

А. С. МОНИН

Прогноз погоды как задача физики



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1969

Прогноз погоды как задача физики, Монин А. С.,
Монография, Главная редакция физико-математической
литературы изд-ва «Наука», 1969.

В первой половине книги излагаются основные положения гидродинамической теории краткосрочных прогнозов поля давления в атмосфере и рассматриваются методы прогноза погоды, т. е. температуры, ветра, облачности и осадков. Во второй половине книги формулируются физические принципы описания общей циркуляции атмосферы Земли и других планет, и обсуждаются возможности долгосрочного прогноза погоды на основе предвычисления неадиабатических факторов динамики крупномасштабных атмосферных процессов.

Табл. 3. Рис. 49. Библ. 345 назв.

Андрей Сергеевич Монин

Прогноз погоды как задача физики

М., 1969 г., 184 стр. с илл.

Редакторы Л. А. Дикий и Е. Б. Кузнецова

Техн. редактор А. А. Благосщенская

Корректор Н. Б. Румянцева

Сдано в набор 31/I 1969 г. Подписано к печати 2/VI 1969 г. Бумага 84×108^{1/8}. Физ. печ. л. 5,75+1 вкл. Условн. печ. л. 9,96. Уч. изд. л. 9,68. Тираж 4200 экз. Т-66951. Цена книги 66 коп. Заказ № 1830.

Издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы.
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

3-я типография издательства «Наука». Москва, Шубинский пер., 10.

Предисловие

Несколько лет назад автор познакомился со статьей известного советского теоретика-сейсмолога В. И. Кейлиса-Борока «Сейсмология и логика», излагающей программу полной кибернетизации сейсмологии. Сопоставление с положением в физике атмосферы привело к выводу, что весьма полезным было бы написание также работы «Метеорология и логика», причем пока еще не в плане кибернетизации — для метеорологии такая задача была бы, по-видимому, на несколько порядков более объемной, чем для сейсмологии, — а в плане логической формулировки главных проблем современной метеорологии.

Каждый думающий научный работник (желательно, чтобы эти два прилагательных почаще оказывались синонимами) должен уметь, прежде всего, задавать вопросы, хотя бы самому себе, и не только «как? и почему?», но и более трудный вопрос «пу и что?» и самый трудный «что здесь главное?». Представляется, что совокупность таких основных вопросов, расположенных в каком-то естественном порядке, это и есть логика данной науки.

По мнению автора, главной задачей современной метеорологии является долгосрочный прогноз погоды. Представляется, что главные вопросы в этой области (например, «какие сроки прогноза погоды являются долгими?» или «почему происходят долгосрочные изменения погоды?») начали задаваться лишь в послевоенные годы, и то не все сразу. Размышления на эти темы в течение двух десятков лет, выступления и публикации по ряду вопросов, дискуссии с друзьями и коллегами (А. М. Обуховым, А. М. Ягломом, Е. М. Фейгельсон, Л. А. Диким и Б. Л. Дзердзеевским в Академии наук СССР, Е. Н. Блиновой и И. А. Кибелем в Гидрометслужбе), беседы с Джулом

Чарли, Норманом Филлипсом, Джозефом Смагоринским, Филипом Томпсоном и Иэйлом Минцем привели автора к попытке написать «Метеорологию и логику». Результатом и является эта книга. Перечисленные лица, как и автор, посвятившие свою деятельность внедрению в метеорологию физико-математического мышления, нередко оказываются в неблагоприятном положении: метеослужбы относятся к ним ревниво, а математики и физики — снисходительно. Адресуя настоящую книгу и тем и другим, автор был бы рад, если бы она смогла поколебать обе эти позиции.

Некоторые положения нашей книги являются доказанными теоремами (например, теорема о сохранении потенциального вихря), другие же выражают лишь мнение автора и могут оспариваться (например, мнения о ненужности возвращения к примитивным уравнениям, о существовании свободной кучевой конвекции, о решающем значении метода численных экспериментов, о важности проблемы предсказуемости, о малости влияния солнечной активности на погоду и т. п.). Автор решил не бояться высказываний по спорным вопросам, полагая, что научные споры ведутся слишком редко, а ведь они могут в конечном счете помочь выяснению истины.

В книге цитируется немало литературных источников, но без каких-либо претензий на историзм и установление приоритетов, полноту или отбор наиболее важных работ.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность Л. А. Дикому за ценную помощь, Б. Л. Гаврилину, прочитавшему ряд разделов в рукописи, Г. С. Голицыну, давшему материалы для раздела об атмосферах других планет, А. Н. Гезенцевей, Л. М. Беловой и Н. И. Солицевой за помощь в оформлении рукописи.

А. Монин

Введение

§ 1. Краткая история вопроса

Не ставя себе целью хоть сколько-нибудь подробно изложить историю научных методов предсказания погоды (и тем более ненаучных, подобных, например, календарю Брюса), мы ограничимся упоминанием лишь пяти событий, сыгравших, по нашему мнению, наиболее важную роль в формировании современной теории прогноза погоды (более подробные исторические сведения интересующиеся читатели найдут, например, в книге Хргиана [1]).

Первое событие — организация службы погоды директором Парижской астрономической обсерватории Урбаном Леверье, который, выполняя поручение французского правительства, данное после катастрофической бури 14 ноября 1854 г. в Балаклаве, 19 февраля 1855 г. впервые составил карту погоды того же дня.

Второе событие — появление статьи Вильгельма Бьеркнеса «Проблема предсказания погоды, рассматриваемая с точки зрения математики и механики» (1904), в которой эта проблема впервые формулируется как задача с начальными данными для уравнений гидромеханики бароклининой жидкости *). Работы Якова Бьеркнеса 1917—1919 гг.,

*) Жидкость называется баротропной, если ее плотность ρ есть функция только от давления p , и бароклининой в противном случае. Реальная атмосфера бароклинна; для нее ρ зависит не только от p , но и от температуры T , и, если пренебречь влажностью, справедливо уравнение Клапейрона $p = \rho RT$ ($R \approx 0,287 \text{ дж/г} \cdot \text{град}$ — газовая постоянная для сухого воздуха). Для невязкой жидкости в поле потенциальных сил справедлива теорема В. Бьеркнеса $\frac{d\Gamma}{dt} = - \oint_L \frac{dp}{\rho}$ (где $\Gamma = \oint_V dS$ — циркуляция скорости по замкнутому контуру L), из которой следует, что в бароклининой жидкости пересечение поверхностей $p = \text{const}$ и $\rho = \text{const}$ (или $p = \text{const}$ и $T = \text{const}$) приводит к вихреобразованию,

последующие работы так называемой Бергенской школы, в которых развито представление об атмосферных фронтах, т. е. о поверхностях раздела между различными воздушными массами, и об образовании циклонов в результате потери устойчивости волн на поверхностях раздела, послужили основой современных синоптических методов краткосрочного прогноза погоды. Но для численных методов прогноза эти представления большого значения пока еще не приобрели, правда, по чисто техническим причинам.

Используемые при численных прогнозах пространственные сетки с горизонтальным шагом в несколько сотен километров не позволяют учесть узкие зоны с большими градиентами гидродинамических полей, каковыми являются, в частности, атмосферные фронты; для их учета при численных прогнозах нужно разработать иные методы.

Третье событие — появление книги Льюиса Ричардсона «Предсказание погоды с помощью численного процесса» (1922), излагавшей первую попытку расчета будущей погоды путем численного решения уравнений гидромеханики так, как астрономы предвычисляют положения планет, решая уравнения динамики планетной системы. Попытка была неудачной: составленный после очень длинных вычислений прогноз погоды на один день (на 20 мая 1910 г. для района Нюрнберг — Аугсбург) оказался неудовлетворительным. С сегодняшних позиций причины неудачи Ричардсона ясны: это, во-первых, неполнота начальных данных (в то время имелись только наземные данные, и то лишь по скудной сети станций в Европе); это, во-вторых, несовершенство конечноразностных схем (например, не соблюдался установленный позже, в 1928 г., критерий Куранта — Фридрихса — Леви для соотношения пространственного и временного шагов), и, наконец, в-третьих, излишняя сложность интегрируемых уравнений, которые наряду с важными для погоды движениями (так называемыми синоптическими процессами) описывали и всевозможные «шумы» типа акустических волн, дыхания растений и т. п.

Последняя трудность была преодолена в 1940 г. работой И. А. Кибеля [2], появление которой было четвертым

важным событием в рассматриваемой нами истории; в ней был предложен фундаментальный принцип упрощения уравнений гидромеханики — асимптотическое «квазигеострофическое разложение», позволяющее «отфильтровать» из решений уравнений несущественные для погоды «метеорологические шумы». Этот принцип в последующем послужил основой для создания гидродинамической теории краткосрочных прогнозов погоды.

В 1940 г., стремясь ограничить расчет лишь нижним слоем атмосферы (тропосферой), Кибель ввел на верхней границе этого слоя (тропопаузе) искусственное условие, не вытекающее из законов гидродинамики. Уравнения «квазигеострофического приближения», свободные от этого ограничения, были выведены уже в послевоенные годы в появившихся почти одновременно работах А. М. Обухова [3] и Дж. Чарни [4, 5] (пятое из упоминавшихся нами событий).

Эти уравнения сразу же были использованы для практических расчетов: прогноз погоды был одной из тех задач, которые имел в виду Джон Нейман при разработке быстродействующих вычислительных машин; он стал соавтором одной из первых работ [6] по реализации уравнений квазигеострофического приближения на ЭВМ. Создание гидродинамической теории краткосрочного прогноза метеорологических полей явилось крупнейшим достижением физики атмосферы в послевоенные годы. Ныне эта теория уже изложена в ряде книг [7—10], специально посвященных численным методам предсказания погоды.

Что же касается физических основ долгосрочного прогноза погоды, то история их разработки гораздо короче (ее можно отсчитывать от работы Е. Н. Блиновой [11], опубликованной в 1943 г.), и окончательных формулировок здесь пока еще не достигнуто. Основная разница между краткосрочными и долгосрочными прогнозами (объясняющая и различие в состоянии их теории) заключается, по нашему мнению [12], в том, что для краткосрочных прогнозов достаточны уравнения гидродинамики в адиабатическом приближении, тогда как неадиабатические процессы составляют самую суть долгосрочных изменений погоды.

Литература к § 1

1. А. Х. Хргиан, Очерки развития метеорологии, Гидрометиздат, 1948.
2. И. А. Кибель, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 5, 627 (1940).
3. А. М. Обухов, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз. 13, № 4, 281 (1949).
4. J. G. Charney, Geophys. Publ. 17, № 2, 17 (1948).
5. J. G. Charney, J. Meteorol. 6, № 6, 371 (1949).
6. J. G. Charney, R. Fjortoft, J. von Neumann, Tellus 2, № 4, 237 (1950).
7. И. А. Кибель, Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды, Гостехиздат, 1957.
8. P. D. Thompson, Numerical weather analysis and prediction, New York, Macmillan Co, 1961 (Ф. Д. Томпсон, Анализ и предсказание погоды численными методами).
9. П. Н. Белов, Практические методы численного прогноза погоды, Гидрометиздат, 1963 (2-е изд. 1967).
10. Г. И. Марчук, Численные методы в прогнозе погоды, Гидрометиздат, 1967.
11. Е. Н. Блинова, ДАН СССР 39, № 7, 284 (1943).
12. А. С. Монин, Метеорология и гидрология, № 8, 43 (1963).

§ 2. Масштабы процессов погоды

Приведем ряд полезных для дальнейших рассуждений количественных характеристик атмосферы — объекта, к которому мы будем применять уравнения гидромеханики. Масса атмосферы равна $5,3 \cdot 10^{21}$ г. Полная кинетическая энергия ее движений E имеет величину порядка 10^{21} Дж (энергия индивидуального циклона, грубо говоря, на два порядка меньше; для сравнения укажем, что 1 мкг тринитротолуола $\approx 4 \cdot 10^{15}$ Дж). Так, по эмпирическим оценкам Борисенкова [13], в северном полушарии зимой $E = 4 \cdot 10^{20}$ Дж и летом $1,9 \cdot 10^{20}$ Дж, а в южном полушарии зимой $7,1 \cdot 10^{20}$ Дж и летом $3,9 \cdot 10^{20}$ Дж; аналогичные оценки приводят Пишароти [14] и Груза [15] (последний указывает, что в среднем в тропосфере более 70% кинетической энергии приходится на зональные, т. е. параллельные кругам широт движения и менее 30% — на меридиональные движения; примерно половина энергии связана со средней зональной циркуляцией и половина — с отклонениями от последней). Кинетическая энергия на единицу массы E/M оказывается порядка 10^2 Дж/кг =

$= (10 \text{ м/сек})^2$; поэтому $U = 10 \text{ м/сек}$ принимается за типичную скорость движений воздуха при синоптических процессах.

Первичным источником энергии атмосферных процессов служит солнечное тепло. Мощность этого источника на Земле равна $1,8 \cdot 10^{14} \text{ кет}$, но около 40% солнечной радиации сразу отражается обратно в космос, так что за исходную цифру следует взять $1 \cdot 10^{14} \text{ кет}$ или в среднем на единицу площади поверхности Земли 20 мвт/см^2 . Лишь небольшая доля этой энергии превращается в кинетическую энергию атмосферных движений: по эмпирическим оценкам Пальмена [16, 17], скорость $\partial E/\partial t$ превращения потенциальной энергии в кинетическую в атмосфере в целом примерно равна $2 \cdot 10^{12} \text{ кет}$, так что к. п. д. «атмосферной машины» составляет всего около 2% (в индивидуальных циклонах $\partial E/\partial t \sim 1-2 \cdot 10^{11} \text{ кет}$, а вне их в среднем происходит медленное обратное превращение кинетической энергии в потенциальную). Средняя скорость генерации кинетической энергии в единице массы $\frac{1}{M} \frac{\partial E}{\partial t}$ по этим данным равна $4 \text{ см}^2/\text{сек}^3$. Такого же порядка должна быть и средняя удельная скорость ϵ диссипации кинетической энергии в теплоту за счет трения; и действительно, Брент [18] еще в 1926 г. получил для тропосферы другим методом $\epsilon \sim 5 \text{ см}^2/\text{сек}^3$.

Типичное время превращений энергии $\tau = \left(\frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial t} \right)^{-1} = \frac{10^{21} \text{ Дж}}{2 \cdot 10^{12} \text{ кет}} = 5 \cdot 10^5 \text{ сек}$, т. е. примерно равно неделе. Такого же порядка оказывается типичное время вырождения энергии синоптических процессов вследствие вязкости. Действительно, в интервале масштабов L , в котором имеет место каскадный процесс передачи энергии от крупномасштабных движений к мелкомасштабным, происходящий с постоянной (т. е. не зависящей от L) скоростью ϵ , эффективная «вязкость» будет иметь вид $\nu(L) \sim \epsilon^{1/2} L^{1/2}$ (так называемый «закон четырех третей» Ричардсона [19], оправдывающийся почти на всем спектре масштабов атмосферных движений от миллиметров до тысяч километров — см. рис. 1), а время вырождения энергии вследствие этой «вязкости» составляет $\tau(L) \sim \frac{L^2}{\nu(L)} \sim \epsilon^{-1/2} L^{3/2}$. Типичный масштаб длины

для синоптических процессов по Обухову [3] имеет порядок $L_0 = c/l$, где c — скорость звука, $l = 2\omega \cos \theta$ — так называемый параметр Кориолиса ($\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ сек}^{-1}$ — угловая скорость вращения Земли, θ — дополнительные широты до $\pi/2$); в умеренных широтах $L_0 \sim 3000 \text{ км}$.

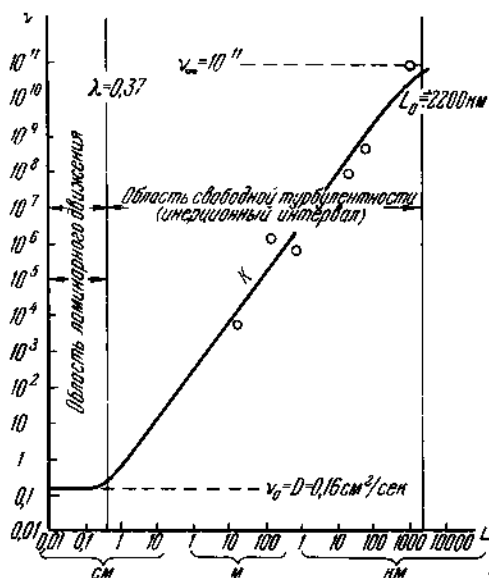


Рис. 1. Вертикальный коэффициент диффузии $\nu(L)$ как функция от масштаба турбулентности L (эмпирические точки по Ричардсону [19]).

Пользуясь этим значением L_0 и приведенным выше значением ε , получаем для синоптических процессов $\tau(L_0) \sim \varepsilon^{-1/2} L_0^{3/2} \sim 3 \cdot 10^5 \text{ сек}$. Заметим, что такую же величину имеет и эйлеров масштаб времени для синоптических процессов $\tau_1 = L_0/U$ (поскольку при западно-восточном переносе в умеренных широтах средние слои атмосферы совершают полный оборот вокруг Земли за несколько недель, эйлеров масштаб времени для атмосферы в целом имеет порядок месяца).

Приведем также некоторые данные об энергетической роли влажности воздуха. По Рудлову [20] (близкие данные приводит Нейк [21]) в атмосфере содержится в среднем $1,24 \cdot 10^{19}$ г влаги, что эквивалентно слою осажденной воды в 24 мм (в океане содержится $1,37 \cdot 10^{24}$ г воды, а в ледниках — $2,9 \cdot 10^{23}$ г льда — его растопление повысило бы уровень моря на 80 м). Среднее годовое количество осадков на Земле составляет $3,96 \cdot 10^{20}$ г ($2,97 \cdot 10^{20}$ г на океанах и $0,99 \cdot 10^{20}$ г на суше), что эквивалентно слою воды в 780 мм (таким образом, водяной пар в атмосфере обновляется в среднем $780/24 \approx 32$ раза в год или каждые 11 дней). Таково же и годовое количество испаряющейся влаги, но на океаны приходится $3,34 \cdot 10^{20}$ г, а на сушу $0,62 \cdot 10^{20}$ г; сток с суши составляет $0,37 \cdot 10^{20}$ г. Если взять для скрытой теплоты испарения значение $2,4 \cdot 10^8$ Дж/г, то для мощности затрат тепла на испарение получится $3 \cdot 10^{13}$ кат, т. е. 30% от поглощаемого Землей солнечного тепла; этот приток тепла в атмосфере оказывается в 15 раз больше скорости генерации кинетической энергии!

Литература к § 2

13. Е. П. Борисенков, Труды Аркт. и антаркт. ин-та 253, 109 (1963).
14. P. R. Pishagoty, Final Rep. Gen. Circ. Project, AF19 (122) — 48 (1955).
15. Г. В. Груза, Интегральные характеристики общей циркуляции атмосферы, Гидрометиздат, 1965.
16. E. Palmén, Geofis. pura e appl. 49, № 2, 167 (1961).
17. Е. Пальмен. Сб. «Атмосфера и океан в движении», ИЛ, 1963, стр. 127—143.
18. Д. Брент, Физическая и динамическая метеорология, 1938.
19. L. F. Richardson, Proc. Roy. Soc. A110, 709 (1926).
20. W. Rudloff, «Wetterlotse» 14, № 188, 183 (1962).
21. R. Neik, Natural History, № 50 (1960).

§ 3. Спектр атмосферных процессов

Колебания во времени метеорологических элементов — скорости движения воздуха, температуры, давления, влажности и т. д. — содержат составляющие с периодами от долей секунды и по меньшей мере до десятков тысячелетий.

Весь спектр периодов колебаний можно разбить на следующие девять интервалов.

(1) *Микрометеорологические колебания* с периодами от долей секунды до минут. Наибольший вклад в них вносит мелкомасштабная турбулентность. Ее энергетический спектр $fS(f)$ (f — частота, τ — период колебаний, $S(f)$ — спектральная плотность энергии) в приземном слое воздуха имеет максимум у периода $\tau \sim 1$ мин, что соответствует масштабу горизонтальных турбулентных неоднородностей $L = U \tau_{\text{макс}} \sim 600$ м. При $f \gg 1/\tau_{\text{макс}}$ спектры скорости ветра удовлетворяют «закону пяти третей» Колмогорова — Обухова [22] $S(f) \sim \frac{\varepsilon^{1/2}}{U} \left(\frac{f}{U}\right)^{-5/2}$; аналогичную форму имеют (см. [23]) и спектры температуры $S_T(f) \sim \frac{N\varepsilon^{1/2}}{U} \left(\frac{f}{U}\right)^{-5/2}$, где $N = \chi (\nabla T)^2$ — скорость выравнивания температурных неоднородностей, T — температура, χ — молекулярная теплопроводность. В области максимальных частот турбулентных флуктуаций $f \sim U\varepsilon^{1/2}\nu^{-3/4}$ (ν — молекулярная вязкость) спектр турбулентности резко обрывается.

Кроме турбулентности, в число микрометеорологических колебаний входят (с относительно малыми амплитудами) также акустические и короткопериодные гравитационные волны. Согласно теории (см. ниже) гравитационные волны преимущественно имеют периоды больше 330 сек, а акустические — меньше 300 сек; этим объясняется минимум около $\tau \sim 300$ сек в спектре $fS_p(f)$ пульсаций давления, построенном по данным микробарограмм Голицыным [24] (см. рис. 2, на котором единицей масштаба по оси ординат служит дисперсия микропульсаций давления σ_p^2 , где $\sigma_p \sim 10^{-2}$ мб).

(2) *Мезометеорологические колебания* с периодами от минут до часов, в которых интенсивные колебания метеорологических элементов (включая, например, их колебания при грозах или в гравитационных волнах с большими амплитудами) относительно редки. Поэтому в спектрах $fS(f)$ в этом интервале обычно имеется широкий и глубокий минимум. Сводку данных об этом интервале см. в работе Колесниковой и Моина [25]. Мезометеорологический минимум хорошо виден, например, в приведенном

на рис. 3 спектре горизонтальной скорости ветра, построенном Ван-дер-Ховеном [26] по данным измерений на 125-м метеорологической башне в Брукхэйвене. Этот минимум соответствует периоду τ порядка 20 мин и масштабу $L = U\tau$ порядка эффективной толщины атмосферы



Рис. 2. Спектр микропульсаций давления по Голицыну [24].

$H \sim 10$ км (в нижнем 10-км слое содержится 80% массы атмосферы); этот минимум отделяет квазидвумерные (квазигоризонтальные) синоптические неоднородности с масштабами $L \gg H$ от существенно трехмерных (квазианотропных) микрометеорологических неоднородностей с масштабами $L < H$. Наличие этого минимума позволяет получать в микрометеорологии относительно устойчивые средние значения скорости ветра, температуры и т. д., используя осреднение по периодам, лежащим в мезометеорологическом интервале (на практике берется $\tau = 10 - 20$ мин).

(3) *Синоптические колебания* с периодами от многих часов до нескольких дней, с максимумом энергетических спектров около $\tau = 4$ суток (см. рис. 3) (частный максимум при $\tau = 12$ час. Ван-дер-Ховен считает незначимым). В этот интервал попадают также суточные колебания, проявляющиеся, например, в спектре колебаний температуры в виде суточной линии, а в спектре колебаний давления в виде суточной и полусуточной линий. В высокочастотной части синоптического интервала происходит каскадная передача энергии по спектру от крупномасштабных движений к мелкомасштабным вследствие гидродинамиче-

ской неустойчивости квазигоризонтальных синоптических движений с большими числами Рейнольдса $Re = UL/\nu$ (на низкочастотном конце синоптического интервала, по-видимому, имеет место передача энергии в противоположном направлении — от синоптических движений к движениям еще более крупного масштаба, т. е. к течениям общей циркуляции атмосферы [27, 28]). Кроме того, все

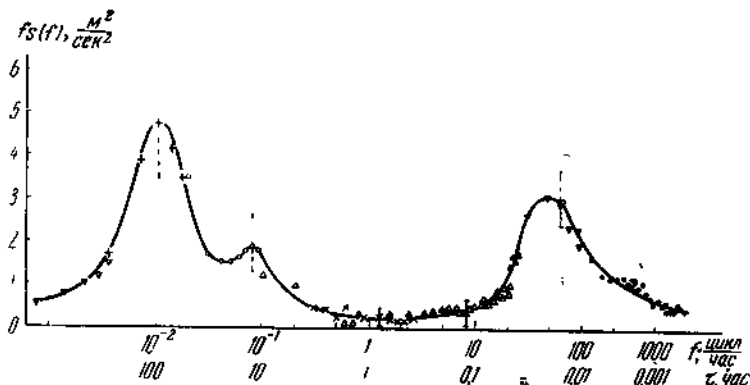


Рис. 3. Спектр горизонтальной скорости ветра по Ван-дер-Ховену. (На графике показаны некоторые экспериментальные точки, см. [26].)

движения синоптических масштабов непосредственно (т. е. минуя какие-либо движения промежуточных масштабов) и непрерывно генерируют микротурбулентность вследствие гидродинамической неустойчивости вертикальных неоднородностей в поле ветра, особенно вблизи поверхности Земли и в так называемых струйных течениях, где вертикальные градиенты скорости ветра имеют наибольшую величину.

Рассматривая микротурбулентность как диссипативный фактор для синоптических движений, ее можно охарактеризовать эффективным коэффициентом вязкости $\nu_{\text{турб}}$. Минимальный масштаб синоптических движений, способных преодолеть вязкость, равен $L_{\text{мин}} \sim \varepsilon^{-1/3} \nu_{\text{турб}}^{2/3}$. Наличие мезометеорологического минимума означает [25], что $L_{\text{мин}} \approx H$.

(4) *Глобальные колебания* с периодами от недель до месяцев, представляющие наибольший интерес для проблем долгосрочного прогноза погоды, но еще очень мало изученные. Пока более или менее отчетливо выявлен, пожалуй, только так называемый «цикл индекса», т. е. цикл колебаний планетарной циркуляции между состояниями интенсивного зонального течения (западно-восточного переноса) со слабым меридиональным перемешиванием и более

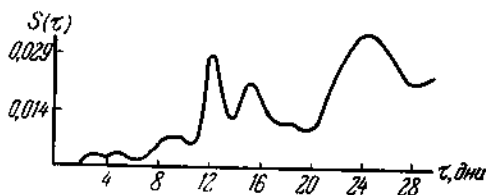


Рис. 4. Спектральная плотность колебаний индекса циркуляции по Мониу [30].

слабого зонального течения с интенсивным меридиональным перемешиванием. Этот цикл прослеживается, например [29—31], по колебаниям индекса циркуляции $\alpha = \frac{u}{a \sin \theta}$, т. е. средней угловой скорости вращения атмосферы в умеренных широтах относительно поверхности Земли (здесь u — средняя вдоль круга широты зональная скорость, a — радиус Земли). Период «цикла индекса» близок к двум неделям — см. на рис. 4 спектральную плотность колебаний индекса циркуляции $S(\tau)$ [30, 31], имеющую резкий максимум при $\tau = 12$ суток (заметим, что колебания индекса циркуляции — это, строго говоря, не стационарный, а периодический случайный процесс [31], имеющий годовой период).

(5) *Сезонные колебания* — колебания с годовым периодом и их гармоники.

(6) *Межгодовые колебания* с периодами порядка нескольких лет; спектр этих колебаний еще почти не изучен (упомянем обнаруженный некоторыми авторами 26-месячный ритм колебаний в экваториальной стратосфере, а также предположение о проявлении в земной погоде 11-летнего цикла колебаний солнечной активности, по

нашему мнению, не имеющее убедительных доказательств). Согласно Колесниковой и Моницу [32], размах междугодичных колебаний средних годовых значений температуры и ряда других метеорологических элементов обычно составляет 15—30% от размаха их сезонных и нерегулярных внутригодичных колебаний.

Междугодичные колебания еще не следует относить к колебаниям климата. Если все рассмотренные выше колебания (1) — (6) назвать короткопериодными, то климат — это статистический режим короткопериодных колебаний метеорологических полей, который сам испытывает долгопериодные колебания. Спектр последних можно разделить на следующие три интервала.

(7) *Внутривековые колебания*, ярким примером которых служит потепление в первой половине 20 в. (сейчас, по-видимому, заканчивающееся). Здесь обнаруживается связь изменений климата с характером общей циркуляции атмосферы; так, по Дзердзеевскому [33], в 1900—1930 гг. зональные типы циркуляции на северном полушарии наблюдались реже, а меридиональные — чаще, чем в 1930—1950 гг. Объяснение генезиса климатического потепления в 20 в. является назревшей задачей физической теории климата.

(8) *Междувековые колебания*, из которых известны [34] потепление после конца ледникового периода (65 в. до н. э.), приведшее к так называемому «климатическому оптимуму» в 40—20 вв. до н. э., с последующим ухудшением климата в так называемый «субатлантический период» (10 в. до н. э. — 3 в. н. э.), его улучшением в 4—10 вв. н. э. *), вновь ухудшением в 13—14 вв., улучшением в

*) В период «малого климатического оптимума» 8—10 вв., совпавшего по времени с колонизацией Исландии и Гренландии викингами, по их летописям ледовитость Арктики была мала. Это свидетельствует против высказывавшегося предположения, что если Арктика растает, то она более не замерзнет, исходявшего из преувеличения роли местного альбеда (отражательной способности подстилающей поверхности) для режима Арктики. Учитывая, что в пределах 72° с. ш. Арктика составляет всего 2,5% от площади поверхности Земли, более естественно предполагать, наоборот, что местные условия в Арктике (включая ее ледовитость и, следовательно, альbedo) являются не причиной, а следствием (индикатором) состояния общей циркуляции атмосферы.

15—16 вв. и ухудшением в 17—19 вв. (так называемый «малый ледниковый период»).

(9) *Ледниковые периоды плейстоцена*; гюнц (500—475 тыс. лет до н. э.), миндель (425—325 тыс. лет), рисс (200—125 тыс. лет), вюрм (60—29 тыс. лет до н. э.), во время которых средняя температура приземного слоя воздуха на Земле (ныне $+15^{\circ}\text{C}$) понижалась, по-видимому, примерно на 10° . Возможных причин оледенений Земли указывалось столь много (в их числе, например, гипотеза Симпсона [35] об увеличении солнечной радиации, приводящем к увеличению испарения, облачности и снегопадов), что, быть может, надо объяснять не появление оледенений, а скорее отсутствие ледников в течение 90% послелембрийского времени.

Литература к § 3

22. А. М. О б у х о в, ДАН СССР 32, № 1, 22 (1941); Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., 5, № 4—5, 453 (1941).
23. А. М. О б у х о в, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., 13, № 1, 58 (1949).
24. Г. С. Голицын, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 8, 1253, (1964).
25. В. Н. Колесникова, А. С. Монин, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 1, № 7, 653 (1965).
26. J. Van der Hoeven, J. Meteorol. 14, № 2, 160 (1957).
27. К. Россби, Сб. «Атмосферы Земли и планет», ИЛ, 1951, стр. 25—57.
28. E. N. Lorenz, Tellus 5, № 3, 238 (1953).
29. Б. Л. Дзердзеевский, А. С. Монин, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 562 (1954).
30. А. С. Монин, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 452 (1956).
31. A. S. Monin, Proc. of Symposium on Time Series Analysis, New York — London, John Wiley and Sons, Inc., 1963, p. 144—151.
32. В. Н. Колесникова, А. С. Монин, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 2, № 2, 113 (1966).
33. Б. Л. Дзердзеевский, Сб. «А. И. Воейков и проблемы современной климатологии», Гидрометиздат, 1956, стр. 109—122.
34. R. A. Craig, H. C. Willett, Compendium of Meteorology, Baltimore, Waverly Press, 1951, p. 379—390.
35. G. C. Simpson, Nature 141, 591 (1938).

Гидродинамическая теория краткосрочных прогнозов погоды

§ 4. Адиабатические инварианты

В § 2 было показано, что типичное время генерации кинетической энергии синоптических процессов

$$\tau = \left(\frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial t} \right)^{-1}$$

имеет порядок недели; такого же порядка типичное время диссипации кинетической энергии синоптических процессов $\tau(L_0) \sim \varepsilon^{-1/3} L_0^{2/3}$. Сроки $t - t_0 < \tau$ естественно называть *краткими*, а сроки $t - t_0 > \tau$ — *долгими* [12]. Таким образом, в теории краткосрочных прогнозов *по самому их определению* можно не учитывать притоков и диссипации энергии, т. е. можно пользоваться адиабатическим приближением; для долгосрочных же прогнозов оно, очевидно, совершенно неприемлемо.

Для адиабатических процессов, которые только и будут рассматриваться в этой части книги, справедливы два закона сохранения: при движении любого объема воздуха V в нем сохраняются энтропия $\int \rho s dV$ (s — энтропия на единицу массы, ρ — плотность) и «вихревой заряд» $\int (\Omega_a \cdot \nabla s) dV$ (Ω_a — абсолютный вихрь скорости), т. е.

$$\frac{ds}{dt} = 0, \quad \frac{d}{dt} \frac{(\Omega_a \cdot \nabla s)}{\rho} = 0. \quad (4.1)$$

«Удельная завихренность» $\Omega = \frac{(\Omega_a \cdot \nabla s)}{\rho}$ называется потенциальным вихрем (Россби [36]). Закон сохранения $d\Omega/dt=0$ впервые выведен Эртелем [37]; см. также Чарни [4], Аракава [38], Обухов [39, 40].

Хольман [41] указал еще три независимые комбинации гидродинамических полей, сохраняющиеся при адиабатических процессах:

$$\psi_1 = \left(\frac{\nabla s \times \nabla \Omega}{\rho} \cdot w \right), \quad \psi_2 = \left(\frac{\nabla s \times \nabla \psi_3}{\rho} \cdot w \right), \quad \psi_3 = \left(\frac{\nabla s \times \nabla \Omega}{\rho} \cdot \nabla \psi_3 \right), \quad (4.2)$$

где $w = v_a - \nabla W$, причем v_a — абсолютная скорость, $W = \int_0^t \Lambda dt$ —

так называемое действие (с лагранжианом $\Lambda = \frac{v_a^2}{2} - \Phi - \eta$, где Φ — потенциал тяготения, η — удельная энтальпия).

Приращение энтропии ds в случае сухого воздуха определяется формулой

$$ds = c_p d \ln \frac{p^{1/\kappa}}{\rho} = c_p d \ln \theta, \quad \theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}, \quad (4.3)$$

где p , T — давление и температура; $\kappa = c_p/c_v$ — отношение удельных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме ($c_p/c_v = 1,41$, $c_p = 1,003$ дж/г · град и $c_v = 0,717$ дж/г · град); θ — так называемая *потенциальная температура*, p_0 — стандартное давление (обычно $p_0 = 1000$ мб = 10^6 дин/см²). Влагосодержание воздуха всегда мало *); поэтому энтропию ненасыщенного влажного воздуха во многих расчетах (но не всегда) можно определять той же формулой (4.3); в случае же насыщенного воздуха к выражению (4.3) для ds достаточно

*) Парциальное давление насыщающего водяного пара $e_m(T)$ определяется формулой Клаузиуса — Клапейрона

$$\frac{1}{e_m} \frac{de_m}{dT} = \frac{\mathcal{L}}{R_v T^2}, \quad \mathcal{L} = \mathcal{L}_0 - (c_w - c_{pv})(T - T_0), \quad (4.4)$$

(где $\mathcal{L}$ — теплота испарения; $c_{pv} = 1,81$ и $R_v = 0,461$ дж/г · град — удельная теплоемкость при постоянном давлении и газовая постоянная водяного пара; $c_w = 4,19$ дж/г · град — удельная теплоемкость воды); это давление принимает значения от 0,509 до 42,47 мб при росте температуры от -30 до $+30^\circ$ С. Удельная влажность q , т. е. отношение плотностей водяного пара и влажного воздуха, обычно не превосходит 3—4%. Содержание жидкой воды и льда в облаках обычно значительно меньше содержания пара.

добавить слагаемое $\frac{\mathcal{L}}{T} dq_m$, где $q_m \approx \frac{R}{R_v} \frac{e_m}{p}$ — удельная влажность насыщения. Если же притоком тепла за счет фазовых переходов влаги пренебречь, то с влажностью воздуха часто можно вообще не считаться; так пока чаще всего и поступают в практике оперативных численных краткосрочных прогнозов погоды. В соответствии с этим мы будем пока пользоваться для ds формулой (4.3).

Согласно (4.1) любая функция от s и Ω будет адиабатическим инвариантом, т. е. консервативной характеристикой движущихся частиц воздуха при адиабатических процессах. Две такие независимые функции удобно принять за лагранжевы координаты воздушных частиц. Соответствующие координатные поверхности рассекут атмосферу на трубки, через стенки которых воздух не протекает, так что адиабатическая эволюция атмосферы будет заключаться только в деформациях таких трубок. Предвычисление этих деформаций лежит в основе краткосрочных прогнозов погоды.

В качестве одной из лагранжевых координат удобно взять потенциальную температуру θ . Учитывая, что ее изменения по вертикали много больше, чем по горизонтали, так что вектор $\nabla\theta$ направлен приблизительно по вертикали, можно положить

$$\Omega_a \cdot \nabla\theta \approx \Omega_{az} \frac{\partial\theta}{\partial z} = (\Omega_z + l) \frac{\partial\theta}{\partial z},$$

где l — упоминавшийся выше параметр Кориолиса, а Ω_z — вертикальная компонента относительного вихря скорости. Пользуясь квазистатическим приближением, т. е. уравнением $\partial p / \partial z = -\rho g$ (g — ускорение силы тяжести; смысл этого приближения будет разъяснен ниже), получаем $\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{\theta}{T} (\gamma_a - \gamma)$, где $\gamma_a = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{R} \approx 10$ град/км — адиабатический, а $\gamma = -\partial T / \partial z$ — фактический градиент температуры. Используя эти результаты, можно, следуя Обухову [40], в качестве второй лагранжевой координаты принять функцию

$$\bar{\Omega} = \frac{\Omega}{c_p R} \frac{p^*(\theta)}{\gamma_a - \gamma^*(\theta)} \approx (\Omega_z + l) \frac{\gamma_a - \gamma}{\gamma_a - \gamma^*(\theta)} \frac{p^*(\theta)}{p}, \quad (4.5)$$

где $p^*(\theta)$ и $\gamma^*(\theta)$ — стандартные значения p и γ на поверхностях $\theta = \text{const}$ (т. е. характеристики так называемой стандартной атмосферы). Поскольку θ меняется быстрее всего по вертикали, а $\tilde{\Omega}$ — по меридиану (так как обычно $|\Omega_z| \ll l$ и $\Omega_z + l \approx 2\omega \cos \theta$), θ и $\tilde{\Omega}$ могут заменять

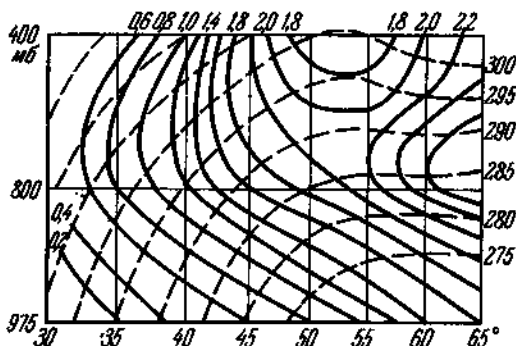


Рис. 5. Меридиональный разрез $(\theta, \tilde{\Omega})$ -трубок на долготе 100°W за 1 апреля 1962 г. по Обухову [40] (абсциссы — широты, ординаты — атмосферное давление; $\tilde{\Omega} = \text{const}$ — сплошные линии, $\theta = \text{const}$ — пунктиры; $\tilde{\Omega}$ измеряется в единицах 10^{-4} сек^{-1}).

вертикальную координату и широту, и наиболее наглядное представление об инвариантных $(\theta, \tilde{\Omega})$ -трубках даст их меридиональный разрез. Пример такого разреза приведен на рис. 5, а на рис. 6 для того же случая показаны изолинии $\tilde{\Omega} = \text{const}$ на одной из поверхностей $\theta = \text{const}$. Если обозначить через $\mu(\theta, \tilde{\Omega})d\theta d\tilde{\Omega}$ долю массы всей атмосферы, содержащуюся в бесконечно тонкой $(\theta, \tilde{\Omega})$ -трубке, то $\mu(\theta, \tilde{\Omega})$ можно интерпретировать [40] как плотность вероятности для значений лагранжевых координат $\theta, \tilde{\Omega}$ случайно выбранной воздушной частицы. На рис. 7 мы приводим пример распределения вероятностей $\mu(\theta, \tilde{\Omega})$ по данным за период 1—10 апреля 1962 г., рассчитанный А. Б. Каруниным.

Кроме дифференциальных инвариантов s и Ω (или любых двух функций от них, например θ и $\tilde{\Omega}$), для адиабатических процессов существует, как известно, еще интегральный инвариант — полная энергия $\mathcal{E} = \mathcal{K} + \mathcal{N}$, где $\mathcal{K} = \int \frac{\rho v^2}{2} dV = \int \frac{v^2}{2} dm$ — кинетическая энергия (v — модуль скорости, dV — элемент объема, $dm = \rho dV$ — элемент

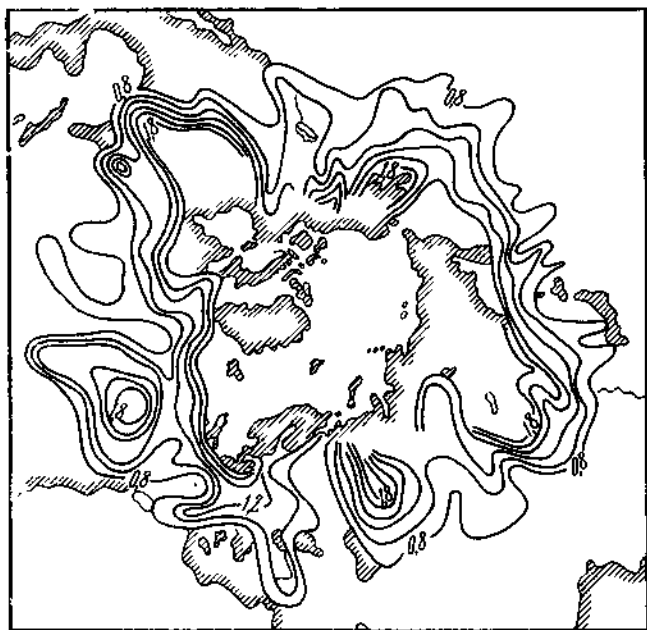


Рис. 6. Конфигурация линий $\tilde{\Omega} = \text{const}$ на поверхности $\theta = 300^\circ$ за 1 апреля 1962 г. по Обухову [40].

массы, и интеграл берется по всей атмосфере), а $\mathcal{N}$ — лабильная энергия, т. е. сумма потенциальной энергии $\mathcal{P} = \int \Phi dm$ ($\Phi = gz$ — потенциал силы тяжести) и внутренней энергии $\mathcal{I} = \int c_p T dm$. В квазистатическом приближении потенциальная энергия вертикального столба воз-

духа единичного сечения равна $\int g z \rho dz = - \int z dp = \int p dz$, так что в силу уравнения Клапейрона $p = \rho RT$ получим

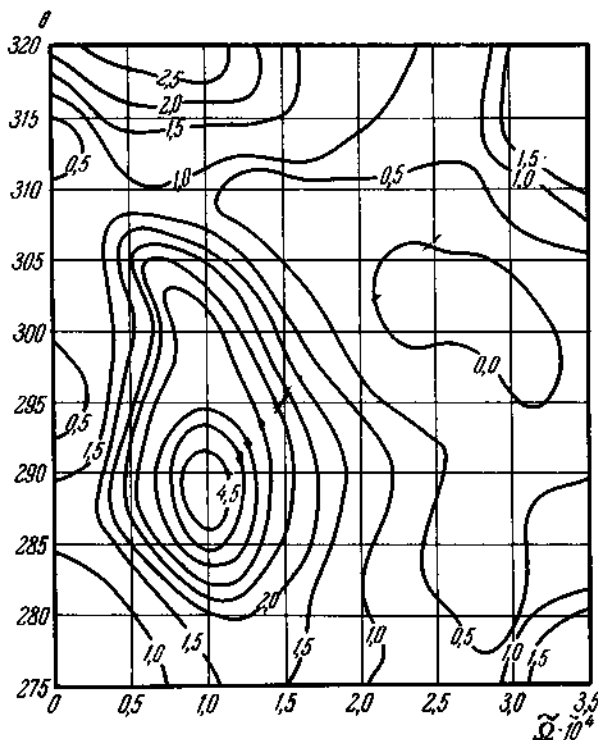


Рис. 7. Плотность вероятности $\mu(\theta, \tilde{Q})$ по данным за период 1—10 апреля 1962 г.

$\mathcal{P} = \int RT dm$, и поскольку $c_v + R = c_p$, находим

$$\mathcal{N} = \int c_p T dm = c_p \int \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \theta dm. \quad (4.6)$$

При адиабатических процессах общая масса воздуха над любой изэнтропической поверхностью $\theta = \text{const}$ не

меняется, так что не меняется и среднее давление $p^*(\theta)$ на любой изэнтропической поверхности, а потому остается постоянной и величина

$$\mathcal{N}^* = c_p \int \left[\frac{p^*(\theta)}{p_0} \right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \theta \, dm, \quad (4.7)$$

т. е. та лабильная энергия атмосферы, которая останется, если атмосферу адиабатически привести к состоянию с постоянным давлением вдоль любой изэнтропической поверхности (и с устойчивой стратификацией). Ясно, что при адиабатических процессах в кинетическую энергию может превратиться не вся лабильная энергия, а, самое большее, ее часть $\mathcal{A} = \mathcal{N} - \mathcal{N}^*$, называемая *доступной потенциальной энергией* (Лоренц [42—43]; величина $\mathcal{A}$ равна среднему взвешенному значению дисперсии θ на изобарических поверхностях). Следовательно, сумма $\mathcal{K} + \mathcal{A}$ является адиабатическим инвариантом.

Если атмосферу адиабатически привести к состоянию с безразличной стратификацией (в котором изэнтропические поверхности вертикальны, т. е. θ не зависит от p), то лабильную энергию $\mathcal{N}$ в этом состоянии можно вычислить, заменив в (4.6) множитель $p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ под знаком интеграла его средним значением по массе вертикального столба воздуха

$$\frac{\int p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \, dm}{\int dm} = \frac{\kappa}{2\kappa-1} \bar{p}^{\frac{\kappa-1}{\kappa}},$$

где $\bar{p}$ — наземное давление; при этом получится

$$\bar{\mathcal{N}} = \frac{\kappa}{2\kappa-1} c_p \int \left(\frac{\bar{p}}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \theta \, dm. \quad (4.8)$$

Разность $\mathcal{S} = \bar{\mathcal{N}} - \mathcal{N}$ называется *параметром макроустойчивости* (Лоренц [44]; она равна среднему взвешенному значению вертикального градиента потенциальной температуры $(-\partial\theta/\partial p)$ во всей толще атмосферы). Величина $\mathcal{S}$ определяет количество кинетической энергии, освобождающейся или затрачиваемой при адиабатическом переходе от данной стратификации к безразличной. Разность $\mathcal{K} - \mathcal{S}$ тоже является адиабатическим инвариантом.

Литература к § 4

36. C. G. Rossby, Quart. J.; Roy. Met. Soc. 66, Suppl., 68 (1940).
37. H. Ertel, Meteorol. Z. 59, 277 (1942).
38. H. A r a k a w a, Geofis. pura e appl. 18, 159 (1950).
39. А. М. О б у х о в, ДАН СССР 145, № 6, 1239 (1962).
40. А. М. О б у х о в, Метеорология и гидрология, № 2, 3 (1964).
41. G. H. Hollmann, Archiv für Met., Geophys. und Bioklimatol. A14, I, 1 (1964).
42. E. N. Lorenz, Tellus 7, № 2, 157 (1955).
43. E. N. Lorenz, Dynamics of climate, London, Pergamon Press, 1960, p. 86—92.
44. E. N. Lorenz, Tellus 12, № 4, 364 (1960).

§ 5. Классификация атмосферных движений

Для построения гидродинамической теории краткосрочного прогноза погоды важно выяснить прежде всего, каковы возможные типы атмосферных движений при адиабатических процессах. Все эти движения имеют характер волн, и для их классификации достаточно рассмотреть случай волн малой амплитуды, т. е. малых колебаний атмосферы относительно состояния покоя (в котором давление $\bar{p}$, плотность $\bar{\rho}$ и температура $\bar{T}$ зависят лишь от высоты z и связаны уравнением статики $\partial \bar{p} / \partial z = -\bar{\rho} g$ и уравнением Клапейрона $\bar{p} = \bar{\rho} R \bar{T}$). В приближении плоской Земли уравнения движения для малых колебаний имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + l \bar{\rho} v, \\ \bar{\rho} \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial y} - l \bar{\rho} u, \\ \bar{\rho} \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial z} - g \rho, \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

где u, v, w — компоненты вектора скорости v , а p, ρ — возмущения давления и плотности (эти пять функций полностью характеризуют адиабатические малые колебания); l — как и выше, параметр Кориолиса. К этим уравнениям следует добавить уравнения неразрывности и

адиабатичности, имеющие вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \bar{\rho} \mathbf{v} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial t} + b \bar{\rho} w = c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (5.2)$$

где $c^2 = \kappa R T$ — квадрат скорости звука, а $b = (\kappa - 1)g + + \partial c^2 / \partial z$ — параметр стратификации. Естественными крайними условиями по z для уравнений (5.1), (5.2) служат требования обращения в нуль вертикального потока массы $\bar{\rho} w$ на границах атмосферы (при $z = 0$ и $z \rightarrow \infty$). Система (5.1), (5.2) имеет по времени пятый порядок; для ее однозначного решения необходимо задать при $t = 0$ начальные значения всех неизвестных функций v_0, p_0, ρ_0 .

Допустим на время [45], что $l = \text{const}$ (что законно для территорий, не слишком протяженных по широте). Тогда уравнения (5.1), (5.2) будут иметь семейство стационарных решений v_s, p_s, ρ_s , описывающих *движения первого рода*, которым присущи следующие свойства: (G_1) квазистатичность, т. е. $\frac{\partial p_s}{\partial z} = -g \rho_s$; (G_2) горизонтальность, т. е.

$$w_s = 0, \quad (G_3) \text{ геострофичность, т. е. } u_s = -\frac{1}{l \bar{\rho}} \frac{\partial p_s}{\partial y},$$

$v_s = \frac{1}{l \bar{\rho}} \frac{\partial p_s}{\partial x}$ (последнее означает, что поле скорости бездивергентно, и его функция тока ψ_s равна $p_s / l \bar{\rho}$). Отметим, что наши уравнения имеют два инварианта (стационарные комбинации неизвестных функций):

$$J_1 = (p - c^2 \rho)_{z=0}, \quad J_2 = \bar{\rho} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + l \left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{p - c^2 \rho}{b} - \rho \right). \quad (5.3)$$

Первый из них представляет собой линеаризованную форму энтропии (при $z = 0$), второй — потенциального вихря. Можно указать один интегральный инвариант, из которого вытекает инвариантность обеих величин J_1, J_2 ; в квазистатическом случае он был найден в работе [46].

Укажем также энергетический инвариант

$$J_3 = \int \left[\frac{\bar{\rho} v^2}{2} + \frac{p^2}{2 \kappa \bar{p}} + \frac{g (p - c^2 \rho)^2}{2 \kappa \bar{p} b} \right] dV, \quad (5.4)$$

где первое слагаемое в квадратных скобках соответствует кинетической, второе — упругой и третье — так называемой термобарической [47] энергии (связанной с силами плавучести, действующими на частицу, сместившуюся по вертикали из состояния равновесия).

Произвольное решение уравнений (5.1), (5.2) будет стационарным тогда и только тогда, когда начальные значения обладают свойствами $(G_1) - (G_3)$. В противном случае оно будет суммой стационарного решения с инвариантами (5.3), определяемыми по начальным данным (инварианты J_1, J_2 и условия $(G_1) - (G_3)$ полностью определяют стационарное решение), и некоторого нестационарного решения, для которого $J_1 \equiv J_2 \equiv 0$. Такие нестационарные решения описывают *движения второго рода*. Эти решения представляют собой суперпозиции волн вида $\Phi(z) \exp[i(k_1x + k_2y - \sigma t)]$; вследствие адиабатичности и линейности их частоты σ будут вещественными. Далее мы будем для простоты рассматривать частный случай $c^2 = \text{const}$, $b = \text{const}$ (это условие является точным для изотермической атмосферы). В таком случае имеется два типа волн: 1) *двумерные* волны, в которых отсутствуют вертикальные колебания воздушных частиц, т. е. $w = 0$; 2) *внутренние* волны, в которых $w \neq 0$.

Можно убедиться, что частоты двумерных волн определяются формулой $\sigma^2 = l^2 + k^2 c^2$ (где $k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$ — горизонтальное волновое число), так что скорость движения фронта волны равна скорости звука c ; их амплитуды монотонно убывают с высотой по закону $\Phi \sim (p)^{1/2}$. Только такие волны и возможны в квазистатической *баротропной* атмосфере (Обухов [3]); в случае квазистатической *бароклинной* атмосферы они найдены в работе [46]. Амплитуды внутренних волн зависят от высоты по закону $\exp\left[-\frac{b+g}{2c^2}z + imz\right]$, где $m \neq 0$ — вертикальное волновое число, а их частоты определяются из уравнения

$$(\sigma^2 - l^2) \left[\sigma^2 - \frac{(b+g)^2}{4c^2} - m^2 c^2 \right] = k^2 c^2 \left(\sigma^2 - \frac{bg}{c^2} \right) \quad (5.5)$$

и при произвольных k и m заполняют интервалы $l^2 \leq \sigma^2 < \frac{bg}{c^2}$ и $\sigma^2 > \frac{(b+g)^2}{4c^2}$, которым соответствуют два разных

вида внутренних волн. Рассмотрев в изотермической атмосфере ($c^2 = \kappa gH$, $b = (\kappa - 1)g$, где H — толщина однородной атмосферы) случай $l = 0$, мы убеждаемся, что при предельном переходе $\kappa \rightarrow \infty$ к изопикническим процессам (т. е. к несжимаемой жидкости) второй интервал уходит в бесконечность, а первый принимает вид $\sigma^2 < g/H$ и соответствует внутренним гравитационным волнам. При предельном переходе $\kappa \rightarrow 1$ к изотермическим процессам (при которых изотермическая стратификация становится безразличной) первый интервал превращается в точку $\sigma^2 = 0$, а второй принимает вид $\sigma^2 > g/4H$ и соответствует акустическим волнам. Поскольку $bg < \frac{(b+g)^2}{4}$, спектры

частот акустических и гравитационных волн в изотермической атмосфере не перекрываются. Дикий [48], исследовавший спектры волн уже не в изотермической, а в температурно-стратифицированной атмосфере, установил, что в ней возникает лишь очень небольшое перекрытие спектров акустических и гравитационных волн. Эти результаты объясняют наличие минимума в спектре рис. 2.

В квазистатическом приближении, т. е. при пренебрежении левой частью третьего уравнения (5.1) и, следовательно, при использовании уравнения статики $\partial p / \partial z = -\rho g$, все частоты внутренних акустических волн обращаются в бесконечность, т. е. последние полностью «отфильтровываются». Частоты гравитационных волн при этом несколько завышаются, но тем меньше, чем меньше k (т. е. чем длиннее волны). Частоты двумерных волн, стационарные решения и инварианты при этом не меняются — это и оправдывает использование квазистатического приближения для описания синоптических процессов.

Основное изменение, вносимое в изложенные результаты учетом кривизны поверхности Земли, сводится к превращению стационарных движений (движения первого рода) в медленные гироскопические волны. Приближенный учет кривизны Земли можно осуществить, построив по первым двум уравнениям (5.1) уравнения для вихря $\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ и дивергенции $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ с учетом зависимости параметра Кориолиса l от координаты вдоль меридиана y и затем заменив в полученных уравнениях l и $\beta \equiv \frac{dl}{dy} =$

$= \frac{2\omega \sin \theta}{a}$ константами (т. е. перейдя в так называемую β -плоскость). Тогда в случае баротропной атмосферы получим, пренебрегая горизонтальной сжимаемостью (т. е.

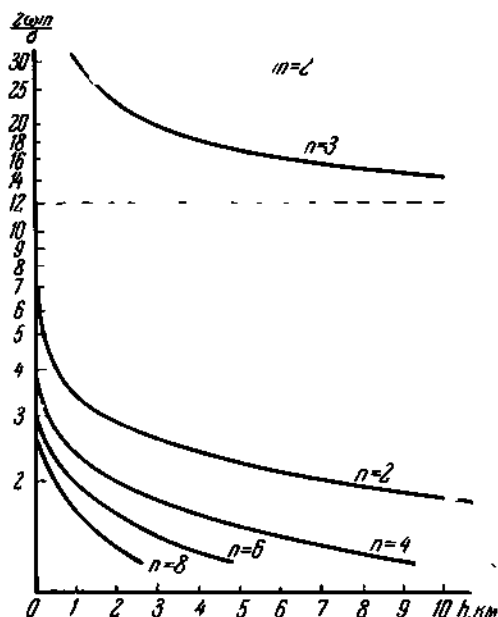


Рис. 8. Собственные кривые $\sigma(h)$ уравнения Лапласа теории приливов при $m=2$ по Дикому [58].

предполагая, что $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$), для частот гироскопических волн формулу $\sigma = -\frac{\beta k_1}{k^2}$ (Россби [49]). Знак минус здесь означает, что волны движутся на запад.

При точном учете сферичности Земли разделение волн в баротропной атмосфере на медленные гироскопические, важные для прогнозов погоды, и быстрые двумерные, важные для описания приливов, было установлено еще в конце 19 в. Хафом [50] (см. также работы по теории приливов Лява [51], Кочина [52], Пекериса [53], Кертца [54],

Зибберта [55]. Эффект слабой горизонтальной сжимаемости атмосферы здесь можно описать с помощью рядов по степеням параметра $\gamma = \left(\frac{2\omega a}{c}\right)^2$ (Яглом [56]). При $\gamma \rightarrow 0$

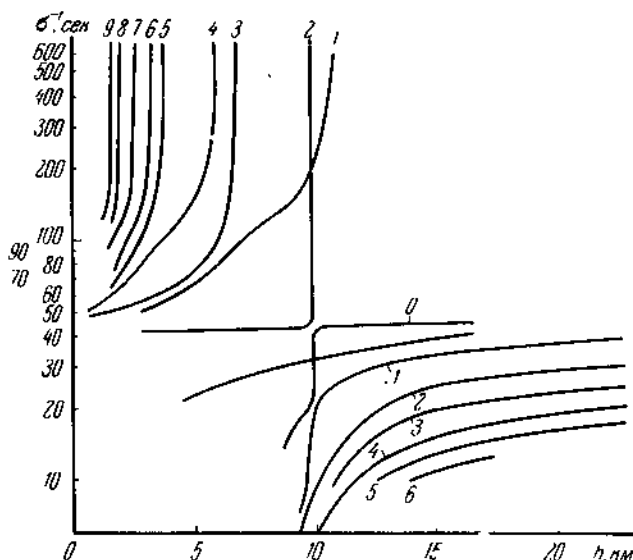


Рис. 9. Собственные кривые $\sigma(h)$ «вертикального» уравнения для стандартной атмосферы CIRA — 1961 по Дикиму [58].

быстрые волны исчезают, а частоты гироскопических волн даются формулой

$$\sigma = \alpha m - \frac{2(\alpha + \omega)m}{n(n+1)}, \quad (5.6)$$

где m , n — целые числа, α — упоминавшийся выше индекс циркуляции (Гаурвиц [57], Блинова [11]). Для земной атмосферы ($\gamma \approx 10$) при младших n , m эта формула грубовата [56], но с ростом n , m ее точность быстро растет.

В случае бароклининой атмосферы на сферической Земле описание всех возможных типов волн дано Диким для изотермической атмосферы [58] и для так называемой стандартной атмосферы CIRA — 1961 [59]. Отыскивая

волны в виде $\Phi(\zeta) \Psi(\cos \theta) \exp[i(m\lambda + \sigma t)]$ (где λ — долгота, θ — дополнение широты до $\pi/2$, $\zeta = \ln \frac{p}{p_0}$ — вертикальная координата). Дикий получил для Ψ так называемое уравнение Лапласа теории приливов, содержащее m , σ и возникающую при разделении переменных постоянную h (так называемая глубина динамически эквивалентного океана), но не содержащее характеристик стратификации; для Φ было получено «вертикальное» уравнение, содержащее σ , h и характеристики стратификации, но не содержащее горизонтального волнового числа m . Каждое из этих уравнений позволяет определить семейство собственных кривых $\sigma(h)$; пересечения кривых разных семейств определяют возможные собственные значения σ и h . На рис. 8 мы приводим «горизонтальные» собственные кривые $\sigma(h)$ при $m = 2$; нижние из них отвечают быстрым, верхние — медленным волнам. На рис. 9 приведены «вертикальные» собственные кривые $\sigma(h)$; внизу справа они соответствуют акустическим, наверху слева — гравитационным волнам; цифры у кривых указывают число узлов у соответствующих собственных функций.

Литература к § 5

45. А. С. Монин, А. М. Обухов, ДАН СССР 122, № 1, 58 (1958); Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 11, 1360, (1958); Tellus 11, N 2, 159 (1959).
46. А. С. Монин, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 497 (1958).
47. К. Эккарт, Гидродинамика океана и атмосферы, ИЛ, 1963.
48. Л. А. Диккий, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 8, 1186 (1959).
49. C. G. Rossby, J. Marine Res. 2, № 1, 38 (1939).
50. S. S. Hough, Phil. Trans. Roy. Soc. A189, 201 (1897); 191, 139 (1898).
51. A. E. Love, Proc. London Math. Soc., Ser. 2, 12, № 4, 813 (1913).
52. Н. Е. Кочин, Собр. соч., т. 1, М.—Л., 1949.
53. C. L. Pekeris, Proc. Roy. Soc. A158, № 895, 650 (1937).
54. W. Kertiz, Ann. Met., Beiheft (1951).
55. M. Siebert, Advances Geophysics, 7, New York — London Acad. Press, 1961.
56. А. М. Яглом, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 346 (1953).
57. B. Haurwitz, J. Marine Res. 3, № 3, 254 (1940).
58. Л. А. Диккий, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5, 756 (1961).
59. Л. А. Диккий, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 1, № 5, 469 (1965).

§ 6. Адаптация метеорологических полей

Вернемся на время к рассматривавшейся выше упрощенной «плоской» модели атмосферы с $l = \text{const}$. Как уже отмечалось, если начальные значения v_0, p_0, ρ_0 обладают свойствами $(G_1) - (G_3)$, т. е. если в начальный момент имеются лишь движения первого рода, то только они останутся и в будущем (так как описывающие их решения уравнений стационарны). Если же в начальный момент в какой-то области пространства V условия $(G_1) - (G_3)$ нарушены, то в этой области образуются также и движения второго рода — быстрые волны. Но они разбегаются во все стороны, и когда они покинут область V , то в ней восстановятся условия $(G_1) - (G_3)$, т. е. останутся только некоторые движения первого рода (определяемые инвариантными полями J_1, J_2 , которые можно построить по начальным данным). Этот процесс восстановления *условий согласованности* $(G_1) - (G_3)$ метеорологических полей v, p, ρ называют *приспособлением* или *адаптацией* метеорологических полей. Задача об адаптации метеорологических полей в случае квазистатической баротропной атмосферы была впервые сформулирована Россби [60] и Каном [61] и решена Обуховым [3]; в случае квазистатической бароклинной атмосферы этой задаче посвящались работы Болина [62], Кибеля [63] (без учета двумерных волн), Верониса [64], Фьелстада [65], Моница [46]; см. также отличный обзор Филлипса [66], посвященный геострофическим движениям (или, по нашей терминологии, движениям первого рода) в атмосфере и океане.

Адаптация к состоянию статического равновесия (G_1) осуществляется путем генерации и разбегания внутренних акустических волн и занимает приблизительно такое же время, как время, в течение которого фронт внутренних акустических волн пробегает (со скоростью звука $c \sim 20 \text{ км/мин}$) основную толщу атмосферы, на что требуется всего лишь несколько минут. После этого продолжается процесс адаптации атмосферы к состоянию геострофического равновесия $(G_2) - (G_3)$, причем в среднем по толще атмосферы это состояние достигается после разбегания из области V двумерных волн (фронты которых движутся с той же скоростью c), а на всех высотах оно устанавли-

вается еще позже — после разбегания более медленных внутренних гравитационных волн (их скорости зависят от термической стратификации атмосферы [63, 46, 67] — фронты движутся со скоростью $2 \sqrt{\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_a}\right) RT}$, а за фронтами, как и в случае двумерных волн, имеется

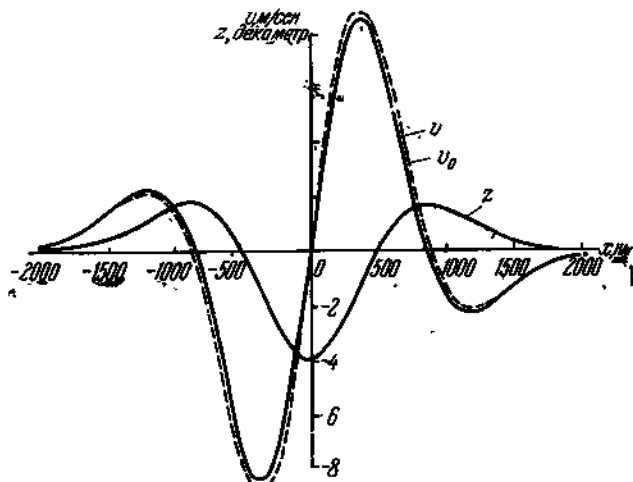


Рис. 10. Пример адаптации метеорологических полей в бароклинной атмосфере по Монину [46].

непрерывный «след», в котором происходят затухающие осцилляции).

В качестве примера адаптации метеорологических полей мы приводим на рис. 10 случай [46], в котором в начальный момент времени возмущения давления отсутствовали, а поле скорости соответствовало плоскопараллельному течению типа тангенциального разрыва вдоль оси ординат (начальное распределение приземной скорости $u_0(x)$ дано на рис. 10 пунктиром). В результате адаптации поле скорости изменилось мало — см. предельное распределение приземной скорости $u(x)$ (кинетическая энергия уменьшилась на 3% — затраты на генерацию быстрых волн и на формирование неоднородностей поля давления), а поле давления активно «приспособилось» к полю

скорости — в нем сформировалась отчетливая ложбина (см. предельное распределение высот приземной изобарической поверхности $z(x)$; на оси ординат она опустилась на 4 декаметра).

Пока что мы говорили об адаптации метеорологических полей в «плоской» модели атмосферы с $l = \text{const}$. Учет сферичности поверхности Земли внесет в этот процесс два не очень существенных изменения. Во-первых, разбегающиеся из возмущенной области быстрые волны теперь будут распространяться не в бесконечном, а в горизонтально-ограниченном пространстве, создавая интерференционную картину, которая будет затухать со временем из-за диссипативных процессов (не учитывавшихся выше). Во-вторых, на сфере движения первого рода не будут стационарными — они будут суперпозицией медленных гироскопических волн, движение которых будет все время приводить к изменениям конфигурации полей θ и Ω , создающим в свою очередь расстройку условий $(G_1) - (G_3)$ согласованности метеорологических полей. Таким образом, на сфере непрерывно происходят два конкурирующих процесса: 1) расстройка согласованности полей скорости, давления и плотности вследствие эволюции пространственного распределения энтропии и потенциального вихря и 2) адаптация метеорологических полей вследствие генерации, разбегания и затухания быстрых волн.

До сих пор в настоящем параграфе, как и в предыдущем, рассматривались лишь волны малой амплитуды, которые можно описывать линеаризованными динамическими уравнениями. В реальной атмосфере движения второго рода — акустические и гравитационные волны — действительно почти всегда имеют очень малые амплитуды (и потому образуют мало существенные для погоды «метеорологические шумы»), но движения первого рода имеют, вообще говоря, уже не малые амплитуды и описываются нелинейными уравнениями (4.1). Эта нелинейность (как и учет сферичности поверхности Земли) приводит к нестационарности движений первого рода — эволюции пространственного распределения величин θ и Ω вследствие их переноса воздушными течениями — и, как следствие, к постоянной конкуренции между расстройкой согласованности и адаптацией метеорологических полей. Из-за этой

конкуренции нарушения условий согласованности (G_1)—(G_3) оказываются, как правило, лишь небольшими, и движения первого рода хотя бы приближенно все-таки удовлетворяют таким условиям. Это утверждение мы уточним в следующем параграфе.

Литература к § 6

60. C. G. Rossby, J. Marine Res. 1 (3), 239 (1938).
61. A. Cahn, J. Meteorol. 2, 113 (1945).
62. B. Bolin, Tellus 5, № 3, 373 (1953).
63. И. А. Кибель, ДАН СССР 104, № 1, 60 (1955).
64. G. Veronis, Deep-Sea Res. 3, № 3, 157 (1956).
65. J. E. Fjellstad, Geofis. Publ. 20 (7), 1 (1958).
66. N. A. Phillips, Reviews of Geophys. 1, № 2, 123 (1963).
67. А. С. Монин, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 602 (1961).

§ 7. Квазигеострофическое приближение

Уравнения гидродинамики желательно упростить так, чтобы упрощенные уравнения достаточно точно описывали важные для погоды движения первого рода, но не содержали бы среди своих решений несущественных для погоды движений второго рода (т. е. последние были бы «отфильтрованы»). Выше уже говорилось, что условие квазистатичности (G_1) для движений первого рода выполняется точно, и что его использование вместо полного уравнения движения по вертикали приводит к «отфильтровыванию» из решений уравнений гидродинамики акустических волн. Далее мы всюду будем пользоваться таким «квазистатическим приближением». Учитывая условие квазистатичности, можно использовать в качестве вертикальной координаты давление p вместо высоты z . При этом в уравнениях гидродинамики вместо поля давления $p(x, y, z, t)$ будет фигурировать другая неизвестная функция $z(x, y, p, t)$, значения которой при фиксированных p суть высоты изобарических поверхностей $p = \text{const}$ *).

* При переходе от координат (x, y, z) к (x, y, p) горизонтальный градиент давления $\nabla_{h,p}$ заменяется на $\rho g \nabla_{h,z}$ (и $\frac{\partial p}{\partial t}$ на $\rho g \frac{\partial z}{\partial t}$), уравнение статики $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$ переписывается в виде $\frac{\partial z}{\partial p} = -\frac{1}{\rho g}$ (определив отсюда ρ , уравнение Клапейрона

Уравнения гидродинамики (точнее, уравнения Эйлера) содержат два размерных параметра — ускорение силы тяжести g и параметр Кориолиса l (на сфере вместо l лучше использовать вихрь вращения Земли 2ω ; в уравнениях на сфере фигурирует еще радиус Земли a). В краевом условии на поверхности Земли добавляются среднее наземное давление p_0 и плотность ρ_0 (с помощью которых можно образовать высоту однородной атмосферы $H = p_0/\rho_0 g$ и изотермическую скорость звука $c_0 = \sqrt{gH}$). Пусть L и U — типичные масштабы длины и скорости для синоптических процессов. Из перечисленных размерных величин можно составить следующие четыре безразмерных параметра [68—70]: 1) параметр сферичности L/a ; 2) параметр квазистатичности H/L ; 3) число Кибеля $Ki = U/Li$ (в некоторых зарубежных работах называемое также числом Россби); 4) число Маха $Ma = \frac{U}{c_0}$ (или параметр горизонтальной сжимаемости атмосферы $\frac{L}{L_0} = \frac{Ma}{Ki}$, где $L_0 = c_0/l$ — упоминавшийся выше масштаб колебаний двумерной сжимаемой атмосферы в поле силы Кориолиса, введенный Обуховым [3]).

Число Кибеля Ki можно интерпретировать как отношение типичного значения U/L относительного вихря скорости Ω_z к значению вихря вращения Земли $2\omega_z = l$ (или

$p = \rho RT$ можно привести к виду $T = -\frac{\kappa}{R} p \frac{\partial z}{\partial p}$). Индивидуальная производная $\frac{d}{dt}$ принимает вид $\frac{d_h}{dt} + w^* \frac{\partial}{\partial p}$, где $\frac{d_h}{dt}$ — производная относительно горизонтального движения (на изобарических поверхностях), а $w^* = \frac{dp}{dt}$ заменяет вертикальную скорость. Одним из преимуществ координат (x, y, p) является особенно простой вид уравнения неразрывности $D + \frac{\partial w^*}{\partial p} = 0$, где $D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ — горизонтальная дивергенция скорости. Зато краевое условие $w = 0$ при $z = 0$ принимает более сложный вид $w^* = \rho g \frac{dh_z}{dt}$ (обычно выполнения этого условия для простоты требуют не при $z = 0$, а при $p = p_0$, где p_0 — среднее наземное давление).

как отношение типичного относительного ускорения U^2/L к типичному ускорению Кориолиса Ul). За исключением тропической зоны это число, как правило, мало; так, по подсчетам Чаплыгиной [71], определявшей значения Ω_z/l по фактическим данным, эти значения по модулю почти всегда меньше 0,4, а в 75% случаев они меньше 0,2. Это значит, что вращение воздуха в крупномасштабных атмосферных вихрях умеренных и высоких широт (циклонах и антициклонах) происходит значительно медленнее, чем вращение Земли. Вследствие этого в масштабах синоптических процессов горизонтальный градиент давления приблизительно уравнивается силой Кориолиса, т. е. приближенно (с точностью до слагаемых порядка $U \cdot Ki$) выполняются условия геострофичности (G_3), в координатах (x, y, p) , принимающие вид

$$u = -\frac{g}{f} \frac{\partial z}{\partial y}, \quad v = \frac{g}{f} \frac{\partial z}{\partial x}. \quad (7.1)$$

Из (7.1) следует, что у процессов синоптических масштабов вариации величины z по горизонтали имеют порядок lLU/g (такой же порядок имеют вариации z по времени). Уравнение адиабатичности $ds/dt = 0$ с помощью (4.3) и уравнения статики $\frac{1}{p} = -g \frac{\partial z}{\partial p}$ приводится к виду

$$gp^2 \frac{d_h}{dt} \frac{\partial z}{\partial p} + \alpha_0^2 c_0^2 w^* = 0, \quad (7.2)$$

где $\alpha_0^2 = -\frac{T}{T_0} \frac{p}{c_p} \frac{\partial s}{\partial p}$ — безразмерный параметр статической устойчивости (величину $Ri = \frac{1}{Ma^2} \frac{T_0^2}{T^2} \alpha_0^2$ иногда называют [68—69] числом Ричардсона). Из уравнения (7.2) видно, что значения w^* имеют порядок $\frac{p_0 U}{L} \frac{L^2}{L_0^2 \alpha_0^2} Ki \approx \frac{p_0 U}{L} Ki$ (в тропосфере обычно $\alpha_0^2 \sim \frac{L^2}{L_0^2}$). Наконец, уравнение неразрывности $D + \frac{\partial w^*}{\partial p} = 0$ показывает, что значения горизонтальной дивергенции скорости имеют порядок $\frac{w^*}{p_0} \sim \frac{U}{L} Ki$. Таким образом, для движений первого рода (синоптических

процессов) выполняются условия

$$\left. \begin{aligned} \Omega_z &\equiv \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{l} \Delta z + O\left(\frac{U}{L} Ki\right), \\ D &\equiv \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = O\left(\frac{U}{L} Ki\right), \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$. Для движений второго рода эти условия, наоборот, не выполняются. Поэтому «отфильтровать» быстрые волны можно, отыскивая решения уравнений гидродинамики в виде асимптотических рядов по степеням Ki с главными членами, удовлетворяющими условиям (7.3) (так называемое *квазигеострофическое разложение*, впервые предложенное Кибелем [2]). Уравнения для этих главных членов будут достаточно точно (с относительной ошибкой лишь порядка Ki) описывать синоптические процессы и не будут содержать среди своих решений быстрых волн. Такими уравнениями будут соотношения (7.1) и уравнение, получаемое из закона сохранения $\frac{d_h \Omega}{dt} + w^* \frac{\partial \Omega}{\partial p} = 0$ потенциального вихря $\Omega \approx -\Omega_{az} \frac{\partial s}{\partial p}$ после исключения из него с помощью (7.2) величины w^* и учета лишь членов нулевого порядка по Ki . Это последнее уравнение приводится к изящному виду *)

$$\mathfrak{F} \frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{g}{l} [z, \mathfrak{F}z + l], \quad (7.4)$$

где $\mathfrak{F}$ — эллиптический линейный оператор (аналог трехмерного оператора Лапласа), определяемый формулой

$$\mathfrak{F}z = \frac{g}{l} \Delta z + \frac{gl}{c_0^2} \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\alpha_0^2} \frac{\partial z}{\partial p}, \quad (7.5)$$

*) (7.4) получается из более общей формулы

$$\frac{d_h}{dt} \left(\ln \Omega_{az} + \frac{g}{c_0^2} \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\alpha_0^2} \frac{\partial z}{\partial p} \right) = 0, \quad (7.4')$$

выражающей некоторый приближенный закон сохранения для горизонтальных движений.

а квадратные скобки $[A, B]$ здесь и далее означают якобиан $\frac{\partial(A, B)}{\partial(x, y)}$.

Метод асимптотических разложений, позволивший вывести из исходных уравнений гидромеханики уравнение (7.4), является частным случаем общих асимптотических методов, разработанных Н. Н. Боголюбовым и Н. М. Крыловым для описания медленных колебаний в нелинейных механических системах, в которых наряду с этими медленными происходят также и быстрые колебания (впервые один из таких методов был разработан Ван-дер-Полем для описания колебаний тока в электрической цепи, содержащей электронную лампу с обратной связью). С чисто математической точки зрения мы здесь имеем дело с уравнениями (описывающими колебания), содержащими малый параметр (число Кибеля) при старших производных (слагаемые в уравнениях движения, описывающие относительные ускорения).

Уравнение (7.4) содержит только одну неизвестную функцию z . Оно описывает синоптические изменения трехмерного поля атмосферного давления в *квазигеострофическом приближении*. Уравнение имеет первый порядок по времени, и это естественно: исходная система уравнений гидродинамики была пятого порядка, но «отфильтрованные» два семейства волн (акустических и гравитационных) «унесли» каждое по два порядка. Таким образом, для предвычисления поля атмосферного давления в квазигеострофическом приближении достаточно знать начальные значения только самого поля давления, а начальные значения поля скорости (которые были бы необходимы для решения полных уравнений гидродинамики) знать уже не надо. Это упрощение очень важно для практики, так как поле ветра в настоящее время измеряется довольно грубо, а организация его точных измерений была бы очень громоздким и дорогостоящим делом.

Дифференциальное уравнение (7.4) имеет второй порядок по p , и для его решения нужно задать краевые условия на верхней и нижней границах атмосферы $p = 0$ и $p = p_0$. При $p \rightarrow 0$ потребуем ограниченности кинетической энергии, т. е. $p |\nabla_{hz}|^2 < \infty$, а при $p = p_0$ воспользуемся условием $w = 0$, которое с помощью уравнения (7.2) при $w^* = \rho_0 g \frac{d_{hz}}{dt}$ (см. примечание к стр. 35) приводит к виду $\frac{d_h}{dt} \left(p \frac{\partial z}{\partial p} + \alpha_0^2 z \right) = 0$. Уравнение (7.4) с такими

краевыми условиями можно переписать в интегральной форме

$$\left(\mathcal{E}\Delta - \frac{1}{L_0^2}\right) \frac{\partial z}{\partial t} = -\mathcal{E}\left[z, \frac{g}{l}\Delta z + l\right] - \frac{1}{L_0^2} \frac{g}{l} \int_p^{p_0} \left[z, \frac{\partial z}{\partial p}\right] dp, \quad (7.6)$$

где $\mathcal{E}$ — оператор интегрирования по p , определяемый формулой

$$\mathcal{E}z = \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} z dp + \int_p^{p_0} \frac{\alpha_0^2 dp}{p^2} \int_0^p z dp. \quad (7.7)$$

Уравнение (7.6) особенно удобно для предельного перехода к случаю баротропной атмосферы ($\alpha_0^2 \rightarrow 0$). Для синоптических процессов в баротропной атмосфере величина z есть сумма стандартной функции от p и произведения функции от x, y на функцию от p (см. работу [72]), и второе слагаемое в правой части (7.6) пропадает, а уравнение (7.6) принимает простой вид

$$\left(\Delta - \frac{1}{L_0^2}\right) \frac{\partial z}{\partial t} = -\left[z, \frac{g}{l}\Delta z + l\right]. \quad (7.6')$$

Такое уравнение было предложено для целей прогноза погоды Обуховым [3] и Чарни [4, 5] (близкое уравнение, только без члена с $1/L_0^2$, ранее получил другим методом Эртель [73], но значение этого уравнения тогда понято еще не было). Именно это уравнение было впервые применено в послевоенные годы (например, в работе [6]) для численных прогнозов поля давления (на некотором среднем уровне в тропосфере).

Из (7.6') следует, что значение $\partial z/\partial t$ в фиксированной точке M получается интегрированием «адвекции вихря» $\left[z, \frac{g}{l}\Delta z + l\right]$ по всем точкам плоскости M' с весом $\frac{1}{2\pi} K_0\left(\frac{r}{L_0}\right)$, где r — расстояние от M' до M , а K_0 — символ цилиндрической функции Макдональда. Функция влияния $K_0\left(\frac{r}{L_0}\right)$

убывает с ростом r ; таким образом, изменение давления $\partial z/\partial t$ в каждой фиксированной точке M определяется всем полем давления $z(M')$, но влияние удаленных точек M' оказывается малым («радиусом влияния» служит расстояние L_0). Заметим, что сохранение вычитаемого $1/L_0^2$ в операторе $\Delta - 1/L_0^2$ в левой части уравнения (7.6') (а аналогично и в операторе $\mathcal{E}\Delta - 1/L_0^2$ в левой части уравнения (7.6)) существенно: при пренебрежении этим вычитаемым (описывающим эффект «горизонтальной сжимаемости» атмосферы) функция влияния $K_0(r/L_0)$ заменилась бы на функцию $\ln r$, возрастающую с ростом r , т. е. соответствующую возрастающему с расстоянием r влиянию удаленных точек M' , что, конечно, неестественно. Если представить горизонтальное поле $z(x, y)$ в виде суперпозиции элементарных гармонических волн, то будет ясно, что для волн с длиной много меньше L_0 учет слагаемого $-1/L_0^2$ в динамическом операторе несуществен, но он становится весьма существенным для описания эволюции длинных волн (с длиной $L \cong L_0$).

Аналогично вышеизложенному из (7.6) вытекает, что значение $\partial z/\partial t$ в фиксированной точке $M(x, y, p)$ бароклиной атмосферы получается интегрированием по всем точкам $M'(x', y', p')$ суммы «адвекции вихря» $[z, \frac{r}{l} \Delta z + l]$ с некоторым весом $G(\frac{r}{L_0}; p, p')$ и «адвекции тепла» $-\frac{g}{l} [z, p \frac{\partial z}{\partial p}]$ с весом $\frac{1}{L_0^2 \alpha_0^2} p' \frac{\partial}{\partial p'} G(\frac{r}{L_0}; p, p')$, где r — расстояние по горизонтали от M' до M . Фигурирующие здесь функции влияния G и $p' \frac{\partial G}{\partial p'}$ впервые были определены (в координатах x, y, z и преобразовании Фурье по x, y) в 1951—1952 гг. Обуховым и Чаплыгиной [74] и почти одновременно (в координатах x, y, p) Булеевым и Марчуком [75], а затем Хинкельманом [76] и Кюо [77]. Простейший их вывод дан в работе [46], где установлена также роль этих функций влияния для задачи об адаптации метеорологических полей. На рис. 11 и 12 мы приводим графики этих функций по работе [74] (в безразмерном виде, после преобразования Фурье по x, y и при значении безразмерного волнового числа $kL_0 \sqrt{\frac{\gamma_a - \gamma}{\gamma - 1} \frac{\kappa R}{g}} = 4$),

наглядно показывающие, с какими относительными весами входят «динамические» и «термические» вклады

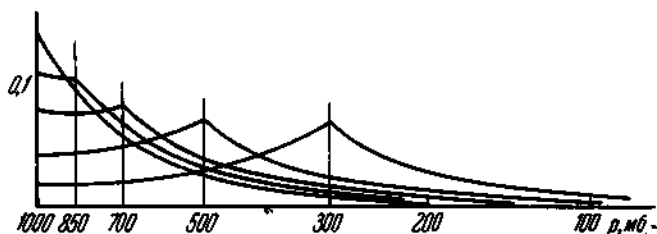


Рис. 11. Функции влияния адвекции вихря в разных слоях воздуха на значения $\partial z/\partial t$ на уровнях $p = 1000, 850, 700, 500$ и 300 мб по Обухову и Чаплыгиной [74].

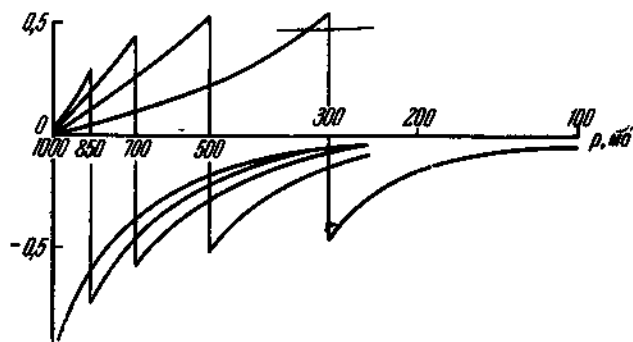


Рис. 12. Функции влияния адвекции тепла в разных слоях воздуха на значения $\partial z/\partial t$ на уровнях $p = 1000, 850, 700, 500$ и 300 мб, по Обухову и Чаплыгиной [74].

разных слоев воздуха в значения $\partial z/\partial t$ на тех или иных уровнях p .

Литература к § 7

68. J. G. Charney, Proc. Int. Symp. on Numerical Weather Prediction in Tokyo, Met. Soc. Japan, 131 (1962).
69. J. G. Charney, M. E. Stern, J. Atm. Sci. 19, № 2, 159 (1962).
70. Б. Л. Гаврилин, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1, № 6, 557 (1965).

71. А. С. Чаплыгина, Труды Геофиз. ин-та АН СССР, № 33 (160), 60 (1956).
72. А. С. Монин, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 76 (1952).
73. H. Ertel, Meteorol. Z. 58, № 3, 77 (1941).
74. А. М. Обухов, А. С. Чаплыгина, Труды Ин-та физики атмосферы АН СССР, № 2, 23 (1958).
75. Н. И. Булеев, Г. И. Марчук, Труды Ин-та физики атмосферы АН СССР, № 2, 66 (1958).
76. K. Hinkelmann, Tellus 5, 499 (1953).
77. H. L. Kuo, Tellus 8, № 3, 373 (1956).

§ 8. Квасисоленоидальное приближение

При приближении к экватору параметр Кориолиса $l = 2\omega \cos \theta$ уменьшается, число Кибеля $Ki = \frac{U}{L}$ перестает быть малым и, следовательно, квазигеострофическое приближение теряет силу. Кроме того, опыт численных прогнозов поля давления показал, что и вне тропической зоны описание синоптических процессов с помощью квазигеострофического приближения в некоторых случаях оказывается недостаточно точным. Поэтому может быть полезным вместо условий (7.3) найти другие условия «согласованности» синоптических полей скорости и давления, позволяющие отличить синоптические процессы от быстрых волновых движений.

Такие условия (пригодные не только вблизи от экватора, но и повсюду) можно получить, исходя из того, что у поля горизонтальной скорости медленных синоптических движений потенциальная компонента мала по сравнению с соленоидальной, или, другими словами, горизонтальная дивергенция скорости $D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ мала (по абсолют-

ной величине) по сравнению с вихрем $\Omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$. Вследствие этого в уравнении для D , получаемом путем применения к уравнениям движения операции дивергенции, главными будут члены, не содержащие D (или $w^* \sim p_0 D$). Если не учитывать слагаемого, содержащего множителем параметр Кориолиса, то эти главные члены имеют вид $2[u, v] - g\Delta z$; из их сопоставления вытекает, что вариации величины z имеют порядок $\frac{U^2}{g} = H \cdot Ma^2$, где

$Ma = \frac{U}{c_0}$ — число Маха, которое для синоптических процессов весьма мало. Тогда из (7.2) получается $w^* \sim p_0 \frac{U}{L} \frac{Ma^2}{\alpha_0^2}$, а поэтому и $D \sim \frac{U}{L} \frac{Ma^2}{\alpha_0^2}$. Иначе говоря, условие малости D по сравнению с Ω_z для движений первого рода (синоптических процессов) может быть записано в виде

$$\Omega_z = O\left(\frac{U}{L}\right), \quad D = O\left(\frac{U}{L} \frac{Ma^2}{\alpha_0^2}\right). \quad (8.1)$$

Для движений второго рода (быстрых волн) эти условия, наоборот, не выполняются. Поэтому можно «отфильтровать» быстрые волны, отыскивая решения уравнений гидродинамики в виде асимптотических рядов по степеням $Ma^2 = U^2/c_0^2$ с главными членами, удовлетворяющими условиям (8.1), и главным членом для z порядка $H \cdot Ma^2$. Главной частью поля скорости ветра (u , v) при этом будет его *соленоидальная* компонента $u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$, $v = \frac{\partial \psi}{\partial x}$, где ψ — функция тока; по этой причине указанные асимптотические ряды иногда называют квазисолеоидальным разложением. Одно из уравнений для главных членов *квазисолеоидального разложения* получается при учете лишь членов нулевого порядка по Ma в приближенном законе сохранения (7.4'):

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -[\psi, F], \quad F = \ln(\Delta \psi + l) + \frac{g}{c_0^2} \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\alpha_0^2} \frac{\partial z}{\partial p}. \quad (8.2)$$

В отличие от уравнения квазигеострофического приближения (7.4), содержащего лишь одну неизвестную функцию z , уравнение (8.2) содержит две неизвестные функции z и ψ . Связь между ними (т. е. связь между полями скорости и давления, которая в геострофическом приближении давалась формулами (7.1)) будет задана уравнением, которое получается из упомянутого выше уравнения для D при сохранении в нем лишь членов нулевого порядка по Ma . Это уравнение, получившее наименование *уравнения баланса*, имеет вид

$$g \Delta z = (\nabla \cdot l \nabla) \psi + 2 \left[\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y} \right]. \quad (8.3)$$

Уравнения (8.2) и (8.3) описывают синоптические изменения полей скорости и давления в квазисоленоидальном приближении. Они имеют первый порядок по времени (так как два «отфильтрованных» семейства быстрых волн, акустических и гравитационных, «унесли» каждое по два порядка). Таким образом, для прогноза синоптических процессов в квазисоленоидальном приближении достаточно иметь начальные значения только одного поля давления z , а начальные значения поля скорости (функции тока ψ) могут быть определены по полю z из уравнения (8.3).

Уравнения квазисоленоидального приближения (8.2), (8.3) пригодны как вблизи экватора, где l мало и квазигеострофическое приближение теряет силу, так и вне тропической зоны, т. е. в области, где число Кибеля K_i мало. В этой последней области квазигеострофическое приближение справедливо с точностью до членов порядка K_i , а квазисоленоидальное — с большей точностью, до членов порядка K_i^2 (здесь второе слагаемое в правой части (8.3) будет на один порядок по числу K_i меньше остальных членов, и если им пренебречь и не учитывать изменений l с широтой, то получится геострофическое соотношение $l\psi \approx gz$, при котором (8.2) превращается в уравнение квазигеострофического приближения (7.4)).

Уравнение баланса (8.3) было получено как второе приближение в квазигеострофическом разложении в работе [72] (см. также работы Болина [78], Томпсона [79] и более позднюю работу [46]); в работе Чарни [80] оно было указано со ссылкой на неопубликованную работу Фьортофта. Обоснование квазисоленоидального приближения путем асимптотического разложения по степеням Ma предложено в работе [67] и, в близкой форме, в работе Чарни [68]; в работе Гаврилина [70] дан вывод уравнений квазисоленоидального приближения для неадиабатических синоптических процессов на сферической Земле.

Фактически квазисоленоидальное приближение использовалось для описания синоптических процессов уже давно: развитая Блинковой [11] теория синоптических волн (по терминологии § 5 — гироскопических) была основана на рассмотрении квазисоленоидального приближения для уравнения переноса вихря в адиабатической баротропной атмосфере на сферической Земле (в случае баротропной

атмосферы в (8.2) можно положить $\partial z / \partial p = 0$, и тогда F можно заменить просто на $\Delta\psi + l$). В указанной теории это уравнение линейризовалось относительно состояния, в котором атмосфера вращается вокруг Земли как твердое тело с угловой скоростью α (упоминавшийся выше индекс циркуляции), и приобретало вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \alpha \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \Delta\psi + 2 \frac{\alpha + \omega}{a^2} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = 0, \quad (8.2')$$

где λ — долгота, a — радиус Земли (аналог этого уравнения в декартовых координатах был впервые предложен для описания гироскопических волн Россби [49], получившим из него формулу для скорости движения барических ложбин, т. е. планетарных волн давления — см. § 5). Элементарные волновые решения уравнения (8.2') были указаны Гаурвицем [57]. Блинова [11] построила при помощи этого уравнения общее решение задачи с начальными данными для поля атмосферного давления, связав последнее с полем ψ уравнением, которое фактически является линейризованным уравнением баланса.

Решение уравнений квазисоленоидального приближения (8.2), (8.3) встречается с серьезными математическими трудностями (см. Чарни [80, 68]). Они связаны, во-первых, с необходимостью находить из уравнения баланса (8.3) начальное поле ψ по заданному начальному полю z и, во-вторых, с необходимостью находить на каждом шаге интегрирования по времени уравнения (8.2) поле ψ по полю F , определяемому второй из формул (8.2), при использовании того же уравнения баланса (8.3). Уравнение (8.3), рассматриваемое как уравнение относительно ψ , принадлежит к классу так называемых уравнений Монжа — Ампера. На практике вследствие неполноты и даже отсутствия синоптической информации на значительной доле поверхности земного шара уравнение (8.3) приходится решать относительно ψ лишь внутри некоторой ограниченной территории, задавая каким-то образом значения ψ на ее границе. Такая краевая задача для уравнения (8.3) будет корректной, лишь если оно является эллиптическим. Условие его эллиптичности приводится к виду $g \Delta z + l^2/2 > 0$. Быть уверенным в выполнении такого условия можно лишь при малых K_i , но если K_i не мало (на-

пример, в тропиках), то это условие может и не выполняться. В случае же малых K_1 уравнение (8.3) можно переписать (в простейшей схеме с $l = \text{const}$) в виде [46]

$$l\Delta\psi = g\Delta z - 2\frac{g^2}{f^2}\left[\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right]. \quad (8.3')$$

Литература к § 8

78. B. Bolin, Tellus 7, № 1, 27 (1955).
 79. P. D. Thompson, J. Meteorol. 13, № 3, 251 (1956).
 80. J. G. Charney, Tellus 7, № 1, 22 (1955).

§ 9. Примитивные уравнения

В последние годы в ряде работ по гидродинамической теории краткосрочных прогнозов погоды (например, Смагоринский [81], Хинкельман [82], Филлис [83], Чарни [68], Булеев и Марчук [84]) появилась тенденция отказаться от «отфильтровывания» быстрых волн и вернуться к использованию полных уравнений гидродинамики (правда, в квазистатическом приближении), которые при этом стали именовать «примитивными», т.е. исходными*). Эта тенденция объясняется, вероятно, следующими причинами: 1) квазигеострофическое приближение в ряде случаев оказывается недостаточно точным, 2) решение уравнений квазисоленоидального приближения встречается с математическими трудностями; 3) благодаря развитию вычислительной математики и вычислительной техники численное решение примитивных уравнений является сейчас, пожалуй, не более или лишь немногим более трудным делом, чем решение «отфильтрованных» уравнений (см., например, различные схемы, которые предлагает использовать для численного решения примитивных уравнений Марчук [85—87, 10]).

Как и рассмотренное выше уравнение баланса, примитивные уравнения нужно уметь интегрировать в пределах ограниченных территорий. При этом возникает вопрос о корректной формулировке соответствующих граничных условий: как при недостаточных, так и при излишних граничных условиях решения уравнений будут неустойчивыми, и образующиеся ошибки на каждом шаге интегрирова-

*) Первым это предложил Кибель — см. заключение к [2].

ния по времени будут все дальше распространяться от границ внутрь рассматриваемой территории. Чарни [68] показал, что для примитивных уравнений корректная краевая задача состоит в задании нормальной компоненты скорости на всей границе рассматриваемой территории и значений потенциального вихря на тех участках границы, где движение воздуха направлено внутрь территории (аналогичные граничные условия ранее были сформулированы в работе Чарни, Фьортофта и Неймана [6] для уравнения квазигеострофического приближения в баротропной атмосфере).

Попытка повысить точность описания синоптических процессов (по сравнению с квазигеострофическим приближением) путем возвращения к примитивным, «неотфильтрованным» уравнениям достигается ценою, во-первых, сохранения высокого порядка по времени у используемой системы уравнений и, следовательно, необходимости задавать большое количество начальных данных (а именно, начальных значений не только поля давления, но и поля скорости ветра) и, во-вторых, сохранения в числе решений прогностических уравнений гравитационных волн.

Как отмечалось в § 6, фронты двумерных гравитационных волн движутся со скоростью звука c_0 , а внутренних гравитационных волн — со скоростью $2\alpha_0 c_0$, где α_0^2 — параметр статической устойчивости, введенный выше в (7.2); в то же время фазовые скорости внутренних гравитационных волн могут иметь значения от 0 до $2\alpha_0 c_0$, т. е. среди этих волн могут быть сколь угодно медленные [67]. «Отфильтровывать» такие медленные волны было бы нецелесообразно, если бы они могли иметь не очень малые амплитуды, т. е. быть существенными для погоды. Однако данные наблюдений показывают, что гравитационные волны с большими амплитудами возникают в атмосфере, по-видимому, лишь очень редко. Поэтому при использовании примитивных уравнений гравитационные волны следует рассматривать только как помехи, которые желательно хоть как-нибудь «отфильтровать».

Напомним, что гравитационные волны могут генерироваться, во-первых, вследствие начальной несогласованности полей давления и скорости и, во-вторых, благодаря тому, что из-за нестационарности синоптических процес-

сов (создаваемой их нелинейностью, а также влиянием сферичности Земли) постоянно возникает расстройка согласованности указанных полей. При использовании примитивных уравнений второй из этих факторов остается в силе, но можно устранить первый, задав по фактическим данным лишь начальное поле давления, а начальное поле скорости подобрав из условий его согласованности с полем давления (при этом заодно будут устранены ошибки, связанные с неточностью измерения начального поля ветра — см. Хинкельман [88]). Эти условия могут быть записаны, согласно вышеизложенному, в терминах квазигеострофического или квазисолеоидального разложения (см. статью Филлипса [83] и работу [67]). С точностью до членов порядка Ki^2 эти условия сводятся к тому, что функция тока ψ должна быть связана с z уравнением баланса (8.3), а дивергенция скорости $D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ формулой

$$D = -\frac{g}{f^2} \left\{ \Delta \frac{\partial z}{\partial t} + \left[z, \frac{g}{f} \Delta z + l \right] \right\}, \quad (9.1)$$

в которой еще надо при помощи уравнения (7.4) или (7.6) выразить $\partial z / \partial t$ через значения поля z в тот же момент времени.

Итак, польза возвращения к примитивным уравнениям не может быть связана с учетом гравитационных волн — их, наоборот, надо «отфильтровывать» (хотя бы частично, путем приблизительного согласования начальных полей скорости и давления). Но польза может быть заключена в учете фактической ограниченности «радиуса взаимодействия» барического поля, вытекающей из того, что система примитивных уравнений имеет гиперболический тип: барическая тенденция, т. е. производная $\partial z / \partial t$, фигурирует в главной линейной части этих уравнений под знаком гиперболического оператора $\mathcal{E}\Delta - \frac{1}{L_0^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$ (где $\mathcal{E}$ опреде-

ляется формулой (7.7)). Поэтому значение $\partial z / \partial t$ в фиксированной точке M в момент времени t определяется значениями начальных полей давления и скорости в ограниченной по горизонтали окрестности точки M с радиусом $c_0 t$ и физически не может зависеть от значений началь-

ных полей вне этой окрестности. В «отфильтрованном» же уравнении, например (7.6), указанный гиперболический оператор заменяется эллиптическим оператором $\mathcal{E}\Delta - 1/L_0^2$, вследствие чего значение $\partial z/\partial t$ в точке M в любой момент времени t становится зависящим от значений начального поля давления во всем пространстве, включая значения этого поля в точках, отстоящих от M больше чем на $c_0 t$. Влияние этих точек физически не обосновано и вносит в значения $\partial z/\partial t$ искажения, ценой которых и достигается «отфильтровывание» гравитационных волн.

Однако для исправления этого недостатка «отфильтрованных» уравнений необязательно целиком возвращаться к примитивным уравнениям, а достаточно, например, заменить в уравнении квазигеострофического приближения (7.6) левую часть

$$\left(\mathcal{E}\Delta - \frac{1}{L_0^2}\right) \frac{\partial z}{\partial t} \text{ на } \left(\mathcal{E}\Delta - \frac{1}{L_0^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \frac{\partial z}{\partial t}$$

и использовать для получающегося уравнения приблизительно согласованные начальные значения полей скорости и давления; такой прием и был рекомендован в работе [67].

Впрочем, возвращение от «отфильтрованных» уравнений к примитивным (или восстановление в «отфильтрованных» уравнениях гиперболического оператора) для повышения точности прогнозов синоптических процессов пока что вовсе не представляется неизбежным, так как точность, которую в принципе могут дать «отфильтрованные» уравнения, в особенности уравнения квазисоленоидального приближения, при конкретных расчетах практически еще не достигается. Это происходит, прежде всего, вследствие ошибок численного расчета, связанных с аппроксимацией непрерывных полей давления и скорости их значениями на конечном множестве точек некоторой пространственно-временной сетки и соответствующей заменой фигурирующих в уравнениях динамики дифференциальных операторов разностными. (Ошибки, кроме того, содержатся в начальных данных и возникают из-за неточной формулировки краевых условий на подстилающей поверхности с искривленным рельефом.)

Литература к § 9

81. J. Smagorinsky. Monthly Weather Review 86, № 12, 457 (1958).
82. K. Hinkelmann, The Atm. and the Sea in Motion, Rockefeller Inst. Press. N. Y., 1959.
83. N. A. Phillips, Monthly Weather Review 87, № 9, 333 (1959).
84. Н. И. Булеев, Г. И. Марчук, Труды Всесоюз. науч. метеорол. совещания, II. Л-д (1963).
85. Г. И. Марчук, ДАН СССР 155, № 5, 1062 (1964).
86. Г. И. Марчук, ДАН СССР 156, № 2, 308 (1964).
87. Г. И. Марчук, ДАН СССР 156, № 4, 810 (1964).
88. K. Hinkelmann, Tellus 3, № 4, 285 (1951).

§ 10. Вертикальная структура синоптических процессов

Одной из первых задач, возникающих при интегрировании прогностических уравнений, является описание *вертикальной структуры* синоптических процессов. Необходимость этого вызвана тем, что уравнения содержат двойное дифференцирование по вертикальной координате p (входящее в уравнении (7.4) в оператор $\mathfrak{F}$, а в (8.2) — в инвариант F) или эквивалентное двойное интегрирование (оператор $\mathfrak{G}$ в (7.6)).

Вертикальная структура синоптических процессов оказывается наиболее простой в частном случае так называемой эквивалентно-баротропной атмосферы (см. работу [72]): отклонения $z(x, y, p, t)$ высот изобарических поверхностей от их значений $z(p)$ в стандартной атмосфере здесь имеют вид

$$z(x, y, p, t) = z_0(x, y, t)\psi_0(p), \quad (10.1)$$

причем функции $z_0(x, y, t)$, являющейся единственным «параметром» баротропной модели атмосферы, можно придать смысл высоты изобарической поверхности на некотором среднем уровне в тропосфере (около 500 мб). В общем случае бароклиной атмосферы функцию $z(x, y, p, t)$ можно аппроксимировать выражением

$$z(x, y, p, t) = \sum_{n=0}^{N-1} z_n(x, y, t) \psi_n(p), \quad (10.2)$$

где $\psi_n(p)$ — некоторые фиксированные функции, а $z_n(x, y, t)$ — параметры, которые всегда можно выразить через значения $z(x, y, p, t)$ на заданных уровнях $p = p_n$ (так что модели вертикальной структуры синоптических процессов с несколькими параметрами эквивалентны моделям с несколькими уровнями). Выражение (10.2) ни при каком конечном числе слагаемых N не может служить *точным решением* прогностических уравнений, но *приближенно* последние могут быть заменены соответствующими уравнениями для параметров данной модели. В практике численных прогнозов использовались модели с двумя или тремя параметрами, в опытах — и с большим числом параметров (или уровней). Функции $\psi_n(p)$ при этом задавались, исходя либо из тех или иных качественных предположений о вертикальной структуре синоптических процессов, либо из соображений удобства интерполяции между заданными уровнями. Но здесь, естественно, возникает вопрос об оптимальном выборе этих функций.

Критерий оптимальности можно ввести с помощью статистических соображений, рассматривая при фиксированном t значения $z(x, y, p, t)$ в разных точках (x, y) как индивидуальные реализации некоторой случайной функции $\psi(p)$, характеризуемой корреляционной функцией $\mathfrak{B}(p_1, p_2) = \overline{\psi(p_1)\psi(p_2)}$ (черта означает математическое ожидание или осреднение по (x, y) ; среднее значение $\overline{\psi(p)}$ здесь без ограничения общности принято равным нулю). Из общей теории случайных функций следует (Обухов, [89, 90]), что средний квадрат

$$\sigma_N^2 = \int \left| \psi - \sum_{n=0}^{N-1} z_n \psi_n \right|^2 dp$$

ошибки аппроксимации функции $\psi(p)$ суммой первых N членов ее разложения по полной ортонормированной системе функций $\psi_n(p)$ будет при фиксированном N минимальным, если в качестве $\psi_n(p)$ выбрать собственные функции «оператора дисперсии» $\mathfrak{B}(p_1, p_2)$ в интегральном уравнении

$$\int \mathfrak{B}(p_1, p_2) \psi(p_2) dp_2 = \mu \psi(p_1). \quad (10.3)$$

Такой выбор функций $\psi_n(p)$ оптимален со статистической точки зрения. При этом собственные значения μ оператора $\mathfrak{B}(p_1, p_2)$ имеют смысл дисперсий коэффициентов разложения $z_n = \int \psi_n dp$, и эти коэффициенты попарно не коррелированы. Обухов [90] использовал такое статистически оптимальное представление для описания вертикальной структуры поля $\psi(p) = \partial z / \partial t$. В двух реальных примерах таких полей, рассмотренных им на дискретном множестве уровней $p = 1000, 850, 700, 500$ и 300 мб, оказалось, что на первый член оптимального разложения (соответствующий баротропной модели атмосферы) приходится около 70 % полной дисперсии поля $\partial z / \partial t$, на сумму первых двух — свыше 90 % и на сумму первых трех — 97 %; последующие члены содержат уже очень небольшую долю полной дисперсии и поэтому определяются весьма неточно. Отсюда следует, что в моделях вертикальной структуры синоптических процессов можно ограничиваться двумя-тремя параметрами или уровнями (большее количество уровней может быть полезным в планетарном пограничном слое атмосферы для детального учета эффектов трения и в стратосфере, если нужно прогнозировать ее состояние). Отметим, что в двух примерах Обухова ортонормированные оптимальные функции $\psi_n(p)$ оказались очень близкими. Малая изменчивость таких функций от территории к территории и в течение года как для поля $\psi(p) = \partial z / \partial t$, так и для вертикальной структуры полей зональной и меридиональной компонент скорости ветра и некоторых других синоптических полей установлена специальным исследованием Руховца [91]; в качестве примера на рис. 13 приведены первые пять функций $\psi_n(p)$ для поля $\partial z / \partial t$ в разные сезоны года.

Изложенный метод статистически оптимальных разложений ранее применялся в работах Фукуока [92], Лоренца [93], Уайта с соавторами [94] и Багрова [95] для описания горизонтальной структуры метеорологических полей в целях их типизации и статистического прогноза. После работы Обухова [90] этот метод получил весьма широкое применение (см., например, статью Хольмстрема [96]).

Другим методом естественного выбора функций $\psi_n(p)$ в разложении (10.2) может быть использование собственных

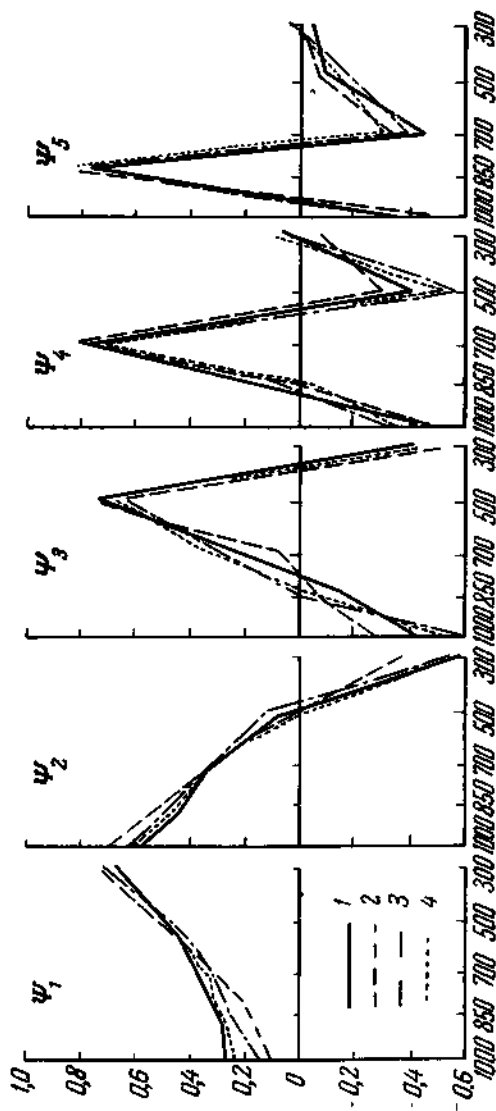


Рис. 13. Собственные функции $\psi_n(p)$ оператора дисперсии $\mathfrak{S}(p_1, p_2)$ поля $\psi(p) = \partial z / \partial t$ в разные сезоны года (кривые 1, 2, 3, 4) по Рухову [96]

функций «динамического оператора» $\mathfrak{H}$, фигурирующего в главной линейной части прогностического уравнения, которую запишем в виде $\partial\psi/\partial t = \mathfrak{H}\psi$. При некотором общем условии такие функции $\psi_n(p)$ будут совпадать с только что рассмотренными собственными функциями «статистического оператора» $\mathfrak{B} = \psi(p_1)\psi^*(p_2)$ (здесь для общности мы допускаем комплексные функции ψ , и звездочка означает комплексно-сопряженную величину). Действительно, продифференцировав это выражение для $\mathfrak{B}$ по времени t , заменяя $\partial\psi/\partial t$ на $\mathfrak{H}\psi$ и используя условие $\mathfrak{H}^* = -\mathfrak{H}$ (обеспечивающее сохранение энергии), получим

$$\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} = \mathfrak{H}\mathfrak{B} - \mathfrak{B}\mathfrak{H}, \quad (10.4)$$

так что при условии статистической стационарности, когда оператор дисперсии $\mathfrak{B}$ не зависит от времени t , и левая часть равенства (10.4) обращается в нуль, операторы $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{H}$ оказываются коммутативными и, следовательно, имеют одинаковые собственные функции (Монин и Обухов [97]). Связь этих собственных функций с «динамическим оператором» $\mathfrak{H}$, который не зависит от времени, может дать объяснение их статистической устойчивости (малой изменчивости от сезона к сезону и от территории к территории), отмеченной выше. Но это не относится к дисперсиям μ_n коэффициентов z_n — в рамках линейной теории их значения вообще произвольны, а фактически они устанавливаются в результате слабых нелинейных взаимодействий, и поэтому дисперсии оказываются значительно менее статистически устойчивыми, чем собственные функции операторов $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{H}$. Аналогичный метод выбора функций $\psi_n(p)$ в разложении (10.2) был предложен в работе Гаврилина [98], где в качестве $\psi_n(p)$ использовались собственные функции «вер-

тикального» оператора $\mathfrak{H} = \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\alpha_0^2} \frac{\partial}{\partial p}$ (при $\alpha_0^2 = \text{const}$),

который входит в состав трехмерного эллиптического оператора $\mathfrak{F}$ формулы (7.5), фигурирующего в уравнении (7.4) квазигеострофического приближения. Эти собственные функции ранее были найдены в работе [67] как решения уравнения $\mathfrak{H}\psi = -\mu\psi$ при краевых условиях $p \frac{\partial \psi}{\partial p} + \alpha_0^2 \psi = 0$

при $p = p_0$ (что соответствует обращению в нуль вертикальной скорости w на подстилающей поверхности) и $p|\psi|^2 < \infty$ при $p \rightarrow 0$ (что соответствует ограниченности кинетической энергии на верхней границе атмосферы) — такие краевые условия использовались выше при получении интегральной формы (7.6) уравнения квазигеострофического приближения. Спектр собственных значений μ оператора $\mathfrak{H}$ содержит изолированную точку $\mu = 1 - \alpha_0^2$ и полупрямую $\frac{1}{4\alpha_0^2} < \mu < \infty$ (в пределе при $\alpha_0^2 \rightarrow 0$, т. е. при переходе к баротропной атмосфере, в спектре остается только одна изолированная точка). Изолированной точке отвечает собственная функция $\psi_0(p) = (p_0/p)^{\alpha_0^2}$, остальным точкам спектра — функции

$$\psi_\nu(p) = \sqrt{\frac{p_0}{p}} \left[2\nu \cos\left(\nu \ln \frac{p_0}{p}\right) - (1 - 2\alpha_0^2) \sin\left(\nu \ln \frac{p_0}{p}\right) \right], \quad (10.5)$$

где $\nu = \sqrt{\alpha_0^2 \mu - \frac{1}{4}}$. Указанные собственные функции не нормированы; с точностью до нормы они оказываются весьма похожими на статистически оптимальные функции рис. 13. В работе [98] рассматривался ограниченный слой атмосферы $p_0 \geq p \geq p_h$ (с краевым условием на верхней границе $p \frac{\partial \psi}{\partial p} + \alpha_0^2 \psi = 0$); при этом непрерывная часть спектра распадается на счетное множество точек $\nu = \pi n / \ln \frac{p_0}{p_h}$, $n = 1, 2, \dots$, а вид собственных функций не меняется. Для «параметров» $z_n(x, y, t)$ разложения (10.2) получаются уравнения

$$\mathfrak{F}_n \frac{\partial z_n}{\partial t} = -\frac{g}{l} \left\{ \frac{1}{N_n^2} \sum_{p,q} a_{npq} [z_p, \mathfrak{F}_q z_q] + \frac{\partial l}{\partial y} \frac{\partial z_n}{\partial x} \right\}, \quad (10.6)$$

где $\mathfrak{F}_n = \frac{g}{l} \left(\Delta - \frac{\mu_n}{L_0^2} \right)$, причем μ_n — собственные значения оператора $\mathfrak{H}$ ($L_0/\sqrt{\mu_n}$ играет роль масштаба горизонтальных неоднородностей поля z_n); далее, N_n — нормы собствен-

ных функций ψ_n , и, наконец, $a_{npq} = \int \psi_n \psi_p \psi_q dp$. Эти уравнения показывают, что изменения во времени каждой компоненты $z_n \psi_n$, поля z определяются взаимодействиями между всеми такими компонентами. Любые три компоненты $z_n \psi_n$, $z_p \psi_p$ и $z_q \psi_q$ взаимодействуют, как непосредственно (это прямое взаимодействие описывается коэффициентами a_{npq} , симметричными по своим трем индексам), так и через посредство всех остальных компонент. Такая структура изменений поля давления в результате прямых взаимодействий между тройками собственных чисел есть следствие квадратичного вида нелинейностей в уравнениях гидромеханики. Практически приходится ограничиваться учетом лишь конечного числа «параметров» z_n . При этом уравнение для z_0 будет описывать «баротропные» изменения давления. Если положить $z_0 \psi_0 = z^*$, то это уравнение будет иметь вид

$$\mathfrak{E} \frac{\partial z^*}{\partial t} = -\frac{g}{l} \left\{ \frac{\psi_0}{N_0^2} \int [z, \mathfrak{E}z] \psi_0 dp + \frac{\partial l}{\partial y} \frac{\partial z^*}{\partial x} \right\}. \quad (10.6')$$

При $\alpha_0^3 \rightarrow 0$ оно переходит в уравнение (7.6') баротропной модели. Для «бароклинной» компоненты $z' = z - z^*$ получается уравнение

$$\mathfrak{E} \frac{\partial z'}{\partial t} = -\frac{g}{l} \left\{ [z, \mathfrak{E}z] - \frac{\psi_0}{N_0^2} \int [z, \mathfrak{E}z] \psi_0 dp + \frac{\partial l}{\partial y} \frac{\partial z'}{\partial x} \right\}. \quad (10.6'')$$

Из системы двух уравнений (10.6') и (10.6'') можно определить обе компоненты z^* и z' изменений поля давления и тем самым непосредственно оценить роль бароклинных эффектов. Можно думать, что эта роль будет наибольшей во фронтальных зонах (между воздушными массами с разными свойствами), а вне их основную долю изменений давления будет составлять «баротропная» компонента z^* .

Литература к § 10

89. А. М. Обухов, Труды Геофизич. ин-та АН СССР, № 24 (151), 3 (1954).
90. А. М. Обухов, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3, 432 (1960).

91. Л. В. Руховец, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 626 (1963).
92. A. A. Fukuoka, Geophys. Mag., № 3, 177 (1951).
93. E. N. Lorenz, Sci. Rep. MIT NI, contract AF19 (604), (1956).¹
94. R. M. White, D. S. Cooley, R. S. Derby, F. A. Seaver, J. of Met., № 5, 426 (1958).
95. Н. А. Баров, Труды ЦИП 74, 3 (1959).
96. J. Holmström, Tellus 15, № 2, 127 (1963).
97. А. С. Монин, А. М. Обухов, Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука» 1967 стр. 194—200.
98. Б. Л. Гаврилин, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1, № 1, 8 (1965).

§ 11. Разностные схемы

Аналогично переходу от непрерывной вертикальной координаты к дискретному набору «параметров» (или уровней) описывающих вертикальную структуру атмосферы, при численном интегрировании прогностических уравнений приходится переходить от непрерывных горизонтальных координат и времени к дискретному набору пространственных точек и моментов времени и заменять фигурирующие в уравнениях дифференциальные операторы разностными. Принципиально важными оказываются условия близости решения полученных разностных уравнений к решению исходных дифференциальных уравнений. В настоящем параграфе мы очень коротко остановимся на этих условиях.

Вначале для простоты рассмотрим ошибки, возникающие из-за замены конечными разностями производных *только по горизонтальным координатам*. Природа этих ошибок была исследована Обуховым [99] на примере простейшего прогностического уравнения — одномерного уравнения переноса

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -U \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (11.1)$$

с постоянной скоростью переноса U . Такое уравнение получается, например, из квазигеострофического уравнения для баротропной атмосферы (7.6') (в пренебрежении слагаемыми с $1/L_0^2$ и с $\partial u/\partial y$) в частном случае, когда значения z могут быть представлены в виде суммы $z = -\frac{U}{f} y + \psi$,

где ψ удовлетворяет дополнительному условию $\Delta\psi = -k^2\psi$ (точно выполняющемуся для синусоидальных волн). Впрочем, уравнение (11.1) является не просто модельным, а имеет более широкое значение: к решению уравнений такого вида (только с переменной скоростью переноса U) можно свести задачу численного интегрирования общих прогностических уравнений (включая примитивные уравнения), используя так называемый *метод расщепления* (Марчук [85—87, 10]).

Переходя от непрерывной горизонтальной координаты к дискретному набору точек $x_n = n\Delta x$ ($n = \dots -1, 0, 1, \dots$), приняв обозначение $\psi_n(t) = \psi(x_n, t)$ и заменяя производную $\partial\psi/\partial x$ в точке x_n на $\frac{\psi_{n+1} - \psi_{n-1}}{2\Delta x}$, мы получим вместо уравнения в частных производных (11.1) бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $\psi_n(t)$, имеющую вид

$$\frac{\partial\psi_n}{\partial t} = -U \frac{\psi_{n+1} - \psi_{n-1}}{2\Delta x}. \quad (11.2)$$

Решению исходного уравнения (11.1) при произвольном начальном условии $\psi(x, 0) = \Psi(x)$, имеющему вид $\psi(x, t) = \Psi(x - Ut)$, соответствует решение уравнений (11.2) при начальном условии $\psi_n(0) = \Psi_n = \Psi(x_n)$, которое имеет вид

$$\psi_n(t) = \sum_m \Psi_{n-m} J_m\left(\frac{Ut}{\Delta x}\right), \quad (11.3)$$

где J_m — функция Бесселя. Рассмотрим, в частности, случай

$$\Psi(x) = E(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 1 & \text{при } x \geq 0, \end{cases}$$

представляющий собой модель атмосферного фронта. Решением исходного уравнения (11.1) здесь будет перемещающийся фронт $\psi(x, t) = E(x - Ut)$, решение же уравнений (11.2), графики которого при $Ut/\Delta x = 5, 10, 15$ и 20 мы приводим на рис. 14, представляет собой постепенно размывающуюся со временем «фронтальную зону», с распространяющимися сзади нее вверх по течению паразитными

волнами, возникающими из-за наличия скачка (резкого изменения на расстоянии Δx) в начальных значениях Ψ . Такова природа ошибок, возникающих из-за замены уравнения (11.1) на (11.2).

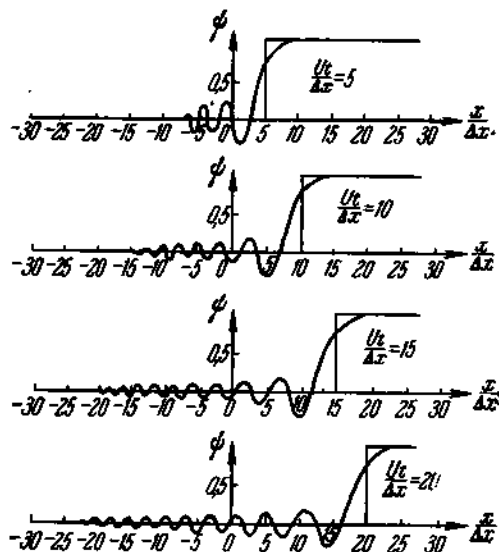


Рис. 14. Решение дифференциально-разностного уравнения переноса (11.2), соответствующее модели перемещающегося фронта, по Обухову [99].

Одним из способов «борьбы с паразитными волнами» (правда, еще более увеличивающим размывание со временем «фронтальной зоны») может служить пространственное сглаживание, осуществляемое, например, путем добавления в правую часть уравнения (11.2) слагаемого $\alpha (\psi_{n+1} - 2\psi_n + \psi_{n-1})$; величина $\alpha (\Delta x)^2$ при этом является аналогом коэффициента диффузии. В частности, при $\alpha = |U|/2\Delta x$ в случае $U > 0$ уравнение (11.2) заменяется на уравнение

$$\frac{\partial \psi_n}{\partial t} = -U \frac{\psi_n - \psi_{n-1}}{\Delta x}, \quad (11.2')$$

решение которого, имеющее вид

$$\psi_n(t) = \sum_{m=0}^n \Psi_{n-m} \frac{\left(\frac{Ut}{\Delta x}\right)^m}{m!} e^{-\frac{Ut}{\Delta x}}, \quad (11.3')$$

уже не содержит никаких возмущений, распространяющихся вверх по течению. Таким образом, замена «центрированной» разности $\psi_{n+1} - \psi_{n-1}$ «направленной» разностью $\psi_n - \psi_{n-1}$ оказывается эквивалентной некоторому сглаживанию и исключает из решения паразитные волны.

Перейдем теперь к рассмотрению более полных разностных схем, практически применяемых при численном интегрировании прогностических уравнений, а именно, схем, в которых конечными разностями заменены фигурировавшие в исходных уравнениях производные не только по пространственным координатам, но и по времени. Как и выше, будем использовать для иллюстрации уравнение переноса (11.1). Переходя от непрерывного времени к дискретному набору моментов времени $t_m = m\Delta t$ ($m = 0, 1, 2, \dots$), приняв обозначение $\psi_n^m = \psi_n(t_m)$, используя, скажем, уравнение (11.2') и заменяя в нем производную $\partial\psi_n/\partial t$ в момент t_m , например, на $\frac{\psi_n^{m+1} - \psi_n^m}{\Delta t}$, мы получим вместо уравнения

в частных производных (11.1) разностное уравнение

$$\frac{\psi_n^{m+1} - \psi_n^m}{\Delta t} = -U \frac{\psi_n^m - \psi_{n-1}^m}{\Delta x}, \quad (11.4)$$

которое надлежит решать при заданных начальных условиях $\psi_n^0 = \Psi_n$. При рассмотрении вопроса о близости решения ψ_n^m разностного уравнения (11.4) к решению $\psi(x, t)$ исходного дифференциального уравнения (11.1) будем допускать возможность предельного перехода $\Delta x \rightarrow 0$ и $\Delta t \rightarrow 0$, считая, например, что отношение $\Delta x/\Delta t$ все время остается постоянным. При этом оказываются существенными следующие три понятия (подробно объясняемые, например, в книге Годунова и Рябенского [100]):

(1) *Порядок аппроксимации* дифференциального уравнения разностным на некотором решении $\psi(x, t)$, т. е. порядок малости относительно Δx нормы ошибок аппрокси-

мации на рассматриваемой пространственно-временной сетке (x_n, t_m) .

(2) *Сходимость* при $\Delta x \rightarrow 0$ решения ψ_n^m разностного уравнения к решению $\psi(x, t)$ дифференциального уравнения.

(3) *Устойчивость* разностной схемы, которую качественно можно охарактеризовать как условие отсутствия у разностного уравнения решений, быстро возрастающих при уменьшении Δx .

Важность понятия устойчивости заключается в том, что если разностное уравнение устойчиво и аппроксимирует дифференциальное уравнение на некотором его решении $\psi(x, t)$, то решение разностного уравнения при $\Delta x \rightarrow 0$ сходится к $\psi(x, t)$. Можно показать, что для уравнения (11.4) при $U > 0$ критерий устойчивости имеет вид

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \geq U, \quad (11.5)$$

а при $\frac{\Delta x}{\Delta t} < U$ уравнение (11.4) будет неустойчивым. Этот критерий означает, что при заданном пространственном шаге Δx для обеспечения вычислительной устойчивости нужно выбирать достаточно малый шаг по времени $\Delta t \leq \frac{\Delta x}{U}$; например, используя при численных прогнозах погоды пространственную сетку с шагом $\Delta x = 300$ км и полагая $U \sim 10$ м/сек, следует выбирать шаг по времени $\Delta t \leq 8\frac{1}{3}$ часа.

Условие устойчивости (11.5), иногда называемое «критерием линейной устойчивости», было установлено для широкого класса разностных уравнений в работе Куранта, Фридрихса и Леви 1928 г. (см. русский перевод этой работы [101]). Чтобы объяснить его смысл, рассмотрим, например, значение ψ_0^{m+1} и заметим, что, согласно (11.4), оно выражается через начальные значения Ψ_n с номерами $n=0, -1, -2, \dots, -(m+1)$, или, если обозначить $(m+1)\Delta t = t$, значение $\psi(0, t)$ зависит от начальных значений $\Psi(x)$ в точках, лежащих на отрезке $-\frac{\Delta x}{\Delta t} t \leq x \leq 0$. В то же время для решения $\psi(x, t)$ исходного уравнения (11.1) значение $\psi(0, t)$ определяется начальным значением $\Psi(x)$ в точке $x = -Ut$. Если критерий (11.5)

не выполняется, то точка $x = -Ut$ оказывается вне отрезка $-\frac{\Delta x}{\Delta t}t \leq x \leq 0$, и, меняя значение $\Psi(x)$ в этой точке, но сохраняя значения $\Psi(x)$ на указанном отрезке, мы сможем нарушить сходимость ψ_n^m к $\psi(x, t)$, так что уравнение (11.4) не является устойчивым. Это рассуждение, очевидно, имеет общий характер: для сходимости всегда необходимо, чтобы область пространства, в которой надо задать начальные данные для вычисления в фиксированной точке M пространства — времени решения *разностного* уравнения, содержала при достаточно малых Δx все точки области, в которой надо задать начальные данные для вычисления в той же точке M решения исходного *дифференциального* уравнения.

Совсем другой вид вычислительной неустойчивости, чем тот, который возникает при нарушении «условия КФЛ» (т. е. условия Куранта, Фридрихса и Леви (11.5)), может создаваться вследствие *нелинейности* прогностических уравнений. Нелинейные члены уравнений динамики описывают взаимодействия между компонентами движения с разными масштабами. Такие взаимодействия приводят, в частности, к порождению мелкомасштабных компонент движения (обычно в форме мелкомасштабных завихрений) за счет распада крупномасштабных компонент и тем самым — к передаче энергии от крупномасштабных компонент к мелкомасштабным или, образно говоря, к появлению потока энергии по спектру масштабов в сторону от больших масштабов к малым (этот «спектральный перенос энергии» уже упоминался нами в § 3 выше при описании «синоптических колебаний» метеорологических элементов). Переносимая по спектру масштабов энергия в конце концов попадает в область минимальных масштабов, в которой движения затухают под действием вязких сил, т. е. происходит вязкая диссипация энергии.

Но при численном решении прогностических уравнений мы заменяем непрерывное пространство дискретным набором точек с расстояниями Δx между ними, так что Δx играет роль наименьшего масштаба движений, описываемых разностными прогностическими уравнениями. Практически этот масштаб Δx выбирается равным нескольким сотням километров, так что он намного превосходит масштабы из

области вязкой диссипации энергии. Не учитывая поэтому диссипации энергии (и вспомнив, кроме того, что в теории краткосрочных прогнозов вообще используется адиабатическое приближение, т. е. не учитываются ни внешние притоки, ни диссипация энергии), мы сталкиваемся с тем, что переносимая по спектру масштабов энергия в конце концов будет достигать наименьших масштабов порядка Δx и *накапливаться* в этих масштабах, не диссипируя, так что неоднородности синоптических полей с масштабами порядка размера Δx используемой пространственной сетки будут постепенно разрастаться со временем. Такое разрастание мелкомасштабных неоднородностей и называют *нелинейной неустойчивостью*.

Нелинейная неустойчивость не только может возникать, но и действительно возникает при численном интегрировании уравнений, моделирующих синоптические процессы — см., например, работу Филиппса [102], в которой анализируется явление нелинейной неустойчивости простейшего баротропного уравнения переноса вихря (7.6') (подвергнутого некоторым дополнительным упрощениям). Для борьбы с нелинейной неустойчивостью предлагалось вводить в уравнения динамики слагаемое, описывающее крупномасштабную горизонтальную диффузию импульса и тепла (Смагоринский [81, 103], Лейтс [104]), или обеспечивать в разностной схеме сохранение основных адиабатических инвариантов, перечисленных в § 4 (Минц [105], Лилли [106]); предлагались и другие методы (Шуман [107], Плацман [108]). Обзор разностных схем, использовавшихся для решения примитивных уравнений, см., например, в работе Фишера [109].

Литература к § 11

99. А. М. О б у х о в, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 9, 1133 (1957).
100. С. К. Годунов, В. С. Рябенский, Введение в теорию разностных схем, Физматгиз, 1962.
101. Р. Курант, К. Фридрихс, Г. Левн, Успехи матем. наук 8, (1941).
102. N. A. Phillips, The Atmosphere and Sea in Motion, New York, 501 (1959).
103. J. Smagorinsky, Monthly Weather Rev. 91, № 3, 99(1963).

104. C. E. Leith, Methods in computational physics 4, 769, N. Y. Acad. Press (1965).
105. Y. Mintz, WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting, WMO Tech. Note, № 66, 141 (1965).
106. D. Lilly, Monthly Weather Rev. 93, № 1, 11 (1965).
107. F. G. Schuman, Proc. of International Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo, 85 (1962).
108. G. Platzman, J. Meteorol. 17, № 6, 635 (1960).
109. G. Fisher, Monthly Weather Rev. 93, № 1, 1 (1965).

§ 12. Прогноз погоды

В квазигеострофическом приближении мы имеем дело с уравнениями (7.4) или (7.6), описывающими синоптические колебания поля высот изобарических поверхностей $z(x, y, p, t)$, т. е. *поля давления* в атмосфере (в квазисоленоидальном приближении, в уравнениях (8.2) — (8.3), к полю z добавляется еще поле функции тока ψ). При этом, естественно, возникает вопрос о том, в какой мере возможно по прогнозируемым изменениям поля атмосферного давления (которые сами по себе непосредственно почти не ощущаются людьми) судить о тех особенностях погоды, к которым люди весьма чувствительны, т. е. в первую очередь о *температуре воздуха, ветре и, наконец, изменчивой облачности и осадках*, составляющих специфическую прелесть погоды на нашей планете. На этот вопрос можно дать довольно оптимистический ответ.

12.1. Действительно, знание поля $z(x, y, p, t)$ позволяет, во-первых, рассчитать *температуру воздуха* T по формуле $T = -\frac{g}{R} \frac{\partial z}{\partial \ln p}$ (приведенной выше в примечании к стр. 35).

Точность прогноза температуры при этом будет ограничиваться как точностью вычисления производной $\partial z / \partial \ln p$ (т. е. точностью описания вертикальной структуры поля z (см. § 10)), так и точностью прогноза самого поля z . При оценке второго из этих факторов существенно, что прогнозируются лишь *синоптические* колебания поля z , обладающие довольно большими пространственными и временными масштабами, и что прогнозируются они лишь в *адиабатическом* приближении. Поэтому по прогнозируемому полю z может быть рассчитано лишь *сглаженное* поле температуры — «синоптический» температурный фон, на который в природе налагаются мелкомасштабные колебания и суточный ход, создаваемые неадиабатическими факторами, например в пограничном слое атмосферы

у подстилающей поверхности. Прогноз суточного хода приземной температуры может быть произведен отдельно; так это и делается в прогностической практике.

12.2. Во-вторых, по полю z могут быть рассчитаны *горизонтальные компоненты u , v поля ветра* на любом уровне, определяемые в квазигеострофическом приближении формулами (7.1) (в квазисоленоидальном приближении они определяются по функции тока ψ , рассчитываемой одновременно с z). Знание силы и направления ветра на разных высотах очень важно, например, для авиации.

При этом следует иметь в виду, что указанными формулами определяется (и притом неточно — в квазигеострофическом приближении с относительной ошибкой порядка K_1) только соленоидальная часть поля горизонтального ветра, которую лишь приближенно (в квазигеострофическом приближении — опять с относительной ошибкой порядка K_1) можно отождествлять с полным полем ветра, но по которой уж никак нельзя оценить дивергенцию скорости ветра D (в этом приближении просто равную нулю).

12.3. В-третьих, по полю z можно рассчитать поле величины $w^* = dp/dt$, которая в координатах (x, y, p) заменяет *вертикальную скорость* (по w^* уже можно определить дивергенцию $D = -\partial w^*/\partial p$). Именно, для w^* можно получить диагностическое (т. е. не содержащее производных по времени) уравнение, если проинтегрировать по p и по t уравнение баланса (8.3) и затем исключить из него производную $\partial\psi/\partial t$ при помощи уравнения переноса потенциального вихря (8.2) (впрочем, здесь удобнее использовать уравнение для вихря, которое с той же степенью точности записывается в виде $\frac{\partial \Delta\psi}{\partial t} + [\psi, \Delta\psi + l] = l \frac{\partial w^*}{\partial p}$) и производную $\partial z/\partial t$ при помощи уравнения адиабатичности (7.2). При этом для w^* получается эллиптическое уравнение с правой частью

$$\frac{\alpha_0^2 c_0^2}{p^2} \Delta w^* + \mathfrak{M} l \frac{\partial w^*}{\partial p^2} = -g \Delta \left[\psi, \frac{\partial z}{\partial p} \right] + \mathfrak{M} \frac{\partial}{\partial p} [\psi, \Delta\psi + l], \quad (12.1)$$

где $\mathfrak{M}$ — оператор $(\nabla \cdot l \nabla) \Delta^{-1}$ (здесь не выписаны еще малые члены, происходящие от слагаемого $2 \left[\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y} \right]$ в урав-

нении баланса). В квазигеострофическом приближении достаточно заменить в (12.1) функцию тока ψ на gz/l . В этом приближении (и при $l \approx \text{const}$, когда $\mathcal{M} \equiv l$) примеры построения поля w^* по полю z путем решения уравнения (12.1)

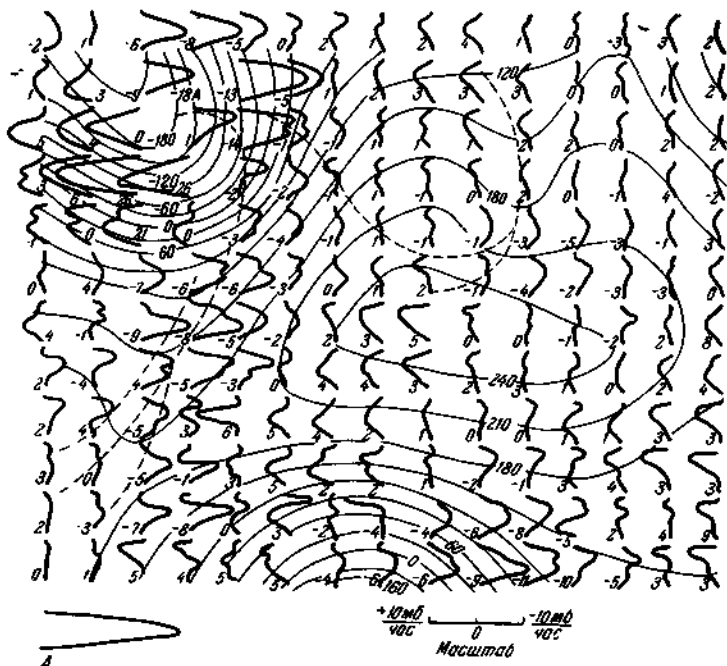


Рис. 15. Профили $w^*(p)$ в слое 1000—200 мб и изогипсы высот изобарической поверхности 1000 мб над Северной Атлантикой и Западной Европой за 01^h 2 декабря 1958 г. по Найтингу [110].

были даны, например, Найтингом [110]. Он воспользовался фактическими данными о значениях поля z на девяти уровнях $p = 1000, 900, 800, \dots, 200$ мб на сетке в 480 точек с расстояниями между ними около 160 миль, покрывающей значительную часть Северной Атлантики и Западной Европы, и решал разностный аналог уравнения (12.1) при нулевых краевых условиях для w^* на границах рассматриваемой области (в том числе на нижней границе $p = 1000$ мб и верхней границе $p = 200$ мб).

Один из примеров Найтинга (за 01^h 2 декабря 1958 г.) мы приводим на рис. 15, на котором в каждой из 16×12 внутренних точек горизонтальной сетки приведен профиль $w^*(p)$ (в мб/час), причем отрицательные w^* , соответствующие восходящим движениям воздуха, откладываются вправо, а положительные w^* , соответствующие нисходящим движениям, — влево от начала координат). Сплошными линиями на рисунке изображены изолинии высот z (в метрах) изобарической поверхности $p = 1000$ мб, пунктирными — атмосферные фронты. Этот и другие примеры показывают, что вычисленные по уравнению (12.1) профили $w^*(p)$ довольно плавно и закономерно меняются от точки к точке и хорошо соответствуют привычным представлениям синоптиков, например, о подъеме воздуха перед барическими ложбинами и опускании за ними. Если значения w^* велики, то их максимум (а потому и нулевое значение дивергенции $D = -\partial w^*/\partial p$) достигается на среднем уровне в тропосфере, около 500—600 мб; профили $w^*(p)$ в среднем имеют приблизительно параболическую форму.

Впрочем, надо иметь в виду, что по сравнению с полями давления и горизонтального ветра поле вертикальной скорости w (или $w^* = \frac{pg}{RT} \left(\frac{dz}{dt} - w \right)$) заметно более чувствительно к факторам, пока нами не учитывавшимся, и прежде всего — к искривленности земной поверхности и неадиабатическим факторам. Первую можно учесть, задавши форму земной поверхности функцией $z = \zeta(x, y)$, так что при плавном обтекании рельефа будет $w = u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \approx [\psi, \zeta]$ (это условие надо записывать при $z = \zeta$, но при малых ζ его можно приближенно относить и к уровню $z = 0$ или $p = p_0$).

Учитывая из неадиабатических факторов, в первую очередь приземное трение, характеризуемое горизонтальным вектором τ напряжения трения у поверхности Земли, значение w на верхней границе слоя трения (или приближенно опять-таки при $p = p_0$) можно определить формулой $w = \frac{1}{\Gamma \rho} \operatorname{rot} \tau$; при описании слоя трения так называемой моделью Экмана, с постоянным по высоте коэффициентом турбулентной вязкости K , получается

$$w = \frac{g}{f} \sqrt{\frac{K}{2l}} \Delta z.$$

Оба указанных эффекта — наличие рельефа и приземное трение — следует учитывать в краевом условии для уравнения (12.1),

которое запишется в виде

$$w^* = \frac{p_0 g}{RT_0} \left(\frac{dz}{dt} - [\psi, \zeta] - \frac{g}{l} \sqrt{\frac{K}{2l}} \Delta z \right) \text{ при } p = p_0. \quad (12.2)$$

Тогда с помощью (12.1) и (12.2) можно будет рассчитывать поле w^* по заданным полям z и ψ . В более полной постановке задачи надо будет учитывать влияние рельефа и трения и на поля z и ψ , используя краевое условие (12.2) при решении уравнения квазигеострофического приближения (7.4) (что внесет дополнительные слагаемые в правую часть формулы (7.6)) или уравнений квазисоленидального приближения (8.2), (8.3). Впрочем, при этом будет естественно учитывать и остальные неадиабатические эффекты, из которых для поля w^* особенно существенным будет выделение скрытой теплоты конденсации в облаках.

12.4. Знание поля ψ (в квазигеострофическом приближении gz/l) и поля w^* позволяет рассчитывать *перемещения в атмосфере различных примесей*. В случае консервативных примесей для этой цели можно использовать уравнение переноса в виде

$$\frac{dq}{dt} = D\{q\}, \quad (12.3)$$

где q — удельная концентрация примеси (т. е. отношение ее массы в элементарном объеме воздуха к суммарной массе воздуха с примесью в этом объеме), причем

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial t} + [\psi, q] + w^* \frac{\partial q}{\partial p}, \quad (12.3')$$

$$D\{q\} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{div} Q,$$

где Q — плотность диффузионного потока примеси, создаваемого главным образом турбулентной диффузией, который обычно предполагается линейно зависящим от градиента ∇q поля q . Впрочем, в свободной атмосфере (т. е. выше планетарного пограничного слоя атмосферы) в течение не слишком больших промежутков времени турбулентной диффузией примесей (т. е. правой частью уравнения (12.3)) часто пренебрегают.

Если водяной пар в воздухе находится в ненасыщенном состоянии, то он является консервативной примесью, и уравнение (12.3) пригодно для описания эволюции поля удельной влажности q (в этом случае, кстати, знание

величины w^* позволяет оценить адиабатическое охлаждение поднимающихся и нагревание опускающихся воздушных частиц с помощью простой формулы $\frac{dT}{dt} = \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{T}{p} w^*$.

При этом иногда удобнее вместо q характеризовать влажность воздуха так называемой *точкой росы* T_m — температурой, при которой воздух с фиксированными удельной влажностью q и давлением p становится насыщенным (над плоской поверхностью воды). Точка росы определяется из соотношения $q = \frac{R}{R_v} \frac{e_m(T_m)}{p}$, где R и R_v — газовые постоянные сухого воздуха и водяного пара, а $e = e_m(T)$ — парциальное давление насыщающего водяного пара. Подставляя эту формулу для q в уравнение (12.3) (в пренебрежении его правой частью) и пользуясь для $e_m(T)$ формулой Клаузиуса — Клапейрона (4.4), мы получим для дефицита точки росы $\Delta = T - T_m$ уравнение

$$\frac{d\Delta}{dt} = \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{T}{p} \left(1 - \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{R_v T_m^2}{\mathcal{L}T} \right) w^*. \quad (12.4)$$

12.5. Льюис [111] предложил простейший способ прогноза количества облачности и наличия осадков, основанный на использовании их эмпирической связи со значениями w^* и Δ , которые могут быть рассчитаны при помощи уравнений (12.1) и (12.4). Такая эмпирическая связь показана на рис. 16, где по оси абсцисс отложены значения Δ на уровне $p = 700$ мб, а по оси ординат — значения w в средней тропосфере (приблизительно $w^* \approx -rgw$); различными значками на номограмме изображены фактически наблюдавшиеся явления погоды (в период 15—28 марта 1960 г. в Японии по работе Набешимы [112]). Аналогичные способы прогноза облачности и осадков разрабатывались или использовались в работах Швеца [113], Душкина, Ломоносова и Лунина [114], Ведермена [115], Овсянникова [116—117], Кузнецова [118], Педерсена [119], Успенского [120], Багрова [121] и ряда других авторов.

В случаях, когда точка (Δ, w^*) попадает на номограмме Льюиса в область осадков, Ведермен, следуя Ламбу [122] и Вагнеру [123], предсказывал дождь при $z_{500} - z_{1000} \geq f(M)$, и снег при $z_{500} - z_{1000} < f(M)$, где $f(M)$ — картированная для территории США критическая толщина слоя воздуха между уровнями 500 мб и 1000 мб.

Кроме того, следуя работе Смагоринского и Коллинса [124], Ведерамен предсказывал количество осадков за время δt по формуле $A = \frac{w^*}{\rho_w g} (r_{700} - r_{1000}) \delta t$, где ρ_w — плотность жидкой воды, а $r = \frac{q}{1+q}$ — так называемое отношение смеси (т. е. отношение массы водяного пара в элементарном объеме к массе сухого воздуха в том же объеме).

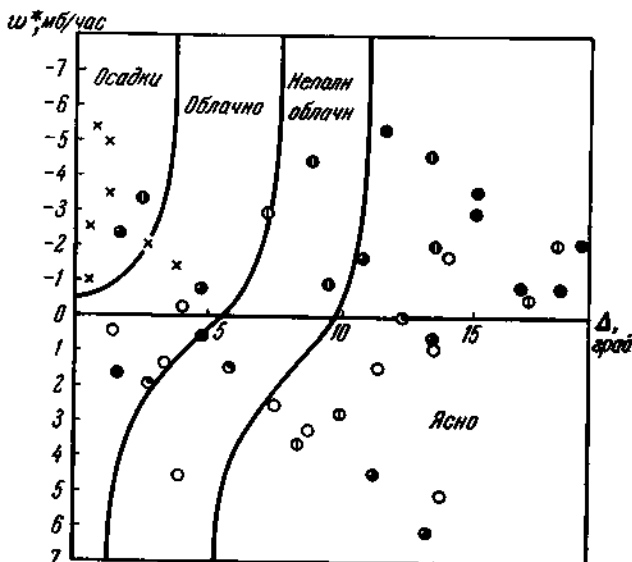


Рис. 16. Эмпирическая связь количества крупномасштабной облачности и наличия осадков со значениями дефицита точки росы Δ на уровне 700 мб и скорости w^* крупномасштабных вертикальных движений в средней тропосфере по Льюису [411]; фактически наблюдавшиеся явления погоды по Набешима [412] (зачерненная доля кружка — балл облачности, крестик — осадки).

При этом выяснилось, что в случаях с выпадением осадков расчет w^* в адиабатическом приближении с помощью уравнения (12.1) приводит к занижению значений w^* , а потому и количества осадков A (в среднем примерно втрое). Это можно объяснить неучетом теплоты, выделяющейся в облаках при конденсации водяного пара (Смагоринский [125]). Ведерамен, следуя Смиби [126], учитывал при расчете второго приближения для w^* скорость ε выделения теплоты при образовании за время δt количества осадков A , полученного в

первом приближении (величина ε войдет в правую часть уравнения (12.1) для w^* в виде слагаемого $-\frac{R}{p} \frac{\Delta \varepsilon}{c_p}$).

Заметим, что, строго говоря, вертикальная скорость должна определять не количество облаков, а скорость его изменения во времени. Это особенно ясно для первых стадий роста облаков (наоборот, осадки, являющиеся результатом изменений облаков, быть может, теснее связаны с w^*). Поэтому Смагоринский [127] предпринял попытку расчета количества облаков вовсе без учета w^* , по одним лишь значениям влажности. Он использовал среднюю для облачного слоя относительную влажность, причем в случае облаков нижнего яруса брался слой 1000—800 мб, среднего яруса — слой 800—550 мб, верхнего яруса — слой 550—300 мб. По эмпирической номограмме Смагоринского балл облачности в каждом ярусе оказался приблизительно линейной функцией от соответствующей средней по слою относительной влажности.

Изложенные методы прогноза облачности и осадков по их эмпирической связи со значениями Δ и w^* или со значениями относительной влажности на том или ином уровне в тропосфере, конечно, очень грубы. Так, согласно Антонову [128], вероятности осуществления осадков, полной облачности или, наоборот, ясной погоды при попадании точки (Δ , w^*) в соответствующие области на номограмме типа рис. 16 составляют 70—80%, а для неполной облачности — только около 50%. Очевидно, следует разработать другую методику прогноза, которая исходила бы из конкретного описания физических процессов образования облаков и осадков. При этом водяной пар уже нельзя будет считать консервативной и пассивной примесью, как это делалось вне облаков при использовании уравнения (12.2); при появлении облаков нужно учитывать фазовые переходы влаги, неадиабатические динамические эффекты выделения или поглощения скрытой теплоты фазовых переходов, а также выпадение влаги с осадками.

Одна из схем такого рода была разработана в серии работ Матвеева [129—133] (см. также гл. 21 § 3 его книги [134] и работы Лушева и Матвеева [135] с примерами прогнозов крупномасштабной облачности, Быковой и Матвеева [136] с изложением материалов численного эксперимента по эволюции облачности в циклоне, Фейгельсон и Фроловой [137] с некоторыми методическими усовершенствованиями). В этой схеме рассматриваются две фазы

влаги в облаках — водяной пар с удельной концентрацией q и капельно-жидкая вода (плюс лед) с удельной концентрацией q_w (называемой *удельной водностью*). Для них принимаются уравнения

$$\left. \begin{aligned} \frac{dq}{dt} &= D\{q\} - m, \\ \frac{dq_w}{dt} &= D\{q_w\} + m - n, \end{aligned} \right\} \quad (12.5)$$

где m — удельная скорость конденсации (плюс сублимации) водяного пара (т. е. масса водяного пара, конденсирующегося или сублимирующегося в единице массы воздуха за единицу времени), а $n = \frac{1}{\rho} \frac{\partial Q_w}{\partial z}$ — *скорость выпадения осадков*, где Q_w — плотность потока массы капель воды и кристаллов льда, создаваемого их гравитационным оседанием. Последнюю величину можно представить в виде $Q_w = -\rho q_w \bar{W}$, где $\bar{W}$ — средняя скорость оседания, взвешенная с весами $r^3 f(r)$, причем $f(r)$ — плотность вероятности для радиусов r облачных элементов, которая в этой схеме считается известной, например логарифмически нормальной с параметрами, связанными теми или иными эмпирическими формулами с q_w (в работе [137] предлагается определять скорость выпадения осадков n еще более простой эмпирической формулой $n \sim q_w - q_w^*$, где q_w^* — максимальная удельная водность облаков, устанавливаемая эмпирически). К уравнениям (12.5) добавляется уравнение притока тепла, которое здесь удобно записать в виде

$$\frac{dT}{dt} - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{T}{p} w^* = D\{T\} + \frac{\varepsilon}{c_p}, \quad (12.6)$$

где $\varepsilon = \varepsilon_r + \varepsilon_q$ — скорость притока тепла (в единице массы), создаваемого лучистым теплообменом (ε_r) и фазовыми превращениями влаги (ε_q), а $D\{T\} = \frac{1}{c_p \rho} \operatorname{div} Q_T$, где Q_T — плотность турбулентного потока тепла.

Согласно Зилитинкевичу и Лайхтману [138], вертикальная компонента турбулентного потока водяного пара в облаках может быть записана в виде $Q_z = -\rho K \left(\frac{\partial q}{\partial z} + \beta \right)$, где $\beta = \frac{c_p}{\mathcal{L}} (\gamma_a - \gamma_b) -$

равновесный градиент влажности, K — коэффициент турбулентной диффузии, $\gamma_a = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g}{R}$ — адиабатический градиент температуры, а γ_b — так называемый влажноадиабатический градиент температуры, определяемый формулой

$$\gamma_b = \gamma_a \frac{1 + \frac{\mathcal{L}}{R} \frac{q_m}{T}}{1 + \frac{\mathcal{L}}{c_p} \frac{\partial q_m}{\partial T}}. \quad (12.7)$$

Введение β в Q_z эквивалентно выделению из m слагаемого $m_1 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho K \beta)}{\partial z}$. При этом вертикальную компоненту турбулентного потока тепла следует записывать в виде

$$Q_{tz} = -c_p \rho K \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_b \right) = -c_p \rho K \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_a - \frac{\mathcal{L}}{c_p} \beta \right).$$

Приток тепла q_e в атмосфере отличен от нуля лишь в облаках, где происходят фазовые превращения влаги, и там равен $\mathcal{L}m$, где $\mathcal{L}$ — теплота испарения (или близкая к ней по величине теплота возгонки).

Схема Матвеева основана на том, что уравнения для «эквивалентной температуры» $\Pi = T + \frac{\mathcal{L}}{c_p} q$ и «полного удельного влагосодержания» $\tilde{q} = q + q_w$, выводимые (при некоторых упрощениях) из (12.5), (12.6), не содержат m и имеют одинаковый вид и в облаках и вне их. Найдя из этих уравнений Π и $\tilde{q}$, из соотношения $T + \frac{\mathcal{L}}{c_p} \frac{R}{R_v} \frac{e_m(T)}{\rho} = \Pi$ можно найти T и определить облака как области, в которых разность $\tilde{q} - \frac{R}{R_v} \frac{e_m(T)}{\rho}$ положительна; тогда эта разность равна удельной водности q_w . Чтобы избежать ненадежного численного расчета этой разности, в работе [137] предлагается находить q_w из второго уравнения (12.5), определив в нем m формулой

$$m = \left(1 + \frac{\mathcal{L}}{c_p} \frac{\partial q_m}{\partial T} \right)^{-1} \left[w^* \frac{q_m}{\rho} \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{T}{q_m} \frac{\partial q_m}{\partial T} \right) + D\{q_m\} - \frac{\partial q_m}{\partial T} D\{T\} - \frac{e_r}{c_p} \frac{\partial q_m}{\partial T} \right], \quad (12.8)$$

получаемой после исключения dT/dt с помощью (12.6) из первого уравнения (12.5), записанного для облака, т. е. при $q = q_m(T, p)$. Формулу такого вида для m впервые, по-видимому, вывел Швец [139]. При построении конкретных физико-математических моделей облаков аналогичную формулу для m использовал Лебедев [140, 141].

Более детальная схема предлагается в статье Марчука [142] (см. также его книгу [10]), где кроме q и q_w отдельно вводится удельная концентрация ледяных кристаллов q_l , фазовые переходы влаги описываются слагаемыми $\sum_i \alpha_{ij} q_i$ в выражениях для $\frac{dq_j}{dt}$ (причем коэффициенты α_{ij} , удовлетворяющие условию $\sum_i \alpha_{ij} = 0$, задаются некоторыми полуэмпирическими формулами), а выпадение осадков в жидкой и твердой фазе описывается простейшими эмпирическими формулами (использованными позднее в работе [137]). Еще более детальные схемы будут включать расчет характеристик микроструктуры облака, прежде всего — упоминавшейся выше плотности вероятности $f(r)$ для радиусов r облачных элементов (которая, вообще говоря, будет зависеть от пространственных координат и времени). Тем самым потребуются осуществить синтез динамики и микрофизики облаков.

Микрофизика облаков активно развивалась в послевоенные годы главным образом в связи с опытами по искусственному рассеянию облаков (например, путем их засева кристаллами твердой углекислоты, иодистого серебра или другими коагулянтами) и достигла значительных успехов (обзор которых см., например, в монографии Флетчера [143]). Если опыты по вызыванию дождя еще не дают уверенных результатов, то рассеяние (хотя бы временное) некоторых типов облаков уже удается с должной надежностью (неиспользование разработанных методов, например, большими аэропортами является, по-видимому, лишь проявлением организационной косности). В то же время микрофизика облаков не была достаточно нацелена на задачи прогноза погоды, и в этом направлении пока что выполнено лишь очень немного исследований. В качестве примера назовем работы Буйкова [144] и Шулепова и Буй-

кова [145, 146], в которых полагается $m = 4\pi N \bar{r} \chi (q - q_m)$ (где N и $\bar{r}$ — среднее число облачных элементов в единице объема и их средний радиус, а χ — коэффициент диффузии водяного пара), и для плотности вероятности $f(r)$ используется кинетическое уравнение

$$\frac{df}{dt} - ar^2 \frac{\partial f}{\partial z} + \chi \frac{q - q_m}{q_w} \frac{\partial}{\partial r} \frac{f}{r} = D(f), \quad (12.9)$$

где ar^2 — скорость падения облачной капли в неподвижном воздухе.

12.6. Синтез динамики и микрофизики облаков еще остается делом будущего. Другой еще не решенной задачей является прогноз *конвективных облаков и выпадающих из них осадков*: отдельные конвективные облака по своим пространственным масштабам оказываются не синоптическими, а мезометеорологическими явлениями, так что теория §§ 7 и 8 для их описания неприменима. В то же время количество осадков из конвективных облаков сравнимо с количеством осадков в крупномасштабных облачных системах и, следовательно, должно учитываться при описании синоптических процессов. Пока что здесь принимаются поиски эмпирических связей конвективной облачности и осадков с крупномасштабным синоптическим фоном; возможно, что в установлении таких связей помогут физико-математические модели конвективных ячеек (типа модели, построенной Лебедевым [141]).

При поисках указанных связей, по-видимому, придется различать *свободную* кучевую конвекцию, наблюдаемую, например, в умеренных широтах на *площадях*, занимаемых холодными воздушными массами (внутримассовые ливни и грозы, определяемые прежде всего полем влажности и энергией неустойчивости нижней тропосферы, но, вероятно, мало связанные с крупномасштабной вертикальной скоростью w^* , которая, кстати, в антициклонических областях, типичных для летней конвекции, соответствует оседанию воздуха), и *вынужденную* кучевую конвекцию. Последняя наблюдается на *линиях* горизонтальной конвергенции (внутритропической линии конвергенции и холодных фронтах умеренных широт) и в *точках* конвергенции (тропические циклоны) и определяется прежде всего полем

влажности и величиной конвергенции D (или соответствующей вертикальной скоростью w^*). По идее Чарик кучевая конвекция в какой-то мере сама создает вынуждающую ее горизонтальную конвергенцию, так что здесь происходит двустороннее взаимодействие между крупномасштабными и мезомасштабными процессами.

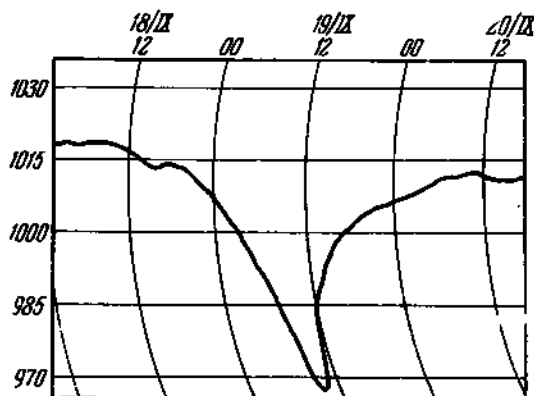


Рис. 17. Барограмма прохождения урагана (за 18—20 сентября 1947 г. в Нью-Орлеане, Луизиана, США), по Рилу [147].

Теория §§ 7 и 8, основанная на адиабатическом приближении и «отфильтрованных» уравнениях, оказывается недостаточной для прогноза не только таких мезометеорологических явлений, как конвективные облака, но и явлений с масштабами на грани между мезометеорологической и синоптической областями, таких как *тропические циклоны* — ураганы или тайфуны. Тропические циклоны — это наиболее интенсивные явления погоды на Земле (см., например, статью Рила [147] и книги Рила [148] и Тирона [149]). Так, в их центрах наблюдается наиболее низкое давление воздуха на уровне моря (см. пример на рис. 17) — трижды зарегистрированный рекорд равен 890 мб при норме 1013 мб, причем скорость падения давления при приближении урагана иногда достигает 40 мб/20 мин, а горизонтальные перепады давления нередко превосходят 50 мб/50 миль — скорость ветра при этом доходит до

100 м/сек. В центрах ураганов наблюдается «глаз бури» — область затишья (конечно, не включающего морского волнения) и частичного или полного прояснения неба (и, следовательно, нисходящих движений воздуха) с диаметром в среднем около 30 км. Траектории ураганов в северном полушарии почти всегда направлены от экватора в умеренные широты, причем многие ураганы сначала движутся на северо-запад, а затем поворачивают на северо-восток (рис. 18). Новые, во многом неожиданные сведения о структуре ураганов приносят практикуемые в последние годы героические опыты по самолетному зондированию «глаз бури» и их окрестностей (см., например, Симада [150]) и фотографирование с ракет и спутников — например, Фетт [151] сообщает об обнаружении вдоль границы облачной системы урагана узкой безоблачной зоны оседания с чрезвычайно низкой влажностью (дефицит точки росы $\Delta = 15-20^\circ$), перед которой имеется внешняя зона интенсивной конвекции с мощными кучевыми облаками. Над зоной оседания на уровне около 200 мб имеется сильное струйное течение, огибающее ураган антициклонически с севера и затем разделяющееся на две ветви, из которых восточная изгибается циклонически и превращается в вращающийся вихрь.

Синоптические, а также пока еще и гидродинамические методы не обеспечивают необходимой полноты объяснения и точности прогноза движения и эволюции ураганов; в частности, еще не получили физического объяснения наблюдаемые резкие повороты движения ураганов. Согласно Хиллу [152], суточные прогнозы положения центров ураганов, составляемые Бюро погоды США, которые считаются пока наилучшими, имеют среднюю ошибку больше 200 км, тогда как удовлетворительными можно признать лишь прогнозы с ошибками не выше 80 км. По-видимому, используемые пока что упрощенные уравнения гидродинамики недостаточно учитывают ряд факторов, существенных для эволюции ураганов: выделение тепла конденсации, трение, возможно, вертикальные ускорения.

Впрочем, некоторые опубликованные физико-математические модели тайфунов дали обнадеживающие результаты. Так, например, Эсток [153] описывает расчеты по двум моделям — квазигradientной и основанной на

примитивных уравнениях, в которых учитываются вертикальный и горизонтальный турбулентный обмен и выделение скрытого тепла конденсации при восходящих движениях, и решается нестационарная осесимметричная задача с шагами по времени 90 и 15 сек (!). Результаты расчетов воспроизводят опускание воздуха в «глазе бури» и подъем у «стены глаза», втекание воздуха на нижних и отток на верхних уровнях.

Морикава [154, 155] построил модель урагана, в которой, учитывая его малые (мезометеорологические) масштабы, ураган трактуется как точечный вихрь, взаимодействующий с «ведущим потоком». Именно, было предложено использовать для описания урагана решение квазигеострофического баротропного уравнения (7.6') в виде $z = \frac{i}{g} (\psi_0 + \psi_1)$, где $\psi_0 = \frac{\gamma}{2\pi} K_0 \left[\frac{|r - r_0(t)|}{L_0} \right]$ ($\frac{i}{g} \psi_0$ есть решение уравнения (7.6'), соответствующее точечному вихрю в точке $r_0(t) = \{x_0(t), y_0(t)\}$), причем траектория вихря определяется соотношениями $\frac{dx_0}{dt} = -\frac{\partial \psi_1}{\partial y} \Big|_{r_0}$; $\frac{dy_0}{dt} = \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \Big|_{r_0}$. Это решение с некоторым успехом было применено для описания движения урагана «Бетси» за 14—17 августа 1956 г.; кроме того, была рассчитана модель с квазиравномерным ведущим потоком

$$\psi_1 = UL_0 \left(e^{-\frac{y}{L_0}} - 1 \right) \approx -Uy.$$

Использованное в цитированных работах Морикавы приближенное представление непрерывного поля вихря (или, лучше, потенциального вихря) конечным числом точечных вихрей, движение которых описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями, близко по идее к замене непрерывного распределения массы дискретным множеством точечных масс. Последнее есть способ приближенного описания непрерывных полей, способный конкурировать с использованием разложений по ортогональным функциям (§ 10) или дискретных пространственных сеток (§ 11). В гидродинамике такой прием применялся, например, в работах Онгагера [156], Ферми, Паста и Улама [157], Паста и Улама [158], Улама [159]; для задач метеорологии он пропагандировался Чарни [160].

Подводя итоги настоящему параграфу, можно признать, что гидродинамическая теория в какой-то мере уже справляется с краткосрочным прогнозом не только поля давления, но и таких деталей погоды, как температура и ветер, и делает важные шаги в направлении прогноза облачности и осадков. Однако принять заявления метеослужб, что они уже используют гидродинамическую теорию краткосрочных прогнозов погоды *на практике*, можно будет, конечно, лишь тогда, когда объективные гидродинамические прогнозы будут составляться не *вместе* с субъективными синоптическими, а *вместо* них.

Литература к § 12

110. E. Knigting, Quart. J. Roy. Met. Soc. 86, № 369, 318 (1960).
111. W. Lewis, Monthly Weather Rev. 85, № 9, 297 (1957).
112. Y. Nabeshima, Proc. Intern. Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo, 265 (1962).
113. М. Е. Швеп, Труды ГГО 81, 3 (1959).
114. П. К. Душкин, Е. Г. Ломоносов, Ю. Н. Лушин, Метеорология и гидрология, № 12, 3 (1960).
115. J. Vederman, Monthly Weather Rev. 89, № 7, 243 (1961).
116. В. В. Овсянников, Труды ЦИП 81, 92 (1961).
117. В. В. Овсянников, Метеорология и гидрология, № 3, 67 (1962).
118. Л. А. Кузнецов, Метеорология и гидрология, № 12, 9 (1962).
119. K. Pedersen, Geophys. publ. 25, № 1, 25 (1963).
120. Б. Д. Успенский, Метеорология и гидрология, № 2, 3 (1965).
121. Н. А. Багров, Метеорология и гидрология, № 12, 20 (1965).
122. H. H. Lamb, Quart. J. Roy. Met. Soc. 81, № 348, 172 (1955).
123. A. I. Wagner, Bull. Amer. Met. Soc. 38, № 10, 584 (1957).
124. J. Smagorinsky, G. O. Collins, Monthly Weather Rev. 83, № 3, 53 (1955).
125. J. Smagorinsky, Berichte des Deutschen Wetterdienst 5, № 38, 82 (1957).
126. S. I. Smebye, J. Meteorol. 15, № 6, 547 (1958).
127. J. Smagorinsky, Phys. of precipitation, Monograph, № 5, Amer. Geophys. Union, 71 (1960).
128. В. С. Антонов, Метеорология и гидрология, № 9, 54 (1963).
129. Л. Т. Матвеев, Труды Аркт. и антаркт. ин-та, № 228, 14 (1959).
130. Л. Т. Матвеев, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 1, 130 (1961).

131. Л. Т. Матвеев, Метеорология и гидрология, № 2, 1 (1962).
132. Л. Т. Матвеев, Космические исследования 2, № 1, 109 (1964).
133. L. Matveev, Tellus 16, № 2, 139 (1964).
134. Л. Т. Матвеев, Основы общей метеорологии (Физика атмосферы), Гидрометиздат, 1965.
135. Ю. Г. Лушев, Л. Т. Матвеев, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 2, № 1, 3 (1966).
136. Л. П. Быкова, Л. Т. Матвеев, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 2, № 9, 905 (1966).
137. Е. М. Фейгельсон, Н. Г. Фролова, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1, № 3, 241 (1965).
138. С. С. Зильберштейн, Д. Л. Лайхтман, ДАН СССР 156, № 5, 1079 (1964).
139. М. Е. Швец, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 547 (1955).
140. С. Л. Лебедев, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 1, № 4, 456 (1965).
141. С. Л. Лебедев, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 2, № 1, 14 (1966).
142. Г. И. Марчук, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5, 754 (1964).
143. N. H. Fletcher, The Physics of Rainclouds, Cambr. Univ. Press (1962).
144. М. В. Буйков, Труды Всесоюз. метеорол. совещания в Ленинграде 5, 122 (1963).
145. Ю. В. Шулепов, М. В. Буйков, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 1, № 3, 248 (1965).
146. Ю. В. Шулепов, М. В. Буйков, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 1, № 4, 353 (1965).
147. H. Riehl, Science 141, № 3585, 1001 (1963).
148. Г. Риль, Тропическая метеорология, ИЛ, 1963.
149. З. М. Тирон, Ураганы, Гидрометиздат, 1964.
150. Simada Kandzi, Tenki 9, № 5, 164 (1962).
151. R. Fett, Monthly Weather Rev. 92, № 2, 43 (1964).
152. E. C. Hill, Mariners Weather Log 6, № 5, 153 (1962).
153. M. A. Estoque, Geofis. Internac. 3, № 4, 133 (1963).
154. G. K. Morikawa, J. Meteorol. 17, № 2, 148 (1960).
155. G. K. Morikawa, Proc. of International Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo, 349 (1962).
156. L. Onsager, Nuovo Cimento, Suppl. 6, 3 (1949).
157. E. Fermi, I. Pasta, S. Ulam, Los Alamos Sci. Lab. Report LA-1557 (1953).
158. J. Pasta, S. Ulam, Los Alamos Sci. Lab. Report LA-1940 (1955).
159. С. Улам, Сб. «Гидродинамическая неустойчивость», «Мир», 1964, стр. 289.
160. J. G. Charney, Proc. of Symposia in Appl. Math. 15, 289 (1963).

Физическая природа долгосрочных изменений погоды

§ 13. Глобальность

По определению, приведенному в § 4, долгими называются сроки $t - t_0$, большие по сравнению с типичным временем генерации кинетической энергии синоптических процессов $\tau = \left(\frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial t} \right)^{-1}$ (или временем диссипации энергии $\tau \sim \frac{E/M}{\varepsilon} \sim \frac{U^2}{\varepsilon}$), имеющим порядок недели. За долгие сроки $t - t_0 > \tau$ все части атмосферы успевают провзаимодействовать друг с другом (известно, например, что крупномасштабные тропосферные возмущения распространяются со скоростями до 35—45 градусов долготы и 10 градусов широты в сутки и, значит, могут обегать всю Землю за 1—2 недели; напомним также, что средние слои атмосферы в западно-восточном переносе умеренных широт обегают вокруг Земли за время порядка месяца).

Следовательно, в долгосрочных процессах атмосфера выступает как единая система, все части которой сильно взаимодействуют друг с другом. Никакую часть атмосферы нельзя рассматривать в течение долгих сроков изолированно, так как вследствие взаимодействия эволюция одной части определяется не только ее собственным состоянием, но и состоянием всех остальных частей атмосферы (отсюда вытекает, в частности, ошибочность введения одного из основных понятий так называемого синоптического метода долгосрочных прогнозов погоды — «естественного синоптического района», включающего Европу и восточную Атлантику, состояние атмосферы в котором якобы определяет долгосрочные изменения погоды в этом районе независимо от состояния атмосферы в остальных ее частях; впрочем, другие основные понятия указанного

метода — «ритмы» и «аналоги», по-видимому, также не отражают действительности).

Иначе говоря, долгосрочные атмосферные процессы неизбежно *глобальны*; «естественным синоптическим районом» для них может служить только вся планета в целом. Таким образом, эти процессы следует рассматривать как *колебания общей циркуляции атмосферы*, и для их описания следует использовать уравнения динамики общей циркуляции атмосферы на сферической Земле (они были сформулированы еще в 1936 г. Кочиным [161]).

В теории климата изучаются стационарные решения таких уравнений (яркими и важными примерами чего являются построение Блиновой [11] центров действия атмосферы, ее же расчет [162] среднегодового зонального поля температуры и расчет Машковичем [163] среднегодовой зональной циркуляции) или решения с годовым периодом (Блинова [164], Блинова и Марчук [165]) или же, наконец, нестационарные решения при идеализированных начальных данных, соответствующих, например, малым возмущениям состояния покоя (так называемые численные эксперименты по общей циркуляции атмосферы, которые мы подробно рассмотрим ниже).

Для целей же долгосрочного прогнозирования погоды нужны нестационарные решения тех же самых уравнений, но при конкретных начальных данных, фиксирующих исходное состояние всей рассматриваемой физической системы. Такой подход к описанию долгосрочных атмосферных процессов последовательно развивался в двадцатипятилетнем цикле исследований Блиновой, начиная с работы [11]; укажем здесь ее обзор [166], опубликованный в 1957 г., и обобщающие работы последних лет [167—171].

Заметим, что за долгий срок все части атмосферы успевают взаимодействовать не только друг с другом, но и с деятельным слоем подстилающей поверхности, причем наиболее важная роль здесь должна принадлежать морю (так как вследствие большой теплоемкости воды по сравнению с почвой теплосодержание деятельного слоя моря может быть много выше, чем деятельного слоя почвы). По оценке Смагоринского, изложенной в книге [172], реакция верхнего слоя моря на атмосферные про-

цессы начинает становиться существенной уже после 1—2 недель.

Таким образом, в долгосрочных процессах атмосфера в целом выступает не как замкнутая система, а лишь как часть единой системы «атмосфера — деятельный слой подстилающей поверхности» (которую далее мы будем сокращенно называть А — ДС). В этой системе атмосфера является малоинерционной, быстро меняющейся компонентой, а море, наоборот, обладает большой тепловой инерцией (укажем, например, что прогрев всей массы атмосферы в среднем на 6° потребует охлаждения стометрового слоя воды всего на $0,1^\circ$). Поэтому можно думать, что начальное распределение тепла в деятельном слое Мирового океана будет довольно долго сказываться на эволюции атмосферных процессов. Иначе говоря, *наиболее существенным начальным условием для долгосрочного прогноза погоды, по-видимому, должно быть поле температуры в деятельном слое Мирового океана* (см. [12]; возможно даже, что для удлинения сроков годности краткосрочных прогнозов достаточно описывать теплообмен между атмосферой и морем при упрощающем предположении неизменности температуры моря).

Литература к § 13

161. Н. Е. Кочин, Труды ГГО 4 (1936).
162. Е. Н. Блинова, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., 11, № 1, 3 (1947).
163. С. А. Машкович, Труды ЦИП 78, 5 (1958).
164. Е. Н. Блинова, Труды Ин-та физики атмосферы АН СССР, № 2, 5 (1958).
165. Е. Н. Блинова, Г. И. Марчук, Труды Ин-та физики атмосферы АН СССР, № 2, 105 (1958).
166. E. N. Blinova, J. A. Kibel, Tellus 9, № 4, 447 (1957).
167. Е. Н. Блинова, Труды ММЦ 2, 3 (1964).
168. Е. Н. Блинова, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 1, 110 (1964).
169. Е. Н. Блинова, WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting, WMO Tech. Note, № 66, 63 (1965).
170. Е. Н. Блинова, Труды ММЦ 5, 14 (1965).
171. Е. Н. Блинова, Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука» 1967, стр. 15.
172. Global Atmospheric Research Programme (GARP), Rep. of the Study Conference held at Stockholm 28 June — 11 July 1967.

§ 14. Глобальное наблюдение

14.1. Очевидно, что для прогноза эволюции сложной системы, все части которой сильно взаимодействуют друг с другом, необходимо уметь, прежде всего, фиксировать начальное состояние всей этой системы в целом. Между тем регулярные наблюдения атмосферы сейчас организованы лишь на части суши, составляющей только около 15% поверхности Земли, а сколько-нибудь регулярных наблюдений атмосферы над океанами и состояния деятельного слоя моря пока что практически не производится (если не считать наблюдений с нескольких «кораблей погоды»). Таким образом, сейчас мы можем фиксировать начальное состояние лишь небольшой части системы А — ДС, что совершенно недостаточно для долгосрочного прогнозирования погоды.

Одним из необходимых шагов к достижению последней цели является *организация глобального наблюдения атмосферы и океана*. Обоснование необходимости этого изложено, например, в работе Чарни [173]. Поскольку практическое решение этой задачи потребует очень больших расходов, Международный совет научных союзов и Всемирная метеорологическая организация решили сначала провести глобальные наблюдательные эксперименты (их, по-видимому, удастся подготовить к 1973—1976 гг. — см. книгу [172]), результаты которых позволят спланировать будущую систему регулярного глобального наблюдения атмосферы и океана наиболее эффективным и экономным образом.

14.2. Можно быть уверенным, что переход на более совершенную систему наблюдений приведет к открытию новых закономерностей общей циркуляции атмосферы. Так, благодаря созданию сети регулярного аэрологического зондирования тропосферы и нижней стратосферы удалось обнаружить одно из самых грандиозных явлений общей циркуляции атмосферы — опоясывающие весь земной шар *струйные течения* у границы между тропосферой и стратосферой, имеющие ширину всего в 300—700 км. в которых скорость ветра достигает 80—100 м / сек и даже более. Это было крупнейшим открытием послевоенной на-

блюдательной метеорологии до появления искусственных спутников Земли.

В качестве примера мы приводим на рис. 19 ставший уже классическим вертикальный разрез атмосферы умеренных широт вдоль меридиана 90° западной долготы по

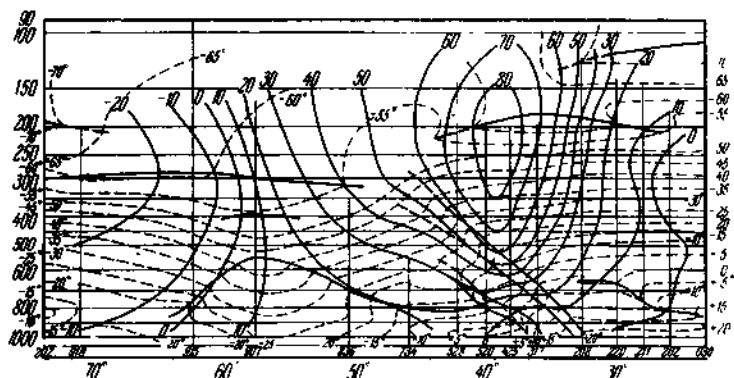


Рис. 19. Вертикальный разрез атмосферы вдоль меридиана 90° W по Пальмену [174]; пунктирные линии — изотермы; тонкие сплошные линии — изолинии скорости зонального ветра (в м/сек); жирные сплошные линии — поверхности раздела (фронты и тропопауза).

работе Пальмена [174], на котором видно струйное течение с максимумом скорости около 85 м/сек на широте 39° и на уровне 200 мб. Теоретическим путем струйное течение (в сглаженном среднегодовом виде) было получено в цитированном расчете Машковича [163]. Обзор современных данных о струйных течениях см., например, в монографии Райтера [175].

14.3. Первоочередное внимание при организации глобального наблюдения атмосферы и океана, естественно, привлекают территории, пока что наименее освещенные наблюдениями, и прежде всего *тропическая зона*, играющая, по-видимому, очень большую роль в снабжении атмосферы в целом теплом и влагой. Тропики освещены наблюдениями пока совершенно недостаточно, но Садлер [176] все же показал, что ценою больших усилий по сбору всех имеющихся синоптических, аэрологических и самолетных наблюдений и данных ИСЗ уже сейчас можно проводить дважды в

сутки оперативный анализ синоптических процессов в тропиках; такой анализ показывает ошибочность догматического предположения о неизменности погоды в тропиках. Следовательно, *прогнозы погоды нужны и в тропиках*; в качестве примера см. одну из карт Садлера (рис. 20).

В тропической метеорологии сегодня имеется больше загадок, чем решенных проблем (см. книгу Рила [148], статью Чарни [173] и книгу [172]). Назовем для примера пять таких загадок и задач, относящихся, возможно, к числу наиболее важных.

(1) Пассатная циркуляция поддерживается, по-видимому, за счет тепла, выделяющегося при конденсации влаги в мощных конвективных облаках в узкой (шириной иногда всего около 100 км) междутропической зоне конвергенции (МТК). *Почему МТК располагается не на экваторе, а обычно на широтах от 3 до 20°?* Предварительное объяснение, предложенное Чарни [177—179], учитывает воздействие как конвергенции трения в пограничном слое пассатов (исчезающей на экваторе), так и максимумов температуры поверхности океана (не симметричных относительно экватора вследствие подъема холодных вод на нем, создаваемого восточными ветрами).

(2) *Каковы типичные времена взаимодействий атмосферных процессов в северном и южном полушариях?* За сроки, малые по сравнению с типичным временем взаимодействия, северное и южное полушария можно, очевидно, рассматривать как независимые, что существенно облегчило бы прогнозирование мировой погоды. Литвиненко [180, 181] по фактическим данным за 1958—1961 гг. рассчитал меридиональные потоки массы воздуха через экватор в слое 850—100 мб и установил, что воздухообмен через экватор интенсивен, нерегулярно меняется в течение года и имеет сложную пространственную структуру; по этим данным в течение месяца через экватор проходит около 1/4 всей массы атмосферы M ; результирующий перенос, конечно, много меньше: он составляет лишь доли процента от M за месяц.

(3) В экваториальной стратосфере в пределах $\pm 10^\circ$ широты на высотах до 30 км имеется зональное течение (аналогичное экваториальным течениям в атмосферах Юпитера и Солнца). Вертикальный профиль этого течения представляет собой волну с чередованием западного и восточного направлений движения в слоях с толщинами порядка 5 км, движущуюся вниз с периодом в среднем около 26 месяцев (см. рис. 21, заимствованный из статьи Рила [182]). Проявления 26-месячного ритма обнаружены и в других областях атмосферы в различных метеорологических полях. *В чем причина этих 26-месячных колебаний?*

(4) Основными синоптическими возмущениями в пассатной зоне являются «восточные волны» (с длинами порядка 1—2 тыс. км) с холодными ядрами. Ураганы имеют теплые ядра, но возникают чаще всего из «восточных волн». *Как образуются восточные волны с холодными ядрами и почему они превращаются в ураганы с теплыми ядрами?*

(5) На экваторе параметр Кориолиса l обращается в нуль, и экмановский пограничный слой (с толщиной порядка $\sqrt{K/l}$) существо-

вать не может. Какова структура пограничного слоя атмосферы в экваториальной зоне? Возможно, что в нем большую роль играют инерционные силы, и его структура меняется по горизонтали, как в пограничном слое при обтекании плоской пластинки или в пограничном слое в ураганах.

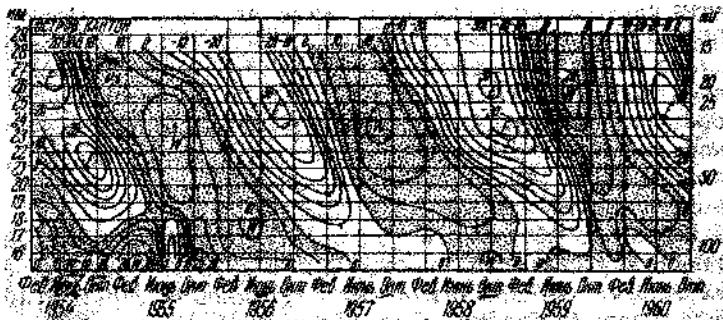


Рис. 21. Изоплеты «высота — время» вертикального профиля зонального ветра в стратосфере над о. Кантон (3° S) по Риду [182] (скорость в м/сек).

14.4. Мощным современным средством глобального наблюдения служат искусственные спутники Земли. Следуя обсуждению принципиальных возможностей такого использования ИСЗ в работе Малкевича, Моинина и Розенберга [183], отметим, что единственным доступным для ИСЗ носителем метеорологической информации является поле электромагнитной радиации различных длин волн, испускаемой, отражаемой или пропускаемой атмосферой и земной поверхностью. Поэтому первая задача состоит в выявлении закономерных связей между пространственной, угловой и временной структурой этого поля и структурой различных метеорологических полей и подстилающей поверхности. По-видимому, наиболее просто эта задача решается при наблюдении с ИСЗ (телефотографировании) поля облачности в видимом свете.

Это оказывается весьма счастливым обстоятельством, так как облачность представляет собой один из важнейших элементов погоды. Действительно, во-первых, она непосредственно ощущается людьми и сказывается на их деятельности — экранирует солнечную радиацию, определяет условия освещенности, влияет на суточные изменения

температуры, турбулентности и ветра, несет в себе осадки, определяет условия полетов самолетов и т. п. Во-вторых, поле облачности служит эффективным регулятором основных процессов, формирующих долгосрочные изменения погоды — притока солнечного тепла к деятельному слою моря и передачи тепла от моря к атмосфере (на чем мы еще остановимся ниже). В-третьих, облачность может служить индикатором ряда других метеорологических полей — ветра на уровне облаков, особенностей температурной стратификации тропосферы (инверсионных слоев и областей конвективной неустойчивости), поля влажности и происходящих синоптических процессов (в особенности атмосферных фронтов).

Важность облачности как элемента погоды и относительная простота ее наблюдения с ИСЗ обусловили успех первых метеорологических спутников — серии «Тайрос» (первый из них был запущен 1 апреля 1960 г., т. е. в день, шуточно называемый метеорологами «международным днем синоптиков»), имевших своей основной задачей телефотографирование облаков, а также измерение уходящей инфракрасной радиации в ряде спектральных интервалов, в том числе в «окне прозрачности» 8—12 мк. Обзоры результатов, полученных с помощью «Тайросов», см., например, в статьях Клеттера [184] и Ляливьера [185] (см. также обзорные книги Кондратьева [186, 187]).

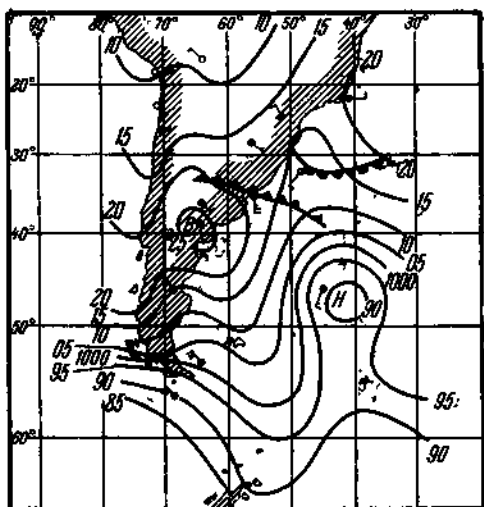
Согласно работе [183] спутниковые фотографии облачности (да и другие поля, регистрируемые ИСЗ) в больших масштабах (тысячи километров), мезомасштабах (от единиц до сотен километров), малых масштабах (от десятков метров до километров) и микромасштабах (от миллиметров до десятков метров) целесообразно анализировать по-разному. В больших масштабах этот анализ позволит, во-первых, изучить статистику поля облачности — например, Аркингу [188] анализ 1447 спутниковых фотографий дал возможность построить среднее распределение облачности в широтной зоне $\pm 60^\circ$ за период июль — сентябрь 1961 г.; очень важно здесь будет выявление долгосрочных аномалий крупномасштабного поля облачности. Во-вторых, конечно, большой интерес представляет анализ индивидуальных крупномасштабных облачных систем — например, в работе Джонса [189] по фотогра-

фиям «Тайроса-1» прослеживается четырехдневная эволюция внутритропического циклона от наибольшего развития до разрушения; в ряде случаев спутниковые фотографии позволяют существенно исправить анализ синоптических карт (см. на рис. 22 пример из работы Хьюберта [190]). Упомянем также пример Уинстона [191]: по фотографиям «Тайроса-3» за 10 сентября 1961 г. был найден тайфун «Дебби», обнаруженный синоптиками за несколько дней до этого, но затем потерянный. Спутниковые фотографии оказались эффективным средством прослеживания за ураганами — один только «Тайрос-3» позволил обнаружить 18 тайфунов и проследить за их движением.

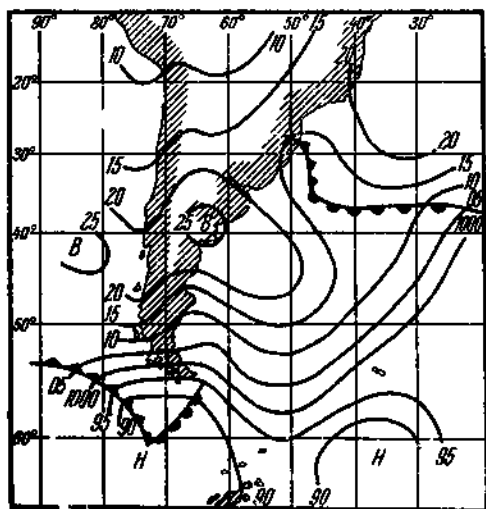
Наиболее сенсационным оказалось, пожалуй, открытие ряда *мезомасштабных* особенностей структуры облачности, малых по сравнению с расстояниями между метеостанциями и потому не выявлявшихся по материалам метеорологической сети, но в то же время слишком больших для наблюдения из одного пункта. Это, во-первых, *спиральная структура* облачных систем крупномасштабных атмосферных вихрей-циклонов, затем узкие и длинные *облачные улицы*, и, наконец, *ячеистая структура* кучевой конвекции (о последней см., например, работы Крюгера и Фрица [192] и Пристли [193]; установлено, что воздух оседает в центрах ячеек и поднимается по их периферии; горизонтальные диаметры ячеек порядка 50—80 км, в 30 раз больше их высоты, что в 10 раз больше соответствующего отношения для конвективных ячеек в лабораторных опытах). Упомянем еще любопытный пример наблюдения с «Тайроса-3» «облака» саранчи в восточной Африке [194].

Неупорядоченную мезоструктуру, а также *мелкомасштабную структуру* спутниковых регистраций (создаваемую, прежде всего, атмосферной турбулентностью) целесообразно описывать статистически, скажем, с помощью пространственных корреляционных функций [183]. Наконец, *микроструктура* может создаваться, например, морским волнением и изучаться по характеру отражения Солнца от морской поверхности («солнечной дорожке») и по поляризационным эффектам.

Телефотографирование облаков и измерение уходящей радиации с ИСЗ в последние годы были существенно



a)



6)

Рис. 22. а) Карта наземного поля давления за 12^ч 28 апреля 1960 г.— анализ аргентинской метеослужбы. б) Исправление при помощи фотографий «Тайроса-1».

усовершенствованы путем 1) улучшения фотоаппаратуры и ИК-датчиков; 2) ориентирования спутников относительно поверхности Земли, ослабляющего перспективные искажения на фотографиях; 3) запуска спутников на полярные или близкие к полярным орбиты, позволяющего наблюдать всю планету от полюса до полюса (например, спутники серий «Нимбус», «Космос» и «ESSA»); 4) запуска «геосинхронных спутников» на экваториальную орбиту на высоте 36 000 км, где их период обращения точно равен суткам, так что спутники оказываются неподвижными относительно поверхности Земли (например, спутник «ATS-1»), висящий над центром Тихого океана), что позволяет непрерывно наблюдать целое полушарие и точно измерять перемещения на нем облаков.

Пример современной фотографии облачности, полученной со спутника «ESSA-5» (и любезно предоставленной нам З. Фрицем из ESSA), мы приводим на рис. 23. На этой фотографии, целиком покрывающей зону от 30° ю. ш. до 40° с. ш., отлично видны все облачные системы тропиков. Особое внимание привлекают облачность МТК (занимающая над Африкой зону 0—10° с. ш., над Атлантикой — более узкую полосу около 10° с. ш., над Тихим океаном — прерывистую полосу около 10° с. ш. и не выраженная над Индийским океаном), спиральные циклонические структуры над южной Японией, к востоку от нее и к западу от Калифорнии, орографическая облачность над Кордильерами в Южной Америке и очень длинные облачные полосы над Индокитаем. Ясно, что регулярное получение таких фотографий создает совершенно новую основу, например, для тропической метеорологии.

Сейчас спутники позволяют [172] фиксировать облачность с разрешением 1×1 км днем и 10×10 км ночью и по ее перемещениям грубо определять скорость ветра в облачном слое, измерять уходящую радиацию в спектральной полосе 4—30 мкм с разрешением 5×5 км, а также температуру поверхности Земли или верхней границы облаков (методом ИК-радиометрии) с точностью $\pm 1^\circ$ и разрешением 10×10 км. Но, как было показано выше для прогнозов погоды нужны прежде всего измерения трехмерных полей давления и ветра. Поэтому возник вопрос: как использовать данные ИСЗ для целей прогноза погоды? Попыткам ответить на него сейчас посвящается множество статей и даже книг (см. например, книгу Кондратьева, Борисенкова и Морозкина [195]).

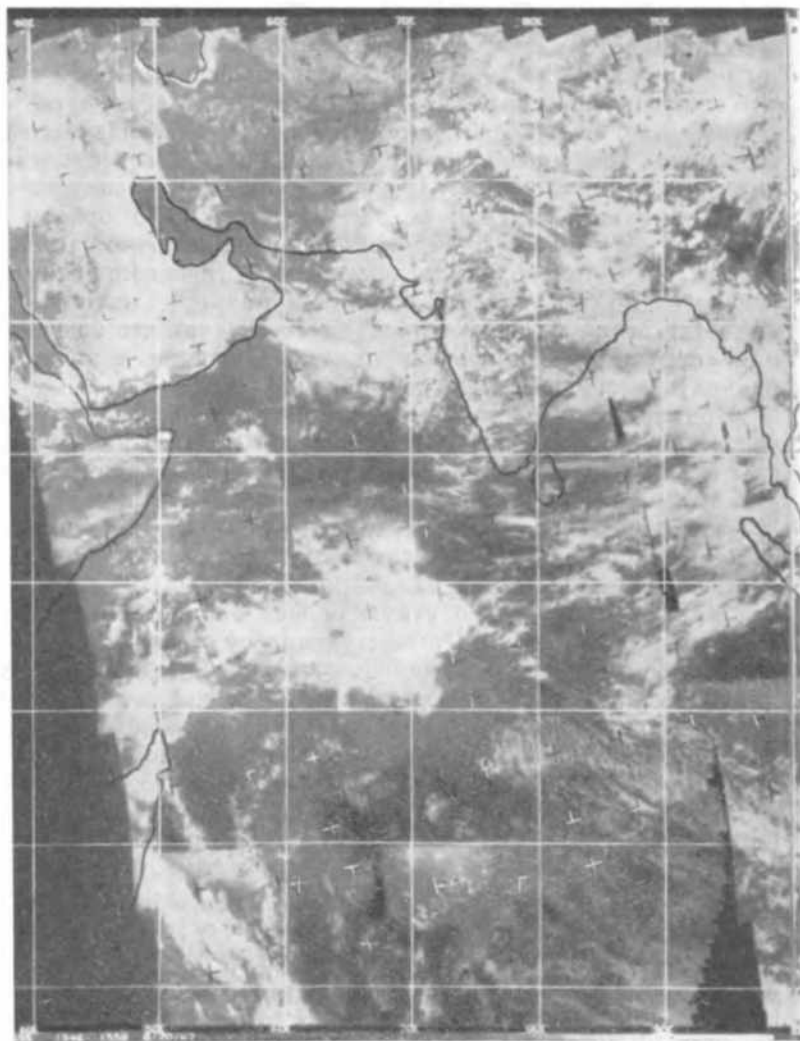


Рис. 23а. Фотография облачности, полученная со спутника ESSA-5, в тропической зоне между 40° E и 100° E.

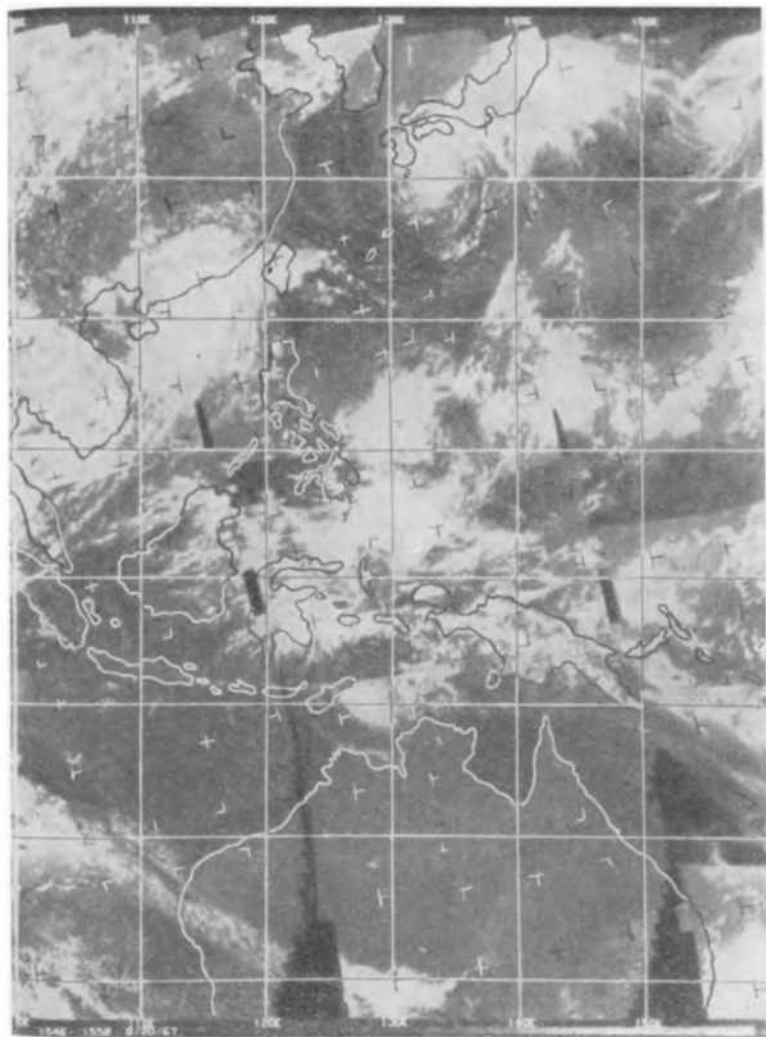


Рис. 236. То же между 100° Е и 160° Е.

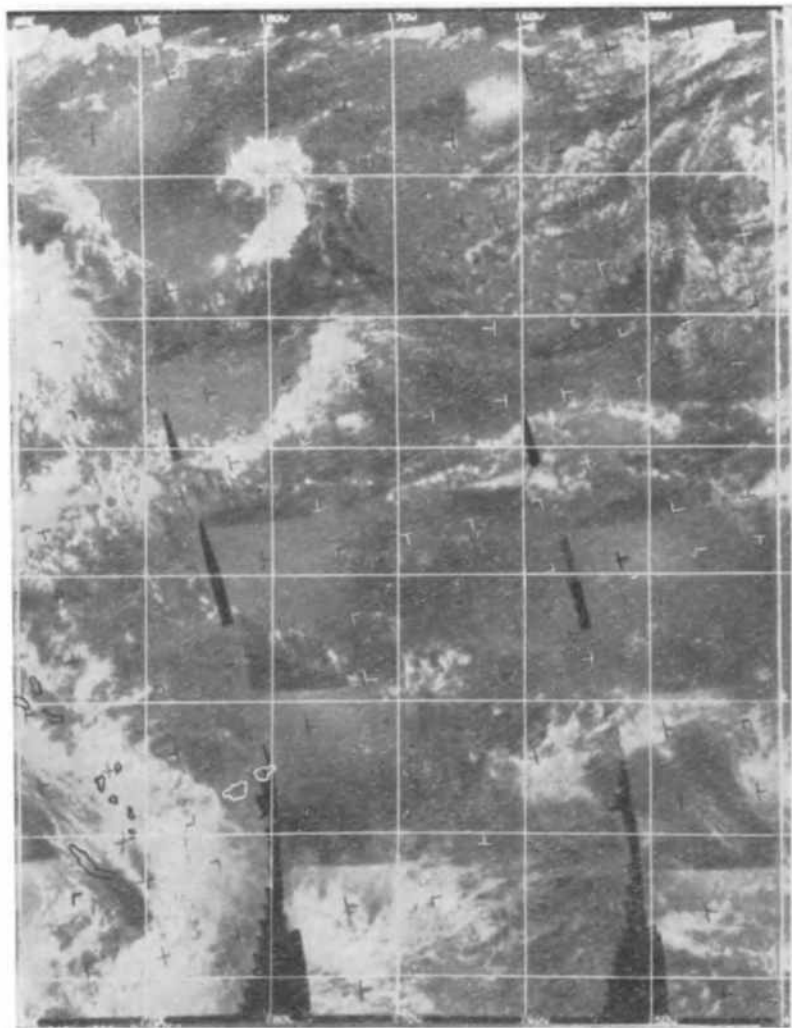


Рис. 23в. Фотография облачности, полученная со спутника ESSA-5, в тропической зоне между 160° E и 140° W.

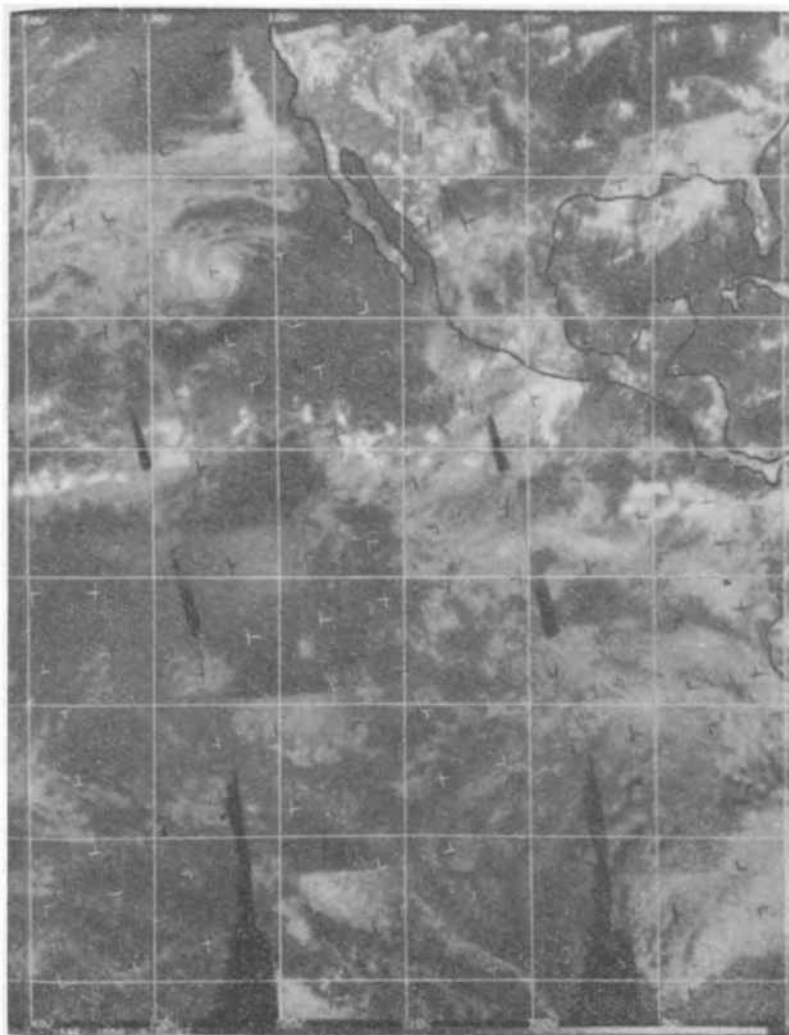


Рис. 23г. То же между 140° W и 80° W.

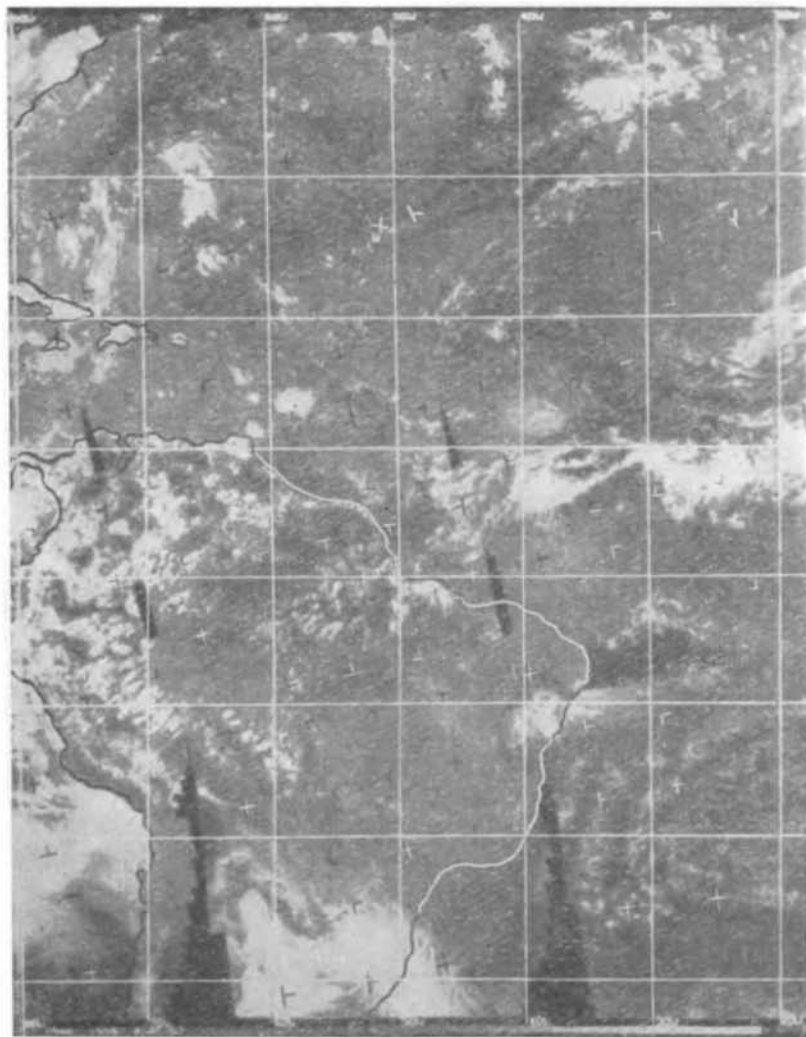


Рис. 23д. Фотография облачности, полученная со спутника ESSA-5, в тропической зоне между 80° W и 20° W.



Рис. 23е. То же между 20° W и 40° E.

Конечно, правильнее не искать задачи, которые можно решать данным методом, а искать методы, которыми можно решить данную задачу. Но иногда техника обгоняет теорию, и принципиально новые технические средства, как радиоизотопы, лазеры, ИСЗ, появляются раньше, чем определяется главное их назначение. И хотя нынешние данные ИСЗ, несомненно, полезны для диагноза мировой погоды, весьма прогрессивной представляется разработка спутниковых измерений метеорологических полей, непосредственно необходимых для гидродинамического прогноза погоды.

В этой связи сейчас обсуждаются (например [172]) следующие возможности: 1) определение вертикальных профилей температуры (с точностью $\pm 2^\circ$) и относительной влажности (с точностью $\pm 10\%$) *над облаками* по данным многоканального ИК-спектрометра со спектральным разрешением 5 см^{-1} в области $15\text{-}\mu\text{м}$ полосы поглощения CO_2 (пока что на «Тайросе-7» и «Нимбусе-2» проведены [196, 197] опыты ИК-спектрометрии с разрешением 30 см^{-1}) путем решения обратной задачи, например, по Варку и Флемингу [198] с помощью эмпирических ортогональных функций (обсуждаются также возможности измерений *сквозь облака* путем УКВ-спектрометрии); 2) определение вертикального профиля плотности (с точностью, быть может, лучшей $\pm 1\%$ и с осреднением по объему $1 \times 1 \times 400 \text{ км}$) методом УКВ-просвечивания атмосферы по разным хордам со спутника-передатчика на 5—6 спутников-приемников, находящихся на той же орбите (близкий метод был успешно применен [199] для определения плотности атмосферы Марса в эксперименте «Маринера-4»); 3) измерение поля ветра над облаками предложенным Краузе методом «перекрестных лучей», т. е. путем одновременного наблюдения малого объема атмосферы двумя разнесенными радиометрами и выделением в обоих сигналах коррелированных компонент.

Впрочем, отнюдь не все измерения можно и нужно переносить на ИСЗ; наоборот, для большинства измерений датчики по-прежнему необходимо помещать *in situ*, в толще атмосферы или океана. Поэтому для организации глобального наблюдения понадобится пополнить сеть метеорологических станций на суше и создать сеть стационарных (заякоренных) буйковых станций на океанах. Во время глобальных наблюдательных экспериментов в качестве временной меры можно будет использовать подвижные измерительные платформы — уравновешенные шары-зонды в атмосфере и дрейфующие буйковые станции в океане, собирая сведения о них, прежде всего, с помощью ИСЗ (причем придется одновременно с опросом осуществлять с ИСЗ достаточно точное определение местоположения опрашиваемой подвижной платформы).

Особенно важной задачей представляется создание сети стационарных буйковых станций на океанах; так, например, Бюро погоды США предполагает [200] создать для начала сеть из 300 буйковых станций, опрашиваемых тремя геосинхронными ИСЗ. Это позволит вести детальные инструментальные наблюдения не на малой части, а, наконец, на всей поверхности нашей планеты и, в частности, накапливать отсутствующие в настоящее время в океанологии непрерывные и длительные ряды измерений, необходимые для изучения процессов, создающих изменчивость океанологических полей и атмосферы над океанами. Экспериментальная сеть из семи буйковых станций, измерявшая профили скорости течений и температуры, установленная на два месяца в ходе 40-го рейса научно-исследовательского судна «Витязь» (в 1967 г. в Индийском океане), показала большую пространственную и временную изменчивость даже в, казалось бы, относительно спокойном районе океана.

Система глобального наблюдения атмосферы и океана обеспечит получение огромного количества информации — согласно Зингеру [201] порядка 10^{10} бит в сутки; для сравнения укажем, что современная синоптическая карта северного полушария содержит 10^5 бит, а спутниковая фотография облачности — 10^7 бит информации. Для обработки и хранения этой информации потребуются вычислительные и информационные машины с высоким быстродействием и большой емкостью запоминающих устройств.

Литература к § 14

173. Дж. Чарни, Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука», 1967, стр. 21.
174. E. Palmén, J. Meteorol. 5, № 1, 20 (1948).
175. E. R. Reiter, Meteorologie der Strahlströme, Wien, Springer, 1961.
176. J. C. Sadler, Bull. Amer. Meteorol. Soc. 46, № 3, 118 (1965).
177. J. G. Charney, J. of Atm. Sci. 20, № 6, 807 (1963).
178. J. G. Charney, Geofis. Internac. 3, № 3, 69 (1963).
179. J. G. Charney, Proc. of Seminar on NJVP, Travelers Res. Center, Hartford, Conn. 1 (1966).
180. Л. И. Литвиненко, Метеорология и гидрология, № 6, 29 (1965).
181. Л. И. Литвиненко, Труды ЦИП 146, 29 (1965).
182. Р. Рид, Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука», 1967, стр. 393.

183. М. С. Малкевич, А. С. Мокин, Г. В. Розенберг, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, № 3, 394 (1964).
184. L. Kletter, Phys. Bl. 19, № 3, 116 (1963).
185. G. Lariviere, Nature Sci. Progr., № 3344, 489 (1963).
186. К. Я. Кондратьев, Метеорологические исследования с помощью ракет и спутников, Гидрометиздат, 1963.
187. К. Я. Кондратьев, Метеорологические спутники, Гидрометиздат, 1963.
188. A. Arking, Science 143, № 3606, 569 (1964).
189. J. B. Jones, Monthly Weather Rev. 89, № 10, 383 (1961).
190. L. F. Hubert, Monthly Weather Rev. 89, № 7, 229 (1961).
191. J. S. Winston, Ann. N. Y. Acad. Sci. 93, № 19, 775 (1962).
192. A. F. Krueger, S. Fritz, Tellus 13, № 1, 1 (1961).
193. C. H. B. Priestley, Tellus 14, № 1, 123 (1962).
194. A. Icart, Sci. et voyages, № 210, 15 (1963).
195. К. Я. Кондратьев, Е. П. Борисенков, А. А. Морозкин, Практическое использование данных метеорологических спутников, Гидрометиздат, 1966.
196. W. Nordberg, W. R. Bandeen, G. Warnecke, V. Kunde, Space Res. V; North Holland Publ. Co, Amsterdam (1965).
197. W. Nordberg, A. W. McCullach, L. L. Foshee, W. R. Bandeen, Bull. Amer. Met. Soc. 47, № 11, 857 (1966).
198. D. Q. Wark, H. C. Fleming, Monthly Weather Rev. 94, № 6, 351 (1966).
199. A. I. Kliore, G. S. Levy, V. R. Eschelman, C. Fjelbo, F. Drake, Science 149, № 3689 (1965).
200. W. H. Gregory, Aviat. Week and Space Technol. 82, № 6, 54 (1965).
201. S. F. Singer, Internat. Sci. and Technol., № 36, 30 (1964).

§ 15. Неадиабатичность

Согласно определению долгих сроков, приведенному в § 4 и 13, при анализе и прогнозе долгосрочной эволюции мировой погоды главным должно быть описание неадиабатических факторов — притоков и диссипации энергии. Основные уравнения (4.1) теории краткосрочных атмосферных процессов, выражающие законы *сохранения* энтропии s и потенциального вихря Ω , теперь должны быть заменены уравнениями *эволюции* энтропии и потенциального вихря

$$T \frac{ds}{dt} = \varepsilon, \quad \rho \frac{d\Omega}{dt} = \left(\Omega_a \cdot \nabla \frac{\varepsilon}{T} \right) + (\text{rot } f \cdot \nabla s), \quad (15.1)$$

где ε — скорость притока энергии на единицу массы (имеющая размерность квадрата скорости, поделенного на

время), а f — сила вязкости на единицу массы. Первое из этих уравнений есть обычное уравнение притока тепла. Второе — уравнение эволюции потенциального вихря — впервые получено Обуховым [39], указавшим также, что правую его часть можно записать в виде

$$\operatorname{div} \left(\frac{\varepsilon}{T} \Omega_a + s \operatorname{rot} f \right),$$

так что общим условием сохранения потенциального вихря служит соленоидальность поля $\frac{\varepsilon}{T} \Omega_a + s \operatorname{rot} f$.

Гаврилин [70] показал, что в квазистатистическом приближении (и при обычно принимаемом пренебрежении в формулах для ускорения Кориолиса горизонтальной составляющей вихря вращения Земли) второе уравнение (15.1) остается справедливым, если выражения вида $-\frac{1}{g\rho} (\operatorname{rot} A \cdot \nabla B)$ расшифровывать, например, в координатах θ, λ, p (где $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi$ — дополнение широты φ , растущее на юг, а λ — долгота, растущая на восток) как $(\operatorname{rot} A)_z \frac{\partial B}{\partial p} + \frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial A_\theta}{\partial p} \frac{\partial B}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial A_\lambda}{\partial p} \frac{\partial B}{\partial \theta}$. В квазисолеоидальном приближении в выражениях такого вида, по-видимому, достаточно сохранять лишь первое слагаемое, и уравнение эволюции потенциального вихря можно приближенно привести к виду [70]

$$\frac{\partial F}{\partial t} + [\psi, F] = -R \frac{\partial}{\partial p} \frac{p}{\alpha_0^2 c_0^2} \frac{\varepsilon}{c_p} + \frac{\Omega_f}{\Delta \psi + l}, \quad (15.2)$$

где F — приближенный адиабатический инвариант (8.2), а $\Omega_f \approx D\{\Delta \psi\}$ — вертикальная проекция вихря сил трения (здесь D — обычный диффузионный оператор, который в координатах θ, λ, p часто берут, например, в виде $D = K_\lambda \Delta + \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\tau_v} \frac{\partial}{\partial p}$, где K_λ — коэффициент горизонтального перемешивания, а τ_v — «время вертикального перемешивания»). В атмосфере притоки тепла ε определяются в основном полями температуры и влажности (это утверждение будет несколько уточнено ниже). Следовательно, уравнение (15.2) вместе с уравнением баланса и уравне-

ниями для поля влажности в принципе позволили бы определять поля z и ψ и поле влажности в атмосфере (величину w^* при этом можно определить из уравнения (12.1) с добавкой слагаемого $-\mathcal{U} \frac{\partial \Omega_f}{\partial p} - \frac{R}{p} \frac{\Delta \varepsilon}{c_p}$ в правой ча-

сти), если бы краевые условия на границах атмосферы не содержали никаких других неизвестных функций.

Остановимся вкратце на этих краевых условиях. На верхней границе атмосферы ($p \rightarrow 0$) достаточно потребовать некоторой регулярности полей z и ψ , и нужно задать поток падающей солнечной радиации (который определяется с помощью астрономических данных). На нижней границе атмосферы ($p \approx p_0$) нужно, во-первых, потребовать: на поверхности суши — обращения в нуль горизонтальной компоненты скорости, а на поверхности моря — непрерывности вертикального потока горизонтальной компоненты импульса (точнее, разность таких потоков в воздухе и в воде должна равняться скорости приращения суммарного импульса генерируемых ветровых волн в тонком верхнем слое моря). Во-вторых, должна обращаться в нуль вертикальная скорость w , а при учете ее значения w_0 , создаваемого искривленностью рельефа и конвергенцией трения в пограничном слое атмосферы, должно выполняться условие (12.2); выразив w^* через поля z , ψ и ε формулой $w^* = \frac{g p^2}{\alpha_0^2 c_0^2} \left(\frac{d_h}{dt} \frac{\partial z}{\partial p} + \frac{R}{g p} \frac{\varepsilon}{c_p} \right)$, эквивалентной первому уравнению (15.1), мы сможем записать это условие в виде

$$\frac{d_h}{dt} \left(p \frac{\partial z}{\partial p} + \alpha_0^2 z \right) = \alpha_0^2 w_0^2 - \frac{R}{g} \frac{\varepsilon}{c_p} \quad \text{при } p = p_0. \quad (15.3)$$

В-третьих, должна обращаться в нуль алгебраическая сумма всех вертикальных потоков тепла на нижней границе атмосферы, именно: 1) потока тепла в деятельном слое моря или почвы (создаваемого в воде как турбулентностью, так и переносом коротковолновой радиации, а в почве — ее теплопроводностью); 2) турбулентного потока тепла в воздухе; 3) турбулентного потока скрытой теплоты (произведение теплоты испарения $\mathcal{L}$ на скорость испарения, т. е. на турбулентный поток водяного пара); 4) по-

тока коротковолновой радиации в воздухе; 5) потока длинноволновой радиации в воздухе. Способы записи этих потоков подробно изложены, например, в книге Кибеля [7] и работах Блиновой [166—171].

Входящие в краевые условия на нижней границе атмосферы потоки количества движения и тепла в деятельном слое почвы или моря (и температура подстилающей поверхности, определяющая ее длинноволновое излучение и условия испарения) суть новые неизвестные, добавляющиеся к атмосферным полям z и ψ и полю влажности. Для их расчета необходимо привлекать уравнения, описывающие процессы в деятельном слое подстилающей поверхности: в почве — распространение тепла (и, может быть, влаги), в море — движение и распространение тепла и солей.

§ 16. Притоки тепла в атмосфере

Мы уже рассматривали выше притоки тепла в атмосфере ϵ в связи с уравнением (12.6) (эквивалентным первому уравнению (15.1)) и отмечали, что ϵ состоит из трех слагаемых: 1) притока тепла за счет турбулентной теплопроводности воздуха, обычно записываемого в виде $-\frac{1}{\rho} \operatorname{div} Q_T \approx c_p D\{T\}$ (но, согласно работе [202], здесь более правильно вместо турбулентного потока тепла Q_T брать умноженный на T турбулентный поток энтропии, т. е. величину $Q_T + \frac{s_v - s_a c_p T}{c_p} Q$, где s_a и s_v — плотности энтропии сухого воздуха и водяного пара, а Q — турбулентный поток скрытой теплоты); 2) притока тепла при фазовых превращениях влаги $\mathcal{E}m$, где m — удельная скорость конденсации (плюс сублимации) водяного пара, она не равна нулю только в облаках и определяется там, например, формулой Швеца (12.8) (последняя содержит w^* , из-за чего в уравнении (12.1) неизвестная функция w^* появляется и в правой части); 3) лучистого притока тепла ϵ_r , состоящего в свою очередь из двух слагаемых $\epsilon_{r,s}$ и $\epsilon_{r,L}$, определяемых соответственно коротковолновой радиацией Солнца и длинноволновым излучением подстилающей поверхности и самой атмосферы.

Способы записи лучистых притоков тепла в уравнениях гидродинамической теории прогнозов погоды подробно рассмотрены в книге Кибеля [7] и работах Блиновой [166—171]. Мы остановимся здесь на этих притоках, стремясь, во-первых, перейти от общего их определения к конструктивным расчетным формулам и, во-вторых, указать явный способ учета облачности. Будем исходить из того, что лучистый приток тепла представим в виде $\epsilon_r = -\frac{1}{\rho} \operatorname{div} F$, где F — поток лучистой энергии. Поскольку крупномасштабные горизонтальные изменения поля F много меньше вертикальных, вполне можно положить $\epsilon_r \approx -\frac{1}{\rho} \frac{\partial F_z}{\partial z}$ или

$$\epsilon_r = g \frac{\partial}{\partial p} (F^\uparrow - F^\downarrow), \quad (16.1)$$

где $F^\uparrow$ и $F^\downarrow$ — восходящий и нисходящий вертикальные потоки лучистой энергии. При расчете этих потоков в земной атмосфере принимается ряд упрощающих предположений: 1) допускается, что нижний 50-км слой атмосферы находится в состоянии *локального термодинамического равновесия* (т. е. каждый инфинитезимальный объем воздуха излучает и поглощает радиацию, как находящаяся в термодинамическом равновесии абсолютно черная полость с той же температурой), и поэтому, в частности, выполняется закон Кирхгофа — отношение спектральных коэффициентов излучения и поглощения не зависит от природы оптически активных веществ и является универсальной функцией от длины волны и температуры (функция Планка); 2) не учитывается *поляризация* излучения (для коротковолновой радиации это, возможно, неудовлетворительно); 3) в общем случае не учитывается *преломление* (оно может быть существенным лишь в специальных частных случаях); 4) иногда не учитывается и *рассеяние* (непосредственного вклада в $\operatorname{div} F$ оно не вносит, а в случае длинноволновой радиации вообще обычно мало).

Остановимся сначала на коротковолновой радиации и продемонстрируем возникающие здесь трудности на примере схемы для расчета ϵ_{rs} , рекомендуемой Лабораторией математического моделирования общей циркуляции

атмосферы и океана Института океанологии АН СССР, ограничиваясь для простоты лишь случаем однослойной облачности, количество которой (долю покрытого облаками неба) будем обозначать буквой n . Тогда нисходящий поток коротковолновой радиации *под облаками* запишется в виде

$$F_S^{\downarrow}(p) = \gamma \{ (1 - n) [S - Q_0(p)] + \\ + n(1 - \Gamma - \Pi) [S - Q_1(p)] \}, \quad (16.2)$$

а *над облаками* будет определяться этой же формулой, но при $n = 0$. Здесь $\gamma = \cos \xi$ (днем) или 0 (ночью), где ξ — зенитный угол Солнца; при расчете среднего суточного значения e_{rs} в качестве γ надо брать среднее за светлое время суток значение $\cos \xi$, умноженное на относительную долю светлого времени в сутках (такие значения γ для разных широт и сезонов затабулированы Манабе и Меллером [203]). Далее, S — значение потока солнечного тепла на верхней границе атмосферы (так называемая *солнечная постоянная*), уменьшенное за счет поглощения озоном (после которого остается поток солнечного тепла $1,946 \text{ кал} / \text{см}^2 \text{ мин}$) и за счет рэлеевского рассеяния (вклад которого в планетарное альбедо принимается равным 0,07); Γ — альбедо облаков (отношение отраженного потока к падающему) и Π — коэффициент поглощения в облаках (отношение поглощенного потока к падающему), затабулированные для облаков различных ярусов Манабе и Стриклером [204]. Наконец, функции $Q_0(p)$ и $Q_1(p)$ описывают поглощение коротковолновой радиации атмосферными газами при ясном небе и при полной облачности. Первое слагаемое в фигурных скобках в (16.2) соответствует потоку радиации, прошедшему в просветах между облаками, второе — потоку, прошедшему (с некоторыми потерями) сквозь облака.

Главная трудность расчета потоков лучистой энергии в атмосфере заключается в сложности структуры спектров поглощения оптически активных атмосферных газов — водяного пара и углекислого газа. Попытки обойтись без учета спектров поглощения и ограничиться приближением «серой радиации» (например, схема Шварцшильда — Эмдена, изложение которой см. в книге Кибеля [7]) в расчетах характеристик поля лучистой энергии успеха, по видимому, не дали (тем не менее приближение «серой радиации»

вновь предлагается в недавней работе Марчука [142] и в его книге [10], правда, пока без каких-либо конкретных расчетов). Поэтому приходится полагать

$$Q_i(p) = \sum_{j=1}^3 \sum_{k_j} A_i^j(k_j) S(k_j), \quad (16.3)$$

где индекс $j = 1$ соответствует поглощению водяным паром, $j = 2$ — углекислым газом, $j = 3$ — поглощению в перекрывающихся спектральных полосах водяного пара и углекислого газа; k_j — номера полос поглощения в j -м спектре; $S(k_j)$ — количества лучистой энергии солнечного потока S в спектральных полосах k_j ; $A_i^j(k_j)$ — функция поглощения (отношение поглощенного потока к падающему) j -го газа в полосе k_j , причем при $j = 3$ полагают $A_i^3(k) = A_i^1(k) + A_i^2(k) - A_i^1(k) A_i^2(k)$.

Функция поглощения j -го газа для монохроматической радиации с длиной волны λ зависит от оптической толщины пройденного радиацией слоя воздуха

$$\int \rho_j \alpha_{\lambda}^j dz = \frac{1}{g} \int \frac{\rho_j}{p} \alpha_{\lambda}^j dp,$$

где α_{λ}^j — коэффициент поглощения на единицу массы поглощающего газа, а ρ_j — плотность этого газа. Если задать зависимость коэффициента поглощения от давления формулой $\alpha_{\lambda}^j \sim \left(\frac{p}{p_0}\right)^{2N_j}$ (p_0 — наземное давление; обычно полагают $N_1 = 1/4$ и $N_2 = 2/3$), то ясно, что функция поглощения будет зависеть от «эффективной массы» поглощающего газа, определяемой формулой

$$m_j(p) = \frac{1}{\rho_j^0 g} \int_p^{p_0} \frac{\rho_j}{p} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{2N_j} dp, \quad (16.4)$$

где в целях удобства в знаменатель введена стандартная плотность j -го вещества ρ_j^0 , так что m_j имеет размерность длины. При расчетах потоков радиации обычно полагают, что парциальное давление углекислого газа всюду постоянно (ясно, что это предположение избавляет от необходимости включать поле концентрации углекислого газа в число метеорологических полей, подлежащих определению из уравнений динамики); если принять это парциальное давление равным $3 \cdot 10^{-4}$, то пропорциональная ему эффективная масса углекислого газа будет равняться

$$m_2(p) = 146 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1.8} \right] \text{ см.}$$

Заметим, впрочем, что предположение о постоянном содержании углекислого газа в воздухе, возможно, является слишком гру-

бым. Так, поглощение CO_2 фотосинтезирующими растениями происходит со скоростями, иногда достигающими 30—100 мг CO_2 на горизонтальной площади в 1 дм² за час и более (Ничипорович [205]); при этом содержа-

ние CO_2 в самом нижнем слое воздуха резко уменьшается (см. рис. 24, заимствованный из работы Чапмена, Глизона и Лумиса [206]), и растения испытывают недостаток углекислоты, так что целесообразно их искусственное «удобрение» углекислотой [205]. Различия в содержании CO_2 в разных воздушных массах делают углекислый газ удобным индикатором для прослеживания за воздушными движениями и перемешиванием атмосферы. Таким методом Болин и Килинг [207] установили, например, что основной природный источник углекислого газа в атмосфере — это

тропические области океанов, а промышленный — умеренные широты, причем за год из тропиков в полярные области северного полушария переносится $2 \cdot 10^{10}$ т CO_2 (для коэффициента меридионального перемешивания получается оценка $K_H = 3 \cdot 10^{10}$ см²/сек), и севернее 45° с. ш. растительность поглощает за летний вегетационный период около $1,5 \cdot 10^{10}$ т CO_2 .

Для зависимости функций поглощения $A_i^j(k_j)$ от соответствующих эффективных масс Шифрин и Авасте [208] построили эмпирическую формулу

$$A_i^j(k_j) = \frac{x_i^j}{a_j(k_j)x_i^j + b_j(k_j)}, \quad (16.5)$$

где $a_j(k_j)$ и $b_j(k_j)$ — затабулированные спектральные коэффициенты, а x_i^j — простые функции от эффективных масс, в нашем случае определяемые формулами

$$\left. \begin{aligned} x_0^j &= (0,76p_0)^{N_j} \{\sec \zeta [m_j(0) - m_j(p)]\}^{1/4}, \\ x_1^j &= (0,76p_0)^{N_j} \{\sec \zeta [m_j(0) - m_j(p_1)] + \\ &\quad + 1,68 [m_j(p_1) - m_j(p)]\}^{1/2}, \end{aligned} \right\} \quad (16.6)$$

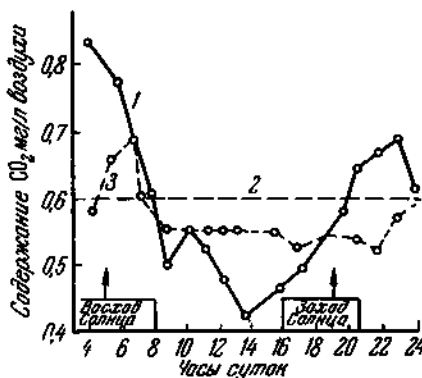


Рис. 24. Содержание CO_2 в воздухе в разные часы суток по Чапмену, Глизону и Лумису [206]; 1 — внутри посева кукурузы, 2 — над чистой почвой, 3 — на высоте 152 м над посевом кукурузы.

где p_1 — давление на уровне облаков (коэффициент 1,66 здесь учитывает диффузность радиации, прошедшей сквозь облака).

Восходящий поток коротковолновой радиации $F_S^{\uparrow}(p)$ под облаками создается лишь радиацией, отраженной от земной поверхности, и определяется формулой, отличающейся от (16.2) множителем, равным альбедо подстилающей поверхности для коротковолновой радиации Γ_0 (на океанах $\Gamma_0 \approx 0,1$, а на суше, грубо говоря, $\Gamma_0 \approx 0,2$ летом и $0,7$ зимой), и заменой $Q_0(p)$ и $Q_1(p)$ на функции $Q_2(p)$ и $Q_3(p)$, для которых

$$\left. \begin{aligned} x_2^j &= (0,76p_0)^{N_j} \{ \sec \zeta m_j(0) + 1,66 m_j(p) \}^{1/2}, \\ x_3^j &= (0,76p_0)^{N_j} \{ \sec \zeta [m_j(0) - m_j(p_1)] + \\ &\quad + 1,66 [m_j(p_1) + m_j(p)] \}^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (16.7)$$

Над облаками к указанной формуле для $F_S^{\uparrow}(p)$ надо добавить, во-первых, множитель $1 - n(\Gamma + \Pi)$, описывающий потери идущей снизу радиации при ее прохождении сквозь облака, и, во-вторых, слагаемое $\gamma n \Gamma (S - Q_4(p))$, описывающее поток, отраженный от верхней поверхности облаков, для которого

$$x_4^j = (0,76p_0)^{N_j} \{ \sec \zeta [m_j(0) - m_j(p_1)] + 1,66 [m_j(p) - m_j(p_1)] \}^{1/2}. \quad (16.8)$$

Случай многослойной облачности можно описать аналогичными, но более громоздкими формулами.

Перейдем теперь к расчету потоков длинноволновой радиации. Он оказывается заметно проще расчета потоков коротковолновой радиации, во-первых, потому, что здесь действительно можно пренебречь не только поляризацией, но и рассеянием, вследствие чего спектральное уравнение переноса излучения легко интегрируется аналитически, и его решение после суммирования по соответствующим длинам волн просто выражается через так называемую интегральную функцию пропускания диффузного излучения

$$D(m_1, m_2) = \frac{1}{\pi} \int \cos \theta d\omega \frac{\int E_\lambda(T) \exp[-\tau_\lambda \sec \theta] d\lambda}{\int E_\lambda(T) d\lambda}, \quad (16.9)$$

где интегрирование по $d\omega$ производится по всем направлениям в пределах полусферы $\theta \leq \frac{\pi}{2}$, $E_\lambda(T)$ — функция

Планка, а $\tau_\lambda = \int (\rho_1 \alpha_\lambda^1 + \rho_2 \alpha_\lambda^2) dz$ — оптическая толщина пройденного радиацией слоя воздуха, выражающаяся через эффективные массы m_1 и m_2 формулы (16.4); функция пропускания (16.9) вычислена в работе Нийлиск [209]. Во-вторых для длинноволнового излучения поверхность облаков приближенно можно считать черным телом, как это показывает более детальное исследование, изложенное в книге Фейгельсон [210], однако облака верхнего яруса следует считать, грубо говоря, полупрозрачными, так что соответствующий балл облачности надо уменьшить вдвое. Таким образом, вновь ограничиваясь для простоты лишь случаем однослойной облачности на уровне p_1 , для нисходящего потока длинноволновой радиации *под облаками* вместо (16.2) имеем

$$F_L^\downarrow(p) = (1 - n) f_\infty^\downarrow(p) + n f_1^\downarrow(p), \quad (16.10)$$

а *над облаками* $F_L^\downarrow(p)$ будет определяться той же формулой, но при $n = 0$. Здесь

$$f_\infty^\downarrow(p) = \int_0^p \sigma T^4(p') dD[m_1(p') - m_1(p), m_2(p') - m_2(p)] \quad (16.11)$$

— нисходящий поток длинноволновой радиации при ясном небе ($\sigma = 0,826 \cdot 10^{-10}$ кал $\cdot$ см $^{-2}$ $\cdot$ мин $^{-1}$ $\cdot$ град $^{-4}$ — постоянная Стефана — Больцмана), а нисходящий поток от нижней границы облаков $f_1^\downarrow(p)$ получается из (16.11) заменой нижнего предела интегрирования $p' = 0$ на $p' = p_1$ и добавлением ко всему выражению слагаемого $\sigma T^4(p_1) D[m_1(p_1) - m_1(p), m_2(p_1) - m_2(p)]$. Восходящий поток длинноволновой радиации *под облаками* будет равен потоку от подстилающей поверхности

$$f_0^\uparrow(p) = \sigma T^4(p_0) D[m_1(p), m_2(p)] - \int_p^{p_0} \sigma T^4(p') dD[m_1(p) - m_1(p'), m_2(p) - m_2(p')], \quad (16.12)$$

а *над облаками* он будет определяться формулой

$$F_L^\uparrow(p) = (1 - n) f_0^\uparrow(p) + n f_1^\uparrow(p), \quad (16.13)$$

где $f_1^{\uparrow}(p)$ — восходящий поток от верхней границы облаков, получаемый из (16.12) заменой первого слагаемого на $\sigma T^4(p_1)D[m_1(p) - m_1(p_1), m_2(p) - m_2(p_1)]$ и верхнего предела интегрирования p_0 во втором слагаемом на p_1 (при учете поглощения радиации только водяным паром формулу для ϵ_{rL} , аналогичную приведенным здесь, см. в работе Фейгельсон [211]).

Во всех расчетах этого параграфа нетрудно в целях уточнения вместо уровня облака p_1 ввести отдельно уровни нижней и верхней границ облака.

До сих пор при вычислении ϵ_r мы учитывали из оптически активных составляющих атмосферного воздуха *водяной пар* (концентрация которого образует одно из подлежащих расчету метеорологических полей) и *углекислый газ* (концентрацию которого пока что считают возможным задавать постоянной), а также грубо учитывали озон (в атмосфере он сосредоточен преимущественно на высотах 20—25 км, где он образуется в результате фотохимических процессов под действием ультрафиолетовой радиации Солнца, которую в длинах волн $\lambda < 2900 \text{ \AA}$ он практически полностью поглощает, уменьшая тем самым поток солнечного тепла приблизительно на 2%). Но оптически активен, несомненно, также аэрозоль, на котором происходит значительное рассеяние и поглощение радиации. Это значит, что притоки тепла ϵ определяются не только полями температуры и влажности (а также турбулентности, определяемой в свою очередь этими же полями и полем ветра), но, строго говоря, еще полями концентраций разных видов аэрозоля. Однако ситуация, быть может, не столь сложна, так как характеристики аэрозоля, по-видимому, в очень большой мере определяются относительной влажностью воздуха (т. е. отношением парциального давления водяного пара e к его насыщающему значению при данной температуре e_m), как это установил Розенберг [212] по результатам измерений компонент полной матрицы рассеяния света в атмосфере.

Перечислим выводы из этих измерений.

(1) В очень сухой атмосфере ($e/e_m < 0,3$) аэрозоль не содержит капелек воды, а лишь так называемые ядра Айткена или большие ионы (по-видимому, органического происхождения) с дискретным спектром размеров порядка 0,01—0,1 мк, в количествах порядка тысяч в 1 см³, и малочисленные солевые частицы с размерами порядка 0,1—1 мк, оптический эффект которых очень мал (дальность видимости больше 40—50 км).

(2) При $e/e_m \approx 0,3$ —0,4 на ядрах Айткена, или больших ионах, начинается конденсация влаги, и с ростом отношения e/e_m размеры частиц (но не их число) растут, а их анизотропия уменьшается за счет нарастающей водной оболочки; при этом размеры наиболее крупных частиц переходят в оптически наиболее активную область 0,1—0,3 мк — появляется дымка с дальностью видимости более 3 км (это явление наблюдается в атмосфере в 90—95% случаев).

(3) При $e/e_m \geq 0.8$ в конденсацию, по-видимому, вовлекаются солевые частицы, а частицы дымки (0,1—0,3 мк) исчезают; возникает непрерывное распределение частиц по размерам с выделенными фракциями 1—5 мк (создающими радугу) и 12—15 мк (влияющими на ореольную часть индикатрисы рассеяния) — появляется *туманная дымка* с дальностью видимости 1—3 км.

(4) при $e/e_m \approx 1$ частицы туманной дымки, имевшие размеры 1—5 мк, дорастают до размеров 8—12 мк (фракция, создающая венцы и другие особенности ореольной части индикатрисы рассеяния); в непрерывном спектре размеров частиц выделяется еще фракция 18—25 мк, определяющая яркость рассеянного света в области ореола и особенности радуг; размеры капель здесь следуют за флуктуациями температуры, создавая клубистую структуру тумана с дальностью видимости менее 1 км.

Литература к § 16

202. А. С. Монин, ДАН СССР 175, № 4, 819 (1967).
203. S. Manabe, F. Möller, Monthly Weather Rev. 89, № 12, 503 (1961).
204. S. Manabe, R. Strickler, J. Atm. Sci. 21, № 4, 361 (1964).
205. А. А. Ничипорович, Световое и углеродное питание растений (фотосинтез), Изд. АН СССР, 1955.
206. H. W. Chapman, L. S. Gleason, W. E. Loomis, Plant Physiology 29, № 6, 500 (1954).
207. B. Bolin, C. D. Keeling, J. Geophys. Res. 68, № 13, 3899 (1963).
208. К. С. Шифрин, О. А. Авасте, Труды Ин-та физики и астрономии АН ЭССР, Иссл. по физике атмосферы, № 2 (1960).
209. Х. Ю. Нийлиск, Труды Ин-та физики и астрономии АН ЭССР, Иссл. по физике атмосферы, № 4 (1963).
210. Е. М. Фейгельсон, Радиационные процессы в слоисто-образных облаках, «Наука», 1964.
211. Е. М. Фейгельсон, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 10, 1539 (1964).
212. Г. В. Розенберг, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 3, № 9, 936 (1967).

§ 17. Регулирующая роль облачности

Первичным источником притока энергии к атмосфере и океану является падающий на Землю поток солнечного тепла. Проводившиеся доныне тщательные измерения этого потока не обнаружили сколько-нибудь заметных его изменений во времени, и потому он приобрел наименование *солнечной постоянной*. Но если энергоснабжение постоянно, то почему же система А—ДС функционирует

неравномерно, и в ней возникают *долгосрочные аномалии погоды*, так что погода данного года может оказаться непохожей на погоду предшествующего года? Ясно, что если источник этой изменчивости не удастся обнаружить во внешних факторах, то его надо искать во внутренних механизмах, регулирующих взаимодействия между различными частями рассматриваемой системы.

Один из таких регуляторов обнаруживается немедленно, если ответить на следующие вопросы: 1) Что наиболее сильно меняет условия прохождения солнечных лучей до подстилающей поверхности (и тем самым условия поступления тепла к деятельному слою моря или суши)? 2) Что может перехватывать идущую снизу тепловую радиацию? 3) Где выделяется теплота при конденсации водяных паров? Очевидный ответ: это — *облачность*. Она, несомненно, является эффективным регулятором процессов переработки постоянного потока солнечной радиации в неравномерно распределенные в пространстве и времени притоки тепла к атмосфере, причем особенно важно то, что облачность изменчива и что ее эволюция определяется теми же самыми крупномасштабными атмосферными движениями, энергоснабжение которых она регулирует — ветром, сильно влияющим на скорость испарения влаги с подстилающей поверхности и создающим горизонтальный перенос влаги, и вертикальными движениями, приводящими к росту или таянию облаков. Иначе говоря, облачность есть *регулятор с обратной связью* [12, 213].

Вероятно, облачность — не единственный такой регулятор. Например, можно упомянуть морские течения ветрового происхождения: они переносят тепло и тем самым влияют на распределение в пространстве потоков тепла от моря в атмосферу, определяющих энергоснабжение поля ветра, так что в механизме генерации ветровых течений имеется обратная связь (на этом вопросе мы еще остановимся ниже). Однако облачность, по-видимому, является наиболее эффективным из регуляторов внутренних взаимодействий в системе А — ДС, так что можно предполагать, что долгосрочные аномалии погоды на Земле создаются главным образом благодаря наличию в земной атмосфере *изменчивой облачности* (с этой точки зрения ни в безоблачной атмосфере Марса, ни на Венере с ее постоянной пол-

ной облачностью не должно быть долгосрочных аномалий погоды, таких, как на Земле). Следовательно, в число метеорологических полей, подлежащих расчету в теории долгосрочных прогнозов погоды, обязательно должно быть включено поле облачности [12].

Регулирующее действие облачности аккуратно описывается уравнениями динамики неадиабатических процессов, изложенными в двух предыдущих пунктах. Упрощенно же это действие можно представить следующим образом. Пусть в начальный момент в море имеется повышенное количество тепла. Море будет усиленно нагревать атмосферу, в ней разовьются восходящие движения, и образуется повышенное количество облачности. Такая облачность создаст увеличенную экранировку солнечной радиации, и появится отрицательная аномалия потока солнечного тепла. Море, получающее тепла меньше, чем оно отдает в атмосферу, охладится и начнет охлаждать атмосферу, в ней разовьются нисходящие движения, и облачность начнет таять. При пониженном же количестве облачности море будет усиленно прогреваться, восстановятся условия, с которых мы начинали, и весь процесс будет повторяться. Таким образом, в системе А — ДС благодаря наличию облачности могут возникать колебания.

Для оценки возможных периодов таких колебаний Гаврилин и Монин [214] рассмотрели упрощенную модель системы А — ДС, в которой:

(1) Уравнение эволюции потенциального вихря (15.2) берется в квазигеострофическом приближении и линеаризуется относительно состояния покоя.

(2) При расчете притока тепла за счет турбулентной теплопроводности учитывается только горизонтальное перемешивание, т. е. полагается $e'_{\text{турб}}/c_p = K_h \Delta T''$, где K_h — коэффициент горизонтального перемешивания.

(3) Принимается, что при отсутствии облаков (этому событию приписывается вероятность 1/2) имеются аномалии только длинноволнового лучистого притока тепла, описываемые законом Ньютона

на $\frac{e'_r}{c_p} = -\frac{T''}{\tau_r}$, где τ_r — «типичное время радиационного выравнивания температурных неоднородностей», а при наличии облаков (также с вероятностью 1/2) имеются аномалии только притока тепла за счет фазовых превращений влаги, описываемые

линеаризованной формулой

$$\frac{\epsilon'_\phi}{c_p} \approx \left(1 - \frac{\alpha_0^2}{\alpha_b^2}\right) \left(\frac{\partial T'}{\partial t} - K_h \Delta T'\right),$$

где α_0^2 — параметр статической устойчивости, введенный в (7.2), а α_b^2 — аналогичный параметр во влажноадиабатической атмосфере; средние аномалии притока тепла при этом будут иметь вид $\epsilon'_{\text{турб}} + \frac{1}{2} \epsilon'_r + \frac{1}{2} \epsilon'_\phi$. Уравнение эволюции потенциального вихря (15.2) в указанной модели приводится к виду

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - K_h \Delta\right) \left(\alpha^2 L_0^2 \Delta z' + \frac{\partial}{\partial p} p^2 \frac{\partial z'}{\partial p}\right) = -\frac{1}{\tau_0} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \frac{\partial z'}{\partial p}, \quad (17.1)$$

где $\frac{1}{\alpha^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha_0^2} + \frac{1}{\alpha_b^2}\right)$ и $\tau_0 = 2 \frac{\alpha_0^2}{\alpha^2} \tau_r$. Для оценки возможных периодов колебаний надо рассмотреть элементарные волновые решения $z'(x, y, p, t)$ уравнения (17.1), зависящие от (x, y, t) по закону $\exp \left\{ i \left(\frac{m_1 x + m_2 y}{L_0} - \omega t \right) \right\}$. Из (17.1) вытекает, что амплитуды таких волн, обладающих должной регулярностью при $p \rightarrow 0$, будут зависеть от p по закону p^μ , где

$$\mu = -\frac{1}{2} + \left[\frac{1}{4} + \alpha^2 m^2 \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{\tau_0}{\tau_h} m^2 - i \tau_0 \omega} \right) \right]^{1/2}, \quad (17.2)$$

причем $m = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$ — безразмерное горизонтальное волновое число, а $\tau_h = L_0^2 / K_h$ — «типичное время горизонтального перемешивания атмосферы», имеющее величину, по-видимому, порядка недель. Для колебаний с периодами много больше $\frac{2\pi}{m^2} \tau_h$ зависимостью μ от ω , очевидно, можно пренебрегать.

На поверхности моря ($p = p_0$) для функции z' должно выполняться, во-первых, краевое условие (15.3), в котором надо положить $w_0 = 0$ и $\epsilon = \frac{1}{2} \epsilon'_r + \frac{1}{2} \epsilon'_\phi$, причем закон Ньютона для радиационного теплообмена на границе записывается в виде $\frac{e'_r}{c_p} = -\frac{1}{2} \frac{T' - T'_w}{\tau_r}$, так что указанное краевое условие приводится к виду

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(p \frac{\partial z'}{\partial p} + \alpha^2 z' \right) = -\frac{1}{2\tau_0} \left(p \frac{\partial z'}{\partial p} + \frac{R}{g} T'_w \right). \quad (17.3)$$

Здесь $T'_w(x, y, t)$ — аномалия температуры поверхности моря, оказывающаяся новой неизвестной. Для ее определения необходимо привлечь и второе краевое условие при $p = p_0$ — условие равенства нулю алгебраической суммы аномалий всех вертикальных потоков тепла на поверхности моря, имеющее вид

$$c_w \rho_w K_w \frac{\partial T'_w}{\partial z} - \mathcal{L} \rho K_z \frac{\partial q'}{\partial z} + \rho H e'_r + c_{pr} \frac{H}{\tau_s} T_{0n'} = 0. \quad (17.4)$$

Здесь первое слагаемое — турбулентный поток тепла в воде (c_w , ρ_w и K_w — удельная теплоемкость, плотность и коэффициент перемешивания в воде); напомним, что аналогичный поток в воздухе в данной модели не учитывается. Второе слагаемое — вертикальный поток скрытой теплоты в воздухе (q — удельная влажность, K_z — коэффициент вертикального перемешивания в воздухе). Чтобы избежать расчета поля влажности, в данной модели делается дополнительное упрощение (несколько занижающее скорость испарения):

(4) Учитывая, что на поверхности моря удельная влажность q равна влажности насыщения $q_m = \frac{R}{R_v} \frac{e_m(T)}{p}$, значение $\left(\frac{\partial q}{\partial z}\right)_{z=0}$ приближенно заменяется на $\frac{\partial q_m}{\partial z} = -\frac{\rho v}{p} \left(\frac{T}{e_m} \frac{\partial e_m}{\partial T} \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial p} - 1 \right) q_m$, и тогда аномалии потока скрытой теплоты оказываются пропорциональными $q'_m \approx \frac{\partial q_m}{\partial T} T'_w$ и могут быть записаны в виде $c_{pr} \frac{H}{\tau_\phi} T'_w$, где τ_ϕ — «типичное время вертикального переноса скрытой теплоты», а H — высота однородной атмосферы.

Третье слагаемое в (17.4) — аномалия длинноволнового лучистого потока тепла, определяемая так же, как в (17.3). Четвертое слагаемое — аномалия потока солнечного тепла, полное выражение для которого имеет вид $(1-n) c_{pr} \frac{H}{\tau_s} T_0$, где $n = \frac{1}{2} + n'$ — балл облачности, T_0 — средняя температура воздуха на уровне моря, а τ_s — определяемое этой формулой «типичное время поступления солнечного тепла». Чтобы избежать расчета поля облачности, в модели делается следующее упрощение:

(5) Принимается, что аномалии количества облачности n' пропорциональны вертикальной скорости w на уровне максимальной повторяемости облаков $p = p_1$, т. е. $n' = \frac{1}{w_0^*} (\rho g w)_{p=p_1}$, где w_0^* — эмпирический коэффициент (для которого из упоминавшейся выше номограммы Льюиса [111] получается значение $w_0^* \approx 0,9$ жб/час).

Величина $\tau_n = \frac{p_0 - p_1}{w_0^*}$ будет иметь смысл «типичного времени

образования облачности». Полагая $\rho g w = \rho g \frac{\partial z'}{\partial t} - w^*$ и определяя w^* из уравнения притока тепла, получим

$$\rho g w = \frac{g p}{\alpha_0^2 c_0^2} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(p \frac{\partial z'}{\partial p} + \alpha_0^2 z' \right) + \frac{R}{g} \frac{e'}{c_p} \right], \quad (17.5)$$

где e' определяется так же, как для уравнения (17.1).

Пока что в условиях (17.3), (17.4) все же остается одна «лишняя» неизвестная — значение $\left(\frac{\partial T'_w}{\partial z} \right)_{z=0}$. Для ее определения приходится производить расчет поля температуры воды в море. В модели для этого делается следующее, последнее упрощение:

(б) Не учитываются течения и горизонтальное перемешивание в океане, а для расчета поля T'_w используется простое уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T'_w}{\partial t} = K_w \frac{\partial^2 T'_w}{\partial z^2}$$

с условием затухания аномалий температуры T'_w на нижней границе деятельного слоя $z = -H_w$. Тогда нетрудно убедиться, что для элементарных волновых решений $T'_w(x, y, z, t)$ указанного выше вида будет выполняться соотношение

$$\frac{\partial T'_w}{\partial z} = \frac{T'_w}{H_w} \sqrt{i \tau_w \omega} \operatorname{cth} \sqrt{i \tau_w \omega} \quad \text{при } z=0, \quad (17.6)$$

где $\tau_w = H_w^2 / K_w$ — «типичное время перемешивания океана». Оно, по-видимому, очень велико, так как вследствие сильно устойчивой стратификации плотности в океане коэффициент перемешивания K_w мал (например, расчеты Озмидова и Попова [215] по вертикальному распределению Sr-90 в Атлантическом океане дали для K_w значения порядка $10 \text{ см}^2/\text{сек}$). Для колебаний с периодами много меньше τ_w будет $\tau_w \omega \gg 1$, и в (17.6) можно будет полагать $\operatorname{cth} \sqrt{i \tau_w \omega} \approx 1$.

Пользуясь законом $z' \sim p^k$ и соотношением (17.6), в качестве условия существования ненулевых решений z' и T'_w уравнений (17.3), (17.4) можно получить соотношение, связывающее частоты ω и горизонтальные волновые числа m элементарных колебаний.

Для частот из интервала $\frac{m^2}{\tau_h} \gg \omega \gg \frac{1}{\tau_w}$ это соотношение принимает вид

$$(1 - 2i\Omega)(\sqrt{i\Omega} - \xi) = \eta, \quad (17.7)$$

где $\Omega = \tau_0 \omega \left(1 + \frac{\alpha^2}{\mu}\right)$ — безразмерная частота,

$$\xi = \lambda \left(\zeta - \frac{\tau_0}{\tau_\phi} - \frac{\alpha_0^2}{\alpha^2} \right) \quad \text{и} \quad \eta = \lambda \left[\zeta \left(1 + 2 \frac{\tau_0}{\tau_h} m^2 \right) + \frac{\alpha_0^2}{\alpha^2} \right],$$

причем $\lambda = \frac{c_{p0} H}{c_{w0} H_w} \sqrt{\frac{\tau_w}{\tau_0} \left(1 + \frac{\alpha^2}{\mu} \right)}$ и

$$\zeta = \frac{\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^\mu}{2 \left(\frac{p_0}{p_1} - 1 \right) \alpha^2} \frac{\tau_n}{\tau_s}.$$

Если $2 \frac{\tau_0}{\tau_h} m^2 \gg 1$ и $\eta \gg 1$, то из (17.7) получается $\Omega \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\eta}{2} \right)^{1/2} (i \pm \sqrt{3})$; это, во-первых, соответствует разрастающимся колебаниям, так что наличие обратной связи создает в системе раскачку (вероятно, ограничиваемую действием не учтенных в модели нелинейных членов). Во-вторых, для периодов τ таких колебаний получается формула

$$\tau = C \left(\frac{\tau_0 \tau_h \tau_s}{\tau_n \sqrt{\tau_w}} \right)^{1/2} \left(\frac{L}{L_0} \right)^{1/2}, \quad (17.9)$$

где L — длина волны, а

$$C = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\frac{\alpha^2 \left(1 + \frac{\alpha^2}{\mu} \right) \left(\frac{p_0}{p_1} - 1 \right)}{\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^\mu} \frac{c_{w0} H_w}{c_{p0} H} \right]^{1/2} \approx 1.$$

Для волн с длиной порядка L_0 при разумных значениях параметров, входящих в (17.8), получаются периоды τ порядка месяцев. Таким образом, согласно этой модели регулируемые облачностью взаимодействия между океаном и атмосферой могут иметь характер колебаний с периодами порядка месяцев.

Литература к § 17

213. А. С. М о н и н, Сб. «Наука и человечество», изд. «Знание», 1964, стр. 192—204.
214. Б. Л. Г а в р и л и н, А. С. М о н и н, ДАН СССР, 176, № 4, 822 (1967).
215. Р. В. О з м и н о в, Н. И. П о п о в, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 2, № 2, 183 (1966).

§ 18. Численные эксперименты

Совокупность уравнений динамики данной физической системы, записанных в том или ином приближении, вместе с соответствующими краевыми условиями и с алгоритмом численного решения этих уравнений, неизбежно включающим способ конечномерной аппроксимации описывающих систему континуальных полей, образует физико-математическую модель системы (алгоритм численного решения является существенной частью модели, так как алгоритмизация приводит к конечномерной системе, нередко, увы, далеко не эквивалентной исходной континуальной системе).

Решение уравнений модели при тех или иных заданных значениях «внешних параметров» можно назвать *численным экспериментом* по динамике рассматриваемой физической системы. Так, нахождение стационарного решения (или решения с годовым периодом) уравнений модели планетной атмосферы (или, лучше, системы А — ДС) есть *численный эксперимент по климатическому фону* (см. упомянутые в § 13 примеры [11, 162—165]). Нахождение нестационарного решения при конкретных начальных данных, фиксирующих какое-то реальное мгновенное состояние системы, есть *численный эксперимент по прогнозу*. Численные эксперименты по краткосрочному прогнозу метеорологических полей (в адиабатическом приближении) были начаты в лаборатории И. А. Кибеля еще в 1940 г. Начиная с 1950 г. они проводились в ряде стран на базе уравнения (7.6'), а затем на базе (7.4) и (8.2), (8.3) и, наконец, на базе «примитивных» уравнений.

Численные эксперименты по глобальному прогнозу метеорологических полей проводились Е. Н. Блиновой, начиная с 1943 г., сначала на базе простейшего динамического уравнения (8.2') и линеаризованного аналогичным образом уравнения переноса тепла

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \alpha \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) T' - \frac{2M \cos \theta}{a^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = K_h \Delta T', \quad (18.1)$$

где M — меридиональный перепад температуры (горизонтальная турбулентная теплопроводность здесь вводилась для предотвращения роста мелкомасштабных

неоднородностей). Затем уравнения были дополнены учитывающим нелинейности прогнозом индекса циркуляции α , стали применяться бароклинные модели, причем учет в (18.4) вертикальной теплопроводности потребовал использования краевого условия типа (17.4) и расчета температуры в почве или море, т. е. построения уже неадиабатической модели. Перечисленные усовершенствования просуммированы в обзоре Блиновой [166]; ее работы последних лет [167—171] посвящены развитию неадиабатических моделей *).

Интегрирование уравнений модели на долгий срок (несколько месяцев или даже несколько лет) при идеализированных начальных данных, соответствующих, например, слегка возмущенному состоянию покоя, есть *численный эксперимент по статистическому режиму* рассматриваемой системы. Такие численные эксперименты по *общей циркуляции атмосферы* приобрели популярность после успеха первого подобного эксперимента, осуществленного в 1956 г. Филлипсом [216]. Наиболее детальные эксперименты были выполнены Смагоринским [103, 217—222], Минцем [105, 223—225] (см. также замыкающую работу Мезингера [226]) и Лейтсом [104, 227—229]; упомянем еще эксперименты Мацумото [230], Чэнь Сюн-шаня [231, 232], работы Касахара и Вашингтона [233], Гамбо [234] и эксперименты Адема [235—239]. Обзор основных численных экспериментов по общей циркуляции атмосферы опубликован Гаврилиным [240] (он издан также на английском языке в книге [172]).

Назовем также численные эксперименты по океанической циркуляции Саркисяна [241—243] и Гарматюка и Саркисяна [244] (см. также книгу Саркисяна [245]), Брайена [246] и Брайена и Кокса [247] (русские переводы работ [216, 218, 220, 105, 238, 246, 247] см. в сборнике [248]). Упомянем, наконец, численный эксперимент Манабе и Брайена по общей циркуляции атмосферы и океана в их взаимодействии, предварительные результаты которого доложены Манабе на 14-й Генеральной Ассамблее

*) См. также работы Блиновой в Трудах Гидрометцентра СССР, вып. 15, 3 и 26 (1967) и вып. 31, 3 (1968); последняя работа содержит точное решение уравнений нелинейной двухуровневой модели.

Международного союза геодезии и геофизики в 1967 г. в Швейцарии. Ниже мы остановимся подробнее на численных экспериментах по общей циркуляции атмосферы Филлипса, Смагоринского, Минца и Лейтса.

Расчет Филлипса был выполнен по двухуровневой квазигеострофической модели на сетке в β -плоскости с шагами $\Delta x = 375$ км и $\Delta y = 625$ км, причем мгновенное состояние атмосферы характеризовалось 450 числами; шаг по времени равнялся 0,5–2 часа, и в основном эксперименте уравнения модели были проинтегрированы на 31-дневный срок. Из неадиабатических факторов в модели учитывались горизонтальная турбулентная вязкость и теплопроводность (с коэффициентом перемешивания $K_h = 10^6$ м²/сек), приземное трение (с коэффициентом сопротивления $c_f = \tau/\rho U^2 = 3 \cdot 10^{-3}$, где τ — напряжение трения, и U — скорость ветра у поверхности Земли) и лучистый приток тепла, который был задан эмпирической формулой $\epsilon_r = -2H_0 y/W$ (где y — координата вдоль меридиана, $W = 5000$ км и $H_0 = 20$ см²/сек²); конденсационный приток тепла учитывался лишь путем занижения (на 20%) параметра статической устойчивости.

Эксперименты Смагоринского, Минца и Лейтса рассчитывались с помощью примитивных уравнений на сфере. Смагоринский [103] использовал двухуровневую модель (с дополнительным требованием равенства нулю средней по высоте дивергенции скорости, позволяющим отфильтровать из решений двумерные гравитационные волны) с шагами по широте и долготе 5°. Расчет проводился лишь в зоне между экватором и 64° с. ш.; количество чисел, характеризующих мгновенное состояние атмосферы, было на порядок больше, чем у Филлипса. Шаг по времени равнялся 20 мин, и основной эксперимент считался на 60 дней. Описание неадиабатических факторов отличалось от того, что было у Филлипса, более детальным учетом турбулентного обмена (с коэффициентами горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости, зависящими от поля скорости) и тем, что была принята во внимание зависимость

лучистого притока тепла от температуры $\epsilon_r = f(y) - C \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{T_m}$

(где Φ_1 и Φ_2 — геопотенциал на двух уровнях, T_m — температура лучистого равновесия, C — эмпирическая постоянная).

Минц использовал двухуровневую модель с горизонтальной сеткой из 1000 точек на сфере, причем учитывалось влияние крупных горных массивов и различие теплофизических свойств океанов и материков — принималось, что океаны обладают бесконечной теплоемкостью (и температура их поверхности считалась заданной), а материи — нулевой теплопроводностью. Шаг по времени равнялся 12 мин, и эксперимент считался на год. Описание неадиабатических факторов дополнялось учетом вертикального переноса тепла конвекцией (пропорционального разности фактического и влажноадиабатического градиентов температуры). Значения ϵ_{rL} брались в виде функции от температуры и высоты, полученной в

работе Такахаши, Катаяма и Асакура [249] при учете среднего климатического распределения влажности и облачности. Наконец, при расчете ϵ_{TS} принималось, что поток солнечного тепла, уменьшенный за счет планетарного альбеда (зависимость которого от широты бралась по данным «Тайроса-4»), на 73% поглощается земной поверхностью, на 15% — нижним, и на 12% — верхним слоем атмосферы.

Эксперимент Лейтса заключался в расчете по шестизуровневой модели с горизонтальной сеткой из 2000 точек на сфере, причем прогнозировались поле наземного давления и трехмерные поля температуры, горизонтальных компонент скорости ветра и *влажности* (попутно вычислялись также горизонтальная дивергенция скорости D , индивидуальное изменение давления w^* и геопотенциал gz). Количество чисел, характеризующих мгновенное состояние атмосферы, здесь было уже на два порядка больше, чем у Филиппса. Принималось во внимание различие океанов и материков (но не топография суши). Шаг по времени равнялся 20 мин, и эксперимент считался на год. При расчете неадиабатических факторов значения ϵ_{TL} брались в виде эмпирической функции от высоты, а ϵ_{TS} — от массы водяного пара вдоль лучей; учитывались притоки тепла за счет конденсации влаги и выпадение осадков.

Наконец, в экспериментах Смагоринского с соавторами [218, 220] использовалась девятиуровневая модель с горизонтальной сеткой на северном полушарии из 1250 точек (прямоугольная сетка на карте стереографической проекции с $N = 20$ узлами между экватором и полюсом). Шаг по времени равнялся 10 мин, и эксперимент считался в работе [218] на 300 дней и в работе [220] на 187 дней (в работе [221] описываются эксперименты по прогнозу с той же моделью при $N = 40$, с шагом по времени 5 мин, на сроки до 108 час.). Из неадиабатических факторов действие турбулентности описывалось так же, как в первой модели Смагоринского [103], лучистые притоки тепла ϵ_r рассчитывались по схеме Манабе и Стрикленда [204] (близкую схему мы изложили в § 16) при использовании средних климатических вертикальных профилей водяного пара, CO_2 , озона и облачности; при записи краевого условия на поверхности Земли типа (17.4) теплоемкость Земли принималась равной нулю. В работе [218] использовалась «сухая» модель: поле влажности не рассчитывалось, а для учета стабилизирующего влияния влажной конвекции вертикальные градиенты температуры, превышающие влажноадиабатический градиент, автоматически заменялись на этот влажноадиабатический градиент. В работе же [220] использовалась «влажная» модель, в которой рассчитывалось поле влажности, причем эффект сухой и влажной конвекции учитывался аналогично работе [218], и принималось, что вся скопированная влага немедленно выпадает в виде осадков.

Главным успехом этих численных экспериментов является воспроизведение в них флуктуирующего характера общей циркуляции атмосферы со вполне реальными амплитудами.

литудами синоптических флуктуаций метеорологических полей. Так, уже в первом эксперименте Филлипса атмосфера, эволюционирующая, начиная от состояния покоя, достигала состояния со скоростями ветра порядка 10 м/сек и с амплитудами пульсаций давления порядка 20 мб.

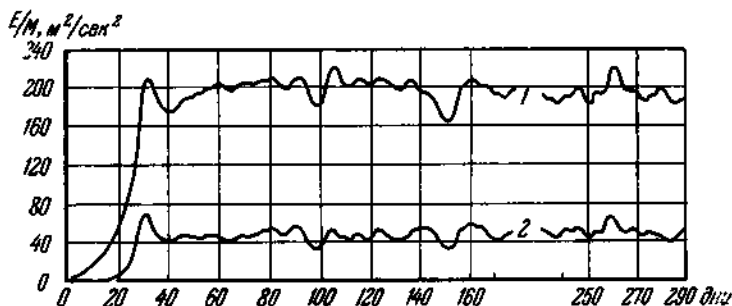


Рис. 25. Изменения во времени средней кинетической энергии всей атмосферы E/M (при начальном состоянии покоя) в эксперименте Минца [105]: 1 — полная кинетическая энергия, 2 — кинетическая энергия меридиональных движений.

В качестве иллюстрации на рис. 25 демонстрируются изменения во времени средней кинетической энергии всей атмосферы E/M в эксперименте Минца. Рисунок показывает, что после начального состояния покоя энергия атмосферных движений быстро возрастает (вследствие притоков тепла), и через 30—40 дней устанавливается квазистационарный флуктуирующий режим (первая часть этого эксперимента, которой соответствует левая половина графика, считалась без учета горных массивов, а вторая часть — правая половина графика — с учетом влияния гор; на суммарной кинетической энергии это влияние практически не сказалось).

В экспериментах успешно воспроизводятся и некоторые тонкие особенности синоптических флуктуаций. Так, в эксперименте Смагоринского [103] обнаружилась спектральная избирательность бароклининой неустойчивости — преимущественное разрастание волн с номерами $m = 5$ и 6 (m — число волн на круге широты), и возникли глобальные колебания с периодом порядка двух недель, называемые «циклом индекса» (см. выше § 3(4) и рис. 4).

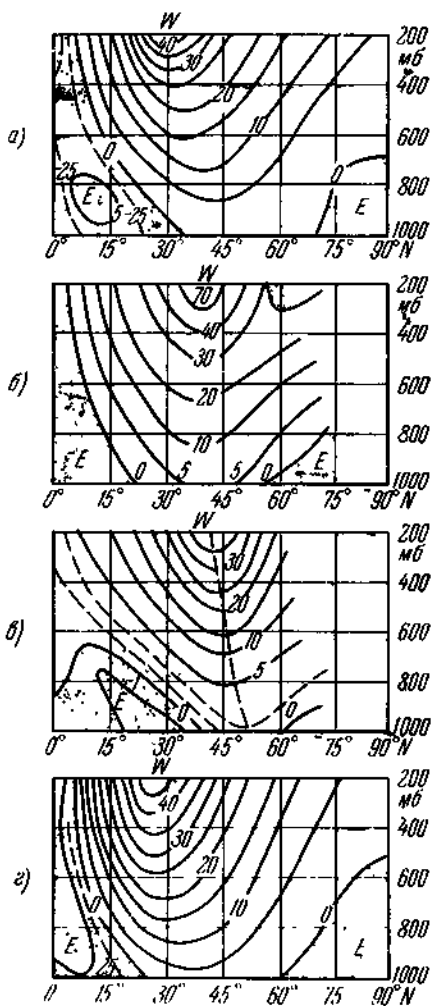


Рис. 26. Распределение среднего зонального ветра (в м/сек) в северном полушарии: а) фактические данные для зимнего сезона по Мянцу [250]; б) среднее за 8—30 дни по эксперименту Филлипса [216]; в) среднее за 17—39 дни по эксперименту Смагоринского [103]; г) среднее за 256—285 дни по эксперименту Мянца [105].

В численных экспериментах был удачно воспроизведен и ряд особенностей «климатического фона», т. е. средних за большие промежутки времени метеорологических полей. Так, уже Филлипсу удалось воспроизвести трехячейковую структуру зональной циркуляции с восточными приземными ветрами (пассатами) в тропиках, западно-восточным переносом в умеренных широтах с максимумом (струйным течением) в верхней тропосфере и восточными приземными ветрами в полярной зоне — см. рис. 26, на котором этот результат Филлипса сравнивается с аналогичными результатами Смагоринского [103] и Минца [105] и с фактическими данными (взятыми из работы Минца [250]). На рис. 27 демонстрируется сопоставление с фактическими данными карты среднего атмосферного давления на уровне моря, полученной в эксперименте Минца; согласие с фактическими данными можно признать удовлетворительным (за исключением некоторых деталей: в эксперименте получились лишние гренландский максимум и североамериканский минимум, не получились максимум на северо-востоке Тихого океана и минимумы над Южной Африкой и Южной Америкой, слабы субтропические максимумы в южном полушарии).

На рис. 28 сопоставляются с фактическими данными вертикальные профили средней годовой зональной температуры, полученные в эксперименте Смагоринского и соавторов [218] с «сухой» моделью (по этому эксперименту разность высот тропопаузы на экваторе и полюсе равна 7 км против фактических 10 км; разность соответствующих приземных температур 42° близка к фактической, но меридиональный градиент температуры в верхней тропосфере умеренных широт получился слишком большим). На рис. 29 демонстрируется сопоставление с фактическими данными меридионального разреза среднего годового поля зональной температуры, полученного в эксперименте Смагоринского и соавторов [220] с «влажной» моделью.

Достижения, отраженные на рис. 26—29, сами по себе не новы: они в основном повторяют результаты проведенных много раньше численных экспериментов по климатическому фону (работы Блиновой [11, 162], Машковича [163] и др.), впервые давших теоретическое объяснение соответствующих особенностей общей циркуляции атмосферы.

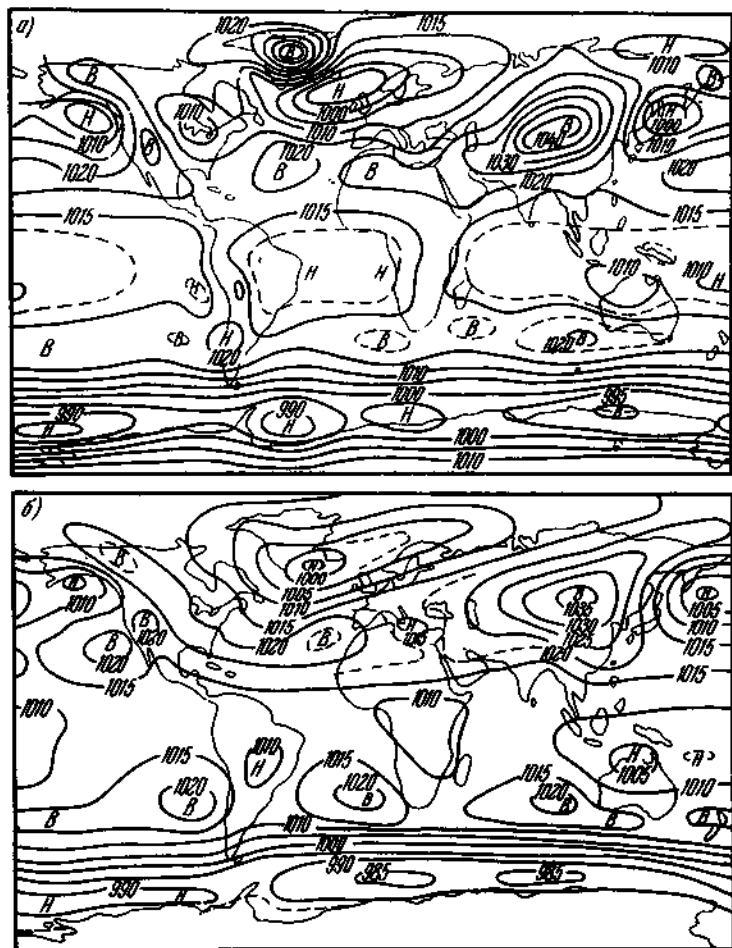


Рис. 27. Карта среднего атмосферного давления на уровне моря: а) средняя за 256—285 дни по эксперименту Минца [105]; б) фактические данные для января.

Новым является то, что теперь они получены не с помощью стационарных решений уравнений динамики, а путем осреднения нестационарных решений, так что они характеризуют достоинства моделей, предназначенных для описания *флуктуаций* общей циркуляции атмосферы.

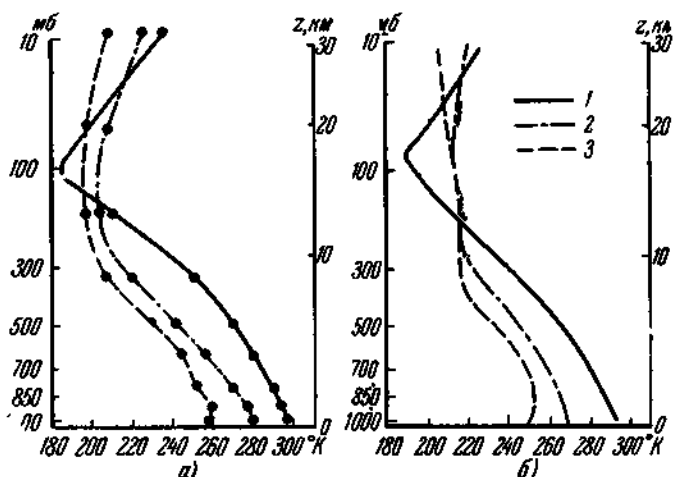


Рис. 28. Вертикальные профили средней годовой зональной температуры: 1 — на 10° с. ш., 2 — 50° с. ш. и 3 — 90° с. ш. а) По эксперименту Смагоринского и соавторов [218] с «сухой» моделью; б) по фактическим данным.

Филлипс, Смагоринский [103, 218] и Гамбо [234] по данным своих экспериментов подсчитали скорости различных превращений энергии в атмосфере. Результаты таких подсчетов приводятся на рис. 30 в сравнении с эмпирическими оценками Оорта [251] (фактические данные см. также в работах Уайта и Салцмана [252], Крюгера, Уинстона и Хейнса [253] и Вийн-Нильсена с соавторами [254—258]). Из этого рисунка видно, что численные эксперименты в общем уже неплохо имитируют энергетику атмосферы, хотя имеются и некоторые расхождения с эмпирическими оценками (завышение отношений зональной и не зональной составляющих потенциальной и кинетической энергии $\bar{\mathcal{P}} / \mathcal{P}'$ и $\bar{\mathcal{K}} / \mathcal{K}'$ и скорости превращения

$\mathcal{K}' \rightarrow \mathcal{K}$, завышение в эксперименте [218] скорости генерации энергии ($\mathcal{P}$).

В экспериментах Смагоринского с соавторами [218, 220] детально рассчитывались и сопоставлялись с имеющимися эмпирическими оценками также поля потоков количества движения, тепла и влаги (заметим, что фактических данных климатического характера об этих полях почти не имеется; некоторые оценки, выдаваемые их авторами за климатические, были получены вовсе не по данным измерений, а с помощью грубых расчетных методов, гораздо менее надежных, чем сами численные эксперименты).

Интересные эксперименты провел с помощью своей модели Минц [105]. Так, оказалось, что при исключении Гималаев сибирский максимум на карте среднего давления на уровне моря не появляется; при постановке на экваторе гладкой стенки восточные ветры над экватором исчезают; при учете суточного хода солнечной радиации появляются полусуточные колебания приземного давления с амплитудой у экватора около 1 мб и фазой, близкой к наблюдаемой. Мезингер [226] рассчитал при помощи модели

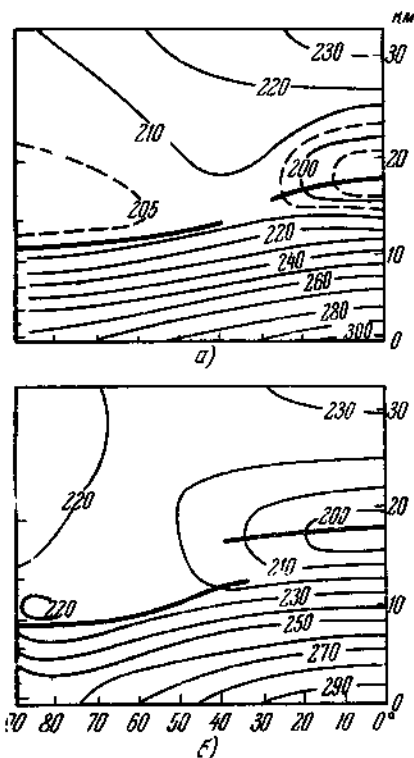
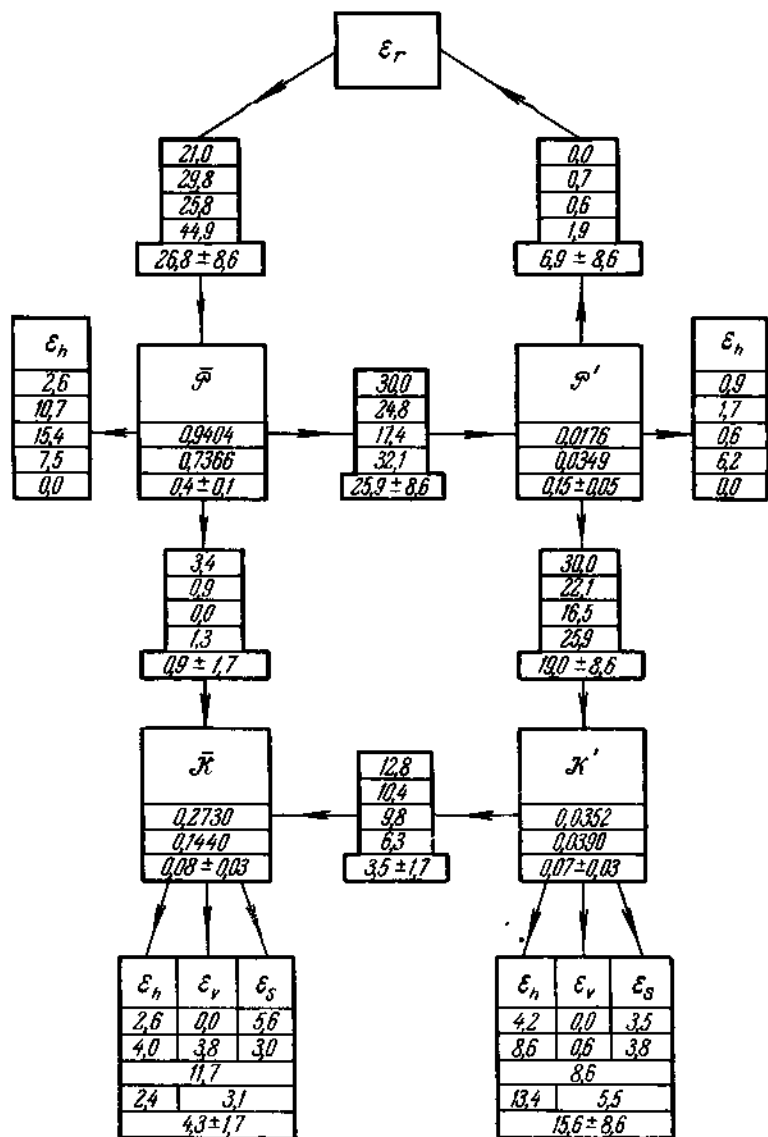


Рис. 29. Меридиональный разрез среднего годового поля зональной температуры: а) по эксперименту Смагоринского и соавторов [220] с «влажной» моделью; б) по фактическим данным.



Минца 30-дневные траектории уравновешенных шаровозондов на уровнях 800 и 300 мб; оказалось, что шары, вначале распределенные в атмосфере равномерно, быстро покидают тропическую зону и проявляют тенденцию накапливаться в областях пониженного давления в умеренных широтах. Чарни [173] провел с помощью моделей Смагоринского, Минца и Лейтса оценки предельных сроков предсказуемости синоптических процессов (по-видимому, могущие служить для реальной атмосферы оценками снизу), на которых мы далее еще остановимся в § 20.

Проведенные численные эксперименты позволили Смагоринскому (см. книгу [172]) оценить типичные времена реакции атмосферы на те или иные неадиабатические воздействия: для притока тепла e_f при конденсации влаги и для вязкой диссипации энергии это сутки, для турбулентных притоков тепла и скрытой теплоты — 3—4 дня, для лучистого притока тепла — неделя; реакция деятельного слоя моря становится заметной за сроки в 1—2 недели.

Численные эксперименты позволяют выяснить роль различных факторов в формировании и изменениях климата и, следовательно, создают метод как для объяснения особенностей современного климата, так и для палеоклиматических реконструкций и для прогнозов будущих изменений климата, в том числе и результатов воздействия человека.

Как изменился бы климат при тех или иных изменениях «солнечной постоянной»? Приведет ли увеличивающаяся продукция углекислого газа при сжигании топлива к его накоплению в атмосфере и потеплению вследствие соот-

Рис. 30. Превращения энергии в атмосфере в среднем по северному полушарию: e_r — внешний источник энергии; $\bar{\mathcal{P}}$ и $\mathcal{P}'$ — зональная и незональная составляющие потенциальной, а $\bar{\mathcal{K}}$ и $\mathcal{K}'$ — кинетической энергии; e_n , e_v и e_s — скорости диссипации энергии благодаря горизонтальному и вертикальному турбулентному перемешиванию и трению на поверхности Земли. Значения энергии (в дж/г) даются сверху вниз по экспериментам Смагоринского [103, 208] и по фактическим данным Оорта [251]; скорости превращений энергии (в 10^{-8} дж/г·сутки, положительные по направлению стрелок) даются сверху вниз по экспериментам Филлипса, Смагоринского [103], Гамбо [234], Смагоринского [218] и по данным Оорта.

ветствующего усиления «тепличного эффекта» (и если да, то каково будет это потепление) или же увеличится лишь поглощение CO_2 океанами и фотосинтезирующими растениями? Что могло бы быть следствием растопления льдов Арктики — их восстановление (по-видимому, уже происходившее после «климатического оптимума» 40—20 в. до н. э. и «эпохи викингов» 8—10 в. н. э. — см. стр. 16), или же необратимое глобальное потепление? На эти и аналогичные вопросы уже неоднократно давались самые категорические ответы как людьми, добросовестно заблуждающимися, так и откровенными любителями рекламной шумихи (причем последним удобны именно нереальные проблемы вроде «тепловой мелиорации Арктики», а не задачи хозяйственного значения, такие, как, например, поворот Оби в Среднюю Азию, решение которых налагает ответственность). Но лишь численные эксперименты с достаточно детально разработанными моделями создают метод для *научного* решения таких проблем.

Для детализации моделей атмосферы (а затем и системы А — ДС) и уточнения значений их параметров и для проверки результатов численных экспериментов необходимы материалы глобального наблюдения атмосферы и океана. С другой стороны, *численные эксперименты, вероятно, будут основным методом использования материалов глобального наблюдения*, так что полноценно использовать такие материалы смогут лишь лаборатории, располагающие моделями атмосферы и готовые к проведению численных экспериментов. Усовершенствование нынешних моделей и получение все более полных фактических данных о состоянии атмосферы и океана должны привести к формулировке окончательных моделей и отбору необходимых начальных условий для регулярных долгосрочных прогнозов погоды.

Можно ожидать, что количество чисел, характеризующих мгновенное состояние атмосферы и океана, в будущих моделях вырастет еще на полтора-два порядка: при расстояниях между точками горизонтальной сетки в 110 км таких точек будет $4 \cdot 10^4$, так что данные о четырех полях на 20 уровнях будут содержать $4 \cdot 20 (4 \cdot 10^4) \approx \approx 3 \cdot 10^6$ чисел. По оценке Смагоринского (в книге [172]), интегрирование уравнений модели на час вперед требует

24 итераций, так что при интегрировании на сутки придется вычислять $24 \cdot 24 \cdot (3 \cdot 10)^6 \approx 2 \cdot 10^9$ значений метеорологических полей.

Если для вычисления одного значения производится 500 арифметических операций, то эксперимент с интегрированием уравнений на 500 дней потребует $500 \cdot 500 \times \times (2 \cdot 10^9) \approx 5 \cdot 10^{14}$ операций. Если потребовать, чтобы прогноз на сутки считался не дольше получаса, так что эксперимент с интегрированием на 500 суток займет 250 часов машинного времени, то для такого эксперимента будет нужна вычислительная машина с быстродействием

$\frac{5 \cdot 10^{14}}{250 \cdot 60 \cdot 60} \approx 5 \cdot 10^8$ операций в секунду. Этот расчет полезен для ориентировки; читатель сможет изменить здесь те входные параметры, которые ему не нравятся, чтобы попытаться получить результат, который кажется ему более приемлемым.

В качественном же отношении к нынешним моделям представляется необходимым добавить прежде всего расчет изменчивой облачности и ее влияния на потоки лучистой энергии (важность чего разъяснялась в § 17), а также детальный учет взаимодействия между атмосферой и деятельным слоем океана, к рассмотрению которого мы теперь и перейдем.

Литература к § 18

216. N. A. Phillips, Quart. J. Roy. Met. Soc. 82, № 352, 123 (1956).
217. J. Smagorinsky, Quart. J. Roy. Met. Soc. 90, № 383, 1 (1964).
218. J. Smagorinsky, S. Manabe, I. L. Holloway, Monthly Weather Rev. 93, № 12, 727 (1965).
219. J. Smagorinsky, WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting, WMO Tech. Note, № 66, 131 (1965).
220. S. Manabe, J. Smagorinsky, R. F. Strickler, Monthly Weather. Rev. 93, № 12, 769 (1965).
221. Д. Смагоринский и др., Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука», 1967, стр. 70.
222. S. Manabe, J. Smagorinsky, Monthly Weather Rev. 95, № 4, 155 (1967).
223. Y. Mintz, A. Arakawa, Trans. Amer. Geophys. Union 44, № 1, 53 (1963).

224. Y. Mintz, A. Agakawa, Proc. Symposium on Arctic Heat Budget and Atm. Circulation, Mem. RM-5233-NSF, 369 (1966).
225. И. Минц, Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука», 1967, стр. 138.
226. Ф. Мезингер, Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука», 1967, стр. 139.
227. C. E. Leith, WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting, WMO Tech. Note, № 66, 168 (1965).
228. C. E. Leith, Proc. Symposium on Arctic Heat Budget and Atm. Circulation, Mem. RM-5233-NSF, 371 (1966).
229. С. Е. Лейтс, Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука», 1967, стр. 134.
230. S. Matsumoto, Proc. Intern. Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo, 557 (1962).
231. Chen Jung-san, Acta meteorol. sinica 34, № 4, 443 (1964).
232. Chen Jung-san, Scientia sinica, 14, № 2, 246 (1965).
233. A. Kasahara, W. M. Washington, Proc. Symposium on Arctic Heat Budget and Atm. Circulation, Mem. RM-5233-NSF, 401 (1966).
234. К. Гамбо, Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука», 1967, стр. 152.
235. J. Adem, Tellus 14, № 1, 102 (1962).
236. J. Adem, Monthly Weather Rev. 91, № 8, 375 (1963).
237. J. Adem, Geofis. Internac. 4, № 1 (1964).
238. J. Adem, Monthly Weather Rev. 92, № 3, 91 (1964).
239. J. Adem, WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting, WMO Tech. Note, № 66, 138 (1965).
240. Б. Л. Гаврилин, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1, № 12, 1229 (1965).
241. А. С. Саркисян, ДАН СССР 134, № 6, 1339 (1960).
242. А. С. Саркисян, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 9, 1396 (1961).
243. А. С. Саркисян, Океанология 2, № 3 (1962).
244. Ю. К. Гарматюк, А. С. Саркисян, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 1, № 3, 313 (1965).
245. А. С. Саркисян, Основы теории и расчет океанических течений, Гидрометиздат, 1966.
246. K. Bryan, Methods in Computational Physics 4, Acad. Press, 1965.
247. K. Bryan, M. D. Cox, Tellus 19, № 1, 54 (1967).
248. Сб. «Теория климата», Гидрометиздат, 1967.
249. K. Takahashi, A. Katayama, T. Asakura, J. Met. Soc. Japan 38, № 4, 175 (1960).
250. Y. Mintz, Bull. Amer. Met. Soc. 35, № 5, 208 (1954).
251. A. H. Oort, Monthly Weather Rev. 92, № 11, 483 (1964).
252. R. M. White, B. Saltzman, Tellus 8, № 3, 357 (1956).

253. A. F. Krueger, J. S. Winston, D. Haynes, Monthly Weather Rev. 93, № 4, 227 (1965).
254. A. I. Wiin-Nielsen, Monthly Weather Rev. 87, 319 (1959).
255. A. I. Wiin-Nielsen, I. A. Brown, Proc. Intern. Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo, 593 (1962).
256. A. I. Wiin-Nielsen, I. A. Brown, M. Drake, Tellus 15, № 3, 261 (1963).
257. A. I. Wiin-Nielsen, I. A. Brown, M. Drake, Tellus 16, № 2, 168 (1964).
258. A. I. Wiin-Nielsen, WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting, WMO Tech. Note, № 66, 177 (1965).

§ 19. Взаимодействие океанов и атмосферы

Большая роль взаимодействия океанов и атмосферы в формировании крупномасштабных атмосферных процессов уже давно была вскрыта рядом авторов. Так, В. В. Шулейкин указывал, что эти взаимодействия могут приводить к возникновению в системе А — ДС автоколебаний, например сравнительно короткопериодных (с периодами порядка недели) колебаний атмосферных полей температуры и давления, напоминающих стоячие волны в озерах (сейши), но с вращающимися относительно некоторых центров на побережьях материков узловыми линиями, а также длиннопериодных (с периодами около 3,5 года) колебаний температуры в северной ветви Гольфстрима. Отметим также, что наличие в океанах замкнутых круговоротов воды может приводит к выделению в спектре колебаний периодов, равных общим наименьшим кратным периодов круговоротов и года.

Многие авторы обнаруживали связь между атмосферными процессами и температурой поверхности океанов T_w . Например, Перлот [259] указывает связь между T_w и давлением в центре урагана «Эстер» 1961 г.; Пайк [260] объясняет быстрое развитие циклонов зимой у восточных берегов материков воздействием теплой поверхности моря; Бредбери [261] излагает рекомендации по использованию поля T_w в синоптическом анализе. Полезные исследования проводились Семеновым и Шушевской [262, 263], обнаружившими по данным за 1899—1939 гг. наличие в зимние сезоны связи между знаком аномалий T_w в Северной Атлантике и повторяемостью циклонов, а также между T_w в Северной Атлантике и температурой в Европе; к сожалению, эти исследования были необоснованно прекращены.

В обстоятельных исследованиях Шерхага [264, 265] демонстрируются тесные связи между средними годовыми полями T_w , приземного давления и осадков. Влияние долгоживущих аномалий поля T_w (и снежного покрова) на характер атмосферной циркуляции продемонстрировано на ряде конкретных примеров в работах Немайеса [266—269]. Соьер [270] привел и количественную оценку такого влияния, основывающуюся на данных эмпирических исследований аномалий теплообмена Северной Атлантики с атмосферой, проведенных Архиповой [271] и Шеллардом [272]: аномалии поля потока тепла от океана к атмосфере достигают значений $80 \text{ ккал/см}^2 \cdot \text{сутки}$ и могут существовать дольше месяца (причем на две трети они создаются аномалиями испарения). Наконец, Адем [238] осуществил численный эксперимент по долгосрочному прогнозу поля температуры воздуха в северном полушарии на зиму 1963 г., показавший, что температурные аномалии этого сезона определялись начальными аномалиями поля T_w (и снежного покрова).

Особенно интересные результаты в выявлении процессов крупномасштабного взаимодействия между океанами и атмосферой получены в последние годы Бьеркнесом [273—277]. В первых двух из этих работ изучение материалов по Северной Атлантике привело Бьеркнеса к предположению о наличии обратной связи между усилением атмосферной циркуляции в умеренных широтах при увеличении теплопередачи от океана к атмосфере в пассатной зоне и усилением пассатов и увеличением указанной теплопередачи при усилении циркуляции в умеренных широтах.

В работах [275, 276] установлено, что зимой 1940/41 г. и особенно 1957/58 г. (а согласно дальнейшим исследованиям — также в 1963/64 и в 1965/66 гг.) восточные ветры в восточной части экваториальной зоны Тихого океана были аномально слабыми, что приводило к ослаблению подъема холодных глубинных вод и, как следствие, к положительной аномалии T_w до $2-3^\circ$ (так называемые «условия Эль-Ниньо»). Усиленный прогрев атмосферы в этой зоне приводил к усилению пассатной (меридиональной) циркуляции, а потому (в согласии с выводами работ [273, 274]) к усилению западно-восточного переноса в умеренных широтах Тихого океана и углублению барического минимума в его северо-восточной части — см. на рис. 31 сравнение карт атмосферного давления на уровне моря в нормальную зиму 1955/56 г. и при «Эль-Ниньо» в 1957/58 г.

В Атлантике при этом наблюдалось, наоборот, ослабление западно-восточного переноса умеренных широт и заполнение исландского барического минимума, а потому и

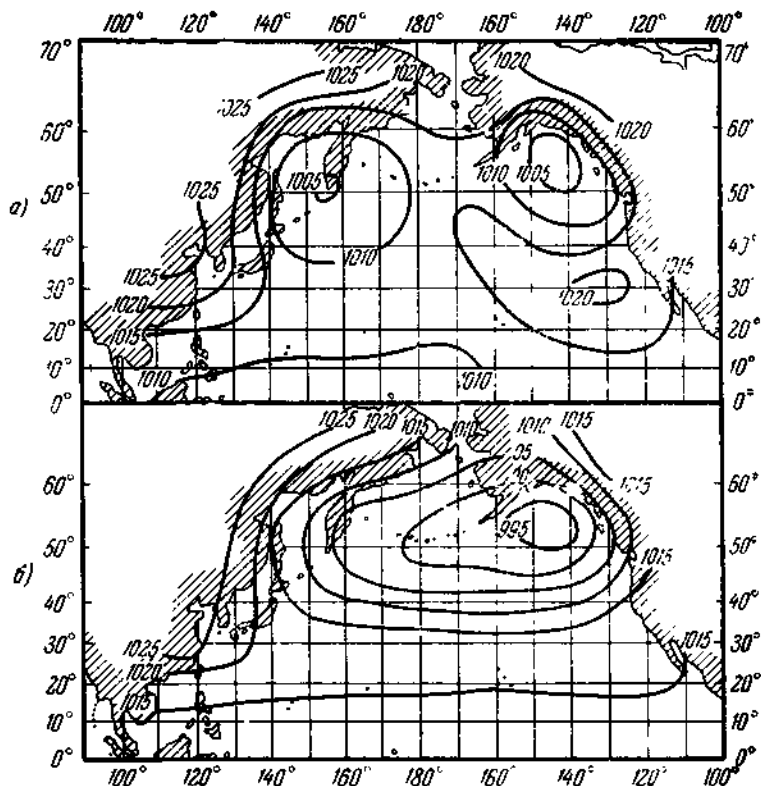


Рис. 31. Карты атмосферного давления на уровне моря в зимний сезон (декабрь — февраль) в северной части Тихого океана: а) в нормальную зиму 1955/56 г.; б) зимой 1957/58 г. в период максимального потепления «Эль-Ниньо», по Бьеркнесу [275].

ослабление восточных ветров севернее Исландии, в результате чего Арктика находилась под влиянием антициклона на севере Аляски. Таким образом, восточная часть экваториальной зоны Тихого океана оказывалась «кухней погоды» для всего северного полушария.

Бьеркнес [277] исследовал также гораздо более продолжительные процессы взаимодействия океанов и атмосферы, происходившие во время «малого ледникового

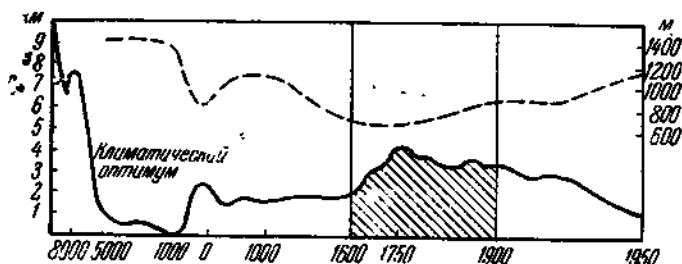


Рис. 32. Изменения длины норвежских и исландских ледников в км (сплошная линия) и высоты их залегания в м над поверхностью моря (пунктир) по Альману [278].

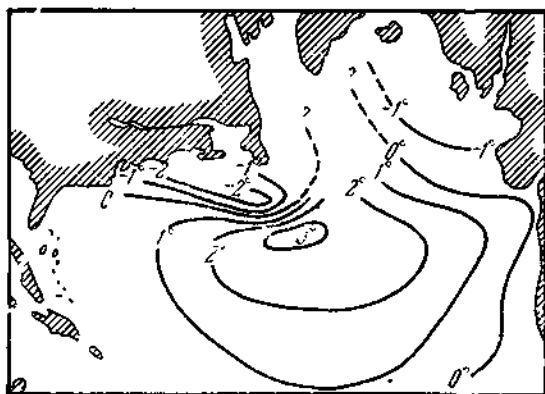


Рис. 33. Аномалии температуры поверхности воды в Северной Атлантике в течение 1780—1820 гг. по отношению к норме, средней для 1887—1899 и 1921—1938 гг., по Лэмбу и Джонсону [279] (пунктир по Бьеркнесу [277]).

периода» в 17—19 вв. нашей эры (проявления этого периода по данным о высоте фирновой линии и длине норвежских и исландских ледников по Альману [278] проиллюстрированы на рис. 32). Похолодание в этот период невозможно

но объяснить изменениями конфигурации материков и высоты гор — они, бесспорно, были такими же, как сейчас. Но, как установил Бьеркнес, в этот период зимы характеризовались ослабленной циркуляцией, что приводило в Атлантике к положительной аномалии T_w в

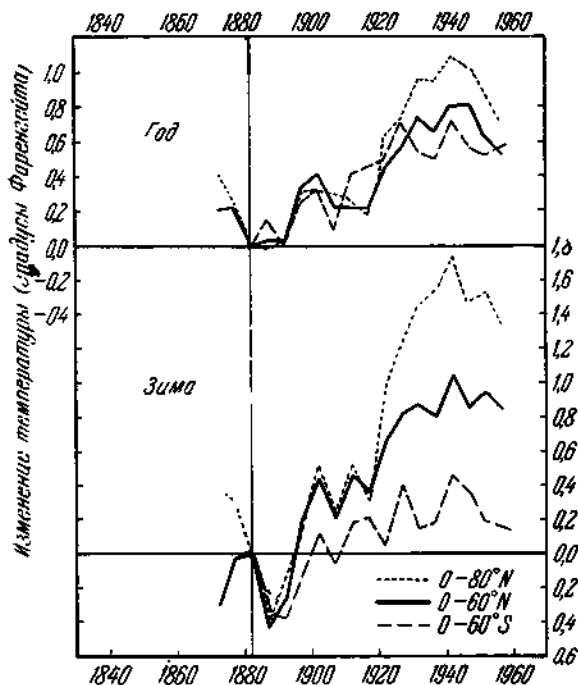


Рис. 34. Отклонения средних пятилетних значений температуры избранных широтных зон за последнее столетие от их значений в пятилетке 1880—1884 гг. по Митчеллу [280].

районе Саргассова моря и отрицательной в районе Исландии (см. рис. 33, заимствованный из работы Лэмба и Джонсона [279]). При наличии упомянутой выше обратной связи такие аномалии T_w содействовали дальнейшему ослаблению атмосферной циркуляции, и, возможно, лишь

увеличенный перенос тепла к северу циркуляцией атлантических вод изменил опасное направление климатического тренда в эту эпоху.

Последние отрезки обеих кривых на рис. 32 привлекают особое внимание: они отражают глобальное потепление после окончания «малого ледникового периода»,

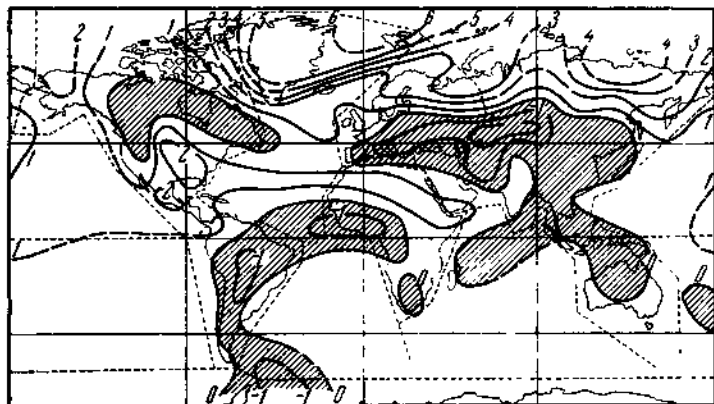


Рис. 35. Карта изменений средних зимних температур 1920—1930 гг. по сравнению с 1900—1919 гг. по Митчеллу [281]. Изолинии проведены через 1°F ; районы, в которых произошло похолодание, заштрихованы.

происходившее буквально у нас на глазах. Более детально это потепление демонстрируется температурными кривыми на рис. 34, заимствованном из работы Митчелла [280]. Очень показательна географическая неоднородность этого потепления, иллюстрируемая на карте рис. 35 (по Митчеллу [281]): резкое потепление зим в Арктике сопровождалось небольшим похолоданием на континентах и в тропических районах Атлантики и Индийского океана; различие во влиянии океанов и континентов было разительным. Проанализировав логически мыслимые причины изменений климата (рис. 36), Митчелл [282] предложил для объяснения указанного потепления стохастическую модель взаимодействия океанов и атмосферы.

Выяснение физического механизма климатического потепления первой половины 20 в. — бесспорно, одна из важнейших конкретных проблем современной климатологии. Для ее решения и для многих других целей необходимы оценки климатических средних значений

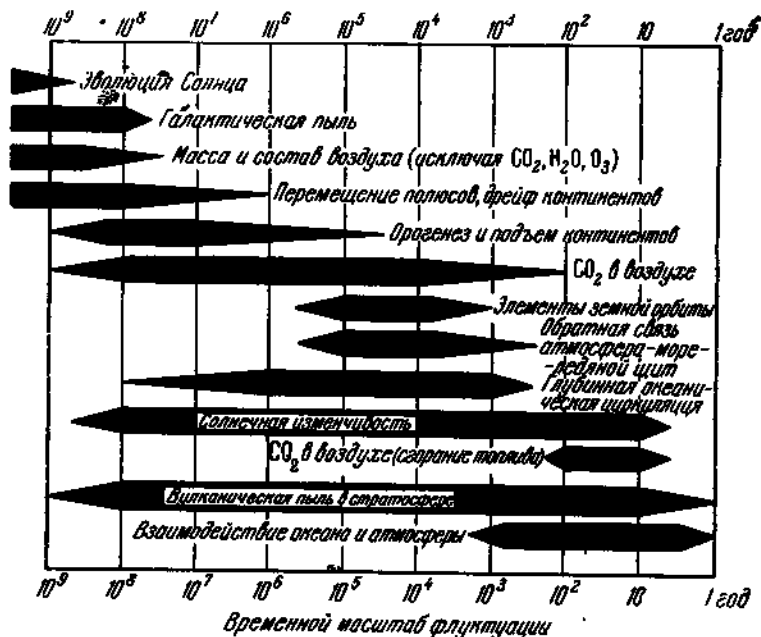


Рис. 36. Логически мыслимые причины и соответствующие типичные времена изменений климата по Митчеллу [282].

метеорологических полей, включая поля потоков тепла различной природы, с ошибками, малыми по сравнению с типичными амплитудами внутривековых колебаний этих полей (Колесникова и Монин [32]; этот критерий точности в современной климатологии противостоит ретроградным тенденциям так называемого *балансоведения*, в котором допускается оценивать климатические средние значения по материалам всего нескольких лет и даже одного года).

Литература к § 19

259. J. Perloth, *Tellus* 14, № 4, 403 (1962).
260. C. B. Puke, *Bull. Amer. Meteorol. Soc.* 46, № 1, 4 (1965).
261. D. L. Bradbury, *J. Appl. Meteorol.* 1, № 3, 421 (1962).
262. В. Г. Семенов, Г. М. Шушевская, *Труды ЦИП* 115, 141 (1962).
263. В. Г. Семенов, *Метеорология и гидрология*, № 4, 24 (1963).
264. R. Scherhag, *Geophysica* 6, № 3—4 (1958).
265. Р. Шерхаг, Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука», 1967, стр. 233.
266. J. Namias, *J. of Geophys. Res.* 64, № 6, 631 (1959).
267. J. Namias, *Proc. Intern. Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo*, 815 (1962).
268. J. Namias, *J. of Geophys. Res.* 68, № 22, 6171 (1963).
269. J. Namias, *WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting*, WMO Tech. Note, № 66, 46 (1965).
270. J. S. Sawyer, *WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting*, WMO Tech. Note, № 66, 227 (1965).
271. Е. Г. Архипова, *Труды Гос. океаногр. ин-та*, 54, 35 (1960).
272. H. C. Schellard, *Met. Office London, Sci. Paper* № 11 (1962).
273. J. Bjerknes, *Geofis. publ.* 24, 115 (1962).
274. J. Bjerknes, *Proc. of the Rome Symposium on Changes of Climat*, 1963, p. 297.
275. J. Bjerknes, *Proc. of the Symposium on the Arctic Heat Budget and Atm. Circulation*, Mem. RM-5233-NSF, 1966, p. 473.
276. Д. Бьеркнес, Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука», 1967, стр. 257.
277. J. Bjerknes, *WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting*, WMO Tech. Note, № 66, 77 (1965).
278. H. W. Ahlmann, *Bowman Memorial Lecture*, Amer. Geogr. Soc. I, New York, 1953.
279. H. H. Lamb, A. J. Johnson, *Geografiska Annaler*, № 2—3, 94 (1959); № 3—4, 363 (1961).
280. J. M. Mitchell, *Annals N. Y. Acad. Sci.*, Art. 1, 95, 235 (1961).
281. J. M. Mitchell, *Arid Zone Research*, XX, UNESCO, Paris, 1963, p. 161.
282. J. M. Mitchell, *Proc. of the Symposium on the Arctic Heat Budget and Atm. Circulation*, Mem. RM-5233-NSF, 1966, p. 45.

§ 20. Предсказуемость

Во многих разделах метеорологии большую пользу приносит понятие о *крупномасштабных и мелкомасштабных* движениях, причем первые описываются *индивидуально*, а действие вторых учитывается лишь *статистически*. Например, при описании распространения в воздухе примеси, выбрасываемой через фабричную трубу, крупномасштабное движение воздуха — ветер — задается индивидуально, а мелкомасштабная турбулентность, создающая нерегулярные завитки на дымовой струе, учитывается лишь статистически (скажем, путем введения коэффициентов обмена).

К таким же разделам метеорологии относится, конечно, и долгосрочный прогноз погоды. Мы хотим уметь индивидуально предсказывать на долгие сроки крупномасштабные характеристики погоды, но ясно, что практически невозможно (да и не нужно) индивидуально предсказывать на долгие сроки мелкомасштабные движения, например, создающие завитки на дымовых струях. Поэтому возникает естественный вопрос (обсуждению которого был посвящен доклад Обухова [283]): какая же грань должна разделять крупномасштабные процессы («погоду»), предсказываемые индивидуально, и мелкомасштабные процессы («турбулентность»), описываемые лишь статистически?

Эта грань может быть различной при разных сроках прогноза. Действительно, при наименьших сроках (скажем, до суток) мы стараемся проследживать *индивидуально* даже за мезомасштабными процессами (используя данные учащенной сети метеостанций на синоптических картах, называемых «кольцовками»); наоборот, при многолетних обобщениях все синоптические процессы целесообразно описывать *статистически* (рассматривая их, по идее Дефанта [284], как *макротурбулентность*).

Практическая непредсказуемость мелкомасштабных движений на долгие сроки требует пояснений. Если бы мы могли точно фиксировать начальное состояние всех мелкомасштабных движений и точно решать точные уравнения их динамики, то, абстрактно говоря, сроки предсказуемости не были бы ничем ограничены. Даже континуальность гидродинамических полей не была бы здесь

принципиальным препятствием: поскольку непрерывные поля на очень малых расстояниях меняются линейно, было бы достаточно фиксировать начальные значения гидродинамических полей лишь в точках пространственной сетки с расстояниями меньше внутреннего масштаба турбулентности $\lambda \sim (v^3 / \varepsilon)^{1/4}$ (имеющего в атмосфере значения порядка миллиметров).

Но мы можем фиксировать начальные значения метеорологических полей лишь в точках гораздо более грубой сетки (с шагом по горизонтали в $10^7 - 10^8$ раз больше внутреннего масштаба λ), так что, очевидно, индивидуальные движения с масштабами меньше шага сетки вообще не фиксируются; да еще мы совершаем случайные ошибки измерений, интерполяции и округления. Из-за этих начальных ошибок даже при точном решении точных уравнений динамики неизбежны ошибки прогноза, которые, вообще говоря, будут расти с увеличением срока прогноза (а мы, кроме того, используем лишь приближенные уравнения динамики, да еще приближенно аппроксимируем их в целях численного решения, например, разностными уравнениями).

Ясно, что прогноз индивидуальных процессов будет давать дополнительную информацию сверх той, которую дает их статистическое (климатическое) описание, лишь до тех пор, пока ошибки прогноза не превысят средних климатических вариаций прогнозируемых величин. Соответствующий срок можно назвать *пределом предсказуемости* рассматриваемых процессов. Он, очевидно, зависит: 1) от типа процессов (в частности, их масштабов) и формы рассматриваемых их количественных характеристик; 2) от характера и величины начальных ошибок; 3) от качества прогностического метода. Задачу определения пределов предсказуемости можно назвать *проблемой предсказуемости*.

Возможность того, что малые изменения начального состояния атмосферы (начальные ошибки) могут привести за долгие сроки к существенным изменениям конечного состояния атмосферы (и создать проблему предсказуемости), указывалась уже 20—25 лет назад в ряде выступлений А. Н. Колмогорова в следующей образной форме: представим себе две одинаковые планеты с совершенно иден-

тичными состояниями атмосферы. Если на одной из них выйти на крылечко и махнуть платочком, а на другой этого не сделать, то через какое время погода на этих планетах станет совершенно различной?

Общая математическая формулировка проблемы предсказуемости (изложенная в работе [285]) заключается в следующем. Пусть $\omega = \sum_L \omega_L$ — состояния атмосферы, пред-

ставимые в виде суперпозиции компонент с масштабами L (например, состояние баротропной атмосферы в квазигеострофическом приближении характеризуется полем $z(x, y)$ высот изобарической поверхности на среднем уровне в тропосфере, представимым в виде суммы его компонент Фурье). Пусть $d^2[\omega', \omega'']$ — некоторая количественная мера различия между любыми двумя состояниями ω' и ω'' (например, квадрат разности векторных полей скорости

$$|u'(x, y) - u''(x, y)|^2 = \frac{g^2}{f^2} \left| z'(x, y) - \nabla z''(x, y) \right|^2,$$

осредненный по всем x, y). Эволюция состояния атмосферы описывается динамическим уравнением $\dot{\omega}(t) = A^t \omega(0)$, где A^t — некоторый оператор (например, для баротропной атмосферы динамическое уравнение в квазигеострофическом приближении имеет вид (7.6')). Поскольку начальные данные содержат случайные ошибки, будем считать, что в начальный момент $t = 0$ на множестве возможных состояний $\Omega = \{\omega\}$ задано распределение вероятностей $P_0(d\omega)$. Тогда функция $\omega(t)$ будет случайной, и можно будет определить средний квадрат ошибки прогноза компонент масштаба L на срок t формулой

$$\sigma_L^2(t) = \overline{d^2[\omega_L(t), \omega_L(t)]}, \quad (20.1)$$

где черта обозначает математическое ожидание. Пусть, кроме того, на Ω задано климатическое распределение вероятностей $P(d\omega)$, так что известна и климатическая дисперсия компонент масштаба L , т. е. величина

$$\sigma_L^2 = \langle d^2[\omega_L, \langle \omega_L \rangle] \rangle, \quad (20.2)$$

где угловые скобки обозначают климатическое осреднение.

Тогда пределом предсказуемости t_L компонент масштаба L будет верхняя грань значений t , при которых выполняется условие

$$\sigma_L^2(t) < \sigma_L^2.$$

Представление об эволюции состояния атмосферы как о случайном процессе $\omega(t)$ позволяет поставить задачу об изучении возможностей *статистической экстраполяции этого процесса*. Этой задаче посвящались работы Лоренца [286—289]. Принципиальное значение здесь может приобрести высказанная Колмогоровым в докладе на Всесоюзном симпозиуме по механике турбулентности в Киеве в 1967 г. гипотеза, согласно которой случайный процесс $\omega(t)$, описывающий эволюцию турбулентного потока в среде с исчезающей вязкостью ($\nu \rightarrow 0$), при больших t асимптотически становится *марковским* (т. е. таким, что распределение вероятностей $P_1(d\omega)$ при $t > t_1$ однозначно определяется состоянием $\omega(t_1)$ и не зависит от *предыстории процесса* при $t < t_1$). Рассматривая метеорологические поля лишь на конечной пространственной сетке точек с расстояниями $L \gg (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$, мы тем самым оказываемся в условиях исчезающей вязкости ($\nu \ll \ll \varepsilon^{1/3} L^{1/3}$) и можем предполагать, что получаемый при такой аппроксимации метеорологических полей *конечномерный* случайный процесс $\omega(t)$ будет асимптотически марковским. Марковская схема использовалась, например, Бугаевым, Джорджио и Сарымсаковым [290] для описания и прогноза чередования во времени типов погоды над Средней Азией и Чаплыгиной [291] для описания чередования типов циркуляции Дзердзеевского.

В метеорологической литературе проблема предсказуемости впервые была изложена Томпсоном [292], предпринявшим также попытку аналитически рассчитать функцию $\sigma_L^2(t)$ в рамках простейших (квазигеострофических) прогностических моделей. Более аккуратно такой расчет был вскоре проделан Новиковым [293], который при помощи баротропной модели (7.6') (в пренебрежении членом с $1/L_0^2$ и переменностью параметра Кориолиса l) в случае, когда основное начальное поле и начальное поле ошибок суть статистически независимые однородные и изотропные случайные поля с радиусами кор-

реляции L и L_1 , получил для средней кинетической энергии поля ошибок $E_1(t)$ формулу

$$\frac{E_1(t)}{E_1(0)} = 1 + 2 \frac{(t/T)^2}{[1 + (L/L_1)^2]^2} + \dots, \quad (20.3)$$

где $T = L / U$ — типичный масштаб времени для синоптических процессов. Полагая $T = 1$ суткам и $L = 2L_1$, убеждаемся, что время t , в течение которого ошибка прогноза достигает ошибки случайного выбора (так что $E_1(t) / E_1(0) = 16$), оказывается равным двум неделям *).

Первый численный эксперимент по предсказуемости был выполнен Диким и Коронатовой [294], которые сопоставляли 24- и 48-часовые прогнозы при помощи баротропной модели с фактическими начальными данными и с такими же данными с добавлением случайной ошибки. Бралось как пространственно-некоррелированное поле ошибок, так и поле с радиусом корреляции в два шага сетки; средняя квадратичная ошибка бралась как в 1, так и в 2 декаметра. В разных сериях прогнозов результаты получились различными, но в среднем ошибка возрастала на 30—50 % за 24 часа, причем пространственно-коррелированные ошибки возрастали несколько быстрее некоррелированных.

Гораздо более полные численные эксперименты по предсказуемости осуществил Чарни [173] при помощи моделей Смагоринского [103], Лейтса [104] и Минца [105]. Наиболее естественными изменения ошибок прогноза со временем оказались в модели Минца; на них мы и остановимся. Начальные ошибки здесь вводились в поле температуры, а результирующие ошибки прогноза в поле температуры подсчитывались на двух уровнях 1 (около 400 мб) и 2 (около 800 мб) отдельно для северного (N) и южного (S) полушария. При начальном синусоидальном поле ошибок $\delta T = \sin 6\lambda \cos 11\phi$ (с амплитудой в 1°) изменения средней квадратичной ошибки прогноза температуры показаны на рис. 37, откуда видно, что сначала, в процессе адаптации поля скорости к возмущению в поле температуры, ошибка убывает, затем она экспоненциально

*) Уравнения для полного статистического описания вихлючки поля ошибок опубликованы В. И. Татарским (Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 5, № 3, 293 (1969)).

растет (удваиваясь каждые 5 суток) в соответствии с линейной теорией неустойчивости малых возмущений, и затем, достигая до конечной величины возмущения, входят в режим нелинейных осцилляций. На рис. 38 показана эволюция ошибки прогноза при случайной начальной

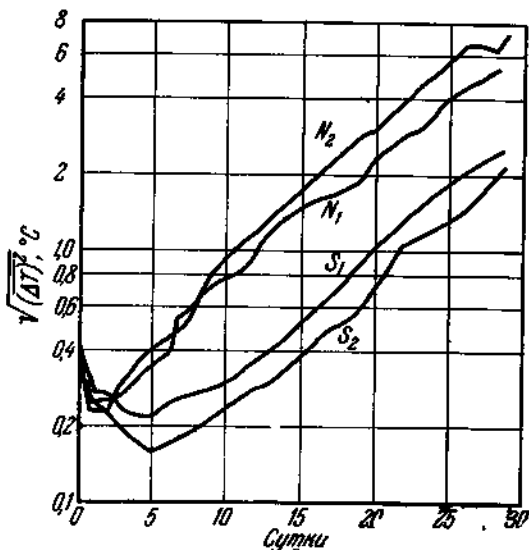


Рис. 37. Средняя квадратичная ошибка прогноза температуры по модели Минца [105] при синусоидальной начальной ошибке $\delta T = \sin 6\lambda \cos 11\phi$ (с амплитудой в 1°), введенной в численном эксперименте Минца на 234-й день, по Чарни [173] (N — северное, S — южное полушарие; индекс 1 — уровень около 400 мб, 2 — около 800 мб).

ошибке (модулированной множителем $\cos \phi \cos 6\phi$), а на рис. 39 — при начальной ошибке, локализованной в районе $21-63^\circ N$, $157-203^\circ W$.

За предел предсказуемости Чарни принимает срок, в течение которого ошибка прогноза достигает значения, равного средней квадратичной разности двух случайных полей температуры (или двух фактических полей: при разности времен больше трех дней их средняя квадратичная разность оказывается приблизительно постоянной

равной 5° в северном и 4° в южном полушарии на уровне 1 и соответственно 8° и 3° на уровне 2; отсюда видно, в частности, что предельный срок *инерционного* прогноза поля температуры равен 3 дням). При значении этой разности в 8° (на уровне 800 мб в северном полушарии), при сроке удвоения ошибки в 5 дней и начальной средней квадратичной ошибке в 1° предел предсказуемости получается

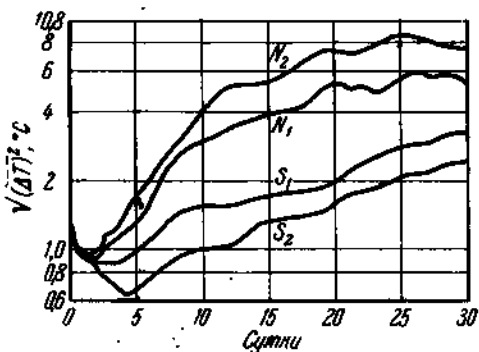


Рис. 38. Средняя квадратичная ошибка прогноза температуры по модели Минца [105] при случайной начальной ошибке (модулированной множителем $\cos \varphi \cos 6\varphi$), по Чарни [173].

равным $5 \log_2 8 = 15$ дней (одинаковую скорость экспоненциального роста при различной природе начальных ошибок Чарни объясняет доминирующим вкладом бароклинной неустойчивости волн с волновым числом вдоль параллелей $m = 6$, быстро возбуждаемых почти при любом спектре начальных возмущений вследствие сильных нелинейных взаимодействий между различными спектральными компонентами).

На Международном симпозиуме по программе глобального исследования атмосферы (Стокгольм, 1967) Смагоринский сообщил о результатах нового численного эксперимента по предсказуемости, проведенного им при помощи его девятиуровневой модели атмосферы, в котором добавление к реальным начальным данным некоррелированного поля малых случайных температурных возмущений

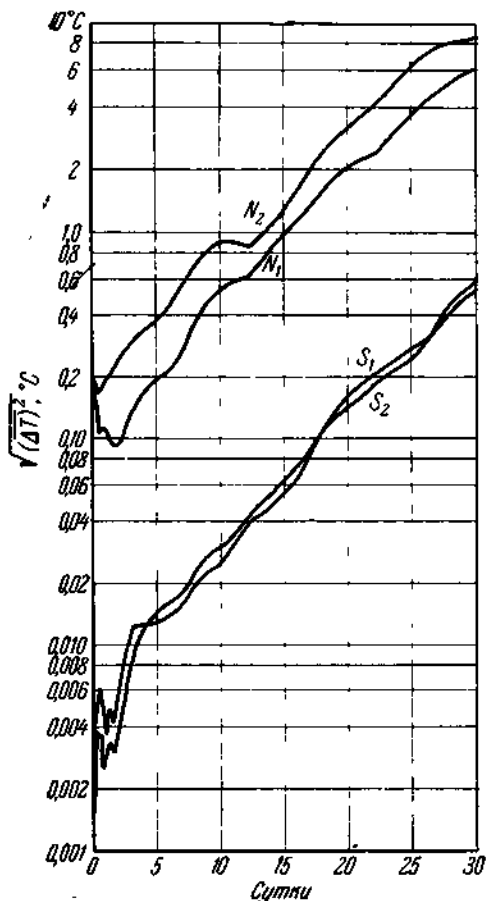


Рис. 39. Средняя квадратичная ошибка прогноза температуры по модели Минца при начальной ошибке, локализованной в районе 21—63° N, 157—203° W, по Чарни [173] (обратите внимание, что порожденные возмущением в северном полушарии в процессе адаптации полей скорости и давления гравитационные волны достигают южного полушария за 1—2 дня, создавая в нем возмущения с энергией на три порядка меньше, чем у начального возмущения).

порядка 0,5 в средней температуре столба воздуха привело за 14 дней лишь к относительно небольшим и *мелкомасштабным* ошибкам прогноза (так что коэффициенты корреляции между полями, предсказанными по фактическим и по искаженным начальным данным, упали за 14 дней на уровне 50 мб лишь до 0,99, на уровне 500 мб — до 0,96 и на уровне 1000 мб — до 0,88). Ориентируясь на характер роста ошибок в конце этого срока, Смагоринский оценил предел предсказуемости синоптических процессов по его модели в 3—4 недели. Увеличение этой оценки по сравнению с экспериментами Чарни, быть может, связано со значительным увеличением числа степеней свободы в используемой модели атмосферы. Если это так, то поскольку у реальной атмосферы число степеней свободы много больше, чем в любой модели, оценки пределов предсказуемости по моделям следует рассматривать лишь как оценки *снизу*.

Определение пределов предсказуемости само по себе не является конструктивной задачей (и не должно быть самоцелью). Конструктивным решением проблемы предсказуемости для тех или иных долгих сроков должно быть указание характеристик метеорологических полей, являющихся предсказуемыми на эти сроки. Если индивидуальные синоптические процессы, циклоны и антициклоны, непредсказуемы на сроки, скажем, больше 2, 3 или 4 недель, то это вовсе не значит, что на большие сроки невозможно предсказывать погоду: могут существовать предсказуемые на эти сроки обобщенные (осредненные) характеристики ансамблей индивидуальных процессов, представляющие большой практический интерес (такие, может быть, как например, карты месячных сумм осадков).

Возможным путем выхода за пределы индивидуальной предсказуемости синоптических процессов является построение уравнений для статистических характеристик ансамблей таких процессов, аналогичных уравнениям Рейнольдса или Фридмана-Келлера из теории турбулентности. Примером могут быть работа Томпсона [295] и работа [296], в которых были предложены простейшие модели для прогноза *зональных* статистических характеристик (одноточечных первых и вторых моментов) метеорологических полей. Так, в рамках баротропной модели, в пренебрежении третьими моментами и в предположении приближенной изотропности невопального поля скорости в работе [296] построены следующие уравнения

для индекса циркуляции $\alpha = \bar{u}_\theta / a \sin \theta$, меридионального потока импульса (на единицу массы) $\tau = \overline{u_\theta'^2} / \overline{u_\lambda'^2}$ и кинетической энергии незональных движений (на единицу массы)

$$E = \frac{1}{2} (\overline{u_\theta'^2} + \overline{u_\lambda'^2}),$$

где черточка обозначает зональное осреднение, а штрих — отклонение от зонального среднего:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = - \frac{1}{a^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial \tau \sin^2 \theta}{\partial \theta},$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = - E \sin \theta \frac{\partial \alpha}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial E}{\partial t} = - \tau \sin \theta \frac{\partial \alpha}{\partial \theta}. \quad (20.4)$$

Эти уравнения описывают нелинейное распространение (со скоростью $\sqrt{E}$) волн вдоль меридиана. Построение аналогичных уравнений в рамках бароклинических и неадиабатических моделей представляло бы большой интерес.

Другим путем может быть построение оптимально предсказуемых функционалов от значений случайного процесса $\omega(t)$, описывающего эволюцию состояний атмосферы. Пусть мы хотим по значениям этого процесса в прошлом (при $-T_1 \leq t \leq 0$) прогнозировать его значения в будущем (при $0 < \tau \leq t \leq T_2$). Ограничиваясь линейным прогнозом, при некоторых общих условиях можно найти такие канонические линейные функционалы $U_1, U_2, \dots$ от значений $\omega(t)$ в прошлом и $V_1, V_2, \dots$ от значений $\omega(t)$ в будущем, что все пары (U_i, U_j) , (V_i, V_j) и (U_i, V_j) при $i \neq j$ будут некоррелированными, так что коэффициенты корреляции $r_i = r(U_i, V_i)$ будут полностью описывать статистическую зависимость «будущего» от «прошлого».

Конструктивный метод построения канонических функционалов и определения коэффициентов корреляции r_i в простейшем случае одномерного стационарного гауссовского случайного процесса $\omega(t)$ с рациональной спектральной плотностью (при $T_1 = -T_2 = \infty$) разработан Ягломом [297].

Пусть номера $i = 1, 2, \dots$ расставлены в порядке убывания значений r_i так, что $r_1 \geq r_2 \geq \dots$. Тогда V_1 и будет оптимально предсказуемым функционалом. Задав «уровень предсказуемости» r_0 (например, $r_0 = 0,7$), можно будет считать все функционалы $V_1, \dots, V_m$ и $U_1, \dots, U_m$, для которых $r_1 \geq r_2 \geq \dots \geq r_m \geq r_0$, характеристиками «погоды», а все остальные функционалы $V_{m+1}, V_{m+2}, \dots$ и $U_{m+1}, U_{m+2}, \dots$, для которых $r_0 \geq r_{m+1} \geq r_{m+2} \geq \dots$, — характеристиками «турбулентности» (Обухов [283]). Существенно, что все это построение, включая обработку исходных данных (т. е. выделение из них «погоды» $U_1, \dots, U_m$ и «турбулентности» $U_{m+1}, U_{m+2}, \dots$), зависит от срока прогноза $\tau \leq t \leq T_2$; в частности, от него может

зависеть оптимальная плотность метеорологической сети или оптимальный масштаб сглаживания метеорологических полей.

Третьим путем может быть выявление медленных (с типичными временами порядка месяцев) процессов *согласованной эволюции* деятельного слоя моря и приспособленной к его состоянию атмосферы, создающих долгосрочные аномалии погоды, и такое упрощение уравнений динамики системы А — ДС, чтобы упрощенные уравнения достаточно точно описывали эти медленные процессы, но не содержали бы среди своих решений более быстрых *процессов приспособления* атмосферы к состоянию деятельного слоя моря (включая краткосрочные синоптические процессы — гироскопические волны или подвижные циклоны и антициклоны). Такое упрощение уравнений динамики, «отфильтровывающее» из их решений краткосрочные синоптические процессы, грубо говоря, может сводиться к пренебрежению частными производными по времени во всех уравнениях, кроме тех, которые описывают эволюцию тепло-содержания деятельного слоя моря. Численные эксперименты с такими упрощенными уравнениями могли бы помочь выяснению перспективности этого подхода к долгосрочным прогнозам погоды.

Литература к § 20

283. A. M. Oboukhov, Weather and Turbulence, Presidential Address to JAMAP, XIV General Assembly of IUGG, Lucerne, Switzerland, 1967.
284. A. Defant, Geogr. Ann., № 3 (1921).
285. А. С. Монин, Метеорология и гидрология, № 7, 3 (1962).
286. E. N. Lorenz, Proc. of Internat. Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo, Met. Soc. of Japan, 1962, p. 629.
287. E. N. Lorenz, Trans. N. Y. Acad. Sci., Ser. II, 25, 409 (1963).
288. E. N. Lorenz, J. Atm. Sci. 20, 130 (1963).
289. E. N. Lorenz, Tellus 16, № 1, 1 (1964).
290. Т. А. Сарымсаков, В. А. Джорджно, В. А. Бугаев, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., 11, № 6, 451 (1947).
291. А. С. Чаплыгина, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 12, 1832 (1961).
292. Ф. Д. Томпсон, Сб. «XI Генеральная ассамблея МГТС», Изд-во АН СССР, 1959.
293. Е. А. Новиков, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 11, 1721 (1959).
294. Л. А. Диккий, Т. Д. Корнаторова, Метеорология и гидрология, № 5, 39 (1964).
295. P. D. Thompson, Tellus 9, № 1, 69 (1957).
296. А. С. Монин, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 10, 1250 (1958).
297. A. M. Yaglom, Bernoulli — Bayes — Laplace Anniversary Volume, Springer-Verlag, 1965, p. 241.

§ 21. Внеземные влияния

Оставим в стороне современных астрологов, предлагающих предсказывать *по положению планет или фазам Луны* не только судьбы доверчивых индивидуумов, но и погоду (обычно в пункте проживания астролога; изменения погоды в других пунктах он чаще всего вовсе не рассматривает). *Влияние этих факторов на погоду несущественно.*

Упомянем такие влияния, как *метеорные дожди*, быть может, способствующие увеличению концентрации в атмосфере льдообразующих ядер, а потому в конце концов и осадков. Так, Маруяма [298] сообщил об обнаружении по данным 300 метеостанций за 60 лет заметного увеличения количества осадков и особенно количества ливней через месяц после метеорных дождей; впрочем, на ряде станций эта связь не проявлялась (по объяснению автора — из-за пылеобразования при вулканических извержениях или переноса пыли из других районов).

Но главное внимание в этом пункте должно быть уделено, конечно, вопросу о том, имеется ли связь между земной погодой и *колебаниями солнечной активности*. Наличие такой связи было бы для метеорологии почти трагедией, так как оно означало бы, очевидно, что для прогноза погоды необходимо сначала давать прогноз солнечной активности; это чрезвычайно отдалило бы сроки создания научных методов прогноза погоды. Поэтому аргументы о наличии подобной связи должны рассматриваться с максимальной придирчивостью.

Воздействия солнечной активности на некоторые *геомагнитные явления* (магнитные бури, северные сияния и т. п.) установлены вполне достоверно и наглядно объясняются тем, что излучаемые активными областями на Солнце облака плазмы, задевая магнитосферу Земли, создают в ней возмущения (такие облака плазмы представляют большую опасность для космонавтов). Совершенно иначе выглядит вопрос о воздействии солнечной активности на погоду, декларируемом энтузиастами «гелиогеофизики»: большинство свидетельств о таком воздействии (собранных, например, в книгах Эйгенсона [299, 300], Рубашева [301] и Сазонова [302]) производит, к

счастью, впечатление лишь успешных опытов по самовнушению; предлагавшиеся гипотезы о физических механизмах воздействия солнечной активности на погоду не имеют убедительного обоснования.

Сколько-нибудь заметных изменений во времени полного потока *энергии* солнечного излучения, достигающего Земли, не наблюдается, почему и говорят о «солнечной постоянной». Солнечная активность проявляется в сильных вариациях корпускулярной компоненты солнечного излучения, но связанные с ними колебания притока *энергии* на Земле, по-видимому, весьма малы, например, по сравнению с энергией циклонов. Поскольку прямого энергетического воздействия солнечной активности на погоду, по всей видимости, нет, предлагавшиеся гипотезы о физических механизмах воздействия солнечной активности сводились к поискам в атмосфере Земли каких-нибудь «триггерных механизмов» типа стрелочника, небольшим усилием руки меняющего направление движения тяжелого железнодорожного состава, благодаря которым даже энергетически ничтожные вариации притока солнечного излучения могли бы приводить к уже немалым изменениям погоды.

Такую же надежду на то, что атмосфера, как эквилибрист, балансирует на грани неустойчивого равновесия (т. е. находится около максимума потенциальной энергии, или на «потенциальном гребне»), и небольшой толчок извне может создать большие *направленные* изменения ее состояния (заставить ее скатиться в «потенциальную яму»), делают энтузиасты искусственного воздействия на погоду. Однако в атмосфере, по-видимому, имеется достаточное число внутренних механизмов разрешения неустойчивости, не позволяющих ей забираться слишком высоко по склонам «потенциальных гребней» (неустойчивые образования, например, некоторые типы переохлажденных или градовых облаков, обнаруживаются относительно редко и лишь в небольших масштабах), и она, вероятно, чаще всего находится в «потенциальных ямах». В таких ее состояниях большой эффект могут дать только энергетически мощные воздействия, да и то лишь при предотвращении естественных неустойчивостей.

Воздействие солнечной активности на погоду логически легче всего было бы представить себе как статистический результат накопления каких-то малых эффектов за *большие сроки*. Наличие таких долгосрочных воздействий

удобнее всего можно проверить на примере 11,5-летнего цикла солнечной активности, определенного Вольфом [303] при изучении колебаний индекса $W = n + 10N$, где n — число пятен, а N — число групп пятен на видимой стороне Солнца за время с января 1749 г. (эпохи максимумов и минимумов W были прослежены еще

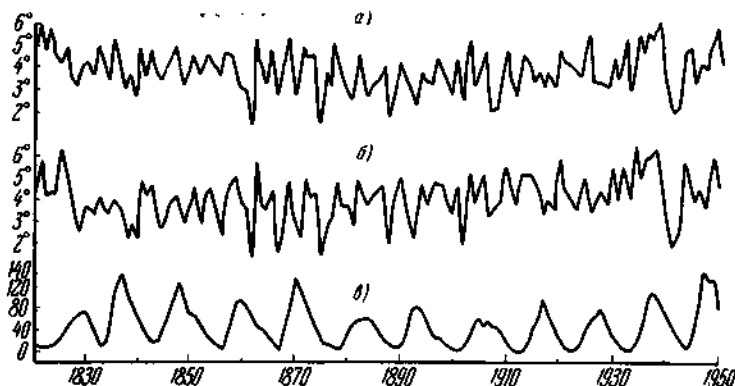


Рис. 40. Средние месячные значения температуры воздуха в Москве (а) и Ленинграде (б) и чисел Вольфа (в).

на столетие назад — вплоть до 1610 г.). Характер колебаний средних месячных чисел Вольфа W хорошо виден из нижней кривой на рис. 40, демонстрирующей данные за 1820—1950 гг.: в минимумах значения W составляют всего несколько единиц, в максимумах они достигают 80—140 единиц, причем изменения W внутри циклов не синусоидальны — нарастание происходит быстрее (в среднем за 4 года), чем убывание (7 лет), так что в спектре колебаний W (рис. 41) наряду с максимумом при 11,5-летнем периоде появляются и максимумы, отвечающие гармоникам этого периода (на рис. 41 — полупериоду около 5 лет).

Числа Вольфа, по-видимому, не являются наилучшим для «гелиогеофизики» индексом солнечной активности: они, вероятно, в какой-то мере характеризуют колебания ультрафиолетового, но не корпускулярного излучения Солнца. Последнее лучше, но тоже не очень хорошо характеризуется суммарной площадью солнечных пятен

Σ (коэффициент корреляции между Σ и W равен 0.85). Рассматриваются и многие другие индексы солнечной активности, меняющиеся со временем по-разному. Чтобы избежать как трудностей с выбором подходящих индексов, так и субъективизма в оценке сходства между

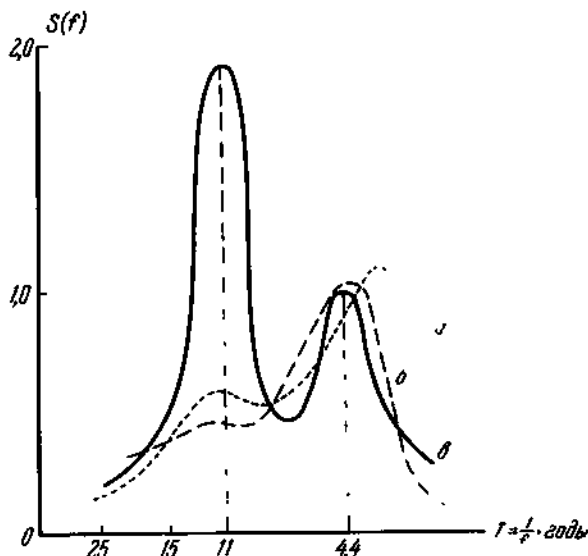


Рис. 41. Спектральные плотности колебаний температуры воздуха в Москве (а) и Ленинграде (б) и чисел Вольфа (с) по материалам В. Н. Колесниковой и А. С. Монина.

колебаниями этих индексов и характеристик погоды (типичного для большинства работ, цитируемых в книгах [299—302]), лучше рассмотреть просто спектры характеристик погоды и выяснить, выражены ли в них периоды, свойственные колебаниям солнечной активности.

Короткопериодные колебания различных метеорологических элементов могут иметь разный характер, существенно зависеть от местных условий и потому быть нерепрезентативными для мировой погоды, но можно надеяться, что в долгопериодных колебаниях (междугодичных, внутривековых и т. д.) разница в поведении различных

метеорологических элементов и зависимость от местных условий, вообще говоря, должны ослабевать, и спектры большинства метеорологических элементов и планетарных индексов должны становиться хотя бы приблизительно подобными друг другу (Колесникова и Монин [32]). В целях проверки как этого предположения, так и наличия воздействий солнечной цикличности В. Н. Колесникова и автор для начала рассмотрели 130-летний ряд наблюдений температуры воздуха в Москве и 198-летний ряд по Ленинграду.

Графики колебаний средних месячных температур воздуха в Москве и Ленинграде, приведенные на рис. 40, показывают, что наиболее выраженные колебания температуры имеют значительно меньшие периоды, чем колебания чисел Вольфа, и какой-либо тесной связи между фазами колебаний температуры и чисел Вольфа не имеется. Спектры колебаний температуры (рис. 41) вполне подтверждают это впечатление: 11,5-летний период на них *не выражен*, а имеется размытый максимум в интервале периодов между 2 и 5 годами. Аналогично выглядят спектры колебаний температуры на нескольких станциях в Мэриленде, США, построенные Ландсбергом, Митчеллом и Грантчером [304], и спектры 100—160-летних рядов годовых сумм осадков на восьми станциях в Европе по Брайеру [305] (в спектре ряда, полученного суммированием по восьми станциям, периоды в 22—23 года, 11—12 лет и 5—6 лет *не проявляются*).

Таким образом, *в спектрах некоторых метеорологических элементов основной 11,5-летний период солнечной цикличности не проявляется*. Для рассмотрения еще более длинных периодов имеющиеся данные о колебаниях солнечной активности совершенно недостаточны. Так, например, утверждение энтузиастов «гелиогеофизики», о существовании 80—90-летнего цикла солнечной активности, формулируемое на основе графиков типа рис. 42, содержащих *всего два* таких цикла, конечно, является необоснованным: известная тенденция человеческой психики расценивать 3—5-кратное повторение какого-либо цикла как обнаружение периодичности не подкрепляется математической статистикой, а здесь повторение цикла даже только двукратное.

Также необоснованным было бы огорчение от совпадения роста чисел Вольфа в первой половине 20 в. (см. тот же рис. 42) с происходившим потеплением: такой же рост чисел Вольфа сто и двести лет назад аналогичными потеплениями, по-видимому, не сопровождался, и вообще между рис. 42 и характеризующим междувековые колебания климата рис. 32 какого-либо сходства не видно.

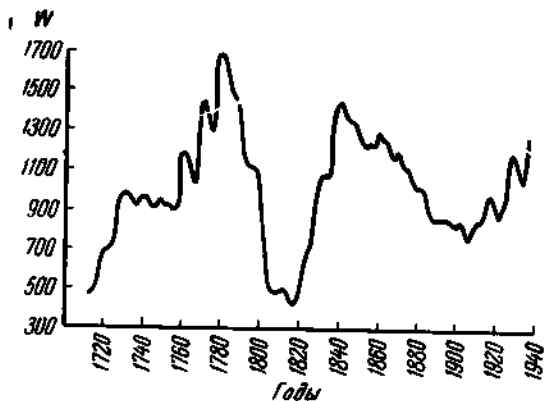


Рис. 42. Колебания 23-летних скользящих средних значений чисел Вольфа по Рубашеву [301].

Заметим, наконец, что метеорологи вовсе и не нуждаются в гипотезе о влиянии солнечной активности на погоду. По-видимому, изменения погоды на Земле, в том числе и долгосрочные, будут иметь место и притом с такими же амплитудами, как фактически наблюдаемые, и в случае полного отсутствия солнечной активности, т. е. строгого постоянства всего спектра солнечного излучения.

Численные эксперименты по общей циркуляции атмосферы подтверждают это, по крайней мере для внутригодичных колебаний погоды, а выявление долгосрочных процессов типа изучавшихся Бьеркнесом взаимодействий океанов и атмосферы позволяет обходиться без гипотез о солнечных воздействиях и в интервале междугодичных колебаний.

Литература к § 21

298. Н. Магуяма, *Papers Meteorol. and Geophys.* 12, № 3—4, 216 (1961).
299. М. С. Эйгенсон, Очерки физико-географических проявлений солнечной активности, Изд. Львовского ун-та, 1957.
300. М. С. Эйгенсон, Солнце, погода и климат, Гидрометиздат, 1963.
301. Б. М. Рубашев, Проблемы солнечной активности, «Наука», 1964.
302. Б. И. Сазонов, Высотные барические образования и солнечная активность, Гидрометиздат, 1964.
303. R. Wolf, *Kortweg Sitzungsberichte*, Wien, 1883.
304. H. E. Landsberg, J. M. Mitchell, H. L. Gruntcher, *Monthly Weather Rev.* 87, № 8 (1959).
305. G. W. Brier, *Annals of N. Y. Acad. Sci.* 95, art. 1 (1961).

Дополнения

§ 22. Моделирование планетарной циркуляции

При моделировании общей циркуляции атмосферы или океана на лабораторных установках трудности возникают уже в самой начальной стадии — при попытках обеспечить *геометрическое подобие* модели и явления. Действительно, общая циркуляция имеет масштабы в десятки тысяч км ($L \sim 10^7$ м), так что для модели с размерами порядка метров масштабный множитель будет равен 10^{-7} ; но тогда тропосфере (толщиной $H \sim 10$ км) в модели должен соответствовать слой жидкости толщиной всего в 1 мм, что было бы крайне неудобно для экспериментирования. Практически атмосферу моделируют слоем жидкости толщиной, скажем, порядка 10 см, так что число H/L в моделях оказывается на два порядка больше, чем в действительности; ясно, что на таких моделях можно изучать лишь те явления, которые при малых значениях параметра H/L мало зависят от этих значений.

При масштабном множителе 10^{-7} движения с масштабами меньше 10 км (включающие всю мелкомасштабную турбулентность), очевидно, не моделируются. Невозможность обеспечить геометрическое подобие движений на всем спектре масштабов (от $L \sim 10^7$ м до внутреннего масштаба турбулентности $\lambda \sim 1$ мм) приводит к нарушению и *динамического подобия*. Так, число Рейнольдса $Re = \frac{UL}{\nu} \sim \left(\frac{L}{\lambda}\right)^{1/2}$ для общей циркуляции атмосферы имеет величину порядка 10^{13} , а в лабораторных моделях общей циркуляции удобны лишь докритические значения Re порядка $10^2 - 10^3$, чтобы турбулентность не затушевывала картины течений.

Расхождение между значениями Re в природе и в моделях можно смягчить, допустив, что мелкомасштабная

турбулентность в природе по своему действию на крупномасштабные течения является аналогом молекулярной вязкости в моделях. Тогда значение Re для реальной циркуляции можно будет рассчитывать при использовании мелкомасштабной турбулентной вязкости $\nu_{\text{турб}} \sim 10^4 - 10^5 \text{ см}^2 / \text{сек}$, и Re уменьшится на 5—6 порядков; но число Re для реальной циркуляции все же останется много большим, чем в моделях. На таких моделях можно изучать лишь явления, которые при больших значениях Re мало зависят от этих значений, т. е. обладают *подобием по числу Рейнольдса*.

Такие же рассуждения применимы и к родственным Re безразмерным параметрам, характеризующим крупномасштабную термическую конвекцию в атмосфере: числу Пекле $Re = UL/\chi = Re \cdot Pr$ (χ — коэффициент температуропроводности, $Pr = \nu/\chi$ — число Прандтля), числу Нуссельта $Nu = qL/\kappa\delta T$ (q — создаваемый конвекцией поток тепла, δT — перепад температур в слое конвекции), числу Грассгофа $Gr = \frac{gH^3}{\nu^2} \frac{\delta T}{T}$ (где H интерпретируется как толщина слоя конвекции) и числу Рэлея $Ra = Gr \cdot Pr$. Родство Nu и Re видно из того, что при $q = \kappa \frac{\delta T}{H}$ получается $Nu = \frac{L}{H} \sim \sim \sqrt{Re}$ (формула $H \sim \frac{L}{\sqrt{Re}}$ является обычной оценкой теории пограничного слоя). Родство Gr и Re заключается в соотношении $Gr = (Re)^2$, получаемом при использовании в Re масштаба длины H и определения типичной скорости конвективных движений формулой $U = \left(gH \frac{\delta T}{T} \right)^{1/2}$. Даже при расчете значений всех этих параметров для реальной циркуляции с использованием коэффициентов турбулентной вязкости и температуропроводности $\nu_{\text{турб}}$ и $\chi_{\text{турб}}$ эти значения оказываются много большими, чем в моделях. Поэтому остается надеяться, что при больших значениях указанных параметров явления крупномасштабной термической конвекции мало зависят от этих значений.

Важнейшим параметром, определяющим характер крупномасштабных атмосферных движений, является число Кибеля $Ki = U / Li$ (в случае вращающихся моделей здесь следует полагать $l = 2\omega$, где ω — угловая скорость вращения). Иногда удобно (см. Куо [306]) в качестве U брать типичную скорость $\frac{R}{l} \frac{\delta_h T}{L}$ так называемого *термического ветра*, создаваемого горизонтальными

перепадами температуры $\delta_h T$, так что при $H = RT/g$ получается $Ki_T = \frac{gH}{L^2} \frac{\delta_h T}{T}$. Для крупномасштабных атмосферных движений этот параметр имеет значения порядка 10^{-1} , для океана, по-видимому, 10^{-2} . Такие значения нетрудно получить и во вращающихся моделях (подбором скорости вращения ω). Это и обеспечивает успех лабораторного моделирования планетарной циркуляции.

Наконец, гидростатическую устойчивость атмосферы или океана можно охарактеризовать, например, числом Ричардсона $Ri = \frac{gH}{U^2} \frac{\delta T}{T}$ (отношение энергии конвективных движений к энергии ветра). Для общей циркуляции атмосферы оно имеет значения порядка 10^2 , достигаемые и в лабораторных моделях; в океане же оно значительно больше (в 10^3 раз). Более подробное обсуждение критериев подобия для лабораторного моделирования планетарной циркуляции см. в обзорных работах Фульца [307—309], Фульца с соавторами [310], Аркса [311], Дмитриева, Бончковской и Бызовой [312] и Бончковской [313]. На лабораторных моделях удастся воспроизвести ряд явлений и особенностей общей циркуляции атмосферы и океана. Ниже мы перечислим некоторые из них.

(1) Уже ранние опыты с вращающимися сосудами Тэйлора и Праудмена (1917—1923) (см. обзор Сквайра [314]) показали большую *устойчивость геострофических вихрей*, ведущих себя во многих отношениях как упругие тела: в частности [310], эта устойчивость подавляет тенденцию к возникновению в модели чрезмерных вертикальных течений из-за завышения в ней отношения H/L , т. е. ослабляет зависимость движения от этого параметра.

(2) Лонгу, Фульцу и Френзену (1951—1955) удалось, помещая во вращающуюся полусферу с жидкостью малые препятствия, генерировать *гироскопические волны* Россби.

(3) Аркс (1952—1957) моделировал *западную интенсификацию океанских течений* (вследствие β -эффекта) во вращающемся слое жидкости, параболическом или же плоском, но с растущей по радиусу глубиной.

(4) Еще Феттин [315] в 1857—1885 гг. воспроизвел во вращающемся цилиндре с нагревом по краям и охлаждением на оси *пассатную циркуляцию* Гадлея.

(5) Фульд (1951) установил, что во вращающемся цилиндре с нагревом по краям и охлаждением на оси осесимметричная (пассатная) циркуляция возникает лишь при $K_i > 1/2$, а при малых K_i она теряет устойчивость,



Рис. 43. Линии тока поверхностных течений воды во вращающемся цилиндрическом сосуде с нагревом по краям (по Фульду с соавторами [310]). Внешний радиус $L = 15,7$ см; глубина слоя воды $H = 6$ см; скорость вращения $\omega = 0,75$ сек⁻¹ против часовой стрелки; нагрев начал за 3,5 мин до измерения; температура воды 33° С; в струях $K_{i,r} = 0,15$, в целом $K_{i,r} = 0,02$; $Ri \sim 50$; $Re \sim 1400$; заштрихованы области наиболее быстрых струйных течений.

и образуются нерегулярные нестационарные течения, часто в виде узких струй и геострофических вихрей, похожих на крупномасштабные атмосферные движения умеренных широт (рис. 43). Безразмерные профили скорости зонального течения и турбулентного потока импульса оказываются близкими к наблюдаемым в атмосфере. Близкие результаты получены на моделях такого же рода Бончков-

ской [313]; позднее она построила также вращающиеся модели с неоднородным (зональным и незональным) подогревом дна, причем на модели с зональным подогревом удалось неплохо смоделировать зональные профили температуры и коэффициента макротурбулентной теплопроводности.

(6) Во вращающемся цилиндрическом сосуде с двумя слоями жидкости различной плотности Фульцу (1952—1956) удалось моделировать при больших Ki наклонную (осесимметричную) поверхность раздела с наклоном, описываемым теорией Маргулеса, а при малых Ki — *неустойчивость фронтальной поверхности* с образованием на ней регулярных волн, превращающихся в циклоны с холодными фронтами и затем с окклюзией, и с последующим развитием нерегулярных течений типа рис. 43.

(7) В предложенной в 1950 г. Хайдом [316] модели — течении между двумя коаксиальными цилиндрами, вращающимися с одинаковой угловой скоростью, с подогревом одного из них и охлаждением другого — удается генерировать *установившиеся гироскопические волны* с любым заданным (конечно, не слишком большим) волновым числом m . Постепенно уменьшая Ki_r (путем уменьшения радиальной разности температур $\delta_r T$) при фиксированной скорости вращения (числе Фруда $Fr = L\omega^2/g$) удается наблюдать отчетливые переходы $m \rightarrow m+1$ (см. кривые, отделяющие области с различными волновыми режимами в плоскости (Fr, Ki_r) на рис. 44). Любопытно, что эти переходы обладают сильным гистерезисом: переход $m+1 \rightarrow m$ происходит при значительно большем Ki_r , чем $m \rightarrow m+1$. Теоретический расчет этих кривых выполнен в работе Куо [306] 1957 г. Расчет скоростей в поле установившихся волн (проведенный при $m=3$ Рилом и Фульцем [317]) показал, что средняя меридиональная циркуляция здесь состоит из трех ячеек, причем безразмерные вертикальные скорости и профили меридиональных потоков тепла, создаваемых средней циркуляцией и макротурбулентностью, оказываются близкими к наблюдаемым в природе.

(8) В вышеуказанной модели Хайд [316] обнаружил квазипериодические колебания интенсивности и формы волн и других характеристик течений (в предельных случаях — переходы $m_1 \rightleftharpoons m_2$) с периодами порядка 10—200

оборотов цилиндров, по-видимому, моделирующие «цикл индекса». Наблюдаются также колебания с гораздо

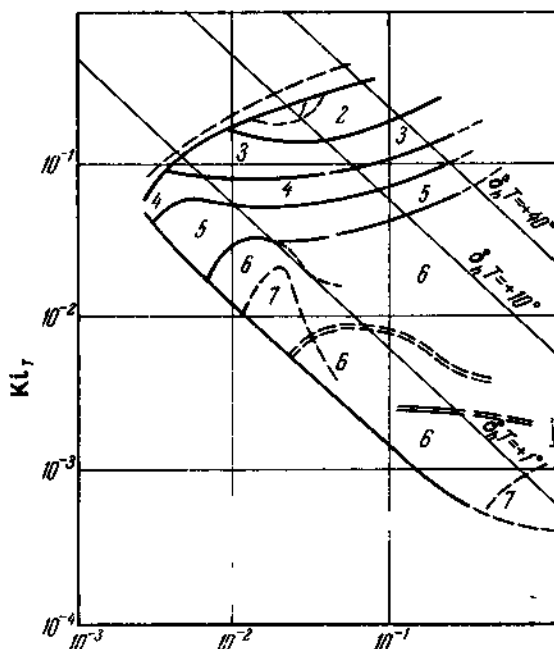


Рис. 44. Области с различными волновыми режимами, характеризуемыми волновыми числами m в потоке между коаксиальными цилиндрами (радиусами $\frac{L}{2} = 2,46$ и $L = 4,92$ см, высотой $H = 1,3$ см), вращающимися с одинаковой угловой скоростью ω (абсцисса — число Фруда $Fr = \frac{L\omega^2}{g}$), при подогреве внешнего и охлаждении внутреннего цилиндра (ордината — термическое число Кибеля $Ki_T = \frac{\rho H}{L^2 \omega^2} \frac{\delta_h T}{T}$, причем $T \approx 21^\circ \text{C}$ и $\delta_h T$ постепенно увеличивается) по Фульцу с соавторами [310].

более длинными периодами (см. пример на рис. 45), возникающие без каких-либо заметных периодических внеш-

них воздействий, что должно представлять особый интерес для интерпретации длиннопериодных колебаний общей циркуляции атмосферы и океана.

Воспроизведение на моделях основных особенностей того или иного известного явления само по себе еще не прибавляет чего-либо к нашим знаниям. Но получение

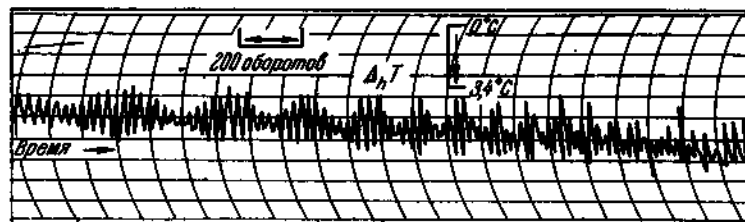


Рис. 45. Колебания радиальной разности температур при очень медленном увеличении этой разности (K_1 меняется от 0,07 до 0,09) в потоке между коаксиальными цилиндрами, вращающимися с одинаковой угловой скоростью ($\omega = 3 \text{ рад/сек}$), по Фульцу [309]. Высокочастотные колебания — «цикл индекса» с периодом около 30 «дней» (оборотов цилиндров); их огибающая вначале имеет период около 400 «дней», затем он укорачивается.

возможностей, которых природа не предоставляет (например, получение установившихся гироскопических волн с фиксированным волновым числом), или же обнаружение явлений, аналоги которых в природе ранее не были замечены (например, длиннопериодных колебаний, модулирующих «цикл индекса»), позволяет узнать что-то новое. Вышеизложенное показывает, что с этой точки зрения вращающиеся модели с подогревом открывают интересные перспективы для изучения некоторых особенностей общей циркуляции атмосферы.

Литература к § 22

306. H. L. Kuo, J. Meteorol. 11, № 5, 399 (1954); 13, № 1, 82, 524 (1956); 14, № 6, 553 (1957).
307. D. Fultz, Compendium Meteorol., Amer. Met. Soc. 1951, p. 1235.
308. D. Fultz, J. Meteorol. 8, № 4, 262 (1951).
309. D. Fultz, Advances in Geophysics 7, 1 (1961).

310. D. Fultz, R. R. Long, G. V. Owens, W. Bohan, R. Kaylor, J. Weil, Meteorol. Monographs 4, № 21 (1959).
311. W. S. von Arx, Progr. in Phys. and Chem. Earth 2, 1 (1957).
312. А. А. Дмитриев, Т. В. Бончковская, Н. Л. Бызова, Труды конф. по моделированию процессов в атмосфере и гидросфере, Изд. АН СССР, 1962.
313. Т. В. Бончковская, Труды Всесоюз. научно-метеоролог. совещания, 2, Гидрометиздат, 1963, стр. 153.
314. H. B. Squire, Surveys in Mechanics, G. I. Taylor 70th Anniversary Volume, 1956, p. 139.
315. F. Vettin, Ann. Physik (2), 102, 246 (1857).
316. R. Hide, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 79, 161 (1953).
317. H. Riehl, D. Fultz, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 84, № 362, 389 (1958).

§ 23. Атмосферы других планет

Наиболее важными параметрами атмосфер планет, определяющими характер циркуляции, являются следующие: 1) *толщина атмосферы*, характеризующаяся высотой однородной атмосферы $H = p_0 / \rho_0 g$ (с ней связаны скорость звука $c_0 = \sqrt{\kappa g H} = \sqrt{\kappa R_0 T / \mu}$ и типичный вертикальный градиент температуры $\delta T / H$, который для суждения о гидростатической устойчивости атмосферы надо сравнивать с адиабатическим градиентом $\gamma_a = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{g \mu}{R_0}$, где μ — молекулярный вес, а R_0 — универсальная газовая постоянная); 2) *скорость вращения планеты* ω (и связанный с ней параметр горизонтальной сжимаемости атмосферы $\omega a / c_0$, пропорциональный отношению Ma / Ki); 3) *прозрачность* атмосферы по отношению к излучению различных длин волн, определяемая составом атмосферных газов и аэрозоля *).

Новейшие сведения о планетах солнечной системы, необходимые для оценки вышеуказанных параметров, можно найти в книге Келлога и Сагана [318] (содержащей, в частности, работу Минца по теории общей циркуляции атмосфер планет), их же обзоре [319], сборнике под редакцией Койпера и Миддлхерста [320] и совсем недавней книге Мороза [321]. Впрочем, уточнение этих сведений происходит в последние годы быстро ускоряющимися

*) Методы оценок циркуляции в атмосферах планет по внешним параметрам предложены Г. С. Голицыным (Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 4, № 11, 1131 (1968)).

темпами. Много важнейших новых данных дал великодушный эксперимент советской автоматической станции «Венера-4», осуществлявшей 18 октября 1967 г. плавный спуск в атмосфере Венеры и передавшей на Землю результаты промера вертикальных профилей характеристик венерианской атмосферы. Назовем, наконец, две работы по атмосфере Солнца — обзор Ягера [322] и статью Варда [323] о циркуляции солнечной атмосферы.

Основные сведения о параметрах планетных атмосфер приводятся в табл. 1—3, в основном заимствованных из доклада Г. С. Голицына и В. И. Мороза на конференции по общей циркуляции атмосферы в 1964 г. в Москве. В табл. 1 приводятся радиусы планет a в км, периоды τ их обращения вокруг Солнца в сутках, периоды $2\pi/\omega$ собственного вращения в сутках, углы φ_0 наклона экватора к эклиптике, ускорения силы тяжести g на поверхности планет в см/сек² и альбедо A . Существенно иметь в виду, что *солнечные сутки* на Меркурии составляют около 180 суток (один восход Солнца за два меркурианских года), а на Венере с ее обратным вращением — 120 суток (два восхода Солнца за один венерианский год). Юпитер заметно сплюснут: экваториальный радиус заметно больше полярного, а сила тяжести на экваторе заметно меньше, чем на полюсе. Период вращения его атмосферы на экваторе чуть меньше (на 5 минут), чем в умеренных широтах; на Солнце такой же эффект выражен гораздо резче: частота вращения ω (в градусах долготы за сутки) зависит от широты φ по закону $\omega = 14,38^\circ - 2,77^\circ \sin^2 \varphi$.

Таблица 1.

Астрономические характеристики планет

Планеты	a , км	τ , сутки	$\frac{2\pi}{\omega}$, сутки	φ_0	g , см/сек ²	A
Меркурий	2434	88	59	$<28^\circ$	388	0,09
Венера	6053±3	225	—243	$1,2^\circ$	884	$0,77 \pm 0,07$
Земля	6371	365	1	$23^\circ 27'$	981	0,38
Марс	3370	687	1,02	$24^\circ 57'$	370	0,22
Юпитер	71 600—67 900	4339	0,41	$3^\circ 7'$	2360—2600	0,48
Солнце	696 000	—	25—30	$7^\circ 15'$	27 400	—

В табл. 2 приводятся сведения о количестве и составе атмосферы на планетах — полном атмосферном давлении p_0 в атмосферах (для Юпитера — на верхней поверхности облаков), содержании CO_2 и H_2O (а для Юпитера — CH_4 и NH_3), молекулярном весе μ и адиабатическом градиенте температуры γ_a в град/км. Данные по Венере основаны на материалах «Венеры-4»; при расчете γ_a здесь принято, что в верхней атмосфере Венеры $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{9}{7}$, а в нижней атмосфере $\kappa \approx 1,22$. Данные по Марсу учитывают материалы американского «Маринера-4». Нижняя граница атмосферы Солнца выбрана условно.

Таблица 2
Мощность и состав планетных атмосфер

Планеты	p , атм	p_{CO_2} , p_0	$p_{\text{H}_2\text{O}}$, p_0	μ	γ_a , град/км
Меркурий	$\leq 0,001$	0,1—1,0	—	30—44	3—4,5
Венера	20—100	0,8—1,0	$(1-7) \cdot 10^{-3}$	44	8,5—11
Земля	1	$3 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	29	10
Марс	0,01	0,8—1,0	$(5 \pm 3) \cdot 10^{-5}$	41—44	4,5
Юпитер	1,3	—	$10^{-3} - 10^{-2}$	2,6	2,5
Солнце	0,05	—	—	1	13,4

В табл. 3 приводятся сведения о солнечной постоянной S_0 в кал/см² мин, температуре T_1 освещенной стороны планеты в °К (для Юпитера T_1 — яркостная температура атмосферы в окне 8—13 μ), температуре T_2 не освещенной стороны планеты (для Меркурия — в антисолнечной точке, Венеры, Земли и Марса — у полюсов), скорости звука $c_0 = \sqrt{\kappa \frac{R_0}{\mu} T_1}$ в м/сек, высоте однородной атмосферы у поверхности планеты $H = R_0 T_1 / \mu g$ в км и безразмерном параметре $a\omega / c_0$. Многие цифры в приведенных таблицах нуждаются в дальнейшем уточнении, но порядку величины параметра $a\omega / c_0$, по-видимому, можно верить.

Таблица 3

Термические характеристики планетных атмосфер

Планеты	$S_0 \frac{\text{ккал}}{\text{см}^2 \text{ мин}}$	T_1	T_2	$c_0 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$	$H, \text{ км}$	$a\omega/c_0$
Меркурий	13,4	620	100—150	440—540	30—45	$6 \cdot 10^{-2}$
Венера	3,8	650—750	550	370—410	6—12	$6 \cdot 10^{-2}$
Земля	2	280	240	340	8	1,4
Марс	0,86	280	200	270	14	0,83
Юпитер	0,074	130	130	790	17	17
Солнце	—	5800	—	9200	160	0,21

Наиболее существенным для характера атмосферной циркуляции является, по-видимому, параметр $a\omega/c_0$. В случаях, когда он мал (Меркурий, Венера), вращение планеты почти не влияет на атмосферные движения; циркуляция при этом, может быть, определяется разностью температур не между экватором и полюсами, а между подсолнечной и антисолнечной точками. При промежуточных значениях $a\omega/c_0$ (Земля, Марс, Солнце) характер атмосферной циркуляции может определяться как вращением, так и другими факторами (например, на Земле — различием свойств океанов и материков). При больших $a\omega/c_0$ (Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун) вращение планеты должно играть решающую роль.

В частности, от значения $a\omega/c_0$ существенно зависит поведение гироскопических волн, которые на Земле являются главными из синоптических процессов, определяющих погоду (Дикий [59, 324], Голицын и Дикий [325—327]). Если при малых $a\omega/c_0$ периоды гироскопических волн определяются известной формулой

$$\tau = \pi n(n+1)/m\omega$$

(получаемой из формулы (5.6) при $\alpha = 0$; здесь m и n — долготное и широтное волновые числа), то при больших $a\omega/c_0$ периоды τ будут определяться из соотношения

$$2 \frac{\omega a}{c_0} \left(\frac{\omega \tau}{\pi} \right)^{-2} + \frac{m}{2} \left(\frac{\omega a}{c_0} \right)^{-1} \frac{\omega \tau}{\pi} = 2N + 1, \quad (23.1)$$

вполне аналогичного формуле квантования Бора (N — целые положительные числа). Аналогично решению квантовомеханической задачи об определении собственных значений волновой функции в квазиклассическом приближении асимптотика для τ при больших $a\omega/c_0$ оказывается имеющей вид

$$\begin{aligned}\tau_n'' &= \pi \sqrt{\frac{2a}{\omega c_0}} \left(1 + \frac{n}{2} \sqrt{\frac{c_0}{2a\omega}}\right), \\ \tau_n''' &= 4\pi \frac{a}{c_0} \left(\frac{n + \frac{1}{2}}{m} - 1\right).\end{aligned}\quad (23.2)$$

Например, для Юпитера получается $\tau_1^1 = 3,2$; $\tau_2^1 = 52$; $\tau_2^2 = 3,5$; $\tau_3^1 = 86$; $\tau_3^2 = 27$; $\tau_3^3 = 3,8$ юпитерианских суток (в работах [325—326] рассчитаны также функции от широты, описывающие форму соответствующих гироскопических волн).

Остановимся подробнее на некоторых планетах. Теперь, при увеличившейся уверенности в оценке собственного вращения Венеры и после появления данных «Венеры-4», свидетельствующих в пользу пригодности парниковой модели ее мощной атмосферы (из CO_2 с водяными облаками конвективного происхождения), становится возможным проведение численных экспериментов по ее атмосферной циркуляции, по-видимому, очень непохожей на земную (в частности, существенно негеострофической, что, однако, не препятствует квазисоленоидальности крупномасштабных движений).

Из наблюдательных данных об атмосферной циркуляции на Марсе назовем: 1) многочисленные сведения о сезонных изменениях белых полярных шапок; 2) карты изотерм поверхности Марса, построенные Хессом [328] и Гиффордом [329] по данным радиометрических измерений в «окне прозрачности» 8—13 μ (см. пример на рис. 46); 3) редкие наблюдения движения тонких облаков (высоких синих и белых, возможно ледяных, и низких желтых, вероятно, пылевых). По 18 наблюдениям движений облаков и изотермам типа рис. 46 Хесс [328] даже построил гипотетические карты линий тока; Гиффорд [330] дополнительно проанализировал еще 36 наблюдений движения

облаков, практически исчерпав весь имеющийся материал этого рода.

Ряд авторов рассчитывал модели вертикального строения марсианской атмосферы. Из последних таких работ упомянем статью Прабхакара и Хогана [331] и три модели, рассчитанные Морозом [321]: максимальную ($p_0 = 20$ мб; $0,1\text{CO}_2 + 0,9\text{N}_2$), среднюю ($p_0 = 10$ мб;

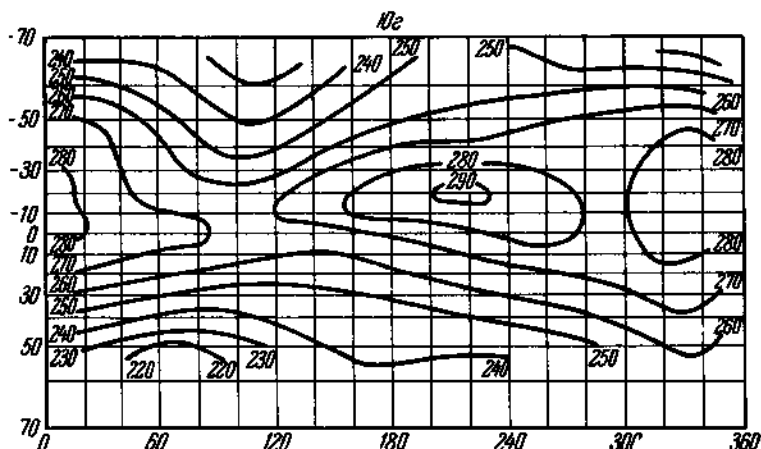


Рис. 46. Среднее распределение температуры поверхности Марса во время зимы в южном полушарии по Гиффорду [329].

$0,5\text{CO}_2 + 0,25\text{N}_2 + 0,25\text{Ar}$) и минимальную ($p_0 = 5$ мб; $100\%\text{CO}_2$); профили температуры и плотности по этим моделям изображены на рис. 47. Наконец, назовем работу Леови и Минца [332], рассчитавших при использовании указанной минимальной модели численный эксперимент по общей циркуляции атмосферы Марса для зимы в северном полушарии. При этом использовалась описанная в § 18 двухуровневная модель атмосферы с примитивными уравнениями Минца [105, 223—225], причем задавалась карта альбедо поверхности Марса; в начальный момент атмосфера принималась покоящейся, с постоянной температурой в 200°K , и полярные шапки отсутствовали. Эксперимент считался на 24 дня.

В этом эксперименте тонкая атмосфера Марса за 7 дней «разогналась» до состояния статистического равновесия со скоростями ветра порядка 25 м/сек, в котором проявился цикл колебаний с периодом в 6 дней (возможно, аналог «цикла индекса»). В северном (зимнем) полушарии образовалось западное струйное течение и развился

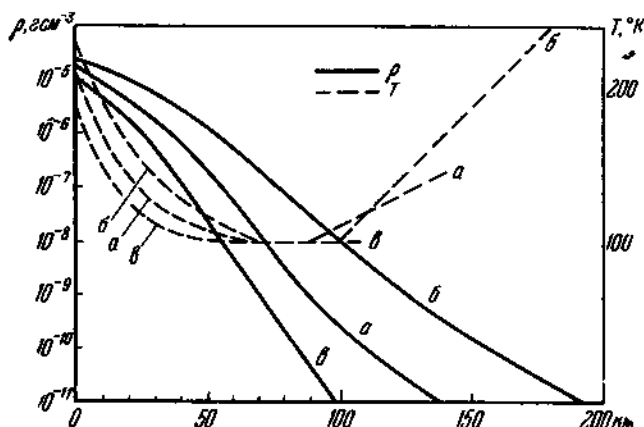


Рис. 47. Вертикальные профили температуры T и плотности ρ в атмосфере Марса по средней (а), максимальной (б) и минимальной (в) моделям Мороза [321].

волновой режим с доминирующим волновым числом $m=3$ (наиболее хорошо видный на картах температуры верхнего уровня, см. пример на рис. 48), в южном — более слабые восточные течения, в тропиках — ячейка прямой меридиональной циркуляции; в южном полушарии отчетливо проявлялся эффект *суточного прилива*. На поверхности Марса сформировался средний зональный профиль температуры, монотонно спадающей от 250°K на южном полюсе до $143,6^\circ$ (температура конденсации CO_2) к северу от 60° с. ш. (полярная шапка из замерзшей углекислоты). Несмотря на свой предварительный характер, этот первый численный эксперимент по общей циркуляции атмосферы других планет, несомненно, дал очень интригующие результаты.

Циркуляцию атмосферы наиболее наглядно можно наблюдать на Юпитере (рис. 49), на котором отчетливо видны параллельные экватору темные красноватые полосы, разделяющие светлые зоны, по-видимому, облачные (возможно, из сконденсированного NH_3 в водородно-гелиевой атмосфере), а также Большое Красное Пятно

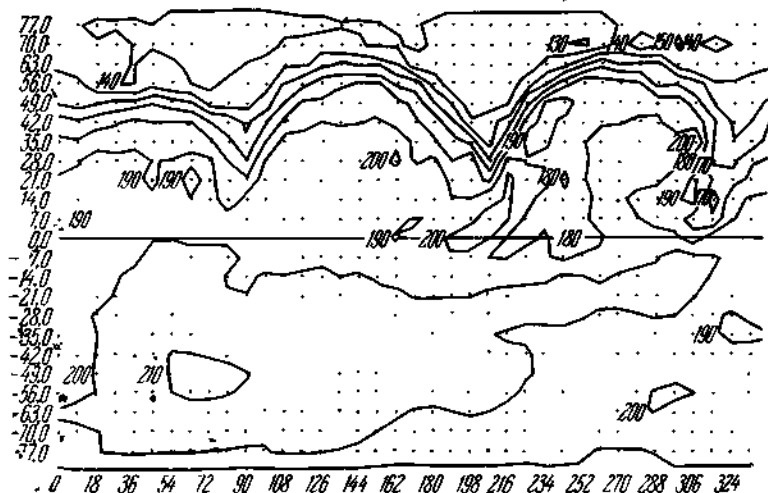


Рис. 48. Поле температуры на верхнем уровне в атмосфере Марса (высота около 12 км) на 19 день численного эксперимента Леови и Минца [332].

с размерами 13×40 тыс. км) в Южной тропической зоне. Обычно видны пять зон, но их число, конфигурация и детали меняются со временем (иногда с огромными скоростями, когда вид деталей с размерами порядка 10^4 км меняется за 10^3 сек — это, вероятно, явления коллоидальной неустойчивости облаков). В этих изменениях проявляются периодичности порядка 12—16 и 3—6 лет, видимо, не связанные с циклами солнечной активности.

Пожалуй, самой своеобразной особенностью зональной циркуляции атмосферы Юпитера является наличие скачкообразных изменений по меридиану скорости враще-

ния атмосферы; насчитывается около 20 таких скачков, доходящих до скачка в 1 км/сек на 3° широты (на границе экваториальной зоны). Полная толщина атмосферы Юпитера очень велика, она, по-видимому, не меньше

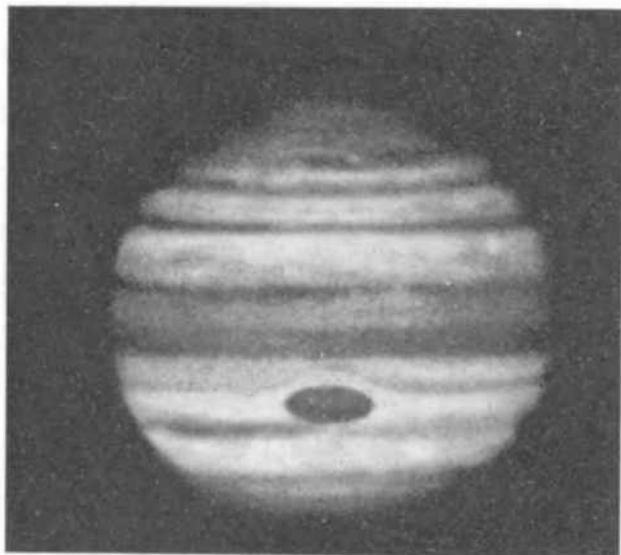


Рис. 49. Фотография Юпитера в синем свете в 0905 *UT* 23 октября 1964 г., полученная университетом в Нью-Мексико.

1000 км (с другой стороны, по модели Пиблса [333] водород в Юпитере переходит в металлическое состояние на глубине $0.2a \approx 14\,000 \text{ км}$), а солнечное излучение проникает лишь на глубину порядка 20 км, так что циркуляция атмосферы создается, по-видимому, не солнечным нагревом, а внутренними (гравитационными) источниками энергии. Наконец, Юпитер является мощным источником радиоволн, по которым установлено наличие радиационных поясов и магнитного поля с напряженностью порядка 50 гс.

Анализу и попыткам объяснения атмосферной циркуляции на Юпитере посвящались работы Хайда [334—338], Ливка [339], Стоуна [340] и других авторов. Хайд предложил интерпретацию Большого Красного Пятна как возмущения в геострофическом потоке, создаваемого неровностью на твердой поверхности планеты. Если высота неровности h превышает $H_0 \cdot K_i$, где H_0 — полная толщина атмосферы, то такое возмущение образует очень устойчивую «колонну Тэйлора», пронизывающую всю атмосферу. Если на Юпитере $H_0 \sim 1000$ км, а $K_i \sim 10^{-3}$, то для образования «колонны Тэйлора» достаточно иметь неровность с высотой $h > 1$ км. Наблюдаемые вариации периода $2\pi/\omega$ зонального вращения Большого Красного Пятна ($9^h 55^m 38^s \pm 7^s$) могут объясняться обменом моментом количества движения между твердой планетой и ее мощной атмосферой. Плотные нижние слои атмосферы могут обладать столь большой электропроводностью, что их взаимодействие с твердой планетой может определяться не столько обычной, сколько гидромагнитной вязкостью.

В заключение настоящего параграфа остановимся на циркуляции в атмосфере Солнца. Экваториальное течение на Солнце имеет скорость 2 км/сек. Согласно Варду [323], использовавшему в качестве индикаторов движений в солнечной атмосфере солнечные пятна и обработавшему гризвичские данные по движению пятен за 1935—1944 гг., движения с масштабами, малыми по сравнению с радиусом Солнца, но большими по сравнению с размерами групп пятен, имеют меридиональные и зональные скорости порядка десятков м/сек и структуру типа гироскопических волн, а регулярных меридиональных циркуляций типа ячейки Гаддея не наблюдается. Эти движения переносят угловой момент из умеренных широт в экваториальную зону, т. е. против градиента угловой скорости; при этом происходит трансформация кинетической энергии указанных движений в энергию экваториального течения.

Типичная картина движений внутри индивидуального солнечного пятна — это циклоничность (втекание, отклоняемое силой Кориолиса) на уровнях выше 500 км над фотосферой и антициклоничность (растекание) в фотосфере со скоростями порядка нескольких км/сек. В гранулах

(размеры порядка сотен км, времена жизни порядка минут) скорости конвективных движений меняются от долей км/сек в фотосфере до нескольких км/сек в хромосфере и 10—20 км/сек на высотах в тысячи километров над видимой поверхностью Солнца (фотосферой).

Литература к § 23

318. У. Келлог, К. Саган, Атмосферы Марса и Венеры, ИЛ, 1962.
319. К. Саган, У. Келлог, Успехи физ. наук 83, № 2, 259 (1964).
320. Дж. Койпер, Б. М. Миддлхерст (ред.), Планеты и спутники, ИЛ, 1963.
321. В. И. Мороз, Физика планет, «Наука», 1967.
322. C. de Jager, Encyclopedia of Physics 52, 80 (1959).
323. F. Ward, Pure and Appl. Geophys. 58, 157 (1964).
324. Л. А. Диккий, ДАН СССР 170, № 1, 67 (1966).
325. Г. С. Голицын, Л. А. Диккий, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана 2, № 3, 225 (1966).
326. Г. С. Голицын, Л. А. Диккий, Сб. «Динамика крупномасштабных атмосферных процессов», «Наука», 1967, стр. 200.
327. L. A. Diky, G. S. Golitsyn, Tellus 20, № 2, 314 (1968).
328. S. L. Hess, J. Meteorol. 7, № 1 (1950).
329. F. A. Gifford, Astrophys. J. 123, № 1, 159 (1956).
330. F. A. Gifford, Monthly Weather Rev. 92, № 10, 435 (1964).
331. C. P. Prabhakara, I. S. Hogan, J. Atm. Sci. 22, № 2, 97 (1965).
332. C. B. Leovy, Y. Mintz, Mem. RM-5110-NASA, Dec. 1966.
333. P. I. E. Peebles, Astrophys. J. 140, № 1, 328 (1964).
334. R. Hide, Nature 190, № 4779, 895 (1961).
335. R. Hide, Soc. Roy. Sci. Liege Mem., V, ser. VII, 481 (1962).
336. R. Hide, Planet. Space Sci. 14, № 8, 669 (1966).
337. R. Hide, Magnetism and the Cosmos, Edinburgh, 1966, p. 378.
338. R. Hide, Bull. Amer. Met. Soc. 47, № 11, 873 (1966).
339. F. Link, Icarus 6, № 1, 129 (1967).
340. P. M. Stone, J. Atm. Sci. 24, № 6, 642 (1967).

§ 24. Планирование и прогнозы

Всякое планирование во многом базируется (или по крайней мере должно базироваться) на тех или иных прогнозах. Если речь идет о таких факторах будущего, которые можно контролировать путем активного воздействия на них, то планирование и прогнозирование просто совпадают. Однако когда речь заходит об учете не контролиру-

емых нами факторов будущего, например стихийных явлений природы, то связь между имеющимися прогнозами и составляемыми планами зачастую оказывается слабой, а иногда и вовсе отсутствует, что приводит к значительному снижению экономической эффективности составляемых планов.

Будем для конкретности говорить о гидрометеорологических явлениях — погоде, вскрытии рек и ледоставах, колебаниях уровня рек и паводках и т. п. (но подчеркнем, что большинство наших рассуждений можно относить не только к гидрометеорологическим, но и ко многим другим прогнозам). Сельское хозяйство, авиация, морской, речной и даже железнодорожный и автомобильный транспорт, гидроэнергетика, строительство, многие отрасли массового обслуживания населения и другие виды человеческой деятельности подвержены значительному влиянию стихийных явлений природы, так что прогнозы таких явлений обязательно должны учитываться при планировании работ в указанных отраслях хозяйства.

Однако многие потребители гидрометеорологических прогнозов нередко ограничиваются лишь пассивным ознакомлением с последними, но не учитывают их должным образом при планировании своей деятельности. Такое бесхозяйственное, обывательское отношение к прогнозам иногда даже пытаются обосновать ссылками на ненадежность последних, не понимая, что даже из ненадежных прогнозов можно извлекать экономическую выгоду (если, конечно, методика составления прогнозов хотя бы частично учитывает реальные связи между природными явлениями).

Повышение надежности прогнозов, бесспорно, является задачей номер один гидрометеорологической науки, но не менее важной задачей гидрометеорологических служб должна быть организация рационального экономического использования сегодняшних прогнозов различными потребителями. Обслуживание конкретных потребителей не должно ограничиваться попытками той или иной детализации прогнозов, как это делается сейчас, а должно включать ознакомление потребителей с характеристиками степени надежности прогнозов, помощь в оценке экономической зависимости той или иной области хозяйства от

прогнозируемых явлений и рекомендации оптимальной стратегии использования прогнозов в планировании работ.

Следуя работам [341, 285] (см. также более поздние работы Багрова [342] и Груза [343]), рассмотрим для конкретности схему, в которой прогнозируемое явление Φ допускает конечное число n возможных реализаций или фаз $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$ (в частном случае *альтернативного* прогноза рассматриваются только две фазы — осуществление или неосуществление явления; этот случай разобран, например, в более ранних работах Омшанского [344] и Обухова [345]). Такими фазами могут быть, в частности, интервалы значений прогнозируемой величины (температуры воздуха, количества осадков, высоты паводка и т. п.) или даты осуществления явления (перехода температуры через нуль, вскрытия реки или ледостава и т. п.).

Пусть прогноз дается в виде одного из текстов $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$, причем текст Π_i есть предсказание осуществления явления в фазе Φ_i . Можно считать, что осуществление фазы Φ_α и выбор прогнозом текста Π_β есть пара сопряженных случайных событий, имеющая вероятность $p_{\alpha\beta} = P(\Phi_\alpha, \Pi_\beta)$. Таблица $n \times n$ вероятностей $p_{\alpha\beta}$ есть наиболее полная характеристика как природной изменчивости явления (величины $p_{\alpha\cdot} = \sum_{\beta} p_{\alpha\beta}$ суть *климатологические вероятности* фаз Φ_α , а

$$H(\Phi) = - \sum_{\alpha} p_{\alpha\cdot} \log p_{\alpha\cdot} \quad (24.1)$$

есть энтропия явления), так и надежности метода прогноза (величины

$$r_{i\beta} = P(\Pi_\beta | \Phi_i) = \frac{p_{i\beta}}{p_{i\cdot}} \quad (24.2)$$

суть *вероятности ошибок прогноза*, по которым надо сравнивать различные методы прогнозирования). Если дан прогноз Π_j , то осуществления фаз Φ_α следует ожидать уже не с климатологическими вероятностями $p_{\alpha\cdot}$, а

с вероятностями

$$q_{\alpha j} = P(\Phi_{\alpha} | P_j) = \frac{P_{\alpha j}}{P_{\cdot j}}, \quad (24.3)$$

где $P_{\cdot j} = \sum_{\alpha} P_{\alpha j}$. В этой замене безусловных вероятностей P_{α} на условные вероятности $q_{\alpha j}$ и заключается смысл работы прогнозиста. То обстоятельство, что прогноз P_j не определяет однозначно, какая фаза явления осуществится, а дает лишь распределение вероятностей $q_{\alpha j}$ для фаз Φ_{α} , является выражением ненадежности прогнозистического метода. Указание наряду с прогнозом P_j также распределения вероятностей $q_{\alpha j}$ превращает прогноз из *категорического* в более полный *вероятностный*. При условии P_j энтропия явления *снижается* до значения

$$H(\Phi | P_j) = - \sum_{\alpha} q_{\alpha j} \log q_{\alpha j}. \quad (24.4)$$

Если ввести среднюю условную энтропию

$$H(\Phi | P) = \sum_{\beta} P_{\cdot \beta} H(\Phi | P_{\beta}), \quad (24.5)$$

то величина

$$I(\Phi | P) = H(\Phi) - H(\Phi | P) \quad (24.6)$$

будет мерой *количества информации* об явлениях, содержащегося в прогнозах по данному методу (его надо сравнивать с энтропией $H(\Phi)$).

Экономическая зависимость конкретного потребителя от явления Φ характеризуется таблицей $n \times n$ чисел $S_{ij} = S(\Phi_i, P_j)$ — его доходов или убытков в случаях, когда он ориентировался на осуществление события в фазе Φ_j (т. е. доверялся прогнозу P_j) и проводил соответствующие подготовительные мероприятия, а явление затем осуществилось в фазе Φ_i . Без знания такой таблицы полноценное экономическое использование потребителем каких-либо прогнозов невозможно (однако насколько нам известно, такие таблицы пока еще не составлялись

даже для основных потребителей, обслуживаемых гидрометеорологическими учреждениями; это затрудняет, в частности, оценку экономической оправданности общественных затрат на содержание гидрометеорологических служб).

Если потребитель полностью полагается на прогнозы по данному методу, то в случаях с прогнозом Π_j он будет в среднем получать доход или убыток

$$S_{.j} = \sum_{\alpha} q_{\alpha} S_{\alpha j},$$

а средний эффект от всех прогнозов будет равен

$$S = \sum_{\beta} p_{\beta} S_{\cdot\beta} = \sum_{\alpha\beta} p_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta}. \quad (24.7)$$

Если потребитель не получает никаких прогнозов, но знает климатологические вероятности p_{α} фаз Φ_{α} , то ему выгоднее всего [341] всегда ориентироваться на осуществление одной и той же фазы — той, которой соответствует наибольшее из чисел

$$S_{.j}^* = \sum_{\alpha} p_{\alpha} S_{\alpha j};$$

оно и будет его средним доходом. При получении же прогнозов $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ оптимальная стратегия потребителя будет заключаться в том [341], чтобы в случаях с прогнозом Π_j ориентироваться на осуществление такой фазы Φ_{mj} , которой соответствует наибольшее из чисел $S_{\cdot 1}^{(j)}, S_{\cdot 2}^{(j)}, \dots, S_{\cdot n}^{(j)}$, определяемых формулой

$$S_{\cdot \beta}^{(j)} = \sum_{\alpha} q_{\alpha j} S_{\alpha \beta}.$$

Иначе говоря, этот потребитель должен заменять прогнозы $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ на $\Pi_{m1}, \Pi_{m2}, \dots, \Pi_{mn}$ (некоторые из последних могут совпадать). Тогда средний эффект, получаемый потребителем, будет наибольшим; он может быть подсчитан по формуле

$$S_{\max} = \sum_{\beta} p_{\beta} S_{\cdot \beta}^{(\beta)}. \quad (24.8)$$

Эта величина может оказаться заметно больше, чем (24.7).

Наконец, изучение таблицы S_{ij} и величин $S_{.j}^*$, $S_{.j}$ и $S_{.m_j}^{(.)}$ может помочь спланировать постоянные страховочные мероприятия, которые изменили бы таблицу S_{ij} так, чтобы уменьшить экономическую зависимость потребителя от прогнозируемых стихийных явлений природы и повысить его средние доходы.

Литература к § 24

- 341. А. С. М о н и н, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 2, 218 (1962).
- 342. Н. А. Б а г р о в, Метеорология и гидрология, № 2, 3 (1966).
- 343. Г. В. Г р у з а, Труды Среднеазиатского научно-исслед. гидрометинститута 29 (44), 3 (1967).
- 344. М. А. О м ш а н с к и й, Труды Главн. геофиз. обсерватории 14, 49 (1937).
- 345. А. М. О б у х о в, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 339 (1955).

Оглавление

Предисловие	3
Глава I. Введение	5
§ 1. Краткая история вопроса	5
§ 2. Масштабы процессов погоды	8
§ 3. Спектр атмосферных процессов	11
Глава II. Гидродинамическая теория краткосрочных прогнозов погоды	18
§ 4. Адиабатические инварианты	18
§ 5. Классификация атмосферных движений	25
§ 6. Адаптация метеорологических полей	32
§ 7. Квазигеострофическое приближение	35
§ 8. Квазисолепоидальное приближение	43
§ 9. Прimitives уравнения	47
§ 10. Вертикальная структура синоптических процессов	51
§ 11. Разностные схемы	58
§ 12. Прогноз погоды	65
Глава III. Физическая природа долгосрочных изменений погоды	83
§ 13. Глобальность	83
§ 14. Глобальное наблюдение	86
§ 15. Неадиабатичность	102
§ 16. Притоки тепла в атмосфере	105
§ 17. Регулирующая роль облачности	113
§ 18. Численные эксперименты	120
§ 19. Взаимодействие океанов и атмосферы	135
§ 20. Предсказуемость	143
§ 21. Внеземные влияния	154
Глава IV. Дополнения	161
§ 22. Моделирование планетарной циркуляции	161
§ 23. Атмосферы других планет	168
§ 24. Планирование и прогнозы	178

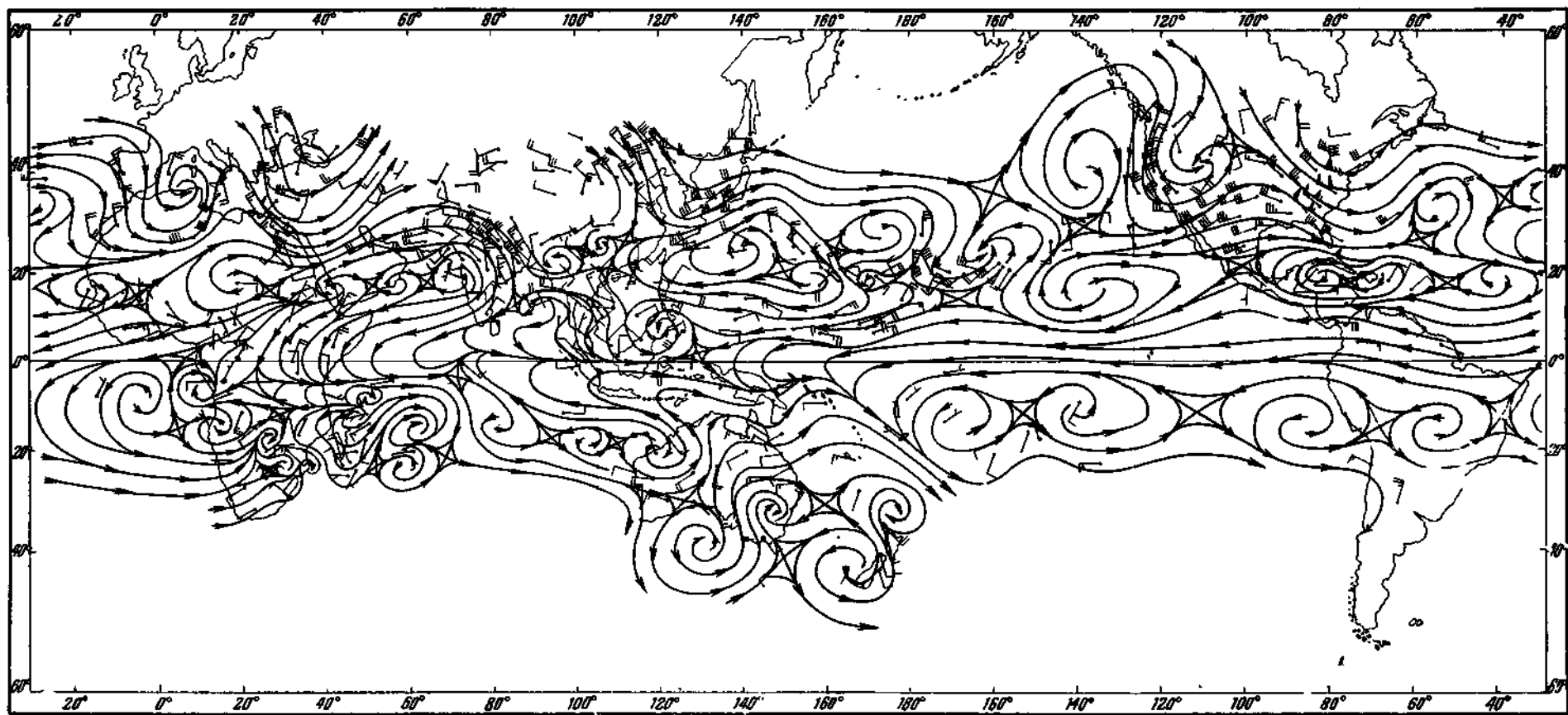


Рис. 20. Карта поля ветра (линий тока) на уровне 700 мб в тропической зоне 10 декабря 1963 г.
(построенная по исходной информации в 300 бит) по Садлеру [176].