{сп}}), \quad (8.32)$$

где Q_i — расход воды в i -й момент времени, считая от даты максимального расхода воды $Q_{\text{макс}}$; $T_{\text{сп}}$ — продолжительность спада.

Чтобы использовать такую кривую спада для прогноза, необходимо помимо известной к моменту выпуска прогноза величины $Q_{\text{макс}}$ также знать $T_{\text{сп}}$. Поскольку последнюю можно определить только в конце спада, используют следующий приближенный способ ее предвычисления. Через несколько суток после начала спада (в момент t_1) вычисляют отношение $Q_1/Q_{\text{макс}}$ и по его значению с типовой кривой спада (8.32) снимают значение $t_1/T_{\text{сп}}$. Зная t_1 , определяют продолжительность спада $T_{\text{сп}}$. После этого по кривой спада на каждые сутки можно определить $Q_i/Q_{\text{макс}}$, а следовательно, и ход расхода воды на протяжении всего спада.

Для описания кривых спада используют также аналитические выражения

$$Q_t = Q_{\text{макс}} \exp(-\alpha t) \quad (8.33)$$

или

$$Q_t = Q_{\text{макс}}(1 + \beta t)^{-\alpha}, \quad (8.34)$$

где α и β — коэффициенты, которые зависят от строения речной сети бассейна, распределения запасов воды в русловой сети и их пополнения.

Коэффициенты α и β могут значительно меняться от года к году и даже в период спада для одного года. Поэтому первоначально определяют средние их значения за период спада для ряда лет, а затем строят графики связи полученных значений с характеристиками запасов воды в бассейне:

$$\alpha = f(W) \text{ либо } \beta = f(W),$$

где W — запас воды в русловой сети, определенный на дату максимального расхода каждого года.

При большой изменчивости коэффициентов α и β в период спада строят обобщения за ряд лет зависимости

$$\alpha, \beta = f(t) \text{ либо } \alpha, \beta = f(t_1).$$

Пример 8.4. Прогноз расходов воды по кривой спада половодья р. Припяти у г. Мозира.

Площадь бассейна р. Припяти 114 300 км² (длина 802 км). Значительная часть бассейна покрыта болотами. Интенсивность спада половодья и его продолжительность зависят от высоты весеннего половодья и количества осадков за период спада. Осадки являются в основном на интенсивность спада и редко влияют на подъем уровня.

Для описания кривой спада воспользуемся выражением (8.34). Вначале определим значения β , преобразованного соотношением (8.34):

$$\beta = (\sqrt{Q_{\text{макс}}/Q_t} - 1)^{-1}. \quad (8.35)$$

Расчеты по этому соотношению выполнены за период с 1936 по 1960 г. для всех спадов половодья. В табл. 8.9 приведем при-

Таблица 8.9

Расчет параметров β , $\bar{\beta}$ и $\beta_1/\bar{\beta}$, р. Припять — г. Мозирь, 1936 г.

Дата	Время от начала спада t	Q_t	$\frac{Q_{\text{макс}}}{Q_t}$	$\sqrt{\frac{Q_{\text{макс}}}{Q_t}}$	$\sqrt{\frac{Q_{\text{макс}}}{Q_t} - 1}$	$\beta = \frac{1}{\sqrt{\frac{Q_{\text{макс}}}{Q_t} - 1}}$	$\frac{\beta_1}{\bar{\beta}}$
1	2	3	4	5	6	7	8
29/IV	0	2420					
3/V	3	860	1,118	1,057	0,067	0,019	0,64
3/V	6	2860	1,355	1,156	0,156	0,028	0,74
3/V	9	2030	1,695	1,298	0,298	0,033	0,94
11/V	23	1420	2,111	1,463	0,463	0,038	1,09
14/V	15	1240	2,552	1,598	0,598	0,040	1,14
17/V	18	1180	3,027	1,740	0,740	0,041	1,17
19/V	20	1040	3,258	1,813	0,813	0,041	1,17
24/V	25	879	3,891	1,973	0,973	0,039	1,11
29/V	30	742	4,809	2,147	1,147	0,036	1,09
8/VI	55	667	5,389	2,299	1,299	0,037	1,08
8/VI	40	564	6,064	2,463	1,463	0,037	1,06
13/VI	45	500	6,840	2,613	1,613	0,036	1,08
16/VI	60	446	7,408	2,780	1,780	0,035	1,00
23/VI	55	411	8,321	2,885	1,885	0,034	0,97
28/VI	60	360	9,500	3,082	2,082	0,036	1,00
3/VII	65	319	10,72	3,274	2,274	0,036	1,00
3/VII	70	286	12,00	3,464	2,464	0,036	1,00
15/VII	75	265	15,41	3,962	2,962	0,035	1,00
16/VII	80	238	17,21	4,149	3,149	0,035	1,00
23/VII	85	223	18,34	4,271	3,271	0,034	0,97
						$\bar{\beta} = 0,035$	

мер расчета для 1956 г. Для каждого года определяем средние значения $\bar{P}$ и отклонения $\beta_i/\bar{P}$ (графа 8). Чтобы избежать ошибок в отборе данных для расчета, продолжительность спада T , $T_{\text{сп}}$

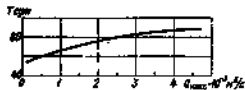


Рис. 8.5. Зависимость продолжительности спада половодья от максимальных расходов воды для р. Препятки у г. Мозыря.

определенную по таблицам расходов воды, составляем графически с $Q_{\text{макс}}$ к проводим кривую $T=f(Q_{\text{макс}})$ (рис. 8.5); эту зависимость используем для вычисления продолжительности спада T .

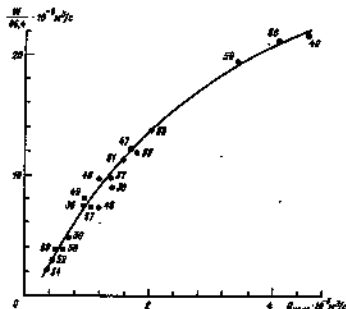


Рис. 8.6. Связь запаса воды в русловой сети с максимальным расходом воды за верховья половодья для р. Препятки у г. Мозыря.

Цифры у точек — годы.

На дату наступления максимальных расходов у г. Мозыря определяем условные запасы в бассейне р. Препятки до г. Мозыря, используя при этом расходы воды в створах Туров (Q_T), Лучады (Q_L), Злобы (Q_Z) и Мозырь (Q_M):

$$W = 7,5Q_T + 6,0Q_L + 3,5Q_Z + 1,5Q_M$$

Полученные значения условных запасов довольно хорошо связаны с максимальными расходами воды (рис. 8.6), поэтому

в дальнейшем вместо значений W на дату максимального расхода будем использовать $Q_{\text{макс}}$.

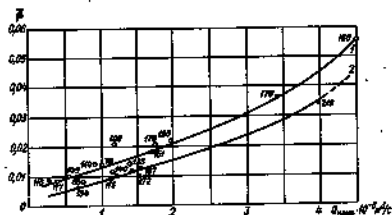


Рис. 8.7. Связь $\beta=f(Q_{\text{макс}}, P)$ для р. Препятки у г. Мозыря.

Цифры у точек — количество осадков за период спада, мм; 1 — осадки меньше или равны среднему многолетнему количеству, 2 — осадки больше среднего многолетнего количества.

Для получения прогностических зависимостей строим графики $\bar{\beta}=f(Q_{\text{макс}})$ (рис. 8.7) и $\beta_i/\bar{\beta}=f(t)$ (рис. 8.8). Рассеяние точек на графике связи для $\bar{\beta}$ вызвано в основном различным количеством

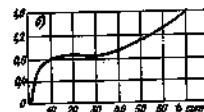


Рис. 8.8. Связь $\beta_i/\bar{\beta}=f(t)$ для р. Препятки у г. Мозыря.

а) $Q_{\text{макс}} > 1200 \text{ м}^3/\text{с}$; б) $Q_{\text{макс}} < 1200 \text{ м}^3/\text{с}$.

осадков на спаде половодья. Анализ показал, что учет этих осадков можно ограничить разделением всех лет на две группы: с осадками меньше или равными среднему многолетнему количеству (рис. 8.7.1) и больше его (рис. 8.7.2). Осадки вычисляем за три месяца спада половодья (считая и месяц, когда начался

спад). На втором графике (рис. 8.8) также наметились две связи: для лет с максимальными расходами больше или равными 1200 м³/с и для лет с расходами меньше 1200 м³/с.

По полученным зависимостям составим прогноз расходов воды на спаде половодья. Порядок составления следующий. В момент наступления $Q_{\text{спад}}$ по его значению и ожидаемым по прогнозу погоды осадкам за период спада (меньше и равно среднему многолетнему количеству или больше его) по зависимости на рис. 8.7 находим значение β . Затем в соответствии со значением $Q_{\text{спад}}$ с графиков, приведенных на рис. 8.8, снимаем значения β_1/β и пересчитываем в β_1 путем умножения на найденное по рис. 8.7 значение β . Полученные значения β_1 подставляем в формулу (8.34) и рассчитываем ожидаемые расходы воды на спаде. Пример такого прогноза приведен в табл. 8.10.

Таблица 8.10

Пример расходов воды на спаде половодья р. Притомь — г. Миллер.
 $Q_{\text{спад}} = 4190 \text{ м}^3/\text{с}$, $\beta = 0,065$

Дата	t	$\frac{\beta_1}{\beta}$	β_1	β_1^2	$(1 + \beta_1 \cdot t)^2$	$Q_{\text{спад}} = \frac{Q_{\text{пик}}}{(1 + \beta_1 \cdot t)^2}$ м³/с	$Q_{\text{п}}$ м³/с
29/IV	0						3420
30/IV	1					3366	3416
1/V	2	0,226	0,015	0,010	1,020	3260	3180
2/V	3	0,371	0,018	0,026	1,058	3150	3060
3/V	4	0,487	0,032	0,048	1,096	3060	2960
4/V	5	0,573	0,038	0,059	1,126	2980	2730
5/V	6	0,657	0,043	0,073	1,158	2740	2560
6/V	7	0,743	0,050	0,100	1,200	2560	2360
7/V	8	0,829	0,056	0,108	1,247	2360	2260
8/V	9	0,896	0,061	0,248	1,289	2190	2180
9/V	10	0,943	0,065	0,257	1,322	2030	2120
10/V	11	1,000	0,066	0,350	1,362	1880	1980
		1,029	0,066	0,396	1,409	1750	1730

Глава 9. Физико-статистические методы краткосрочных прогнозов расходов и уровней воды для крупных рек

9.1. Постановка задачи

Рассматриваемые методы являются наиболее распространенными в практике гидрологических прогнозов. Их применяют в условиях, когда физические связи между прогнозируемыми элемен-

тами и факторами, их определяющими, многообразны как по числу этих факторов, так и по виду их проявления. Кроме того, эти методы часто используют при недостатке или невысокой точности исходных данных.

В случае редкой наблюдательной сети, особенно с измерением расхода воды, для разветвленных речных систем можно воспользоваться довольно простым подходом, основанным на составлении линейных уравнений, параметры которых неизвестны, но критично-следственные связи между функцией и потенциальными аргументами физически объяснимы. Например, известно, что изменение уровня воды в заданном створе реки связано с изменениями расходов и уровней в расположенных выше части речной системы. Приблизительно эту связь можно выразить в виде линейного уравнения:

$$H_{t+b} = \sum_{j=1}^n x_j \cdot b H_{t+j} + c_0 \quad (9.1)$$

где H_j — уровень воды на постах; j — порядковый номер поста; c_0 — момент составления прогноза; b — период заблаговременности прогноза; x_j , c_0 — параметры, которые могут принимать различные значения при разной заблаговременности; n — число створов, учитываемых при заблаговременности b .

Это уравнение в косвенном виде учитывает не только общие ресурсные запасы воды, но и их распределение в речной системе.

Принятое в уравнении (9.1) упрощение приводит к снижению точности прогноза уровней воды. Однако приток воды за период заблаговременности и другие моменты при составлении прогноза факторы оказывают не менее существенное влияние.

Для повышения точности или увеличения заблаговременности прогноза уровней в целом аргументов могут быть включены средние по бассейну суммы осадков P за какой-либо период, предшествующий моменту составления прогноза, или разности осадков и испарения, которые рассчитывают каким-либо способом. Косвенной характеристикой этой разности может служить осредненная по бассейну температура воздуха T за период суживания осадков. Прогностическое уравнение в этом случае примет следующий вид:

$$H_{t+b} = \sum_{j=1}^n x_j \cdot b H_{t+j} + a_2 P - b_2 T + c_0 \quad (9.2)$$

При существенном различии условий стокообразования по площади бассейна или во времени средние значения основных факторов не всегда являются достаточно информативными аргументами прогностических зависимостей. Приходится вместо них учитывать значения стокообразующих факторов, характеризующих отдельные части бассейна. К некоторому повышению точности прогноза уровней и расходов воды может приводить также учет

Другой способ состоит в расчете τ_i по формуле

$$\tau_i = \frac{2}{R(0)} \sum_{\tau=0}^{\infty} R(\tau) \quad (9.2)$$

где $R(i-\tau)$ — автокорреляционная функция; $R(0)$ — максимальное значение автокорреляционной функции. Верхний предел суммирования можно ограничить достаточно большим периодом времени.

Основную ошибку коэффициента корреляции при известном τ_i вычисляют по формуле

$$\Delta R = (1 - R_0^2) / \sqrt{m} \quad (9.10)$$

Повысить надежность решения плохо обусловленных систем уравнений позволяют специальные способы поиска их устойчивых решений. Принципы некоторых из них, в частности метода просеивания, способа разрежения и компонентного анализа, и примеры применения их в задачах гидрологических прогнозов изложены в последующих параграфах.

9.2. Метод просеивания

Наиболее простым способом отбора оптимального числа аргументов является их поочередный перебор с оценкой вклада, который вносит каждая из независимых переменных в определенную функцию, т. е. следовательно, эффективности прогностической зависимости. Применительно к линейным уравнениям количество информации об интересующей функции при данном числе аргументов достаточно надежно можно оценить общим коэффициентом корреляции или его квадратом, помнявшим название коэффициента детерминации. Например, для многомерных моделей при нормальном распределении переменных (многомерная регрессия) информативность какого-либо аргумента или их совокупности может быть оценена с помощью одной из формул:

$$I(a_j) = 0,5 \ln(D^2/D_j^2) \quad (9.11)$$

$$I(a_j) = 0,5 \ln[1/(1 - R_j^2)] \quad (9.12)$$

или

$$I(a_j) = 0,5 \ln(\sigma^2/\sigma_j^2) \quad (9.13)$$

где D — определитель матрицы, составленной из парных коэффициентов корреляции аргументов и функций; D_j — определитель матрицы, включающей в себя первые коэффициенты корреляции только аргументов; R_j — общий коэффициент корреляции; $I(a_j)$ — оценка количества информации в a_j -м аргументе или совокупности a_j -х аргументов; σ — средняя квадратическая оценка изменчивости предсказываемого явления; σ_j — средняя квадратическая ошибка уравнения регрессии.

При использовании метода просеивания следует иметь в виду, что выбор аргументов и надежность полученных уравнений в определенной степени зависят от способа (или порядка) перебора предсказателей, статистических взаимосвязей между аргументами, от объема выборки и ее статистических характеристик.

В практике наиболее часто используют следующий метод перебора. В качестве первого выбирают аргумент, имеющий наиболее высокий парный коэффициент корреляции с предсказываемым явлением. Вторым следует признать аргумент, который дает наибольший вклад в снижение ошибки простейшего уравнения вместе с первым и т. д. Для мягкости решения рекомендуется строить графики возрастания количества информации о предсказываемом явлении в зависимости от числа отобранных аргументов — функции насыщения (рис. 9.1).

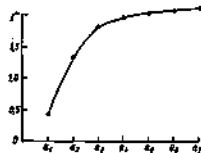


Рис. 9.1. Функция насыщения.

a_j — j -й аргумент; I_j — общее количество информации.

формации в j -х аргументах.

В другом способе для установления порядка перебора аргументов привлекают априорные представления (сведения) об исследуемом гидрологическом явлении или процессе. Первыми в этом случае выбирают аргументы, которые несомненно должны оказывать в той или иной степени влияние на прогнозируемое явление. Например, очевидно влияние водности каждого из притоков на расход воды (или уровень) в замыкающем створе участка реки. Однако если на этих притоках и по длине реки находится довольно много измерительных створов, то метод просеивания следует применять для отбора оптимального числа этих створов. Просеивание можно выполнять также путем оценки вклада каждого аргумента в общий коэффициент корреляции по методу Г. А. Алексеева [1].

Пример 9.1. Прогноз минимального уровня воды на р. Северной Двине с учетом отбора аргументов прогностической зависимости методом просеивания.

Опорным для определения глубины на верхнем участке реки является гидрологический пост Абрамково. Желательная заблаговременность прогноза минимального уровня в соответствии с нормальной длительностью рейсов судов составляет не менее 10 сут. На основных притоках р. Северной Двины имеется 16 гидрологических постов. Методом просеивания в качестве

аргументов отобраны уровни по 6 верхним постам и уровень в п. Абрамково в день составления прогноза (табл. 9.1). Эти посты отмечены на рис. 9.2 двойным кружком.

В табл. 9.1 приведены первые коэффициенты корреляций, а также количество информации $I(a_i)$, которое содержит каждый из предсказателей (графа 10), и в совокупности с предшествующими

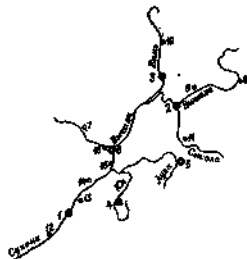


Рис. 9.2. Схема речной сети и расположения гидрометрических станций и постов в бассейне р. Северная Двина до с. Абрамкова.

1 — Горькая, 2 — Сухонинер, 3 — Паровозный, 4 — Косынский, 5 — Горькая, 6 — Обиточный, 7 — Обиточный, 8 — Обиточный, 9 — Обиточный, 10 — Обиточный, 11 — Обиточный, 12 — Обиточный, 13 — Обиточный, 14 — Обиточный, 15 — Обиточный.

Таблица 9.1

Корреляционные матрица и количество информации

Посты, посты, посты, посты	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	H_6	H_7	$H_{\text{мн.}}(a_i)$	r'	r''
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a_1	1,000	0,570	0,531	0,775	0,567	0,736	0,709	0,745	0,410	0,41
a_2	0,570	1,000	0,915	0,612	0,790	0,905	0,905	0,955	0,989	1,35
a_3	0,531	0,915	1,000	0,899	0,581	0,895	0,902	0,985	1,227	1,81
a_4	0,775	0,612	0,899	1,000	0,808	0,730	0,716	0,781	0,471	1,93
a_5	0,567	0,790	0,581	0,808	1,000	0,581	0,590	0,914	0,901	2,01
a_6	0,736	0,905	0,902	0,716	0,590	1,000	0,905	0,955	1,122	2,05
a_7	0,709	0,905	0,902	0,716	0,590	0,905	1,000	0,955	1,122	2,05
$H_{\text{мн.}}(a_{1-10})$	0,745	0,955	0,985	0,781	0,914	0,955	0,955	1,000	1,294	2,57

(графа 11) в отношении минимального декадного уровня в Абрамкове для случая, когда в речной системе выше Абрамкова наблюдается в основном спад уровней. В табл. 9.1 помещены данные, относящиеся к аргументам, отобраным путем просенкивания с использованием формул (9.10).

В итоге для декадных прогнозов минимальных уровней у Абрамкова получено следующее уравнение:

$$H_{\text{мн.}}(a_{1-10}) = 0,27H_1 + 0,28H_2 + 0,30H_3 + 0,6H_4 + 0,32H_5 + 0,22H_6 + 0,20H_7 + 7,35,$$

где $H_1, \dots, H_7$ — уровни в верхних постах и у Абрамкова в день выпуска прогноза t_0 .

Объем выборки, на которой произведены расчеты, равен 288 случаям и представляет 10 лет наблюдений. Средняя квадратическая ошибка этого уравнения составила ± 20 см. Ошибка общего коэффициента корреляции определена по уравнению (9.10): радиус автокорреляции средних суточных уровней воды в п. Абрамково r_0 равен 12 сут, соответственно число эквивалентно независимых наблюдений $m_0 = 24$, откуда $\Delta_R = 0,008$.

Для повышения точности прогноза в качестве дополнительного фактора, определяющего минимальный уровень в заданном створе, можно учитывать фазу режима уровней на верхних постах. Например, для случаев, когда в верхнем течении реки и на ее притоках наблюдается преимущественно спад или подъем уровня. Например, с учетом указанных особенностей прогнозов минимальных уровней для периода летне-осенней межени можно составлять на основе данных только пяти постов по уравнению следующего вида:

$$H_{\text{мн.}}(a_{1-5}) = 0,27H_1 + 0,07H_2 + 0,36H_3 + 0,03H_4 + 0,25H_5 + 15.$$

Средняя квадратическая ошибка уравнения ± 11 см.

9.3. Способ разрежения

Этот способ целесообразно применять, если в качестве аргументов используются значения какого-либо гидрологического или метеорологического элемента, распределенного во времени или по пространству. Суть метода состоит в том, что при расчетах используются данные не всех станций и постов, а которых производят наблюдения (или не в каждый момент времени наблюдений), а с разрежением, степень которого зависит от корреляционной связи данных наблюдений. Последняя, как известно, характеризуется авто- или пространственными корреляционными функциями.

Наглядный пример по применению метода разрежения представляет нахождение оптимальных кривых доботания, удовлетво-

ряющих достаточно большому ряду наблюдений. Для этого обычно используют интегральное уравнение Винера—Хопфа:

$$r_{eq}(t) = \int_0^{\infty} r_{ee}(t-\xi) p(\xi) d\xi, \quad t \geq 0, \quad (9.14)$$

$$p(t) = 0 \quad \text{при } t < 0,$$

где $r_{eq}(t)$ — взаимокорреляционная функция между расходами воды в верхнем (q) и нижнем (Q) гидрометрических створах; $r_{ee}(t)$ — автокорреляционная функция расходов воды в верхнем створе; $p(t)$ — оптимальная кривая добегания.

В общем случае задача нахождения $p(t)$ на уравнения (9.11) относится к классу некорректных: малым погрешностям $r_{eq}(t)$ и $r_{ee}(t)$ могут отвечать сколь угодно большие погрешности в вычислениях $p(t)$.

Воспользовавшись приближенным представлением интеграла по формуле прямоугольников, заменяя бесконечный верхний предел конечным T (T желательно брать не меньше, чем предполагаемая длина $p(t)$), можно получить систему линейных уравнений с n неизвестными:

$$r_{eq}(t) = \sum_{i=0}^{n-1} r_{ee}(t-i\Delta t) p(i\Delta t) \Delta t, \quad (9.15)$$

$$t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, (n-1)\Delta t.$$

Здесь $r_{eq}(t)$ — элемент вектора взаимной корреляции входа и выхода системы, а $r_{ee}(t-i\Delta t)$ — элементы корреляционной матрицы, представляющие собой значения автокорреляционной функции на концах временных интервалов:

$$\Delta t = T/(n-1).$$

Матрицу $R(t-i\Delta t)$ системы (9.15) можно представить, имея в виду, что $r_{ee}(\Delta t) = r_{ee}(-\Delta t)$, в следующем виде:

$$R(t-i\Delta t) = \begin{pmatrix} r_{ee}(0) & r_{ee}(\Delta t) & \dots & r_{ee}[(n-1)\Delta t] \\ r_{ee}(\Delta t) & r_{ee}(0) & \dots & r_{ee}[(n-2)\Delta t] \\ r_{ee}(2\Delta t) & r_{ee}(\Delta t) & \dots & r_{ee}[(n-3)\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{ee}[(n-1)\Delta t] & r_{ee}[(n-2)\Delta t] & \dots & r_{ee}(0) \end{pmatrix}. \quad (9.16)$$

Неизвестную кривую добегания $p(t)$ отыскивают с помощью метода наименьших квадратов либо любым другим методом решения системы линейных уравнений. Применение способа разложения в данном случае заключается в том, что в расчет принимают значения корреляционных функций с интервалами $2\Delta t$, $3\Delta t$ и т.д. Шаг может быть задан и переменным. Далее для нахождения кривой добегания применяют те же методы решения систем линейных уравнений, что и в предыдущем случае.

Пример 9.2. Определение оптимальной кривой добегания для участка р. Лены.

По средним суточным расходам воды р. Лены в п. Соллянка и п. Табага получаем авто- и взаимокорреляционные функции. Далее с помощью метода наименьших квадратов находим 11 ординат (интервал между которыми равен 1 сут) оптимальной кривой добегания воды для названного выше участка. На рис. 9.3 (линия 1) четко заметно проявление неустойчивости, заключаю-

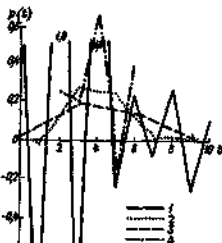


Рис. 9.3. Функция выливания, рассчитанная с помощью метода наименьших квадратов.

- 1) $\Delta t = 1$ сут, количество исходных ординат 11;
2) $\Delta t = 2$ сут, количество исходных ординат 5;
3) $\Delta t = 3$ сут, количество исходных ординат 4;
4) $\Delta t = 4$ сут, количество исходных ординат 3.

щейся в резких физически необъяснимых скачках соседних ординат — от -1.0 до 1.8 .

На этом же рисунке приводим кривые добегания, полученные тем же методом наименьших квадратов, но значения корреляционных функций для средних суточных расходов воды в перечисленных выше пунктах снимаем с интервалами 2 и 3 сут (линии 2 и 3), т.е. исходные данные подвергали разрежению. Как можно видеть, ход ординат кривой добегания стал более закономерным, следовательно, вид кривой стал отвечать сложившимся в гидрологии представлениям о ее форме.

Если же сократить число исходных параметров механически, например остановиться на поиске ординат пачками со 2-й по 6-ю, т.е. искать всего 5 ординат вместо 11, но, как и в первом случае, с интервалом 1 сут, то результат (линия 4 на рис. 9.2) может не только не ухудшиться, но даже улучшиться.

Такой же эффект имеет место при нахождении параметров линейных простейших уравнений, аргументы которых представляют распределение по пространству стокообразующих факторов (осадков, запасов воды в снежном покрове и др.).

9.4. Компонентный анализ

Компонентный анализ (КА), применительно к метеорологическим задачам известный как метод естественных составляющих, используют для представления полей или функций (времен или пространств) гидрологических элементов с помощью собственных векторов и корреляционных матриц в нескольких типичных задачах: 1) сглаживания неравномерности распределения гидрометеорологических элементов во времени или пространстве; 2) представления и учета в компактной форме этих неравномерностей; 3) нахождения устойчивого решения плохо обусловленных систем уравнений для целей гидрологических прогнозов.

Улучшение формальной стороны аппарата КА нередко приводит к необоснованной постановке физических задач и переоценке его достоинств. В то же время КА обладает рядом важных свойств, на которые еще мало обращают внимания в гидрометеорологических исследованиях. Особенно это относится к третьей из перечисленных выше задач. Кратко рассмотрим основные положения КА. Главную роль в КА играют собственные векторы и, удовлетворяющее матричному равенству

$$A u_i = \lambda_i u_i, \quad (9.17)$$

где λ_i — собственные числа матрицы A исходной системы (9.6). Каждому собственному числу соответствует свой собственный вектор.

Собственные векторы и собственные числа имеют особые свойства: первые образуют ортогональную систему, сумма которых равна сумме диагональных элементов матрицы A . Эти свойства оказываются полезными в ряде прикладных задач гидрологических прогнозов.

С помощью системы собственных векторов можно перейти от исходных переменных F , являющихся функцией времени или пространства, к коэффициентам разложения вида

$$T_i(t_j) = \sum_{i=1}^n F_i(t_j) u_{ij}, \quad (9.18)$$

где T_i — коэффициенты разложения поля (или функции); u_{ij} — элементы собственных векторов ковариационной (корреляционной) матрицы аргументов A ; i — номер собственного вектора и соответствующего ему коэффициента разложения; j — номер точки, в которой задана исходная переменная в момент времени t_j .

Разложение по собственным векторам обладает существенным преимуществом перед любым другим разложением: главная информация сосредоточивается в сравнительно небольшом числе коэффициентов разложения. Кроме того, коэффициенты разложения не коррелируются между собой. Если λ_i расположить в убывающем порядке, то можно определить число собственных векторов, достаточных для описания поля или функции, заданных

в n точках, с заданной степенью точности. Среднюю квадратическую ошибку аппроксимации заданного поля (функции) в этом случае легко определить по соотношению

$$s_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i / \sum_{i=1}^k \lambda_i, \quad (9.19)$$

где n — порядок рассматриваемой корреляционной матрицы; s_k — оценка точности аппроксимации при k -м числе удерживаемых собственных векторов.

Задачу представления информации в компактной форме (удержание только нескольких коэффициентов разложения) решают в общем виде с помощью формул типа (9.18). Если используют сразу несколько полей физически неоднородных стокообразующих факторов (запас воды в снежном покрове и глубина промерзания почвы, индее осадки, температура воздуха, запас влаги в почве и др.), то коэффициенты разложения следует вычислять для каждого поля (функции) отдельно по своей системе собственных векторов при числе удерживаемых коэффициентов разложения меньше n . Вопрос о числе удерживаемых коэффициентов разложения решают также для каждого стокообразующего фактора отдельно.

Если поля одного стокообразующего фактора статистически неоднородны, например корреляционные функции полей этого фактора затухают в различных направлениях существенно по-разному, то имеет смысл разложение производить по двум взаимно перпендикулярным направлениям, т.е. получать для полей одного фактора две системы собственных векторов.

Следует иметь в виду, что сокращение объема информации с помощью КА (учет только части компонентов) приводит к потере части информации, которая должна быть не очень существенной для рассматриваемой задачи.

Чем более гладкая функция подвергается разложению по собственным векторам, тем меньшее количество коэффициентов требуется удержать для достаточно точной аппроксимации этой функции. Поля гидрометеорологических элементов, как правило, являются существенно связными, т.е. их корреляционные функции затухают не очень быстро. Такой характер полей позволяет представить их небольшим числом коэффициентов разложения и, таким образом, значительно сократить размерность линейных моделей.

Линейные прогностические зависимости на базе КА в общем виде можно представить следующим образом:

$$h(t_{i+k}) = \sum_{p=1}^N \sum_{i=1}^{k_p} x_{pi} \bar{x}_{pi}(t_i) \quad (p=1 \dots N, \quad i=1 \dots k_p < n_p), \quad (9.20)$$

где $h(t_{i+k})$ — предсказываемая величина (объем стока, расходы, уровень воды) в t_{i+k} -й момент времени; x_{pi} — параметры (коэффи-

денты регрессии); k — число удерживаемых коэффициентов разложения $T_{\rho,i}$, представляющих поля одного стохастического фактора; i — номер T_{ρ} , относящегося к одному стохастическому фактору; ρ — номер стохастического фактора; N — общее число стохастических факторов.

В частном случае, когда рассматривают поле (функцию) одного фактора, уравнение (9.20) может быть упрощено:

$$A(i+1) = \sum_{j=1}^{k-1} A_j^* T_j(i). \quad (9.21)$$

Параметры A_j^* уравнений (9.20) либо (9.21) находят, как правило, с помощью метода наименьших квадратов. Однако с большой осторожностью следует подходить к удержанию коэффициентов разложения с большими порядковыми номерами, т.е. коэффициентов, соответствующих малым значениям собственных чисел, так как они отражают, как правило, мелкомасштабные изменения фактора, не всегда оказывающие большое влияние на предсказываемое явление.

Используя аппарат компонентного анализа, при решении систем (9.6) можно обойтись без обращения ковариационной (корреляционной) матрицы A и без промежуточных вычислений коэффициентов разложения. Тогда применяют следующую формулу:

$$x = \sum_{i=1}^{k-1} (\beta_i / \lambda_i) u_i \quad \left(\beta_i = \sum_{j=1}^n \beta_{ji} u_j \right). \quad (9.22)$$

где λ_i и u_i — соответственно собственные числа и собственные векторы матрицы A ; β_i — суммы произведений правой части уравнения (9.6) и соответствующих векторов.

Из выражения (9.22) легко увидеть природу неустойчивости (расхождения) коэффициентов уравнений регрессии при их нахождении с помощью уравнения (9.7): если хотя бы одно собственное число λ_i матрицы A равно нулю, исходные коэффициенты x могут быть как угодно большими; если ранжированные λ_i уменьшаются быстрее, чем соответствующие значения β_i , а исходные данные задают приближенно (например, из-за погрешностей наблюдения), то ошибки могут многократно увеличиться и решение будет неустойчивым. Ошибки же исходных данных, являющиеся при разработке методов гидрометеорологических прогнозов, полностью устранить не удастся. Задача осложняется еще и тем, что поля (функции) гидрометеорологических элементов являются корреляционно связанными в соседних точках, и это приводит как раз к тому, что ранжированные значения λ_i затухают гораздо быстрее, чем β_i .

Если учитывать все компоненты ($k=n$) при использовании выражения (9.22), то коэффициенты регрессии не будут отличаться от коэффициентов, найденных по выражению (9.6) с точностью до

ошибки вычислений. Смысл же КА состоит в удержании только части компонентов ($k < n$):

$$x(k) = \sum_{i=1}^{k-1} (\beta_i / \lambda_i) u_i, \quad (9.23)$$

где k — число удерживаемых компонентов.

Вопрос о числе удерживаемых компонентов решают в зависимости от достоверности информации, имеющейся при разработке метода. Естественным является требование, чтобы средняя квадратическая ошибка искомого уравнения соответствовала погрешности исходных данных, т.е. чтобы решение системы уравне-

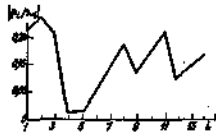


Рис. 9.4. График модулей амплитудной характеристики $|\beta_i / \lambda_i|$ (р. Селенная Двина).

ний было не точнее, чем позволяет точность исходных данных. Реализовать такое условие позволяет критерий изыскания, который выражается следующей формулой:

$$s_k^2 = \sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i^2 - \sum_{i=1}^{k-1} (\beta_i^2 / \lambda_i), \quad s_k^2 \approx \Delta_k^2. \quad (9.24)$$

где s_k^2 — квадрат погрешности уравнения регрессии; Δ_k^2 — квадрат средней погрешности исходных данных; β_i — фактические значения прогнозируемой функции в момент i ; m — общее число измерений (длина ряда); n — число исходных коэффициентов; k — число удерживаемых компонентов решения; i — порядковым номером ранжированных значений соответствующих чисел λ_i (начиная с наибольшего).

При отсутствии сведений о погрешностях исходных данных можно прибегнуть к поиску так называемого квазиоптимального решения. Число удерживаемых в этом случае компонентов определяется по графику функции $|\beta_i / \lambda_i| = f(i)$. Оно равно значению i , при котором функция достигает первого или второго, достаточно глубокого локального минимума. На рис. 9.4, приведенном в качестве примера, легко определить, что i можно принять равным 4 или 5.

Наряду с уравнением (9.20) применим подход, основанный на подавлении компонентов, соответствующих малым λ_i , с помощью специального параметра α . Тогда используем следующую формулу:

$$x_\alpha = \sum_{i=1}^n \beta_i (\lambda_i + \alpha) u_i. \quad (9.25)$$

а для еще более сильного подавления малозначащих компонентов (также соответствующих малым λ_i) формулу

$$x_n = \sum_{i=1}^n (b_i \lambda_i + \alpha^2 (\lambda_i + 2\alpha))^{-1} c_i. \quad (9.26)$$

Параметр α в двух последних выражениях подбирают с помощью перечисленных выше критериев. Например, применяя соотношение (9.26) в сочетании с критерием малости, параметр α можно найти путем решения следующего уравнения:

$$\Delta_n^2 = \sum_{i=1}^n b_i^2 (\lambda_i + \alpha)^{-1} - \alpha \sum_{i=1}^n b_i^2 (\lambda_i + \alpha)^{-2}, \quad (9.27)$$

где Δ_n^2 — квадрат заданной средней погрешности исходных данных.

Пример 9.3. Методики прогноза характерных уровней воды р. Северной Двины и р. Дуны.

Для разработки методики использованы данные по 16 постам, включая замыкающий пост в Абрамкове. Расположение постов и присвоенные им номера показаны на рис. 9.2. В последующем наложениях при необходимости будут использованы только номера пунктов.

По данным об уровнях воды в этих створах за 10 лет, составившим выборку объемом 253 случая, получаем корреляционную матрицу 16-го порядка. Далее с помощью стандартной программы на библиотеке ЭВМ ЕС-1040 находим собственные числа и собственные векторы этой матрицы. В табл. 9.2 приведены 12 первых

Таблица 9.2

Собственные числа и векторы разложения

i	λ_i	$\Sigma \lambda_i$	$\frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^n \lambda_j} \cdot \frac{x_j}{x_i}$
1	12,633	12,633	0,80
2	1,835	14,468	0,02
3	0,524	15,282	0,03
4	0,366	15,648	0,07
5	0,171	15,719	0,08
6	0,087	15,806	0,08
7	0,064	15,870	0,09
8	0,033	15,903	0,09
9	0,031	15,934	0,09
10	0,020	15,954	0,09
11	0,016	15,970	0,09
12	0,006	15,976	0,09

собственных чисел (остальные четыре опущены из-за малости), расположенных в убывающем порядке, и оценки аппроксимации распределения уровней воды по постам за притоках р. Северной Двины по формуле (9.19) при разном числе удерживаемых членов

разложения. Из данных таблицы следует, что первые четыре коэффициента разложения дают 0,97 всей информации о состоянии запаса воды (соответствующих наблюдениям за уровнями) в речной системе выше Абрамкова. Собственные векторы, с помощью которых вычислены эти коэффициенты разложения, представлены в табл. 9.3. Каждый из них изображен графически на схеме (рис. 9.6).

Таблица 9.3

Собственные векторы

Номер пункта	Номер пункта, влияющий на уровень воды							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,28	0,26	0,26	0,23	0,25	0,27	0,27	0,26
2	0,40	-0,26	-0,20	0,19	-0,09	-0,06	-0,09	-0,37
3	-0,09	0,12	0,12	0,05	0,48	-0,22	-0,23	-0,32
4	0,18	0,31	0,31	-0,50	0,05	-0,26	-0,22	0,26

Номер пункта	Номер пункта, влияющий на уровень воды							
	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,28	0,26	0,25	0,21	0,24	0,24	0,26	0,27
2	-0,27	-0,21	-0,09	0,42	0,37	0,32	0,16	-0,06
3	-0,22	0,14	0,26	-0,24	-0,01	-0,14	0,19	0,32
4	-0,07	0,40	0,14	0,35	0,07	-0,09	-0,06	-0,29

Несколькими первыми собственными векторами апостериори удается дать физическое толкование. Так, например, первый вектор m_1 (см. рис. 9.5а) характеризует степень общего заполнения русел водой (80 % общей дисперсии). Второй вектор m_2 (см. рис. 9.5б) отражает различия в направлении русел на юго-западе (р. Сухома и ее притоки) и северо-востоке (р. Вытегда и притоки) бассейна. Условная граница между положительными и отрицательными значениями элементов вектора m_2 проходит четко с северо-востока на юго-запад, что хорошо соответствует направлению излияний средних многолетних значений избыточной за зиму запаса воды в снег, сроков оттаивания почвы, скола снежного покрова в начале таяния его, влагозапаса в слое почвы 0—30 см и т.д.

Третий вектор m_3 (см. рис. 9.5в) характеризует неравномерность распределения русловых запасов воды по отдельным бассейнам системы р. Северной Двины до с. Абрамкова. Так, элементы вектора, относящиеся к гидрологическим постам р. Вычи, имеют положительные знаки, а верховых р. Вытегда — отрицательные, а на р. Сысьме — вновь положительные. Примерно такая же картина наблюдается в системе р. Сухома.

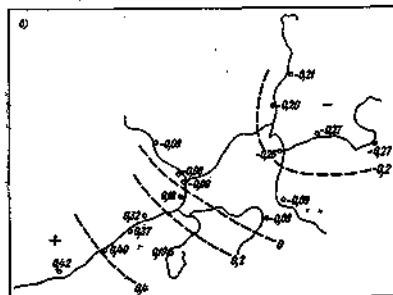
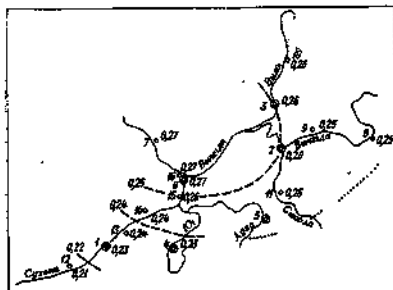
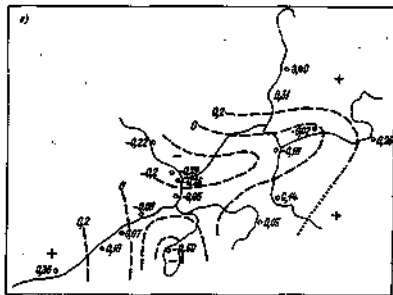
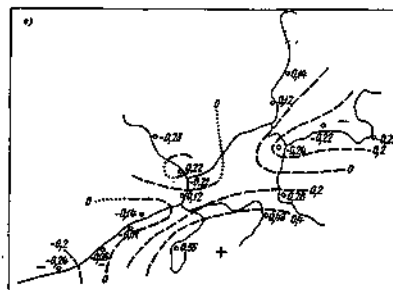


Рис. 3.5. Схема размещения гидрологических постов на реках третьего (а) и четвертого (б) собственного секторов.



бассейна Северной Двины и значении первого (а), второго (б),

На схеме четвертого вектора u_4 (см. рис. 9.5а) видна разница в знаках его элементов, относящихся к нижним участкам отдельных рек и к их верховьям, т.е. отражает разницу в наполнении русел в низовьях и верховьях рек.

По первым четырем собственным векторам и ежедневным уровням воды на отобранных 16 постах по формуле (9.18) вычисляем коэффициенты разложения $T(t)$. В результате получаем хронологические ряды четырех коэффициентов разложения, которые в сумме представляют, как уже говорилось, 97 % всей информации о распределении запасов воды в руслах речной сети Северной Двины до Абрамкова. О том, что четырех компонентов достаточно для решения задачи, свидетельствует и график амплитудной характеристики (см. рис. 9.4).

Полученные коэффициенты разложения $T(t)$ используем в качестве аргументов в зависимости для предсказания минимального уровня воды в течение будущей декады ($H_{\min}(t_{i+10})$) в с. Абрамкове, т.е. составляем систему уравнений (9.21), которую решаем обычными способами. Для Абрамкова получаем следующие прогнозируемое уравнение:

$$H_{\min}(t_{i+10}) = 44,0T_1(t_i) - 12,7T_2(t_i) + 7,0T_3(t_i) + 12,4T_4(t_i) + 252. \quad (9.28)$$

Следует отметить, что для получения более однородных рядов данные об уровнях предварительно были преобразованы с помощью соотношения

$$H'_{i,j} = (H_{i,j} - \bar{H}_j)/\sigma_j \quad (9.29)$$

где $H_{i,j}$ — уровень воды в j -м створе в момент времени i ; $\bar{H}_j$ — среднее многолетнее значение уровня в j -м створе; σ_j — дисперсия уровней в j -м створе. Поэтому при составлении прогноза по уравнению (9.28) уровни во всех створах должны быть предварительно пересчитаны по этому соотношению. Используя полученные преобразованные уровни и собственные векторы из табл. 9.3, определяем коэффициенты разложения по формуле (9.18), которые затем подставляем в уравнение (9.28).

Если прогнозы составляют довольно часто, для сокращения вычислений целесообразно преобразовать уравнение (9.28) к виду, не требующему вычисления коэффициентов разложения:

$$H_{\min}(t_{i+10}) = \sum_{j=1}^4 x_j H'_{i,j} + c. \quad (9.30)$$

Коэффициенты x_j рассчитываем с помощью выражения

$$x_j = \sum_{i=1}^4 x_{ji} H'_{i,j} \quad (9.31)$$

Подставив в последнюю формулу значения коэффициентов x_j из уравнения (9.28) и векторов из табл. 9.3, получим следующее соотношение:

$$\begin{aligned} H_{\min}(t_{i+10}) = & 0,2H'_{1,1} + 11,1H'_{2,1} + 10,8H'_{3,1} + 5,3H'_{4,1} + \\ & + 15,9H'_{5,1} + 8,1H'_{6,1} + 8,7H'_{7,1} + 17,3H'_{8,1} + 12,0H'_{9,1} + \\ & + 19,7H'_{10,1} + 17,1H'_{11,1} + 6,6H'_{12,1} + 6,6H'_{13,1} + 4,3H'_{14,1} + \\ & + 9,6H'_{15,1} + 11,7H'_{16,1} + 262,4. \end{aligned} \quad (9.32)$$

где $H'_{i,j}$ — уровень воды, преобразованный по соотношению (9.29).

Еще больше сократится объем вычислений при выдвиге прогноза, если от H' перейти к исходным наблюдениям за уровнями воды (H), имея в виду соотношение (9.29). Тогда прогноз можно составлять не по соотношению (9.32), а по следующему уравнению:

$$\begin{aligned} H_{\min}(t_{i+10}) = & 10^{-3}(5H_{1,1} + 6H_{2,1} + 6H_{3,1} + 6H_{4,1} + 19H_{5,1} + \\ & + 4H_{6,1} + 4H_{7,1} + 12H_{8,1} + 7H_{9,1} + 11H_{10,1} + 19H_{11,1} + \\ & + 4H_{12,1} + 4H_{13,1} + 3H_{14,1} + 8H_{15,1} + 6H_{16,1}) - 15, \end{aligned} \quad (9.33)$$

где $H_{i,j}$ — уровень воды, непосредственно измеренный на постах в момент составления прогноза t_i .

Преимущества КА четко выявляются при сравнении прогнозных уравнений, полученных на одних и тех же данных с применением КА и без его применения — обычным методом наименьших квадратов. Уравнение (9.33), как уже говорилось, найдено с помощью КА, а ниже приведено уравнение множественной регрессии, рассчитанное по тем же исходным данным, но методом наименьших квадратов:

$$\begin{aligned} H_{\min}(t_{i+10}) = & 10^{-3}(108H_{1,1} - 8H_{2,1} + 36H_{3,1} + 3H_{4,1} + \\ & + 27H_{5,1} + 10H_{6,1} + 14H_{7,1} - 0,1H_{8,1} + 32H_{9,1} - 10H_{10,1} + \\ & + 19H_{11,1} - 3H_{12,1} - 118H_{13,1} + 82H_{14,1} - 7H_{15,1} - 20H_{16,1}) + 180, \end{aligned} \quad (9.34)$$

где обозначения такие же, как и в уравнении (9.33).

Сравнение уравнений (9.33) и (9.34) показывает, что коэффициенты в уравнении (9.34) физически более оправданы в смыслеходящего влияния запасов воды в руслах рек на будущий уровень в створе замыкающего поста. Коэффициенты изменяются по длине рек более закономерно. Неустойчивость коэффициентов в уравнении (9.34), которая проявляется в неоправданных скачках их значений от 108 до -113 для постов, расположенных по соседству на одной реке (например, для постов 1 и 13), после применения КА для получения уравнения (9.33) заметно уменьшилась. Это связано с тем, что средняя квадратическая ошибка прогноза на независимой выборке, которая включала в себя 10 лет наблюдений и

состояла из 145 случаев: для уравнения (9.34) она равна 37 см, а для уравнения (9.35) — 27 см.

При нахождении уравнений для прогноза характерных уровней воды в п. Бездан на р. Дунае также применен КА, но не в традиционной форме посредством предварительного вычисления хронологического хода коэффициентов разложения $T_{i,k}$, как было доказано при нахождении уравнений для прогноза уровней воды в п. Абрамково на р. Северной Двине, а путем использования уравнения (9.22). Для этого достаточно вычислить ковариационную матрицу A аргументов, ее собственные числа λ_i и собственные векторы m_i , а также вектор асимметричной ковариации u аргументов и функции прогнозируемого уравнения. Далее с помощью одного из приведенных выше критериев (9.24) или по графику амплитудных характеристик следует определить число удерживаемых компонентов ($k < n$) и рассчитать по формуле (9.22) параметры в прогнозируемом уравнении.

Таким образом, например, получено следующее уравнение:

$$H_{\text{ампл}, t_1 + m} = 10^{-2}(25H_1 + 66H_2 + 22H_3 + 4H_4 + 60H_5 + 4H_6 + 10H_7 + 43H_8), \quad (9.35)$$

где $H_{\text{ампл}, t_1 + m}$ — прогнозируемые на период 20 сут максимальные уровни воды в п. Бездан; $H_1, \dots, H_8$ — уровни воды в момент составления прогноза t_1 на семи вышеописанных постах соответственно: Ретексбурге (1), Шердиге (2), Липке (3), Веле (4), Братславце (5), Будапеште (6), Моклаче (7) и в самом Бездане (8).

Пример 9.4. Прогноз уровня воды, лимитирующего судоходство.

На рис. 9.6 приведен пример, в котором первый (T_1) и второй (T_2) коэффициенты разложения, полученные в предыдущем примере, используются для альтернативного прогноза: будет ли в будущую декаду минимальный уровень в Абрамкове ниже или выше уровня, лимитирующего судоходство на этом участке реки. Дискриминирующая функция, проведенная на рисунке пунктиром, аппроксимируется следующим линейным уравнением:

$$f(T_{1,1}) = T_1 - 0,38T_2 - 1,70 = 0. \quad (9.36)$$

При значениях дискриминантной функции $f(T_{1,1}) > 0$ минимальный уровень в последующую декаду в Абрамкове будет больше, а при значениях $f(T_{1,1}) < 0$ — меньше уровня, лимитирующего судоходство на участке г. Колгас — с. Абрамково.

В простом случае, как на рис. 9.6, дискриминантную линию можно провести, если у точек на графике выписать значения уровней, соответствующих значениям T_1 и T_2 .

Пример 9.5. Прогноз средних декадных расходов воды в п. Бездан на р. Дунае с учетом неравномерности выпадения осадков по площади бассейна.

Условные запасы воды в день выпуска прогноза составляют лишь часть стока в последующее время. Остальная часть формируется за счет истощения запасов воды в бассейне и притока воды от осадков, выпадающих в период, непосредственно предшествующий моменту составления прогноза и равный времени добегания осадков до русла реки, а также от осадков, выпадающих в период

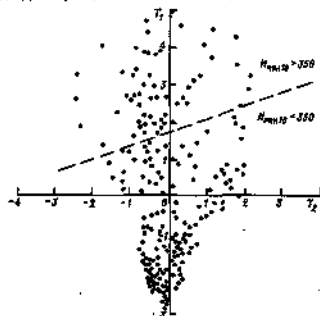


Рис. 9.6. График для альтернативного прогноза лимитирующего судоходство уровней воды (р. Северная Двина).

заблаговременности прогноза, коэффициент стока которых зависит от увлажненности бассейна. Для учета каждого из перечисленных факторов разработаны расчетные способы. Однако они требуют соответствующих данных наблюдений с определенными разрешениями во времени и пространстве. В качестве индекса общих запасов влаги можно принять осадки за тот или иной период, предшествующий прогнозу. Длительность зависит от размеров бассейна или от взаимосвязности истощения этих запасов в конкретном бассейне.

Для Дуная выше п. Бездан (площадь водосбора 210 250 км², состоящие от устья 1425 км), в качестве характеристики общих запасов воды в бассейне, кроме запасов в основных руслах, использованы месячные суммы осадков. Конечно, эта характеристика является приближенной.

Осадки по территории распределяются неравномерно. Для учета этой неравномерности можно применять представление полей с помощью собственных векторов. Бассейн выше Бездана разби-

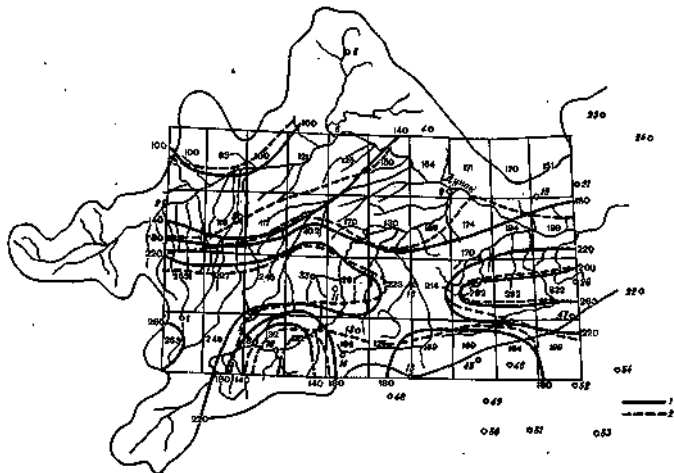


Рис. 9.7. Поле фактических (1) и восстановленных (2) осадков.

всем регулярной сеткой на $40 (4 \times 10)$ прямоугольников (рис. 9.7), в центр которых линейно интерполируем количество осадков по данным ближайших станций. Вес станции принимаем обратно пропорциональным расстоянию от центра, но с учетом их взаимного расположения.

За 11 лет наблюдений для каждого из пяти месяцев (с июня по август) строим карты колеб осадков. По ним получаем корреляционные матрицы и их собственные векторы $u_i(x)$ и $z_i(y)$ по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Коэффициенты разложения вычисляем по следующим формулам:

$$T_{1,j} = \sum_y F(x, y) u_i(x) z_j(y) \left(\sum_x u^2(x) = 1, \sum_y z^2(y) = 1 \right);$$

$$T_{1,i} = \sum_x F(x, y) u_i(x) / n_x; \quad (j=0, \quad i=1 \dots n_x);$$

$$T_{2,j} = \sum_y F(x, y) z_j(y) / n_y; \quad (i=0, \quad j=1 \dots n_y). \quad (9.37)$$

где n_x и n_y — количество точек, представляющих коле по осям x и y .

Для аппроксимации полей осадков удерживаем первые два коэффициента разложения по оси x и первые три — по оси y . Точность представления исходных полей при этом равна $\bar{\epsilon} = 0.49$ с. При восстановлении по первым четырем (по оси x) и пяти (по оси y) коэффициентам разложения среднее квадратическое значение ошибок равно $\bar{\epsilon} = 0.18$ с. Значения $\bar{\epsilon}$ и σ получаем в результате осреднения по всем восстанавливаемым полям. На рис. 9.7 приведены фактическое и восстанавливаемое поля осадков за май 1966 г. В общем виде прогностическое уравнение имеет вид:

$$Q_{ср. n} = a \sum_{i=1}^5 b_i Q_i + \sum_{i=1}^2 c_i T_i(x) + \sum_{j=1}^3 d_j T_j(y). \quad (9.38)$$

где Q_i — расходы воды в шести створах Дуная (пункты Шердинг, Регенсбург, Линц, Братислава, Будапешт, Бездан); b_i — задаваемые параметры для вычисления русловых запасов воды, зависящие от времени добегания на участках между соседними створами i и $i+1$; a , c_i и d_j — неизвестные параметры. Аналогичные уравнения можно получить для минимальных и максимальных декадных уровней. В табл. 9.4 приведены значения параметров этих уравнений.

Первый член правой части уравнения (9.38) представляет собой вычисляемые запасы воды в основном русле Дуная и его притоке р. Инн, второй член — поля месячных сумм осадков в бассейне Дуная, характеризующиеся шестью названными выше коэффициентами разложения. Параметры a , c_i и d_j находим с помощью метода оптимизации.

Сопоставление точности прогноза на независимой выборке, составленной без учета выпадавших осадков, с тем же прогнозом по уравнению (9.38) показывает, что последний имеет меньшую

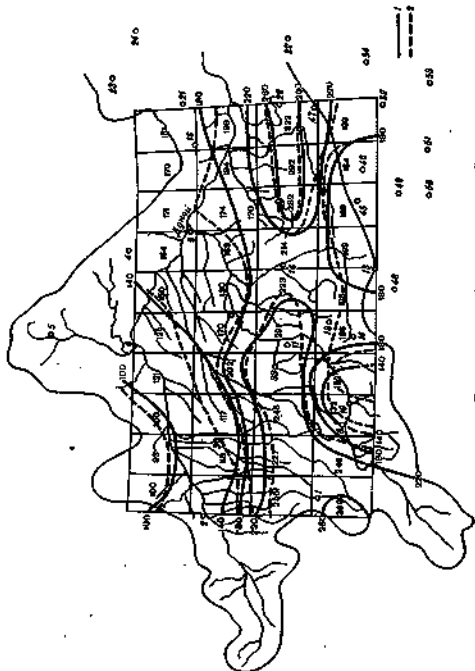


Рис. 9.7. Поля фактических (1) и восстановленных (2) осадков.

Таблица 9.4

Значения характеристик урчичения (9.26) для прогноза характерных декадных расходов воды в г. Вичегде

Расход воды	α	$c_1 \times 10^{-4}$	$c_2 \times 10^{-3}$	$d_1 \times 10^{-4}$	$d_2 \times 10^{-3}$	$d_3 \times 10^{-4}$	$d_4 \times 10^{-3}$
$Q_{ср, 10}$	0,99	-0,68	-3,04	-0,18	3,06	-0,94	1,43
$Q_{мин, 10}$	0,91	-2,33	-0,15	-3,80	4,02	-1,94	0,57
$Q_{макс, 10}$	1,00	0,91	0,54	-1,15	0,21	-1,52	-0,95

погрешность. Особенно очевиден выигрыш в точности прогноза максимальных расходов на декаду (табл. 9.5).

Таблица 9.5

Эффективность испытаний прогноза характерных декадных расходов в г. Вичегде на независимой выборке

Вид прогноза	$Q_{ср, 10}$	$Q_{мин, 10}$	$Q_{макс, 10}$
По русловым запасам	0,58	0,70	0,65
По русловым запасам с учетом осадков	0,53	0,69	0,49

Пример 9.8. Определение кривой добегания с помощью компонентного анализа.

Кривую добегания притока воды в русловую сеть р. Вичегды выше г. Сыктывкар получаем следующим образом. По расходам воды в г. Сыктывкар вычисляем приток воды по способу, изложенному в гл. 3 настоящего Руководства, автокорреляционную функцию, а также взаимокорреляционную функцию расходов с вычисленными значениями притока.

Далее, получаем собственные числа λ_i и собственные векторы автокорреляционной матрицы, представляющей в дискретном виде (с суточным интервалом) автокорреляционную функцию. Значения ординат неизвестной кривой добегания находим по формулам (9.22) и (9.26).

На рис. 9.8 а (кривая 1) показано изменение модуля амплитудной характеристики $|B_i/\lambda_i|$ (B_i — суммы произведений элементов собственных векторов на взаимокорреляционную функцию) в зависимости от номера собственного числа. Первый локальный минимум этой функции показывает, что для нахождения искомого решения с помощью компонентного анализа (путем отбрасывания части компонентов) достаточно удерживать пять первых компонентов ($k=5$). Соответствующее решение приведено на рис. 9.8. По сравнению с ординатами кривой добегания, найденной методом

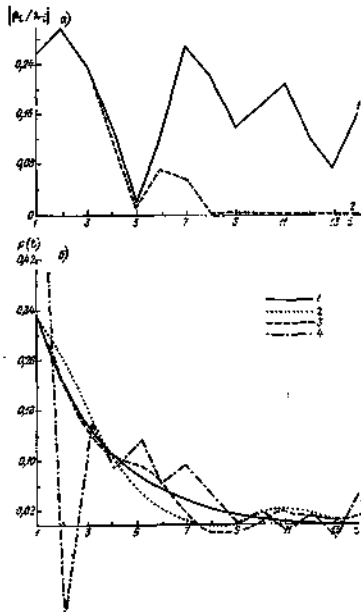


Рис. 9.8. Кривые добегания, полученные по поступающей воде на водосбор в расходах в г. Сыктывкар на р. Вичегде.

а) модуль амплитудной характеристики, полученный по измеренным данным (кривая 1) и реконструкция формулой (9.26) (кривая 2); б) экспериментальная суточная кривая добегания, вычисленная: 1 — по экспериментальным данным; 2 — с помощью формулы (9.26); 3 — с помощью формулы (9.22); 4 — с помощью метода компонентного анализа.

наименьших квадратов, показывая на том же рисунке, оно лучше отвечает принятым представлениям о кривой дообегания для одного характерного участка и весьма близко к кривой дообегания, подобранной по тем же исходным данным на электронно-моделирующем устройстве.

Процедуру (9.26), в которой компоненты подавляются, используем для нахождения кривой дообегания со следующим условием:

$$\sum_{i=1}^{k \leq n} (b_i^2/\lambda_i^2) \leq R_0^2 \quad (9.39)$$

Значение R_0^2 определено так же, как и в предыдущем случае, по первому локальному максимуму на графике моделей амплитудной характеристики $|b_i/\lambda_i|$: $\sum_{i=1}^{k \leq n} (b_i^2/\lambda_i^2) = 0.23$. Параметр α , подавляющий компоненты, соответствующие малым значениям λ_i , находит из выражения

$$R_0^2 = \sum_{i=1}^{k \leq n} \{b_i^2 / [\lambda_i + \alpha^2(\lambda_i + 2\alpha)]^2\} \quad (9.40)$$

На рис. 9.8 б показан ход ординат кривых дообегания, найденных путем применения процедуры (9.26), а на рис. 9.8 а видно, в какой степени подавлялись различные компоненты по сравнению с фактическими.

Приложение 1

Таблица гамма-функции $\Gamma(x)$

x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1,00	1,0000	1,25	0,9064	1,50	0,8862	1,75	0,9191
01	0,9643	26	0,9044	51	0,8866	76	0,9214
02	0,9888	27	0,9026	52	0,8870	77	0,9238
03	0,9936	28	0,9007	53	0,8876	78	0,9262
04	0,9984	29	0,8990	54	0,8882	79	0,9285
1,05	0,9735	1,30	0,8975	1,55	0,8888	1,80	0,9314
06	0,9687	31	0,8960	56	0,8896	81	0,9341
07	0,9642	32	0,8948	57	0,8905	82	0,9368
08	0,9597	33	0,8934	58	0,8914	83	0,9397
09	0,9558	34	0,8922	59	0,8924	84	0,9426
1,10	0,9614	1,35	0,8912	1,60	0,8935	1,85	0,9456
11	0,9474	36	0,8902	61	0,8947	86	0,9487
12	0,9336	37	0,8898	62	0,8959	87	0,9518
13	0,9200	38	0,8885	63	0,8972	88	0,9551
14	0,9064	39	0,8878	64	0,8986	89	0,9584
1,15	0,9830	1,40	0,8873	1,65	0,9001	1,90	0,9618
16	0,9705	41	0,8868	66	0,9017	91	0,9652
17	0,9587	42	0,8864	67	0,9033	92	0,9686
18	0,9473	43	0,8860	68	0,9050	93	0,9724
19	0,9369	44	0,8858	69	0,9068	94	0,9761
1,20	0,9182	1,45	0,8857	1,70	0,9086	1,95	0,9799
21	0,9156	46	0,8856	71	0,9106	96	0,9837
22	0,9131	47	0,8856	72	0,9126	97	0,9877
23	0,9106	48	0,8858	73	0,9147	98	0,9917
24	0,9085	49	0,8860	74	0,9168	99	0,9958
1,25	0,9084	1,50	0,8862	1,75	0,9191	2,00	1,0000

Значения гамма-функции для $x < 1$ и для $x > 2$ могут быть вычислены с помощью формул:

$$\Gamma(x) = \Gamma(x+1)/x, \quad \Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$$

Примеры:

$$1) \quad \Gamma(0,7) = \frac{\Gamma(1,7)}{0,7} = \frac{0,8986}{0,7} = 1,2981,$$

$$2) \quad \Gamma(3,5) = 2,5 \cdot \Gamma(2,5) = 2,5 \cdot 1,5 \cdot \Gamma(1,5) = \\ = 2,5 \cdot 1,5 \cdot 0,8862 = 3,3234.$$

Приложение 2

Краткая характеристика программ, использовавшихся в примерах

2.1. Расчет трансформации гидрографа стока на речных системах¹

Программа предназначена для определения параметров кривой добоя, выраженной двухпараметрическим гамма-распределением. Гидрограф стока в замыкающем створе рассчитывают с помощью линейной модели (3.8). Программа может быть также использована для определения параметров, если в замыкающем створе заданы уровни воды. В этом случае автоматически определяют параметры кривой расходов.

Программа включает в себя независимый модуль для учета распределенного бокового притока (оттока на пойме), который, по желанию пользователя, может быть исключен.

Расчеты можно вести либо для одиночного участка, либо для нескольких соединенных последовательно участков. В последнем случае необходимо соблюдать следующие условия:

- во входных створах первого участка и на всех притоках должны быть заданы расходы воды; для остальных участков вместо расходов воды могут быть заданы уровни;

- если во входном створе какого-либо участка заданы уровни воды, то оптимизацию параметров для него необходимо вести одновременно с оптимизацией для предыдущего участка.

- при учете распределенного бокового притока как во входных, так и в выходном створах необходимо задавать данные о расходах воды.

Результатом работы программы являются оптимальные параметры принятой добоя и рассчитанные расходы (уровни) воды для всех включенных в расчет участков.

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и в полном объеме включает в себя 804 операторов. Необходимый объем оперативной памяти 100К.

2.2. Смешанная модель формирования стока речной системы²

Программный комплекс, реализующий смешанную модель формирования стока речной системы, состоит из восьми компонентов,

¹ Программа составлена Н. П. Черновой. Сведения о программе опубликованы в Аннотированном перечне новых поступлений в ОФАП Госкомгидромета СССР (Обнинск, 1981, вып. 4, с. 30).

² Программа составлена А. В. Романович и А. Я. Полуниним. Сведения о программе опубликованы в Аннотированном перечне новых поступлений в ОФАП Госкомгидромета СССР (Обнинск, 1986, вып. 4, с. 22—23).

каждый из которых может быть использован независимо. Для реализации задачи, рассмотренной в примере 4.1, из данного комплекса используют два компонента MORJIN и HYDRJIN.

Компонент MORJIN позволяет по данным наблюдений за неустановившимся режимом воды рассчитать морфометрические характеристики русла (ширину и площадь поперечного сечения).

Реализация данного компонента предусматривает:

- ввод основных параметров и некоторых массовых исходных данных;
- считывание из базы данных исходной информации на период расчета по уровням воды для опорных гидрологических постов, расходам воды для входного и замыкающего створов, а также расходам воды по выделяемым боковым притокам;
- определение масштабов нормирования, нормировку исходных данных и расчет правой части интегрального уравнения, полученного в результате интегральных преобразований уравнения неразрывности;
- циклический ввод параметров, определяющих степень аппроксимирующих площадь поперечного сечения полиномов Чебышева;
- расчет элементов исходной матрицы, оценка значений функций регуляризации и определение по ним коэффициентов разложения ширины русла в ряд по полиномам Чебышева;
- доопределение нулевых коэффициентов разложения площади поперечного сечения русла в ряд по полиномам Чебышева, расчет и печать по ним в табличной форме для опорных гидрологических постов исходных морфометрических характеристик русла;

оценка значений критерия качества, определяющего выбор оптимальной степени аппроксимирующих полиномов Чебышева.

Компонент HYDRJIN позволяет по заданным морфометрическим характеристикам русла и данным наблюдений за неустановившимся режимом воды рассчитать гидравлические характеристики русла (коэффициент шероховатости в формуле Шван-Маккинга и модуль расхода воды) с помощью решения обратной задачи для упрощенного уравнения движения при наличии (отсутствии) сосредоточенных боковых притоков. Реализация данного компонента предусматривает:

- ввод основных параметров всемогательных массивов исходных данных и коэффициентов разложения площади поперечного сечения русла в ряд по полиномам Чебышева, полученным с помощью компонента MORJIN;
- считывание из базы данных исходной информации по уровням воды для опорных гидрологических постов, расходам воды для входного и замыкающего створов, а также расходам воды по выделяемым боковым притокам на период расчета;
- расчет промежуточных расходов воды с использованием интегрального аналога уравнения неразрывности, определение масштабов нормирования и нормировки исходных данных;

— расчет правой части интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода, полученного в результате интегральных преобразований упрощенного уравнения, и определение по заданным коэффициентам разложения для опорных гидрологических постов ширины и площади поперечного сечения русла;

— циклический ввод параметров, определяющих степень аппроксимирующих квадрат коэффициента шероховатости полиномов Чебышева, порядковый номер аппроксимации заданного оптимального параметра регуляризации;

— расчет элементов исходной матрицы плена, оценка значений функций регуляризации и определение по ним коэффициентов разложения квадрата коэффициента шероховатости в ряд по полиномам Чебышева;

— расчет по коэффициентам разложения и печать в табличной форме для опорных гидрологических постов исходных гидравлических характеристик русла (коэффициентов шероховатости и модуль расхода воды).

Оба модуля написаны на языке ФОРТРАН-4. Модуль MORJIN включает в себя 925 операторов, модуль HYDRJIN—1016. Необходимая оперативная память для работы MORJIN—222К, для HYDRJIN—238К.

2.3. Численная схема расчета неустановившегося движения воды в разветвленной системе речных русел¹

Программа позволяет с помощью численного интегрирования уравнений Сен-Венана дать расчет (прогноз) уровней и расходов воды по длине трех расчетных участков, схематизирующих разветвленную речную систему Нижней Волги, с одним входом, одной общей вершиной и двумя выходами. Расчеты могут быть выполнены с учетом искусственного регулирования стока в вершине дельты вододелителем.

Реализация программы предусматривает:

- ввод основных параметров и некоторых массовых исходных данных;
- считывание прямым доступом с магнитного диска ряда вспомогательных массивов исходных данных, определяющих кривые расхода воды для двух выходных створов, площади затопления поймы по длине реки, отметки нулей графиков гидрологических постов и их расстояния от входных створов по каждому расчетному участку;
- ввод значений расходов воды для входного створа, уровней воды в начальный момент времени для опорных гидрологических

¹ Программа составлена А. В. Ротациным. Сведения о программе опубликованы в Авторском отчете о выполнении работ по заказу ОАИ Гидрометцентра СССР (Общиток, 1981, вып. 4, с. 31).

постов, а также значений уровней воды, характеризующих режим работы водохранилища в том случае, если в вершине дельты происходит искусственное регулирование стока;

— считывание прямым доступом с магнитного диска массивов, определяющих морфометрические и гидравлические характеристики русла, заданные для всех опорных гидрологических постов по длине трех расчетных участков и восстановленные с помощью компонентов MORSIN, HYDRSIN, а также кривых связи фактических уровней воды с расчетными;

— расчет начального распределения уровней и расходов воды по длине трех расчетных участков с шагом, равным шагу категорирования исходной системы уравнений по расстоянию;

— численное интегрирование исходной системы уравнений по времени и расстоянию с использованием двухшаговой явной конечно-разностной схемы Лакса—Вендрофа в случае искусственного и естественного распределения воды в вершине дельты с учетом и без учета припуска-оттока воды на южку;

— выдача на печать с любым интервалом времени для любых фиксированных пунктов по длине трех расчетных участков рассчитанных значений уровней и расходов воды.

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и включает в себя 874 оператора. Необходимый оперативный объем памяти 126К.

2.4. Модель формирования талого и дождевого стока (RSMC) ¹

Программа реализует алгоритм модели формирования талого, дождевого и тало-дождевого стока (п. 7.1). Программа может быть использована для:

— калибровки модели по заданной информации для конкретного водосбора с последующим расчетом по полученным оптимальным параметрам для всей подготовленной выборки, включая годы, не вошедшие в оптимизацию;

— расчета гидрографа стока по заданным параметрам без предварительной калибровки для всех лет, информация по которым записана на магнитных носителях.

Расчеты можно вести как непрерывно для всего календарного года, так и для отдельных периодов года, например только для теплого периода (дождевые паводки), либо в период прохождения дождевых и тало-дождевых паводков при неустойчивом задевании снежного покрова.

Программа может быть использована для практически полностью заданных либо полных водосборов, а также для частично заданных.

¹ Программа составлена В. И. Корень и В. А. Бельчишвили. Сведения о программе опубликованы в Информационном бюллетене «Алгоритмы и программы» (ВНТИЦ, 1983, 5(60), с. 38).

Все гидрометеорологические данные, необходимые для расчета по модели, предварительно должны быть записаны на магнитные носители в три файла. Управляющую информацию (для выбора режимов работы программ) и часто меняющиеся при калибровке данные (параметры, оптимизируемые годы и т. д.) вводит с перфокарт.

На АЦПУ выдаются полученные параметры модели и ежедневные расходы воды, сформированные в виде годовых таблиц.

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и включает в себя 1673 оператора. Необходимый объем оперативной памяти 150К.

2.5. Оптимизация параметров математической модели формирования дождевого стока ¹

Программа реализует алгоритм модели формирования дождевых паводков, изложенный в п. 7.2. Для определения параметров модели используется метод Розенброка. В качестве критерия качества используется сумма квадратов отклонений рассчитанных объемов гидрографа от фактических. В оптимизацию может быть включено несколько паводков одновременно.

Для работы программы необходимо задать средние по водосбору осадки, дефицит влажности воздуха и скорость ветра, расходы воды в замыкающем створе на периоды паводков, а также начальные значения параметров.

В результате расчета на АЦПУ выдаются оптимальные значения параметров, критерий качества и рассчитанные ординаты гидрографа.

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и включает в себя 346 операторов. Необходимый объем оперативной памяти 86К.

2.6. Расчет гидрографа дождевого паводка по математической модели ГМЦ — Украин ²

Программа может быть использована для расчета дождевых паводков по полученным ранее параметрам модели, изложенной в п. 7.2.

Входные данные аналогичны данным, используемым в программе приложения 2.5, за исключением расходов воды, которые можно не вводить. На АЦПУ выдаются рассчитанные ординаты гидрографа.

¹ Программа составлена М. Н. Соседко. Сведения о программе опубликованы в Информационном бюллетене «Алгоритмы и программы» (ВНТИЦ, 1983, 5(60), с. 38).

² Программа составлена М. Н. Соседко. Сведения о программе опубликованы в Информационном бюллетене «Алгоритмы и программы» (ВНТИЦ, 1983, 5(66), с. 38).

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и включает в себя 184 оператора. Необходимый объем оперативной памяти 80К.

2.7. Расчет ежедневных расходов воды горной реки на основе математической модели формирования стока¹

Программа состоит из нескольких блоков, осуществляющих следующие операции:

- расчет параметров формулы, аппроксимирующей суточное распределение осадков с высотой;
- расчет суточных сумм осадков и средних суточных значений температуры воздуха, приведенных к заданной высоте;
- расчет поступления воды на поверхность водосбора;
- запись на магнитную ленту входных данных: температуры воздуха, осадков, расходов воды, констант модели;
- оптимизацию параметров модели;
- выпуск прогноза расходов воды в оперативном режиме.

Таким образом, комплекс программ позволяет вести как разработку метода прогноза, так и оперативный выпуск прогноза. Этот комплекс реализован для р. Карадарим, однако может быть использован для других водосборов после небольших изменений.

Программа написана на языке АЛГОЛ-60.

2.8. Выпуск непрерывных краткосрочных прогнозов расходов (уровней) воды для речных систем²

Программа реализует схему трансформации на речных системах, основанную на использовании кривых добега, описанных двухпараметрическими гамма-распределениями. Для корректировки прогноза использован статистический алгоритм адаптации (см. п. 3.4.3).

Программа может быть использована как для выпуска прогноза в реальном масштабе времени по всем заданным створам рассматриваемой системы, так и для выпуска серии прогнозов за какой-либо интервал времени на арктических данных. В последнем случае помимо серии прогнозов различной заблаговременности рассчитывают средние квадратические ошибки прогнозов.

Помимо собственно блока расчета трансформации имеется блок по созданию и редактированию банка данных для речной системы. Это позволяет в зависимости от технического оборудования ЭВМ и объема исходной информации вести расчеты с использованием входной информации с перфокарт, с магнитного диска и одновременно с перфокарт и магнитного диска. Следовательно, можно использовать программу для выпуска прогноза в реальном масштабе времени при непрерывном поступлении новой информации. При этом записывая ранее на магнитном диске информацию редактируют в соответствии с датой поступления новых данных.

Входными данными являются расходы либо уровни воды и параметры трансформации. Предусмотрено несколько режимов выдачи, отличающихся объемом выдачи входных данных.

Программа написана на языке ФОРТРАН-4 и включает в себя 1482 оператора. Необходимый объем оперативной памяти 162К.

¹ Мухин В. М., Полунина А. Я. Методические указания к разработке метода краткосрочного прогноза расходов воды горных рек на основе математической модели формирования стока. — М.: Гидрометеоиздат, 1982, с. 65—147.

² Программа составлена В. И. Коренем. Сведения о программе опубликованы в Анонсовом перечне новых поступлений в ОФАП Госкоминформации СССР (Обнинск, 1982, вып. 4, с. 18).

Список литературы

Общие

1. Аннолов Б. А., Калмыкин Г. П., Комаров В. Д. Курс гидрологических прогнозов.— Л.: Гидрометеоиздат, 1974.— 420 с.
2. Алексин Ю. М. Краткосрочные прогнозы стока на равнинных реках.— Л.: Гидрометеоиздат, 1958.— 266 с.
3. Бефания Н. Ф., Калмыкин Г. П. Упражнения и методические разработки по гидрологическим прогнозам.— Л.: Гидрометеоиздат, 1963.— 381 с.
4. Гидрологические прогнозы: Труды IV Всесоюз. гидро. съезда.— Л.: Гидрометеоиздат, 1976, т. 7.— 878 с.
5. Гидрологические прогнозы и исследования основных гидрологических явлений: Труды V Всесоюз. гидро. съезда.— Л.: Гидрометеоиздат, 1969, т. 8.
6. Попов Е. Г. Гидрологические прогнозы.— Л.: Гидрометеоиздат, 1979.— 250 с.

К главам 1—2

1. Акмишнин В. В. и др. Способы определения параметров крутых добогаев.— Труды Гидрометцентра СССР, 1971, вып. 72, с. 34—53.
2. Жидиков А. П. Прогноз уровней и расходов воды р. Волги южнее Волжской ГЭС им. XII съезда КПСС.— Труды ЦНИГ, 1967, вып. 183, с. 79—107.
3. Жидиков А. П., Полунина А. Я. О коррекции краткосрочных прогнозов расходов водам.— Труды Гидрометцентра СССР, 1963, вып. 285, с. 69—74.
4. Калмыкин Г. П., Милослов П. И. Приближенный расчет неустановившихся движений водных масс.— Л.: Гидрометеоиздат, 1958.— 72 с. (Труды ЦНИГ. Вып. 96).
5. Калмыкин Г. П. Основы методов краткосрочных прогнозов водного режима.— Л.: Гидрометеоиздат, 1962.— 156 с. (Труды ЦНИГ. Вып. 22(56)).
6. Калмыкин Г. П., Жидиков А. П. Расчет уровней и расходов воды южнее ГЭС.— Труды ЦНИГ, 1964, вып. 133, с. 3—23.
7. Корень В. И. Определение параметров крутых добогаев при отсутствии наблюдений за расходами воды в замыкающем створе.— Труды Гидрометцентра СССР, 1978, вып. 207, с. 108—112.
8. Корень В. И. Статистический алгоритм адаптации при малых данных краткосрочных прогнозов стока.— Метеорология и гидрология, 1964, № 3, с. 80—84.
9. Корень В. И., Чернова Н. П. Учет распределенного бокового притока при расчетах неустановившегося движения воды.— Труды Гидрометцентра СССР, 1962, вып. 240, с. 67—73.

10. Кучмент Л. С. Математическое моделирование речного стока.— Л.: Гидрометеоиздат, 1972.— 192 с.

11. Левин А. Г., Жидиков А. П. Предыдущие годы уровней р. Волги южнее Сталинградской ГЭС методом электроаналогии.— Метеорология и гидрология, 1961, № 8, с. 38—41.

12. Пособие по краткосрочным прогнозам паводочного стока рек.— Л.: Гидрометеоиздат, 1973.— 148 с.

13. Топоров В. М. Построение кривых расходов воды для участков рек южнее водбора на ЭВМ.— Труды ЦСРНИГМ, 1976, вып. 37, с. 26—30.

Глава 3

1. Грушевский М. С. Волны паводков и паводков в реках.— Л.: Гидрометеоиздат, 1969.— 337 с.
2. Корень В. И. Интерпретацию изменений Сеп-Волны и интерпретацию морфометрических и гидрологических характеристик русла при расчетах неустановившегося движения.— Труды Гидрометцентра СССР, 1974, вып. 191, с. 36—48.
3. Корень В. И., Романов А. В. Определение морфометрических и гидрологических характеристик русла при интерпретации изменений Сеп-Волны.— Метеорология и гидрология, № 8, 1976, с. 71—80.
4. Кучмент Л. С. Математическое моделирование речного стока.— Л.: Гидрометеоиздат, 1972.— 192 с.
5. Романов А. В. Численная схема прогноза водного режима в системе разветвленного русла южнее Волги.— Труды Гидрометцентра СССР, 1983, вып. 246, с. 30—41.

К главам 4—5

1. Бефания Н. Ф. Основы теории ливневого стока.— Труды ОГМИ, 1958, ч. 2, вып. 14.— 310 с.
2. Бефания Н. Ф. Прогнозирование ливневых паводков на основе территориально-общих закономерностей.— Л.: Гидрометеоиздат, 1977.— 182 с.
3. Исследование водоложительной способности речных водосборов для целей расчета и прогноза водного стока.— Л.: Гидрометеоиздат, 1960.— 138 с. (Труды ГИ. Вып. 265).
4. Комаров В. Д. Весенний сток равнинных рек Европейской части СССР, условия его формирования и методы прогноза.— М.: Гидрометеоиздат, 1959.— 295 с.
5. Комаров В. Д., Михарова Т. Т., Силегуб Е. С. Расчет гидрографа дождевого водосбора равнинных рек на основе данных об интенсивности снеготапая.— Труды Гидрометцентра СССР, 1968, вып. 37, с. 3—39.
6. Корень В. И. Математические модели дождевого и талого стока с гидрологическими прогнозами.— В кн.: Некоторые вопросы современной научной и практической гидрологии. М., 1981, ч. 1, с. 156—168.
7. Левин А. Г. Прогноз паводков по данным о расходах воды малых рек.— Труды Гидрометцентра СССР, 1967, вып. 2, с. 8—35.
8. Лисицкий Р. К., Колес М. А., Паулюс Д. Л. Х. Приближенные гидрологические.— Л.: Гидрометеоиздат, 1962.— 769 с.

1. Абальян Т. С., Мазурова Л. И., Икономова С. И. Об использовании аэрофотограмметрии для изучения связного водозора в горном бассейне р. Барзоб. — Труды Гидрометцентра СССР, 1971, вып. 12, с. 92—105.
2. Абальян Т. С., Мухин В. М., Полунина А. Я. О ледниковых явлениях и возможности долгосрочного прогноза стока горных рек с большими оледенениями водосбора. — Материалы гляциологических исследований, 1980, вып. 39, с. 42—49.
3. Вадков А. Н. Анализ и прогнозы стока рек Камчатки. — Л.: Гидрометеоиздат, 1966. — 274 с.
4. Виноградов Ю. В. Вопросы гидрологии дождевых паводков на малых водосборах Средней Азии и Южного Казахстана. — Л.: Гидрометеоиздат, 1967. — 202 с. (Труды КазНИГМИ. Вып. 26)
5. Глазурин Г. Е. К расчету количества твердых осадков в тайных в горях. — Труды САНИЗ, 1938, вып. 99(180), с. 30—41.
6. Голубов В. А. О построении математической модели формирования стока в горном водосборе. — Труды КазНИГМИ, 1975, вып. 48, с. 3—36.
7. Жидков А. П., Нечаева Н. С. Методические указания по расчету стока краткосрочных проливов расхода воды рек и притока воды в водохранилища и первоначальные данные о модели талого стока. — Л.: Гидрометеоиздат, 1982. — 72 с.
8. Жидков А. П., Левин А. Г., Нечаева Н. С., Попов Е. Г. Методы расчета и прогноза водозабора для каскада водохранилищ и речных систем. — Л.: Гидрометеоиздат, 1977. — 128 с.
9. Комаров В. Д., Мухин В. М., Полунина А. Я. Модель формирования снежного покрова и поступления воды на поверхность горного бассейна. — Труды Гидрометцентра СССР, 1976, вып. 163, с. 38—57.
10. Корень В. И. Моделирование процессов формирования стока рек лесной зоны Европейской территории СССР. — Метеорология и гидрология, 1980, № 10, с. 76—85.
11. Корень В. И., Вельчико В. А. Опыт использования модели формирования талого и дождевого стока рек лесной зоны Европейской территории СССР. — Труды Гидрометцентра СССР, 1983, вып. 246, с. 3—20.
12. Математическое моделирование процессов стока горных рек. — Л.: Гидрометеоиздат, 1972. — 162 с. (Труды САННИГМИ. Вып. 81(76)).
13. Мухин В. М. Модель формирования стока горных рек. — Труды Гидрометцентра СССР, 1977, вып. 156, с. 63—78.
14. Мухин В. М., Полунина А. Я. Методические указания к разработке метода краткосрочного прогноза расходов воды горных рек на основе математической модели формирования стока (на примере р. Карадере). — М.: Гидрометеоиздат, 1982. — 149 с.
15. Шенкин Н. Д., Шингурова Э. К. Лимфитные модели бассейновой трансформации стока. — Труды САННИГМИ, 1970, вып. 52(67), с. 47—56.

1. Жидков А. П. Расчеты гидрографа оседающего притока воды в водохранилища Верхней Волги. — Труды Гидрометцентра СССР, 1980, вып. 223, с. 64—84.

2. Жидков А. П., Нечаева Н. С. Опыт анализа краткосрочных проливов расхода притока воды в Волжские водохранилища. — Труды Гидрометцентра СССР, 1981, вып. 240, с. 22—39.

3. Корень В. И., Вельчико В. А., Нечаева Н. С. Краткосрочные прогнозы талого и дождевого стока для расчета сточия на основе математических моделей. — В кн.: Труды IV Всесоюз. гидрол. съезда. Л., 1969, т. 6.
4. Кузнецов Л. С., Нечаева Н. С. Совместное использование автоматизированной информации в моделировании наводнения и гидрологических прогнозах. — Метеорология и гидрология, 1980, № 4, с. 49—68.
5. Методические указания к построению математической модели формирования дождевых паводков и ее использованию для выпуска оперативных прогнозов расходов воды с помощью ЭВМ. — М.: Обнинск, 1974. — 181 с.

1. Воскресенский К. П. Опыт разработки методики прогнозов многолетнего режима рек Европейской части СССР. — Труды ГИИ, 1940, вып. 10, с. 138—164.
2. Горбунов Ю. В. Подсчет запаса воды в речной сети на основе морфологических закономерностей ее строения и практические приложения метода к прогнозам стока. — В кн.: Труды IV Всесоюз. гидрол. съезда. Л., 1976, т. 7, с. 339—347.
3. Нежикозский Р. А. Русловая сеть бассейна и процесс формирования стока воды. — Л.: Гидрометеоиздат, 1971. — 476 с.
4. Пособие по краткосрочным прогнозам паводочного стока рек. — Л.: Гидрометеоиздат, 1973. — 147 с.
5. Ржаницин Н. А. Морфологические и гидрологические закономерности строения речной сети. — Л.: Гидрометеоиздат, 1960. — 337 с.
6. Савонников В. И. Основы прогноза стока по влисам воды в речной сети. — Л.: Гидрометеоиздат, 1966. — 134 с.
7. Савонников В. И. Прогноз стока рек в бассейне Волги по русловым запасам воды и притоку в речную сеть. — М.: Гидрометеоиздат, 1960. — 283 с.

1. Алексеев Г. А. Объективные методы выравнивания и нормализации корреляционных связей. — Л.: Гидрометеоиздат, 1971. — 363 с.
2. Аядаров С. Введение в дисперсионный статистический анализ. — М.: Физматлит, 1969. — 480 с.
3. Багров Н. А. Аналитическое представление последовательности метеорологических величин посредством естественных ортогональных составляющих. — Труды ЦНИИ, 1959, вып. 74, с. 3—24.
4. Кульбак С. Теория информации и статистика. — М.: Наука, 1967. — 403 с.
5. Матроновский А. К. Техника статистических вычислений. — М.: Физматлит, 1961. — 479 с.
6. Мухин В. М. Пушечные аксиоматические ортогональные функции к рекам краткосрочных многолетних уровней воды. — Труды Гидрометцентра СССР, 1980, вып. 26, с. 47—68.

7. Мухин В. М. Решение некоторых обратных задач в гидрологии при помощи регуляризирующих алгоритмов.—Труды Гидрометцентра СССР, 1969, вып. 55, с. 12—36.

8. Мухин В. М. Прогнозы характеристик уровней и расходов воды р. Дуны с заблаговременностью 10—20 суток.—Труды Гидрометцентра СССР, 1982, вып. 240, с. 3—21.

9. Подозв Е. Г., Мухин В. М. Рейсовые прогнозы уровней воды для судостроения.—Метеорология и гидрология, 1967, № 5, с. 60—66.

10. Слукский В. Е. О квадратической оценке коэффициента корреляции в случае олигоридных систем явлов.—В кн.: Избранные труды. М., 1980, с. 64—101.

11. Фадеева В. Н. Связь для систем с плото обусловленными матрицами.—Журнал ВМ и МГ, 1966, т. 3, № 5, с. 22—25.

12. Хедди Дж. Линейная алгебра.—М.: Высшая школа, 1966.—206 с.

13. Цивилис Н. Д. Естественные ортогональные составляющие полей осадков за колоссальный период и некоторые возможности их использования для долгосрочных гидрологических прогнозов.—Труды САННИГАМИ, вып. 26(107), 1976, с. 81—104.

Оглавление

Предисловие	3
Введение	5
Часть I. Прогноз расходов и уровней воды на участках рек	7
Глава 1. Способы прогноза на соответствующих участках и расходах воды	9
1.1. Способы прогноза на беспроточных и слабопроточных участках рек	10
1.1.1. Определение соответственных уровней (расходов) воды двух постов и времени их дообегания на участке по характеристическим точкам графика комбинированного уровня (расхода) воды	10
1.1.2. Построение графика связи между соответственными уровнями двух постов и определение времени дообегания воды на участке по критичным расходам и табличным наблюдениям за уровнем воды	10
1.1.3. Определение времени дообегания воды на участке реки на основе принципа наименьших возмущенностей	11
Пример 1.1. Построение графика связи соответственных уровней и времени их дообегания для р. Днестра на участке г. Галич—г. Могилев-Подольский по характеристическим точкам	12
Пример 1.2. Определение времени дообегания с помощью графика соответственных уровней воды и данных наблюдений на уровне воды р. Днестра на участке г. Галич—г. Могилев-Подольский	12
Пример 1.3. Построение графика связи соответственных уровней и времени их дообегания для р. Марки на участке створа Чулууртук—с. Малая на основе принципа наименьших возмущенностей	14
1.2. Способы прогноза на проточных участках	15
Пример 1.4. Зависимость для прогноза уровня воды Амура у с. Косоватинского по методу соответственных уровней	18
Пример 1.5. Зависимость для прогноза смешанных уровней воды р. Днестра у с. Репина по сумме расходов верхних створов	18
1.3. Способы прогноза с учетом речных стоков	19
Глава 2. Прогноз расходов и уровней воды, основанный на приближенных уравнениях трансформации паводочных волн	21
2.1. Линейные модели трансформации для беспроточных участков	21
2.1.1. Определение критичных добоганий	22
Пример 2.1. Определение ординат критичных добоганий путем решения обратной задачи	32
Пример 2.2. Определение параметров критичных добоганий для расхода уровня воды в створе с. Казань по расходу воды в с. Усть-Шуур (р. Печора)	33
Пример 2.3. Установление простейшей зависимости для р. Прут на участке с. Корчан—г. Углич по методу Маскиган	35
2.2. Нелинейные модели трансформации	36
2.2.1. Построение критичных объемов для участка реки	39

Пример 2.4. Построение прямой объемов воды для участка р. Оки от г. Калуги до г. Каширы по уравнению водного баланса	45
2.2.2. Расчет расходов воды по прямым объемам	46
2.3. Дифференциальная трансформация для притоковых участков	49
2.3.1. Методы, основанные на учете сосредоточенного бокового притока	50
Пример 2.5. Выбор сосредоточенных притоков и определение коэффициентов стоковой привязки для р. Усы на участке с. Петруши — с. Азыха	52
2.3.2. Учет распределенного бокового притока	53
Пример 2.6. Определение ordinат прямой добавления бокового притока для р. Оки на участке в Малоярославский Погост — а. Зыково	57
2.3.3. Расчет бокового притока на участке реки	59
Пример 2.7. Определение бокового притока воды на участке р. Оки от г. Калуги до г. Каширы по уравнению водного баланса	63
Пример 2.8. Расчет суммарного бокового притока на участках р. Тоны от г. Новокузнецка до г. Кемерово и от г. Кемерово до г. Тонка по данным о расходах воды	63
3.4. Практические приемы прогноза с использованием уравнения трансформации волны	65
3.4.1. Определение основной задерживаемости при использовании кривых добавления	65
3.4.2. Задание входных данных на период выделенности прогноза	67
3.4.3. Учет начальных условий и корректировка прогноза	70
3.4.4. Примеры прогноза, основанного на использовании кривых добавления	76
Пример 2.9. Прогноз расхода воды р. Усы в створе с. Азыха с учетом сосредоточенного притока	75
Пример 2.10. Прогноз расхода воды р. Оки в створе а. Зыково с учетом распределенного бокового притока	76
Пример 2.11. Прогноз уровня воды р. Оки в створе с. Чиндэт 1-й	78
Глава 3. Использование уравнения Сен-Венана для расчета (прогноза) расходов и уровней воды на зарегулированных участках рек	81
3.1. Численное интегрирование уравнения Сен-Венана	82
3.2. Задание морфометрических и гидравлических характеристик русла	85
Пример 3.1. Расчет (прогноз) расходов и уровней воды в регулируемой системе русла Нижней Волги с использованием одномерной модели неустойчивого движения воды	87
Часть II. Прогноз смешанных расходов воды для небольших водосборов	93
Глава 4. Процессы формирования речного стока и их характеристики	93
4.1. Уравнение водного баланса для небольших извилистых водосборов	94
4.2. Математические модели для гидрологических прогнозов	101
Глава 5. Графоаналитические способы прогноза гидрографа стока	104
5.1. Прогноз дождевых паводков на данных об осадках	104
5.1.1. Построение зависимости между паводочным стоком и факторами, обуславливающими его	104
5.1.2. Метод единичного пикетажа	105
5.1.3. Подготовка исходных данных	111
5.1.4. Практические приемы прогноза дождевых паводков	113

Пример 5.1. Расчет объема и гидрографа ледового стока р. Рики у с. Мекторья	113
5.3. Особенности прогноза гидрографа весеннего половодья на речных реках	117
5.3. Прогноз гидрографа по осадкам или интенсивности снеготавления с учетом расхода воды в замкнутом створе	119
Пример 5.2. Расчет гидрографа ледового паводка р. Рики у с. Мекторья с учетом расхода воды в замкнутом створе	126
5.4. Прогноз расходов воды по притоку в речную сеть, вытекающую по гидрометрическим данным	122
Глава 6. Прогноз талого, дождевого и тало-дождевого стока на основе математических моделей	123
6.1. Модель формирования талого, дождевого и тало-дождевого стока	123
6.1.1. Физические основы и расчетные соотношения модели	123
6.1.2. Исходные данные, используемые в модели	127
6.1.3. Определение параметров модели	129
Пример 6.1. Разработка метода прогноза снеговых расходов воды для небольшой реки	131
6.2. Модель формирования гидрографа паводков на речных реках	137
6.2.1. Описание модели	137
6.2.2. Рекомендации по определению параметров и констант модели	140
Пример 6.2. Схема прогноза расхода воды р. Оки у г. Сура	143
6.3. Модель формирования дождевых паводков на горных водосборах	146
6.3.1. Структура модели	146
6.3.2. Определение параметров модели	147
Пример 6.3. Расчет гидрографа р. Оки у г. Соле (F=733 км ²) во время паводка в июне 1959 г.	150
6.4. Модель формирования весенне-летнего стока на горных водосборах	151
6.4.1. Расчет накопления снега и таяния воды на поверхности бассейна	153
6.4.2. Расчет потерь и трансформации водостокания в гидрограф стока	156
6.4.3. Определение параметров модели и корректировка прогноза	157
Пример 6.4. Методика краткосрочных прогнозов расхода в Валдайском водохранилище 1—5 сут	158
Пример 6.5. Методика краткосрочных прогнозов расхода воды р. Каралары	161
Часть III. Прогноз расходов и уровней воды для речных систем	164
Глава 7. Методы, основанные на представлении речной системы в виде цепочки частных бассейнов	164
Пример 7.1. Автоматизированный прогноз расходов (уровней) воды для р. Петури до с. Усть-Уса в период открытого русла	166
Пример 7.2. Автоматизированный прогноз кривой воды в каскад водохранилищ водохранилищ	170
Глава 8. Прогноз стока по условным зависимостям и притоку воды в речную сеть	177
8.1. Определение условных зависимостей с учетом изначальной структуры речной сети	178
Пример 6.1. Определение запаса воды в речной сети бассейна Ветли по морфометрическим данным (способ Ю. В. Горбунова)	182

Пример 8.2. Определение русловых запасов р. Сож до г. Гомеля (способ Р. А. Никитовского)	188
8.3. Прогноз стока по запасам воды в русловой сети и притоку	191
Пример 8.3. Прогноз высоты в пределах цесуновских пика во- семью дождевых р. Сож у г. Гомеля на русло- вым запасам	198
Пример 8.4. Прогноз средних на 6 сут расходов воды р. Оби у г. Верхова (P=189 000 км²) по русловым за- пасам	194
Пример 8.5. Прогноз среднего декадного стока р. Оси у с. Нижнего Изобавица по русловым запасам и притоку воды	194
8.6. Прогноз расходов воды по кривой спада	196
Пример 8.6. Прогноз расходов воды по кривой спада водо- мотора р. Препята у г. Мозыря	199
Глава 9. Финансово-статистические методы краткосрочных прогнозов расходов и уровней воды для крупных рек	202
9.1. Постановка задачи	202
9.2. Метод просеивания	206
Пример 9.1. Прогноз минимального уровня воды на р. Север- ной Двине с учетом отбора аргументов криволи- нейной зависимости методом просеивания	207
9.3. Способ разрывов	209
Пример 9.3. Определение оптимальной кривой дообития для участка р. Лены	211
9.4. Компонентный анализ	212
Пример 9.3. Методика прогноза характерных уровней воды в Северной Двине и р. Дуды	216
Пример 9.4. Прогноз уровня воды, лимитирующего судоходство	222
Пример 9.5. Прогноз средних декадных расходов воды в а. Белая на р. Дуды с учетом неравномерно- сти атмосферных осадков по площади бассейна	222
Пример 9.6. Определение кривой дообития с помощью компо- нентного анализа	226
Приложение 1. Таблица гамма-функции $\Gamma(x)$	229
Приложение 2. Краткая характеристика программ, использованных в примерах	281
Список литературы	288

Практическое руководство

Руководство по гидрологическим прогнозам, выд. 3

Краткосрочный прогноз расходов и уровня воды на реках

Разработчик Е. Я. Бродяковский. Редакционно-технический редактор В. Э. Еликов. Технический редак-
тор Н. Ф. Гречиха. Художник А. В. Лаврова.

Л. К. Салеев и набор Л. М. М. С. Печать на листе 17,6х26, 4-17208. Формат 60х90.
Узна, спец. № 2. Литературная редакция. Печать высокая. Печ. а. 15,4. Ко-опт. 15,5.
84-001. Л. 0,15. Тираж 120 экз. Издатель ГИДРО, Ленинград 19 001. Цена 1 р. 24 к. Заказы.
Гидрометиздат, 198808. Ленинград, ул. Восточная, д. 32.
Ленинградская топография № 4 отдела Трудного Крайнего Восточного Ленинградского
общественного географического института им. Виталия Соколовой Социально-географический или Гео-
графический институт СССР по заказу Ленинградского картографического и альбомного отдела.
19880, Ленинград, Пролетарский район, д. 3.