

Е.В. Гайдукова, Н.В. Викторова

ГИДРОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОГНОЗЫ

Конспект лекций

Направление подготовки 05.03.05 – Прикладная гидрометеорология
Профиль подготовки – Прикладная гидрология
Квалификация – бакалавр

Санкт-Петербург
РГГМУ
2021

УДК 556.06(075.8)
ББК 26.222я73
Г14

Рецензент: д-р техн. наук Хамиду Диавара, Университет Бамако Республики Мали

Гайдукова Е.В., Викторова Н.В.

Г14 Гидрологические прогнозы. Конспект лекций / Гайдукова Е.В., Викторова Н.В.
– Санкт-Петербург : РГГМУ, 2021. – 92 с.

В конспекте лекций рассматриваются методы краткосрочного прогнозирования гидрологических характеристик и процессов. Кратко излагаются теоретические и практические основы методов прогноза ледовых явлений на реках, уровнях и расходов воды на участках рек и в замыкающем створе водосбора.

Конспект лекций предназначен студентам-гидрологам.

Gaidukova E.V., Victorova N.V. Hydrological forecasts. Lecture notes. – St. Petersburg, RSHU Publishers, 2021. – 92 pp.

The lecture notes methods for short-term forecasting of hydrological characteristics and processes. The theoretical and practical foundations of methods for forecasting ice phenomena on rivers, levels and water discharges in river sections and in the outlet section of catchment are briefly outlined.

The lecture notes is intended for hydrology students.

© Е.В. Гайдукова, Н.В. Викторова, 2021

© Обложка: А.А. Батмазова, 2021

© Российский государственный
гидрометеорологический университет (РГГМУ)

ISBN 978-5-86813-533-0

Введение

Гидрологические прогнозы – это научно обоснованные методы и способы предсказания характера, размеров и сроков наступления будущего состояния водного или ледового режима рек, озер или водохранилищ.

Цель освоения дисциплины «Гидрологические прогнозы» – обучение студентов методологии и способам прогнозирования речного стока и ледовых явлений на реках.

Задачи дисциплины:

- освоение методов краткосрочных гидрологических прогнозов расходов и уровней воды;
- формирование навыков прогнозирования за различные промежутки времени стока рек, ледовых и опасных гидрологических явлений;
- изучение физических основ методов прогнозирования.

В конспекте лекций рассмотрены следующие прогностические подходы при краткосрочном прогнозировании:

- методы линейной и нелинейной тенденции;
- прогнозные модели руслового стока;
- методы, учитывающие трансформацию паводочной волны на участках рек;
- модель, типа «черный ящик»;
- двухъёмкостная модель прогнозирования речного стока;
- прогностический метод, основанный на генетической формуле стока;
- методы прогноза ледовых явлений на реках;
- метод соответственных объёмов.

Информация в разделах изложена конспективно. И предполагается, что читатель обладает базовыми знаниями по высшей математике, гидрологии и математическому моделированию гидрологических процессов.

Общие сведения о гидрологических прогнозах

Общие сведения

Начало дисциплины «Гидрологические прогнозы» было положено в 1935 году лекциями проф. Б. А. Аполлова в Московском гидрометеорологическом институте.

Развитию гидрологических прогнозов и превращению их в отдельный самостоятельный раздел гидрологии способствовало комплексное использование водных ресурсов, которое опирается на предвидение режима водных объектов. Первые работы в этой области были посвящены прогнозам наводнений, причинившим значительный ущерб населенным пунктам и промышленным предприятиям.

Слово прогноз произошло от двух греческих слов: про – вперед и гнозис – знание. Таким образом прогноз – это знание развития или хода явлений и событий.

Гидрологические прогнозы – это научно обоснованные методы и способы предсказания характера, размеров и сроков наступления будущего состояния водного или ледового режима рек, озер или водохранилищ.

Водные потоки движутся значительно медленнее, чем воздушные. Например, если волна половодья на р. Оке от г. Калуги до г. Муром движется примерной 15 дней, то воздушные потоки могут пройти этот путь за 1–2 дня. Это сравнительно медленное движение воды позволяет легко предвидеть ряд явлений и изменение водности реки. В качестве исходных данных при составлении прогноза используются материалы гидрометрических наблюдений на постах, расположенных выше по течению по отношению к пункту, для которого дается прогноз.

Метеорологические процессы также вызывают изменение в состоянии водных объектов (рек, озер и т. д.) не мгновенно, а через некоторое время и на протяжении более или менее определенных периодов. При выпадении ливня паводок на реке развивается в течение времени значительно большего, чем продолжительность этого ливня. Таяние снега не сразу приводит к большому подъему уровня реки.

На основании данных о выпавших осадках или таяния снега можно подсчитать лишь количество воды, поступившее за данный промежуток времени на поверхность речного бассейна. Чтобы знать, какая часть этой воды стечет в реки, необходимо уметь определять, сколько воды испарится и сколько задержится в почве.

Под *заблаговременностью* прогноза понимается промежуток времени между датой составления прогноза и датой осуществления предсказываемого явления. В зависимости от требований организаций, использующих прогнозы, и закономерностей процессов, обуславливающих гидрологические процессы, заблаговременность гидрологических прогнозов колеблется от 1–2 суток до 2–3 месяцев, а иногда и больше.

Обычно требуются прогнозы многих гидрологических явлений и притом с различной заблаговременностью. Для разработки методов составления этих различных прогнозов приходится учитывать и различные процессы, влияющие на предсказываемое гидрологическое явление. Отсюда вытекают принципиально различные классификации гидрологических прогнозов и методов их составления.

Классификация прогнозов

1. По заблаговременности:
 - краткосрочные прогнозы – заблаговременность до 15 суток (10 суток – для водного режима, 15 суток – с учетом ледовых явлений);
 - долгосрочные прогнозы – заблаговременность от 15 суток до нескольких месяцев;
 - сверхдолгосрочные – заблаговременность 1 год и более.
2. По содержанию:
 - прогнозы водного режима (расходов, уровней воды и т. п.);
 - прогнозы ледовых явлений (появление льда на водоемах, замерзание рек и озер, нарастание толщины льда, вскрытие рек и т. п.);
 - прогнозы волнения;
 - прогнозы загрязнения от предприятий.
3. По охвату территории:
 - локальные (в какой-то точке, прогнозы относящиеся к отдельным участкам рек, озерам);

– территориальные (обобщенные по территории сведения об ожидаемых размерах или сроках того или иного явления).

4. По виду водного объекта:

- прогнозы для равнинных рек;
- прогнозы для горных рек;
- прогнозы для озер и водохранилищ.

Организация гидрометеослужбы

Территориально страна подразделена на отдельные районы, обслуживаемые местными управлениями по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды (УГМС). Работа службы гидрологических прогнозов организована по административно-территориальному принципу. В каждом УГМС имеется отдел гидрологических прогнозов. Гидрометеорологические обсерватории, создаваемые вне населенных пунктов, также имеют отделы прогнозов. Центральные организации, министерства и ведомства получают гидрологические прогнозы из Гидрометцентра (ГМЦ). В Гидрометцентре есть отдел речных гидрологических прогнозов, который занимается разработкой методов прогноза, автоматизацией прогнозов по речным системам, гидрологическим моделированием процессов стока, а также оперативным обеспечением информацией и прогнозами.

УГМС осуществляет оперативное гидрологическое обеспечение информацией о текущем состоянии водных объектов: сведения об уровнях, расходах воды, ледовых явлениях, температуре воды. Эти сведения поступают в УГМС с определенных станций и постов, входящих в, так называемую, информационную сеть. Часть данных из УГМС поступает в Гидрометцентр.

Большое значение имеет оперативной вид работы по обеспечению информацией об ожидаемом состоянии водных объектов. Сюда относится выпуск прогнозов, консультации об ожидаемых гидрологических характеристиках.

Наиболее распространены следующие виды краткосрочных прогнозов:

- прогнозы уровней и расходов воды на реках;
- прогнозы притока воды в водохранилище;

- прогнозы стока горных рек;
- прогнозы ледовых явления (появление льда, замерзание и вскрытие рек, толщина льда).

Другой вид оперативной работы – предупреждение об опасных гидрологических явлениях. К ним относятся: высокие половодья, паводки, заторы и зажоры на реках, низкие уровни, неожиданные появления льда и другие.

Эти явления могут оказать влияние и неблагоприятное воздействие на многие отрасли хозяйства.

Использование гидрологических прогнозов

Основными потребителями гидрологических прогнозов являются следующие отрасли экономики.

1. Водный транспорт. При планировании сроков начала и окончания навигации используются прогнозы сроков вскрытия и замерзания рек. Для обеспечения судоходства и лесосплава необходима информация об уровнях воды.

2. Для нужд коммунального хозяйства важны прогнозы наводнений, что позволит принять превентивные меры и значительно сократить убытки.

3. Гидроэнергетика. Строительство крупных ГЭС ведется несколько лет. В этот период важны прогнозы максимальных расходов воды, сроков вскрытия и замерзания. При эксплуатации ГЭС большое значение играют прогнозы притока воды к ГЭС. Они используются для назначения режима работы как в интересах выработки электроэнергии, так и в интересах водного транспорта, сельского и рыбного хозяйства.

4. Сельское хозяйство нуждается в прогнозах водности рек, являющихся источниками орошения. В маловодные годы принимаются меры, уменьшающие возможные неблагоприятные последствия, например, влагонакопительные поливы и др.

Методические основы гидрологических прогнозов

Под методом прогноза следует понимать способ решения задачи о предсказании того или иного гидрологического явления с опреде-

ленной заблаговременностью и при использовании определенных исходных гидрометеорологических материалов наблюдений.

Разработка метода связана с теоретическим и физическим анализом предсказываемого явления.

По мере приближения к осуществлению предсказываемого явления, т. е. с уменьшением заблаговременности, точность последнего должна возрастать.

В гидрологических прогнозах применительно к конкретным рекам часто употребляется термин «методика прогноза». Методика разрабатывается на основе определенного метода прогноза. Разработка методики сводится к обработке по определенной системе конкретных данных гидрологических и метеорологических наблюдений, а также к установлению численных значений параметров и графиков зависимостей. Кроме того, необходимо оценить точность установленных зависимостей и эффективность полученной методики.

Само составление прогноза по конкретной методике начинается с обработки и анализа материалов наблюдений. Затем, в соответствии с используемой методикой, определяются размеры интересующего явления и срок его наступления.

После выпуска прогноза продолжается изучение гидрометеорологических условий на основе поступающих данных и, в случае необходимости, дается уточнение ранее выпущенного прогноза.

Методы прогнозирования

Выделяют следующие группы методов.

1. Методы, основанные на учете инерционности гидрологических процессов.

2. Методы, основанные на закономерностях, происходящих в русловой сети. Исходные данные: материалы гидрометрических наблюдений.

3. Методы, основанные на закономерностях процессов, происходящих в бассейне, учитывающие процесс формирования стока (прогноз весеннего стока по запасам воды в снежном покрове, летнего и осеннего стока равнинных рек по осадкам и влажности почвы). Исходные данные: материалы метеорологических и гидрометрических наблюдений.

4. Методы, основанные на законе сохранения энергии (балансовые уравнения).

5. Методы, основанные на теплобалансовых расчетах или расчете теплового баланса на границы сред.

6. Методы, основанные на закономерностях атмосферной циркуляции над обширной территорией, которые обуславливают, например, время наступления похолодания (или потепления), приводящего к замерзанию рек. Исходные данные: метеонаблюдения и синоптические карты.

Причины погрешностей прогнозов

Вполне понятно, что предсказанные размеры и срок наступления какого-либо гидрологического явления почти всегда будут отличаться от действительных (после осуществления) на большую или меньшую величину.

Причины отличий прогнозных от фактических величин заключаются в следующем:

- недостаточность исходных данных;
- недоучет всех факторов;
- несовершенство наших знаний;
- влияние случайных факторов.

Учет погрешностей прогнозов рассмотрим в следующей лекции.

Оценка методики и оправдываемости гидрологических прогнозов

Почти каждый прогноз имеет определенную погрешность, причины появления которой рассмотрели в предыдущей лекции.

Можно игнорировать прогнозы, частично учитывать прогностическую информацию или полностью доверять прогнозам, но в любом случае встает задача оценки погрешности прогнозов – необходимо оценить единичный прогноз и оценить прогностическую методику в целом.

Первая оценка была осуществлена в 1940 г. в Государственном гидрологическом институте (ГГИ). В 1962 г. Гидрометцентром была рекомендована методика оценки прогнозов.

Допустимая погрешность прогноза и ее определение

Под погрешностью (ошибкой) прогноза понимается разность между предсказанной и действительной величинами:

$$\delta_i = y_{\phi} - y'_{\text{пр}}. \quad (1)$$

Вероятность того, что погрешность прогноза (без учета ее знака), того или иного гидрологического явления, составленного по данной методике, не превысит какой-то заданной величины, очевидно, будет различна: эта вероятность увеличивается с возрастанием заданной предельной величины погрешности.

Какой же прогноз считать оправдавшимся? Рассмотрим *метод ГМЦ*, разработанный Гидрометцентром.

По методу ГМЦ способ оценки оправдываемости основывается на методах математической статистики.

Величина допустимой погрешности прогноза определяется в зависимости от наблюдаемой в природных условиях изменчивости предсказываемой величины за период заблаговременности.

Основной статистической мерой изменчивости случайной переменной является ее среднеквадратическое отклонение за период заблаговременности от нормы:

$$\sigma_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}{n-1}}, \quad (2)$$

где Δ_i – изменение предсказываемой величины за период заблаговременности; $\bar{\Delta}$ – норма этих изменений; n – число членов ряда.

В качестве допустимой погрешности (приемлемой) берется некоторая доля среднеквадратического отклонения, а именно:

$$\delta_{\text{доп}} = \pm 0,674 \sigma_{\Delta}. \quad (3)$$

Прогноз считается оправдавшимся, если $\delta_i \leq \delta_{\text{доп}}$.

Для краткосрочных прогнозов $\delta_{\text{доп}} = \pm 0,674 \sigma_{\Delta}$. Для долгосрочных

прогнозов $\delta_{\text{доп}} = \pm 0,674 \sigma$, где $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}}$ – среднеквадратическое отклонение прогнозируемой величины от среднего.

Оценка прогноза:

- отлично $\delta_i < 0,3\delta_{\text{доп}}$;
- хорошо $\delta_i = (0,3 - 0,6)\delta_{\text{доп}}$;
- удовлетворительно $\delta_i = (0,6 - 1,0)\delta_{\text{доп}}$.

При вычислении допустимой погрешности нередко встречаются с особыми случаями, на которых остановимся вкратце. Назначение допустимой погрешности в краткосрочных прогнозах может зависеть от дат характерных явлений.

Например.

Допустимые погрешности для прогнозов ледовых явлений, которые составляются с использованием прогнозов температуры воздуха на несколько дней вперед, приведены в следующей таблице.

$$\delta_{\text{доп}} = f(\text{заблаговременность})$$

Заблаговременность, сут.	2–3	4–5	6–9	10–13	14–15
Допустимая погрешность $\delta_{\text{доп}}$, сут.	± 1	± 2	± 3	± 4	± 5

При прогнозах толщины льда дается, в сущности, изменение ее за период заблаговременности, поэтому допустимая погрешность ставится в зависимости от величины фактического изменения этой толщины за период от даты выпуска прогноза до даты, на которую составлялся прогноз.

$$\delta_{\text{доп}} = f(\text{изменение толщины льда на период прогноза})$$

Фактическое изменение толщины льда, см	< 5	6–10	11–15	16–20	21–25	26–30	> 30
Допустимая погрешность $\delta_{\text{доп}}$, см	± 1	± 3	± 4	± 5	± 6	± 8	± 10

Прогноз считается оправдавшимся, если абсолютная величина его погрешности меньше или равна допустимой.

Определение допустимой погрешности при долгосрочных прогнозах зависит от времени наступления характерных элементов водного и ледового режима.

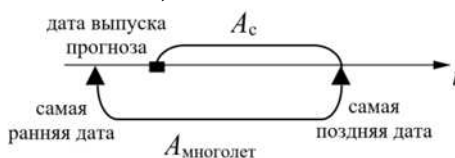
1. Если прогноз составляется раньше самой ранней даты, когда наблюдалось прогнозируемое явление:

$$\delta_{\text{доп}} = \pm 0,674 \sigma_{\text{многолет}}$$



2. Если прогноз составляется позднее самой ранней даты, когда наблюдалось прогнозируемое явление:

$$\delta_{\text{доп}} = f(A_c / A_{\text{многолет}}, \sigma_{\text{многолет}})$$



где A_c – сокращенная амплитуда; $A_{\text{многолет}}$ – полная амплитуда.

Оценка эффективности методики прогнозов по методу ГМЦ

Когда разработана методика прогнозов, то необходимо оценить ее точность и эффективность.

Точность методики оценивается по распределению величин погрешностей поверочных прогнозов или по их обеспеченности, т. е. по величинам вероятности того, что погрешности прогнозов не превысят заданных предельных значений. Эта оценка точности методики исходит из предпосылки, что распределения погрешностей прогнозов, которые будут выпускаться в будущем, являются такими же, как и для поверочных прогнозов. Под *поверочными прогнозами* понимается совокупность прогнозов, составленных по разработанной методике по данным наблюдений за прошлые годы.

Методика может использоваться на практике, если она достаточно точна. Мерой ее точности служит среднеквадратическая погрешность поверочных прогнозов S :

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_{\phi} - Y_{\text{пр}})^2}{n - m}}, \quad (4)$$

где Y_{ϕ} – фактическое значение величины; $Y_{\text{пр}}$ – предсказанное значение; n – число членов ряда; m – число параметров в прогностическом уравнении, при использовании линейной зависимости (вида $y = ax + b$) $m = 2$.

За критерий применимости и качества методики принимается отношение S/σ или S/σ_{Δ} , т. е. отношение среднеквадратической погрешности поверочных прогнозов к среднеквадратическому отклонению предсказываемой величины от среднего значения либо к ее изменению за период заблаговременности.

Методика прогноза считается практически приемлемой, если обеспеченность допустимой погрешности поверочных прогнозов не менее чем на 10 % превышает обеспеченность вероятного отклонения предсказываемой величины от среднего. Это означает, что:

при $n \leq 15$ должно быть $S/\sigma_{\Delta} \leq 0,70$;

при $15 < n \leq 25$ должно быть $S/\sigma_{\Delta} \leq 0,75$;

при $n > 25$ должно быть $S/\sigma_{\Delta} \leq 0,80$.

Считается, что распределения гидрологических явлений и распределения погрешностей поверочных прогнозов подчиняется нормальному закону. Тогда, между величиной обеспеченности погрешностей прогнозов и корреляционным отношением зависимости предсказываемого явления от его факторов, будет иметься функциональная зависимость. Чем выше корреляционное отношение, тем выше обеспеченность величины погрешности прогнозов. Отсюда, за критерий при оценке степени точности методики принято корреляционное отношение

$$\rho = \sqrt{1 - \left(\frac{S}{\sigma_{\Delta}} \right)^2}. \quad (5)$$

При использовании линейной зависимости $\rho = r$ (т. е. коэффициенту корреляции).

S/σ	ρ	Обеспеченность допустимой погрешности
0,05	0,995	100
0,25	0,970	99,5
0,50	0,870	82,5
0,75	0,670	63,0
1,00	0,00	50,0

Оценка прогнозов по методу ГГИ

В методе ГГИ в качестве допустимой погрешности применяется величина, равная 20 % от расчетной амплитуды. *Расчетная амплитуда* – это обеспеченная на 95 % сумма положительных и отрицательных величин изменения прогнозируемого элемента за период заблаговременности прогноза. Определение расчетной амплитуды производится по данным о величинах изменений прогнозируемого элемента за период заблаговременности прогноза τ :

$$\Delta H_t = H_t + \Delta H_{t-\tau},$$

где ΔH_t – величина изменения прогнозируемого элемента за период заблаговременности прогноза; H_t – фактическая величина прогнозируемого элемента в момент времени t ; $\Delta H_{t-\tau}$ – фактическая величина в момент времени $t-\tau$.

По этому равенству определяется 100 величин ΔH_t , диапазон изменений этих величин разбивается не несколько (7 – 8) интервалов. Рассчитывается число случаев попадания положительных и отрицательных изменений ΔH_t в каждый интервал (в абсолютных единицах и в процентах от общего числа случаев). На следующем этапе подсчитывается обеспеченность положительных и отрицательных изменений как нарастающая сумма процентов повторяемости. Полученные данные используются для построения кривых обеспеченности ΔH_t (рис.1). Величины обеспеченностей относятся к верхним границам интервалов. По вертикальной оси графика вверх от нуля откладываются положительные изменения, вниз – отрицательные.

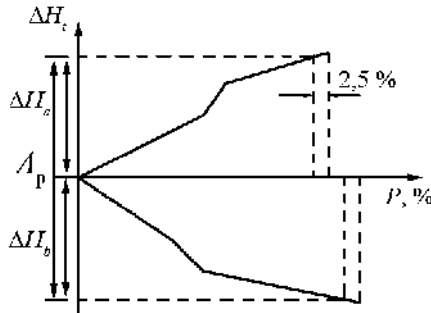


Рис. 1. Иллюстрация кривой обеспеченности изменения уровней воды.

Расчетная амплитуда (A_p) прогнозируемого элемента снимается с кривых обеспеченности как сумма величин положительных и отрицательных ΔH_t , обеспеченных в сумме на 95 %:

$$A_p = \Delta H_a + \Delta H_b, \quad (6)$$

где ΔH_a – положительное изменение прогнозируемого элемента, обеспеченность которого на 2,5 % меньше максимально возможной обеспеченности; ΔH_b – то же, но для отрицательного изменения.

Величина допустимой погрешности:

$$\delta_{\text{доп}} = \frac{1}{5} A_p. \quad (7)$$

Определение расчетной амплитуды в годы наиболее резких колебаний прогнозируемого элемента приводит к ее завышению.

Оценка эффективности методики по методу ГГИ складывается из определения обеспеченности прогнозной методики и природной обеспеченности. Методика считается эффективной в случае, если обеспеченность этой методики превышает природную обеспеченность.

Обеспеченность методики – выраженное в процентах от общего числа выпущенных по данной методике поверочных прогнозов (n), число удовлетворительных прогнозов ($n_{\text{опр}}$), погрешности которых не превышают 20 % от расчетной амплитуды:

$$P_m = \frac{n_{\text{опр}}}{n} 100\%. \quad (8)$$

Природная обеспеченность ($P_{\text{пр}}$) – суммарная обеспеченность положительных и отрицательных изменений прогнозируемого элемента за период заблаговременности, не превышающих 20 % от A_p . По сути, природная обеспеченность – это обеспеченность метода прогнозирования, который основан на предположении о постоянстве стока в период заблаговременности прогноза. В таком случае в качестве прогнозной величины принимается уровень или расход воды в день выпуска прогноза. Подобное предсказание и есть природный прогноз, прогноз сегодняшнего дня. Обеспеченность «природных прогнозов» равна сумме положительных и отрицательных изменений ΔH , которые менее 20 % от A_p (т. е. менее $\delta_{\text{доп}}$ по методу ГГИ).

Рассмотрим на примере. Пусть имеется прогноз с заблаговременностью 3 дня, обеспеченность которого равна 90 %. Казалось бы, методика хорошая и может быть использована на практике. В действительности практической ценности она не представляет. Так как расчетная амплитуда – 125 см, допустимая погрешность – 25 см (20 % от A_p). Вместе с тем из многолетних наблюдений над уровнем следует, что в 90 % случаев трехдневные изменения не превышают 25 см. То есть если принимать в качестве прогнозного уровень даты выпуска

прогноза, то в 90 % всех случаев подобные прогнозы можно считать удовлетворительными.

Любая методика прогнозирования может считаться целесообразной и практически применимой, если ее обеспеченность будет выше природной обеспеченности колебаний прогнозируемого элемента. Эффективность методики устанавливается при сравнении между собой этих величин, при $P_m \geq P_{пр}$ – методика эффективна.

Эффективность методики можно оценить и следующим образом:

при $n \geq 25$	$P_m \geq 75 \%$;
$15 < n < 25$	$P_m \geq 80 \%$;
$n \leq 15$	$P_m \geq 85 \%$.

Форма выпуска прогнозов

Форма, в которой сообщается гидрологический прогноз, имеет важное значение, поскольку действительный размер предсказываемого явления с различной степенью вероятности может отличаться от прогнозного. Правильная и четкая формулировка прогнозов облегчает их использование на практике. Прогноз должен выпускаться в такой форме, которая давала бы представление о возможных погрешностях прогноза и их вероятности.

Выделяют следующие формы выпуска прогнозов.

1. Основная форма – при прогнозе дается ожидаемая величина с указанием вероятной погрешности.

Пример. $\hat{y} = 60$ мм – прогнозируемая величина,

$$\pm 0,674\sigma = 15 \text{ мм},$$

$$y_{пр} = 60 \pm 15 \text{ мм}.$$

2. Прогноз выпускается в виде некоторого диапазона ожидаемой величины с указанием вероятности того, что эта величина будет в указанном диапазоне. Диапазон должен быть настолько большой, чтобы вероятность нахождения внутри него действительной величины была бы достаточно высокой. С другой стороны, этот диапазон не должен быть и таким широким, чтобы затруднить использование прогноза на практике. Опыт выпуска прогнозов говорит о том, что приемлемым является диапазон, равный удвоенной допустимой погрешности прогноза:

$$\hat{y} - 0,674\sigma < y_{\text{пр}} < \hat{y} + 0,674\sigma.$$

Вероятность попадания прогнозной величины в этот интервал равна 50 %. Например, прогноз будет иметь следующую форму: с вероятностью 50 % высота половодья ожидается в пределах 640–760 см при среднем значении 700 см.

3. Более точная форма прогноза – прогноз в виде величин с указанием их обеспеченности. При определении вероятной погрешности прогноза, значений, ограничивающих диапазон, в котором ожидается прогнозируемая величина, предварительно необходимо исследовать степень случайности погрешности δ .

3.1 Погрешности прогноза носят случайный характер, т. е. не зависят от прогнозируемой величины $\delta \neq f(\hat{y})$. В этом случае их вероятность определяется исходя из нормального закона распределения:

$$\delta_p = k_p S_{y-\hat{y}}, \quad (9)$$

где δ_p – погрешность, обеспеченная на p %, $S_{y-\hat{y}}$ – среднеквадратическая погрешность данного прогноза; k_p – нормированное отклонение заданной обеспеченности.

Среднеквадратическая погрешность данного прогноза зависит от точности прогностической зависимости, отклонения аргумента от нормы, числа членов ряда, т. е. $S_{y-\hat{y}} = \bar{S} f\left(\frac{\Delta x}{\sigma_x}, n\right)$, где $\Delta x = x - \bar{x}$ – отклонение от нормы основного аргумента (основной независимой переменной, которая сильнее, чем другие влияет на предсказываемое явление); σ_x – среднеквадратическое отклонение величины x ; $\bar{S}$ – среднеквадратическая погрешность всей совокупности поверочных прогнозов; n – число членов ряда, входящих в зависимость.

Значение $f\left(\frac{\Delta x}{\sigma_x}, n\right)$ затабулировано в Наставлениях по гидрологическим прогнозам и всегда больше 1, увеличивается с уменьшением n и ростом $\left(\frac{\Delta x}{\sigma_x}\right)$.

Вероятностная форма выражения прогнозов

Определение крайних значений предсказываемой величины в принятом диапазоне осуществляется по формуле:

$$y_{p\%} = \hat{y} \pm \delta_{p\%} = \hat{y} \pm k_{p\%} S_{y-\hat{y}},$$

где $\hat{y}$ – среднее значение предсказываемой величины; $\delta_{p\%}$ – погрешность заданной обеспеченности (в возрастающем ряду); $k_p = (x - \bar{x}) / \sigma_x$ (центр нормировки).

Диапазон величины, соответствующей вероятной погрешности (50 %), называется вероятным (с учетом что используется нормальное распределение):

$$y_{50\%} = \hat{y} \pm 0,674 S_{y-\hat{y}}.$$

Вероятность нахождения ожидаемой величины $y_{p\%}$ в интервале $\hat{y} \pm \delta_{p\%}$ составляет 50 %. Другие интервалы и соответствующие им значения показаны в таблице:

Обеспеченность, %	k_p	Обеспеченность интервала
5	1,64	$\left. \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\} 50$ $\left. \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\} 80$ $\left. \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\} 90$
10	1,28	
25	0,674	
50	0	
75	-1,64	
90	-1,28	
95	-0,674	

При большом числе поверочных прогнозов можно построить кривую обеспеченности величин их погрешностей по эмпирическим данным. Обеспеченность данного значения погрешности, выраженная в процентах, вычисляется по известной формуле:

$$P = \frac{m - 0,3}{n + 0,4} 100,$$

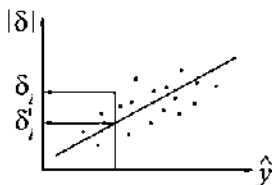
где m – порядковый номер члена ряда, расположенного в убывающем порядке; n – число членов ряда.

3.2. Случаи, когда погрешность прогноза зависит от самой предсказываемой величины $\delta = f(\hat{y})$.

Необходимо исключить влияние на погрешность предсказываемой величины.

В таких случаях поступают следующим образом:

1. По ряду значений погрешностей поверочных прогнозов δ_i и соответствующих им ожидаемых значений предсказываемой величины $\hat{y}$ строятся эмпирические зависимости $|\delta_i| = f(\hat{y})$:



2. По этим зависимостям находят δ'_i и вычисляют относительные ошибки $\varepsilon_1 = \frac{\delta_1}{\delta'_1}, \dots, \varepsilon_n = \frac{\delta_n}{\delta'_n}$, величина ε не зависит от $\hat{y}$ (проверка осуществляется построением графика ε от $\hat{y}$):



3. По ряду $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ вычисляют норму $\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i}{n}$, стандартное от-

клонение $\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{n-1}}$.

Среднеквадратическая ошибка прогноза будет равна $S_{y-\hat{y}} = |\delta'_i| \sigma_\varepsilon$ и вероятностная погрешность – $\delta_{50\%} = \pm 0,674 |\delta'_i| \sigma_\varepsilon$.

Методы краткосрочного прогноза

Гидрометрические методы – основанные на материалах гидрометрических наблюдений в русловой сети и характерных закономерностях движения паводочной волны:

- метод тенденции;
- метод соответственных уровней;
- метод соответственных объемов (прогноз по запасам воды в русловой сети);
- модели трансформации паводочной волны.

Гидрометеорологические методы:

- метод изохрон;
- методы прогноза ледовых явлений, основанные на учете теплообмена потока с окружающей средой;
- методы, основанные на моделях формирования стока на водосборах.

Гидрометрические методы используются на крупных реках с плавным ходом уровней и расходов.

Гидрометеорологические методы используются для средних и малых рек.

Методы тенденции

Основным содержанием методов тенденций является экстраполирование хронологического графика на несколько дней вперед. Вместе с тем известно, что экстраполирование любой кривой может быть произведено несколькими способами, которые отличаются друг от друга исходными предпосылками и точностью. Все существующие способы экстраполирования можно разбить на две группы: а) линейные и б) нелинейные.

Метод линейной тенденции

Метод линейной тенденции – это метод прогноза стока путем экстраполяции графика уровня или расхода воды в данном створе реки на некоторый срок вперед.

Метод основан на предположении о постоянстве закона изменения уровня или расхода воды в период заблаговременности прогноза, т. е. на предположении, что существующая в настоящее время тенденция в изменении уровня или расхода воды сохранится неизменной в период заблаговременности прогноза.

Возможность надежного экстраполирования уровня или расхода, ее продолжительность определяются особенностями гидрологического режима реки, главным образом, средней продолжительностью однозначных изменений.

Наилучшие условия для прогноза по методу тенденций имеются в низовьях крупных рек, где подъемы и спады характеризуются плавностью и продолжительностью.

На средних реках возможность уверенного прогнозирования по этому методу уменьшается, так как режим характеризуется обычно пикообразностью, резкими и непродолжительными спадами.

На малых реках, где средняя продолжительность подъемов и спадов не превышает 5–6 дней, метод не может быть использован даже при заблаговременности прогнозов 1 день.

Вытекает это из следующего.

Предположим, что неудовлетворительными прогнозами по данному методу (с заблаговременностью 1 сутки) являются прогнозы,

ошибочные по фазе хода уровня (предполагается подъем, а на самом деле будет спад). Обеспеченность прогнозов будет равна в этом случае $P = \frac{T-1}{T}100$, откуда $T = \frac{100}{100-P}$, где T – средняя продолжительность однозначного изменения уровня, P – обеспеченность метода прогноза (в процентах).

Так как минимальная обеспеченность эффективного метода должна равняться 80 %, то метод тенденции может быть использован, если средняя продолжительность устойчивых подъемов и спадов будет не меньше 5 суток. При меньшей продолжительности однозначных изменений уровня метод тенденции будет неэффективным.

Как уже было сказано, прогноз по линейной тенденции основан на предвычислении изменения прогнозируемого элемента. Экстраполяция производится по прямой линии, наклон которой равен среднему наклону предшествующего дате выпуска прогноза отрезка хода уровня.

Практическое осуществление этого способа производится следующим образом. Предположим имеется отрезок гидрографа за период от t_1 до t_2 , причем t_0 – день выпуска прогноза (см. рис. 2).

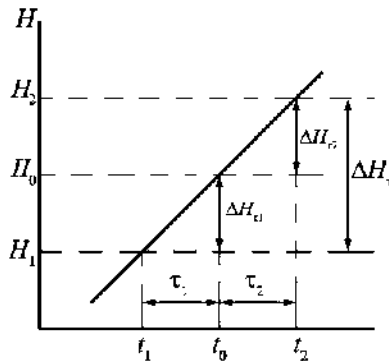


Рис. 2. Иллюстрация метода линейной тенденции.

На рис. 1.1 t_0 – дата выпуска прогноза; t_2 – дата, на которую прогнозируется уровень; ΔH_{τ_1} , ΔH_{τ_2} , ΔH_{τ} – изменение уровня за период τ_1 , τ_2 и τ .

Предположим необходимо дать прогноз в момент времени $t_0 + \tau_2$ (т. е. с заблаговременностью τ_2). Обозначим приращение в период от

t_0 до $t_0 + \tau_2$ через ΔH_{τ_2} , а приращение уровня в прошлый период от t_0 до $t_0 - \tau_1$ через ΔH_{τ_1} . Тогда

$$H_2 = H_{t_0} + \Delta H_{\tau_2}, \text{ где } \Delta H_{\tau_2} = f(\Delta H_{\tau_1})$$

или

$$H_2 = H_{t_1} + \Delta H_{\tau}, \text{ где } \Delta H_{\tau} = f(\Delta H_{\tau_1}).$$

При использовании данных уравнений для прогноза производится построение графической зависимости по материалам гидрометрических наблюдений. Величины τ_1 и τ_2 устанавливаются заранее, исходя из требуемой заблаговременности и допустимой точности прогнозов. Связь на графике проводится в виде средней линии в поле точек. Отклонения точек на этой линии равны погрешностям прогноза. Зависимости обычно строятся для каждого сезона в отдельности: для весеннего половодья, летней и зимней межени.

Заблаговременность прогнозов по данному методу определяется устойчивостью изменений прогнозируемого элемента во времени и обычно колеблется от 1 до 6–7 дней. При большей заблаговременности способ становится в большинстве случаев неэффективным.

Способы нелинейной тенденции

Способы используются для прогноза, как правило, кривых спада для больших паводков или половодья с заблаговременностью 4–5 суток. Основаны на зависимости $\frac{dQ}{dt} = f(Q)$, где $\frac{dQ}{dt} \neq \text{const}$. Используются на крупных и средних реках.

Способы делятся на 2 группы: аналитические и графические.

Аналитические способы

I.

Теоретическая основа способа предполагает для спада линейное изменение расхода воды по времени добегания, которое приводит к формуле для объема воды W за период спада:

$$W = \frac{Q_0}{2} \tau_{\max}, \quad (10)$$

где Q_0 – максимальный расход воды, соответствует пику паводка или половодья; $\tau_{\max}$ – время, за которое истощаются русловые запасы (максимальное время добегания).

Уравнение водного баланса участка реки в дифференциальной форме:

$$dW = qdt - Qdt,$$

где dW – изменение объема воды; qdt – величина притока воды в речную сеть; Qdt – расход воды через замыкающий створ.

Если $q\Delta t \approx 0 \Rightarrow dW = -Qdt \Rightarrow \Delta W = -Q\Delta t$.

Дифференцируя уравнение (10), получаем $dW = \frac{\tau_{\max}}{2} dQ \Rightarrow \frac{\tau_{\max}}{2} dQ = -Qdt$. Интегрирование последнего выражения приводит к формуле:

$$Q_t = Q_0 \cdot e^{-\frac{2t}{\tau_{\max}}}, \quad (11)$$

где $\frac{2}{\tau_{\max}} = \alpha$ – коэффициент истощения (спада); t – время от начала спада.

Из выражения (10) следует, что $\tau_{\max} = \frac{W \cdot 2}{Q_0} \Rightarrow \alpha = \frac{Q_0}{W}$. Коэффициент спада α прямо пропорционален максимальному расходу и обратно пропорционален запасу воды в русловой сети на дату прохождения максимального расхода.

Чем больше «крутизна» кривой спада, тем большее значение имеет коэффициент спада. Кроме того, этот коэффициент может быть учтен в зависимости от времени и/или от других гидрометеорологических характеристик, например, $\alpha = f(t)$, $\alpha = f(W_0, \dot{X})$.

Для оценки расходов в период спада и продолжительности спада применяют следующие выражения:

$$Q_t = Q_0 \cdot \ell^{-\alpha \cdot t} \Rightarrow \lg Q_t = \lg Q_0 - \alpha t \lg \ell \Rightarrow \alpha_t = \frac{\lg Q_0 - \lg Q_t}{t \cdot \lg \ell},$$

где t – время от начала спада.

II.

Для прогноза продолжительности спада паводка можно воспользоваться набором аналитических формул, которые были предложены Р.А. Нежиховским.

1) Для прогноза продолжительности спада на полупустынных и степных водосборах используется формула:

$$q_t = q_{\max} R^t, \quad (12)$$

где $q_{\max}$ – максимальный расход воды (пик паводка); t – дни от начала спада; R – тангенс угла наклона линии связи $q_{t+1} = f(q_t)$.

Продолжительность спада связывается с последней перечисленной характеристикой:

$$t_{\text{спада}} = -\frac{1,30}{\lg R}.$$

И учитывается суммарный приток воды за период спада:

$$\sum q = \frac{q_{\max}}{1 - R},$$

который можно найти и по зависимости $\sum q = f(q_{\max})$.

Последовательность действий при прогнозе следующая:

$$q_{\max} \rightarrow \sum q \rightarrow R \rightarrow t_{\text{спада}}.$$

Рекомендуемая заблаговременность для рассмотренного подхода не более 10 суток.

2) Для прогноза продолжительности спада на лесных водосборах предлагается следующее уравнение для кривой спада:

$$q_t = q_{\max} \cdot e^{-kt^2}, \quad (13)$$

где k – тангенс угла наклона линии связи $2,3 \lg(q_{\max} / q_t) = f(t^2)$.

Продолжительность спада определяется по формуле:

$$t_{\text{спада}} = \frac{1,73}{\sqrt{k}}.$$

Суммарный приток за период спада:

$$\Sigma q = \frac{0,89 q_{\max}}{\sqrt{k}}.$$

Суммарный приток можно связать со снегозапасами, определенными на дату прохождения максимального расхода воды $\Sigma q = f(S)$.

Последовательность действий при прогнозе следующая:

$$S \rightarrow \Sigma q \rightarrow k \rightarrow t_{\text{спада}}.$$

3) Разработана и, так называемая, универсальная формула, которая может описать кривую спада для водосборов, находящихся в различных физико-географических условиях:

$$q_t = q_{\max} \cdot \left[1 - \left(\frac{t}{t_{\text{спада}}} \right)^m \right]^2, \quad (14)$$

где m – показатель, учитывающий форму кривой спада (см. рис. 3).

Суммарный приток определяется по формуле:

$$\Sigma q = q_{\max} \cdot t_{\text{спада}} \left(1 + \frac{1}{2m+1} - \frac{2}{m+1} \right),$$

где $t_{\text{спада}} = f(q_{\max})$.

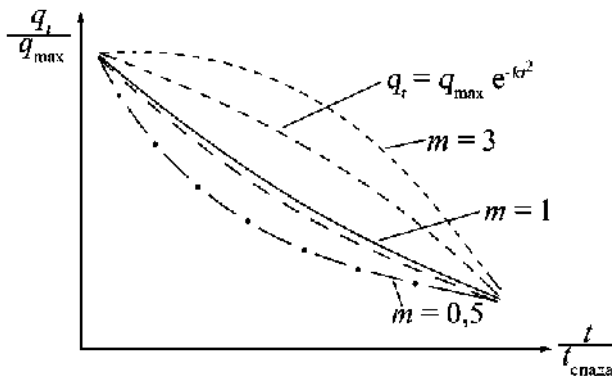


Рис. 3. Иллюстрация влияния показателя m на форму кривой спада.

Графический способ

Графический способ основан на осреднении и типизации кривых спада, а также на зависимости $\frac{dQ}{dt} = f(Q)$.

Строятся типовые кривые спада отдельно для каждой реки по ежегодным относительным кривым. Расходы воды этих кривых выражаются в долях (или %) от максимального $\alpha_t = \frac{Q_t}{Q_{\max}} \cdot 100\%$, а время от начала спада — в долях (или %) от общей продолжительности спада $\beta_t = \frac{t}{t_{\text{спада}}} \cdot 100\%$. По этим данным строится семейство относительных кривых спада вида

$$Q_t / Q_{\text{пик}} = f(t / t_{\text{спада}}). \quad (15)$$

В поле этих относительных кривых устанавливается типовая или средняя многолетняя кривая спада.

Использование типовой кривой спада основано на известных данных о максимальном расходе и расходе воды через несколько суток t после начала спада. По значению α_t с типовой кривой спада снимается значение β_t и определяется продолжительность спада. Затем по вычисленным значениям β_t устанавливаются соответствующие ве-

личины α_t и вычисляются расходы воды на спаде половодья (паводка). Способ учитывает тенденцию изменения расхода воды в начальный период спада.

Прогностические действия можно записать в следующем виде:

$$Q_t = Q_{\max} \cdot \alpha_t, \quad \beta_t = \frac{t}{t_{\text{спада}}} \Rightarrow t_{\text{спада}} = \frac{t}{\beta_t} = \frac{3}{\beta_3} \quad (\text{значение } t \text{ можно взять любое}).$$

Прогноз руслового стока

Основной объект в гидрологических прогнозах, как и вообще в гидрологии – это речной бассейн. Основными объектами прогнозов, на котором являются:

1. Ледовые явления (даты замерзания, продолжительность, даты вскрытия и др.).

2. Весеннее половодье (объем, $Q_{\max}$, продолжительность).

3. Дождевые паводки (объем, $Q_{\max}$, продолжительность).

4. Годовой сток (I. $Q_{\text{ср.год}}$, $Q_{\max_вес.полов}$, $Q_{\max_дож.пав}$, $Q_{\min_лет_зим}$, $\bar{Q}$ (в вероятностном виде – кривые обеспеченности); II. Прогноз статистического ряда годовых расходов или его отдельных характеристик, например, задачи о выбросах:

T ($Q > Q_{кр}$) (продолжительность выбросов);

N ($Q < Q_{кр1}$ или $Q > Q_{кр2}$) (число выбросов).



Эмпирические и теоретические прогнозные модели (преимущества и недостатки)

1. Объект:



2. Эмпирические модели

Чаще всего эмпирические модели – это регрессионные модели (уравнения). Например, $H_H(t + \tau) = K_1 \cdot H_B(t) + K_2 \cdot Q_{ип}(t)$, где K_1 , K_2 – эмпирические коэффициенты (const); τ – время добегания или заблаговременность.

3. Теоретические модели

Например,

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + a \frac{\partial H}{\partial x} = q_{\text{пр}}; \\ H_B = f(t) - \text{граничные условия, } t \in [t, t + \tau] \\ H(t=0) = H(x) - \text{начальные условия, } x \in [x_B, x_H]. \end{cases}$$

Скорость процесса a и величина боковой проточности $q_{\text{пр}}$ задаются.

Переходя к конечным разностям, запишем алгоритм расчета (прогноза):

$$H_j^{i+1} = H_j^i - \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot a_j^i (H_j^i - H_{j-1}^i) + q_j^i \Delta t,$$

где $i \in [t, t + \tau]$, $j \in [x_B, x_H]$, параметр a может быть задан переменным в каждом расчетном узле $a_j^i \equiv a = \text{const}$.

4. Сравнение моделей по различным свойствам

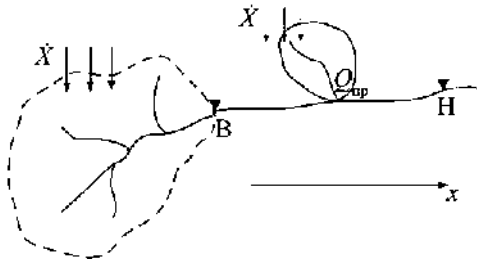
1) Заблаговременность

Эмпирическая заблаговременность $\tau_{\text{эмп}}$ определяется по совместным графикам изменения, например, уровня воды на верхнем и нижнем створах. Теоретическая заблаговременность $\tau_{\text{теор}}$ может быть

оценена по формуле $\tau_{\text{теор}} = \frac{x_H - x_B}{a}$, в которой a – скорость процесса,

скорость перемещения паводочной волны.

Рассматриваем объект:



Следует:

– не путать Δt (шаг дифференцирования) и $\tau_{\text{теор}}$;

— назначать в общем случае заблаговременность
 $\tau_{\text{забл}} \approx \tau_{\text{гидр}} + \tau_{\text{метеор.прогн}}$, т. е. $\tau_{\text{забл}} = f(\tau_{\text{гидр}}, \tau_{\text{метеор.прогн}})$:
 $\tau_{\text{гидр}} = \tau_{\text{бас}} + \tau_{\text{русл}}$, $\tau_{\text{метеор.прогн}} \approx 2-3$ суток.

О преимуществах теоретической модели говорить трудно, так как, в принципе, можно построить такую эмпирическую модель:

$$H_H(t + \tau_{\text{бас}} + \tau_{\text{доб}}) = K_1 \dot{X}(t) + K_2 Q_{\text{пр}}(t) \text{ или}$$

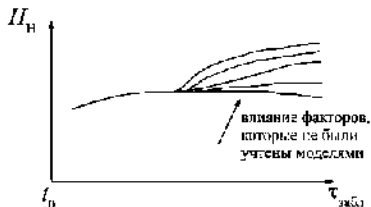
$$H_H(t + \tau_{\text{бас}} + \tau_{\text{доб}} + \tau_{\text{метеор}}) = K_1 M(t) + K_2 Q_{\text{пр}}(t),$$

где M – метеорологическая характеристика, от которой зависит $\dot{X}$, например, индекс атмосферной циркуляции.

Преимущества по заблаговременности у двух видов моделей нет, но в теоретической модели можно менять заблаговременность, а в эмпирической на практике $\tau_{\text{забл}} = \text{const}$.

Общая для этих моделей тенденция такая:

$\tau_{\text{забл}} \rightarrow \infty, \delta \rightarrow \infty$ – при увеличении заблаговременности, растет возможная погрешность прогноза:



У теоретической модели возникает неустойчивость решения, у эмпирической «плывут» коэффициенты K_1, K_2 .

Эмпирическая модель «настроена» на фиксированную заблаговременность, а теоретическая – на любую.

2) Простота получения и использования модели

Эти свойства не требуют дополнительных разъяснений.

Свойство модели	Эмпирическая модель	Теоретическая модель
Простота установления (получения) модели	+	—
Простота использования	+	—

3) Диапазон использования

Это свойство поясняет рис. 4.

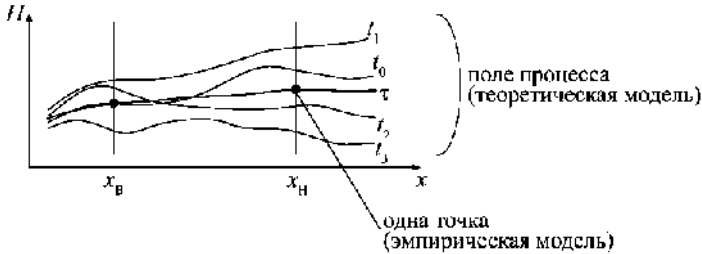


Рис. 4. Диапазон использования теоретической и эмпирической моделей.

Теоретическая модель имеет преимущества.

4) Поведение параметров

Эмпирическая модель:

коэффициенты K_1 , K_2 – const, справедливы только в узком диапазоне $H(x_H)$, $H(x_B)$, $Q_{пр}$. При выходе за этот диапазон модель не работает.

Теоретическая модель:

параметр $a = f(x, H(x), t)$, т. е. модель более универсальна, и может быть учтено множество притоков.

5) Обе модели не учитывают следующие возможные факторы:

- деформации,
- подпор (в нижнем створе),
- неоднозначность связи $Q = f(H)$,
- не дают вероятностного описания $p(H_H, t)$ или $p(Q, t)$, т. е. не

учитывают случайности природы. Но для теоретической модели есть готовая схема, позволяющая все это учесть (см. дисциплину «Математическое моделирование гидрологических процессов»).

Итоги сравнений:

Теоретическая модель	Эмпирическая модель
Сложна в получении и использовании, но широкая сфера применения, и есть возможности для саморазвития путем умножения и соединения с другими моделями.	Простота в получении и использовании, но ограничена сфера применения, и нет возможности для саморазвития.

Общий вид модели руслового стока

В любую математическую модель должно входить четыре группы переменных: внешнее воздействие ($\vec{\xi}$), параметры модели ($\vec{\lambda}$), реакция системы ($\vec{Y}$) и независимые аргументы ($\vec{x} = (x, y, z, t)$). Модель отражает основной принцип изменения природных систем: за бесконечно малым воздействием следует бесконечно малая реакция системы $\partial \vec{\xi}(\vec{x}, t) = \partial \vec{Y}(\vec{x}, t)$.

Модель в общем виде описывается следующей системой:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{Y}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\vec{U} \cdot \vec{Y}) = \dot{\vec{\xi}}(x, t); \\ (\vec{U} \cdot \vec{Y}) = f(\vec{x}, t, \vec{Y}, \vec{\lambda}), \end{cases} \quad (16)$$

где $\dot{\vec{\xi}} = \frac{d\vec{\xi}}{dt}$ – интенсивность внешнего воздействия; $U = \frac{dx}{dt}$ – скорость процесса.

Если рассматривать модель для руслового стока и, в качестве искомой величины, задать уровень воды H в русле (рис. 5), то система (16) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U \cdot H) = q; \\ (U \cdot H) = a \cdot H, \end{cases} \quad (17)$$

q – приток воды к рассматриваемому участку реки; a – коэффициент, связывающий скорость и уровень воды в створе.

Решить систему (17), значит, найти $H = f(x, t)$.

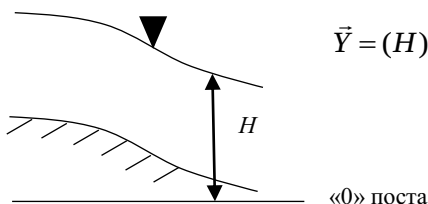


Рис. 5. Пояснение к системе (17).

Добавляя к искомым величинам отметку дна z (рис. 6), получаем следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U \cdot h) = q & (18a) \\ \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_1 \cdot z) = q_1 & (18б) \end{cases}$$

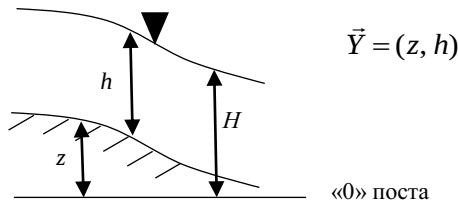


Рис. 6. – Пояснение к системе (18).

В системе (18) учитываем, что $(U \cdot h) = f(x, t, h, \text{параметры русла})$.

Уравнение (18a) носит название уравнения неразрывности жидкой фазы, а уравнение (18б) – уравнение неразрывности твердой фазы. Но эти два уравнения не учитывают все силы, действующие в потоке, т.е. не выполняется второй закон Ньютона, по которому сумма всех сил должна равняться нулю.

Рассмотрим выражения для учета трех основных сил в потоке.

а) Сила тяжести $F_{\text{тяж}} \approx gI \approx g(i - \frac{\partial h}{\partial x}) = -g(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x})$, где i – уклон дна; $\frac{\partial h}{\partial x}$ – уклон водной поверхности; g – ускорение свободного падения.

б) Сила инерции $F_{\text{ин}} \approx m \cdot \frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x}$, характеризующая локальную и конвекционную составляющие скорости потока для единицы объема, соответственно.

в) Сила трения $F_{\text{тр}} \approx g \frac{U^2}{C^2 h}$, где C – коэффициент Шези.

Суммируем перечисленные силы $F_{\text{тяж}} = F_{\text{ин}} + F_{\text{тр}}$:

$$-\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{U^2}{C^2 h}. \quad (19)$$

Уравнение (19) – это гидродинамическое уравнение равновесия.

Объединяя уравнение (19) и систему уравнений (18), при этом умножая уравнения (18а) и (18б) на ширину потока b , получаем модель руслового стока в общем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{U^2}{C^2 h}; \\ b \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q; \\ b \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = q_1. \end{array} \right. \quad (20)$$

Второе уравнение системы (20) описывает закон сохранения массы воды, третье уравнение – закон сохранения количества наносов.

Так как выше приведенная система незамкнутая, то необходимо четвертое уравнение для учета расходов наносов $G = f(h, U)$, например: $G = (U \cdot z \cdot b) = 0,473 b d(U - U_{кр})$, где d – крупность частиц, $U_{кр}$ – постоянная критическая скорость, при которой взвешенные наносы переходят в разряд донных.

Решить систему уравнений (20), значит, найти $h = f(x, t)$, $z = f(x, t)$, $U = f(x, t)$ – можно давать прогноз водного режима и русловых деформаций.

Упрощенные варианты общей модели руслового стока

А) Исключение деформаций.

При исключении деформаций не рассматриваются изменение отметок дна, перемещение по длине русла твердых частиц, т. е. $\frac{\partial z}{\partial t} = 0$,

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = i(x) \neq 0 = \text{const}.$$

В системе (20) остаются два первых уравнения – это система Сен-Венана, которую можно использовать в следующих случаях:

– ложе русла устойчиво или представляет собой облицованный канал;

– деформации есть, но их скорость очень мала по сравнению со скоростью воды ($\frac{\partial H}{\partial t} \ll \frac{\partial z}{\partial t}$), изменение уровня воды происходит, в основном, только за счет наполнения русла водой;

– деформации есть, но их прогноз, т. е. режим движения наносов и изменение отметок дна $G = f(x, t)$, $z = f(x, t)$ не важен: при прогнозах деформация рассматривается как некий мешающий процесс (шум), который можно учесть, введя в оставшиеся уравнения, например, белый шум.

Индикатором деформаций служит разброс точек на морфометрических кривых $F = f(H)$ или $h = f(H)$.

Б) Исключение локальных постоянных и переменных подпоров от сужений русел, впадения рек, сгонно-нагонных явлений.

В этом случае исключается сила инерции, т. е. предполагается, что режим движения установившийся $\frac{\partial U}{\partial t} = 0$ и равномерный

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0.$$

С учетом того, что $Q = U \cdot F$ (расход воды – это произведение средней скорости в сечении на площадь живого сечения), получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} i - \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{Q^2}{K^2}, \\ \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q, \end{array} \right.$$

где $K = CF\sqrt{h}$ – пропускная способность русла.

После определенных преобразований система сводится к виду:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c(Q) \frac{\partial Q}{\partial x} - \tilde{c}(Q) \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = c(Q)q, \quad (21)$$

где $c = \frac{Q}{bK} \frac{\partial K}{\partial h}$ – скорость процесса в русле, например, скорость перемещения волны по руслу; $\tilde{c} = \frac{K^2}{\alpha \cdot b \cdot |Q|}$ – диффузионный член, от-

вечающий за распластывание волны.

Уравнение (21) учитывает граничные условия за счет включения дифференциала во второй степени, который аппроксимируется конечными разностями:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \approx \frac{Q_{j+1} - 2Q_j + Q_{j-1}}{(\Delta x)^2}.$$

В) Исключение влияния нижнего граничного условия.

Исключение влияния нижнего граничного условия достигается пренебрежением членом $\tilde{c}(Q) \frac{\partial^2 Q}{\partial x}$, т. е. исключается распластывание (диффузия) волны:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c(Q) \frac{\partial Q}{\partial x} = c(Q)q. \quad (22)$$

Уравнение (22) – это модель кинематической волны.

Модель кинематической волны можно получить и из уравнения неразрывности $\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$.

Основное допущение этой модели – однозначность кривой $Q = f(H)$ или $Q = f(F)$, исходя из этого допущения можно записать:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial t}, \text{ т. е. } \frac{\partial F}{\partial t} = \frac{1}{\frac{\partial Q}{\partial F}} \frac{\partial Q}{\partial t}.$$

Подставив это выражение в уравнение неразрывности, получаем:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial F} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial F} q \quad \text{или, обозначив } \frac{\partial Q}{\partial F} = c(Q), \text{ получаем:}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c(Q) \frac{\partial Q}{\partial x} = c(Q) q .$$

Скорость перемещения волны $c(Q) = \frac{Q}{bK} \frac{\partial K}{\partial h}$ и $\frac{\partial Q}{\partial F} = f(Q, x)$, т. е. чем больше расходы воды, тем быстрее они будут перемещаться по руслу. Волна может становиться круче, но максимальные расходы при этом могут не снижаться, если нет дополнительного изъятия или поступления воды вдоль реки.

Для ориентировочной оценки скорости перемещения паводочной волны можно получить $\frac{\partial Q}{\partial F} = \frac{\partial(U \cdot F)}{\partial F} = U \frac{\partial F}{\partial F} + F \frac{\partial U}{\partial F} = U + \frac{1}{2}U = \frac{3}{2}U$, откуда $c \sim 1,5U$.

Если $c = \text{const}$, то волна перемещается по руслу без изменения формы.

Модель кинематической волны является одной из наиболее простых моделей движения воды в русле в одномерной гидравлической идеализации. При ее использовании делается допущение о том, что, несмотря на неустановившийся характер движения воды, описываемой этой моделью, связь расходов Q и уровней H считается однозначной.

Для задач, связанных с количественным учетом стока в условиях плавно изменяющегося движения воды, часто можно ограничиться именно моделью кинематической волны. Для более «тонких» гидравлических задач она не совсем приемлема, так как в реальных условиях при неустановившемся и неравномерном движении (переменный подпор, сгонно-нагонные явления и т. п.) связь $Q=f(H)$ неоднозначная.

Методы прогноза руслового стока при неустановившемся движении

На сравнительно длинных участках реки с большой емкостью русла и поймы, а также при непродолжительных высоких паводках, сбросах воды из водохранилища, распластывание волны весьма существенно.

Волна паводка при движении воды в реке распластывается (трансформируется), происходит снижение его высоты и увеличение продолжительности (рис. 7).

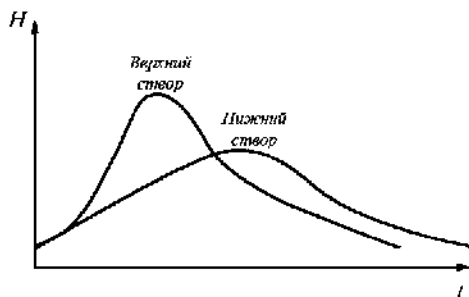


Рис. 7. Иллюстрация трансформации паводочной волны.

Основные причины распластывания паводочной волны:

- различие уклонов в лобовой и тыловой части волны;
- регулирующее влияние поймы и берегов, приводящее к аккумуляции грунтами поймы и русла части воды в период подъема, на спаде волны эта вода возвращается в реку;
- накопление воды в устьевых участках притоков вследствие подпора от главной реки.

Изменение уклона по длине паводочной волны можно установить совместив волны, наблюдавшиеся на двух соседних постах. Уклоны возрастают в период подъема. Добавочный уклон составляет несколько процентов от уклона при установившемся движении.

На практике чаще всего применяются приближенные методы расчета (все методы реализуются для бесприточного участка и все способы линейные) – аналитические и графические:

- метод Калинина–Милюкова;

- метод Маскингам;
- метод кривых добегания (графический способ).

Аналитические методы основаны на двух уравнениях: уравнение неразрывности и уравнение движения без инерционных членов.

Метод Калинина–Милюкова (по характерным участкам)

Метод основан на предположении, что участок реки длиной L (характерный) оказывает такое же регулирующее влияние на волну паводка, как и равное ему по объему водохранилище.

На характерном участке при неустановившемся движении сохраняется однозначность изменения объема W от расходов воды в нижнем створе Q_n , справедливая для установившегося движения

$$W = f(Q_n).$$

В призматическом русле, в условиях неизменной формы и сечения его по длине реки, а также линейном изменении уровней воды, на участке будет иметь место однозначная зависимость объема воды от уровня в середине участка, т. е.

$$W = f(H_{cp}).$$

Следовательно,

$$Q_n = f(H_{cp}).$$

Для расчета распластывания паводочной волны река разбивается на ряд характерных участков. Для каждого участка длина определяется по формуле

$$L = \frac{Q}{i} \frac{dH}{dQ}, \quad (23)$$

где Q и i – соответственно расход и уклон водной поверхности при установившемся режиме; dH/dQ – тангенс угла наклона касательной к кривой расходов воды при данном значении расхода.

Так как зависимость объема и расхода в нижнем створе принимается линейной, тогда

$$W = \tau Q_{\text{н}}.$$

Подставляя $Q_{\text{н}}$ в уравнение неразрывности (водного баланса в дифференциальной форме)

$$(Q_{\text{в}} - Q_{\text{н}})dt = dW,$$

получаем

$$(Q_{\text{в}} - \frac{W}{\tau})dt = dW,$$

или

$$\frac{dW}{dt} + \frac{W}{\tau} = Q_{\text{в}}.$$

Численное решение уравнения приводит к формуле

$$Q_{\text{нК}} = Q_{\text{вН}} (1 - \ell^{-\frac{\Delta t}{\tau}}) + Q_{\text{нН}} \ell^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$$

или

$$Q_{\text{нК}} = Q_{\text{нН}} + (Q_{\text{вН}} - Q_{\text{нН}})(1 - \ell^{-\frac{\Delta t}{\tau}}).$$

Первое слагаемое выражения есть функция притока с верхнего створа, а второе – закон истощения в случае отсутствия притока. Поскольку продолжительность расчетного интервала времени Δt и параметр τ принимаются постоянными:

$$(1 - \ell^{-\frac{\Delta t}{\tau}}) = K = \text{const},$$

тогда

$$Q_{HK} = Q_{HH} + (Q_{BH} - Q_{HH})K. \quad (24)$$

По формуле (24) можно рассчитать расход воды в нижнем створе Q_{HK} , этот расход принимается в качестве начального для следующего интервала времени и т. д. После расчета на первом участке переходят ко второму, для которого Q_{HK} первого участка принимается в качестве Q_{BH} .

При использовании этих зависимостей делаются следующие допущения:

- 1) время добегания на характерном участке постоянно ($\tau = \text{const}$);
- 2) $Q_b = \text{const}$ на интервале Δt .

Формула (24) удобна для расчетов на бесприточном участке при задании графика хода расходы воды через верхний створ. Расчетная единица времени Δt должна быть меньше τ .

Метод Маскингам

Метод получил свое название по названию реки в США – Маскингам, для которой был предложен. Метод основан на совместном решении уравнения водного баланса участка реки и зависимости объема воды на участке от расходов воды.

Уравнение водного баланса

$$\bar{Q}_B \Delta t - \bar{Q}_H \Delta t = \Delta W, \quad (25)$$

$$\frac{Q_{B,H} + Q_{B,K}}{2} \Delta t - \frac{Q_{H,H} + Q_{H,K}}{2} \Delta t = W_K - W_H, \quad (26)$$

где $Q_{B,H}$, $Q_{B,K}$ – расходы воды в верхнем створе в начале и конце интервала времени; $Q_{H,H}$, $Q_{H,K}$ – расходы воды в нижнем створе в начале и конце интервала времени.

Кривая объемов для участка

$$W = f(Q_B, Q_H). \quad (27)$$

С учетом этих зависимостей можно по гидрографу в верхнем створе и кривым объемов рассчитать гидрограф в нижнем створе. Этот расчет можно производить методом последовательных приближений. Однако он громоздок, и применяется упрощенное решение.

Упрощение заключается в том, что объем воды на участке рассматривается как функция средневзвешенной величины расходов:

$$W = f(\alpha Q_{\text{в}} + (1 - \alpha)Q_{\text{н}}), \quad (28)$$

где α – весовой коэффициент, который выражает относительное влияние расходов воды в верхнем и нижнем створах на изменение русловых объемов воды. Зависимость (28) имеет вид широкой петли. Значение α подбирается эмпирическим путем, когда связь становится однозначной. Чаще всего зависимость между русловым объемом воды и рассмотренной средневзвешенной величиной близка к линейной. Когда же она нелинейная, то ее график можно разделить на несколько участков, для которых она может быть принята линейной. Уравнение (28) для линейной связи примет вид:

$$W = \tau(\alpha Q_{\text{в}} + (1 - \alpha)Q_{\text{н}}). \quad (29)$$

Подставляя в уравнение (26) вместо W выражение (29), получим:

$$\frac{Q_{\text{в,н}} + Q_{\text{в,к}}}{2} \Delta t - \frac{Q_{\text{н,н}} + Q_{\text{н,к}}}{2} \Delta t = \tau(\alpha Q_{\text{н,н}} + (1 - \alpha)Q_{\text{н,к}}) - \tau(\alpha Q_{\text{в,н}} + (1 - \alpha)Q_{\text{в,к}})$$

и решаем относительно $Q_{\text{н,к}}$:

$$Q_{\text{н,к}} = C_0 Q_{\text{в,к}} + C_1 Q_{\text{в,н}} + C_2 Q_{\text{н,н}},$$

где

$$C_0 = -\frac{\tau\alpha - 0,5\Delta t}{\tau - \tau\alpha + 0,5\Delta t}; \quad C_1 = \frac{\tau\alpha + 0,5\Delta t}{\tau - \tau\alpha + 0,5\Delta t}; \quad C_2 = \frac{\tau - \tau\alpha - 0,5\Delta t}{\tau - \tau\alpha + 0,5\Delta t}.$$

Сумма коэффициентов равна 1. Расчетная единица должна удовлетворять неравенству $\tau\alpha \leq 0,5\Delta t \leq \tau(1-\alpha)$. Если не выполняется правая часть условия, т. е. $0,5\Delta t \geq \tau(1-\alpha)$, то C_2 будет отрицательным. Если не выполняется левая часть условия, т. е. $\tau\alpha \geq 0,5\Delta t$, то C_0 будет отрицательным.

При резком увеличении расходов воды в верхнем створе можно получить отрицательные значения расходов в нижнем створе. Данный метод эффективнее использовать на достаточно больших участках рек. При больших и резких паводках метод часто может давать неудовлетворительные результаты.

Графический метод трансформации паводочной волны

Для одного характерного участка, объем воды на котором пропорционален расходу в нижнем створе, расчет расходов может быть выполнен графически.

Из уравнения баланса следует

$$\frac{dW}{dt} = \bar{q}_b - \bar{Q}_n,$$

но так как $W = \tau Q$, то

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\bar{q} - \bar{Q}}{\tau}.$$

В пределе, когда $\Delta t \rightarrow 0$, отношение $\Delta Q/\Delta t$ представляет собой тангенс наклона (к оси времени) гидрографа в нижнем створе $Q(t)$ при данном значении расхода.

Уравнение служит основой очень простого графического способа построения трансформированного гидрографа в нижнем створе по заданному гидрографу в верхнем створе, значению τ и начальному расходу в нижнем створе $Q_{н1}$.

Из точки $Q_{в2}$ на гидрографе верхнего створа откладываем горизонтальный отрезок длиной τ . Соединяем прямой линией начальный расход в нижнем створе с концом этого отрезка. Проводим вертикальную линию из точки $Q_{в3}$ до пересечения с наклонной линией, находим точку перегиба, соответствующую расходу воды в конце

характерного участка. Перечисленные действия повторяем для всех точек последовательно. Соединяем точки плавной кривой, получая весь гидрограф, см. рис. 8.

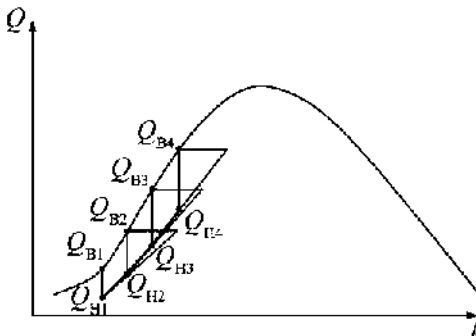


Рис. 8. Иллюстрация действий графического метода трансформации паводочной волны.

Принимая полученный гидрограф за приток для второго характерного участка, тем же способом определяем расход в конце второго участка.

В данном методе можно использовать $\tau = \text{const}$, а можно, при наличии данных, время добегания сделать переменной характеристикой, например, $\tau = f(Q)$.

Методы, основанные на интеграле Дюамеля

Если на участке реки имеются наблюдения за расходами в верхнем и нижнем створах, но нет данных о морфометрии и гидравлических сопротивлениях, участок можно рассматривать, как «черный ящик», преобразующий входной гидрограф в выходной. При предположении, что параметры черного ящика постоянны, т. е. не зависят от расходов в верхнем створе, связь между входным и выходным гидрографами можно выразить дифференциальным линейным уравнением n -ого порядка:

$$(Q_n) = L(Q_b), \quad (30)$$

где L – оператор $L = a \frac{d^n Q_b}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} Q_b}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 Q_b$; Q_b – расход воды в верхнем створе; Q_n – расход воды в нижнем створе.

Коэффициенты a, a_n, a_{n-1} не зависят от Q_b и Q_n , могут быть постоянными во времени или могут изменяться. Решением уравнения (30) при нулевых начальных условиях является интеграл Дюамеля:

$$Q_n(t) = \int_0^t Q_b(\tau) p(t-\tau) d\tau, \quad (31)$$

где $p(t-\tau)$ – носит название функции влияния, или импульсной, или переходной функции. В гидрологии используется термин «функция трансформации». Иногда ее отождествляют с функцией добегания, однако это верно только для рек со слаборазвитой поймой. В общем случае, функция влияния тождественна произведению функций добегания и руслопойменного водообмена.

Кривая добегания (функция влияния) на рассматриваемом участке показывает, какая часть расхода в верхнем створе доходит до замыкающего створа в момент времени t .

Типичный вид кривой добегания:



Важное свойство: площадь фигуры, ограниченной кривой добега-
ния, равна 1: $\int_0^t p(t - \tau) d\tau \rightarrow 1$ при $t \rightarrow \infty$.

Применительно к рассматриваемой задаче интеграл (31) удобнее записать в виде:

$$Q_H(t) = \int_0^t Q_B(t - \tau) p(\tau) d\tau \quad (32)$$

и в конечных разностях

$$Q_{H,t} = \sum_{\tau=0}^{\tau_{\max}} p_t Q_{B,t-\tau_0-\tau}, \quad (33)$$

где τ_0 – время в течение которого Q_B не оказывает влияние на Q_H , чаще всего $\tau_0 = 0$; $Q_{H,t}$ – расход в нижнем створе в момент времени t ; $Q_{B,t-\tau_0-\tau}$ – расход в верхнем створе в момент времени $t - \tau_0 - \tau$; p_t – ордината кривой добегаания по руслу; τ – время добегаания рас-
хода.

Существует несколько подходов для определения ординат функ-
ции влияния на бесприточном участке.

а) Определение по гидрографам, обусловленным короткой водо-
подачей или постоянной водоподачей в течение длительного време-
ни. Для этого используются фактические данные. Данный метод
нашел развитие в виде метода единичного паводка.

б) Определение с помощью физического моделирования исследу-
емого гидрологического процесса. Метод стал применяться после

внедрения электронных моделирующих машин. Линейная модель неустановившегося движения воспроизводится с помощью линейной электрической модели. При этом нет необходимости искать аналогию между электрическими и гидравлическими моделями. Каждая система представляется как черный ящик, в котором происходит линейное преобразование входной величины в выходную. Подобрать параметры линейной электрической схемы таким образом, чтобы входные и выходные величины соответствовали входным и выходным величинам гидравлической системы, можно получить две системы, имеющие одинаковые функции $p(t - \tau)$ (эту функцию можно получить на выходе, задавая на входе кратковременный единичный импульс).

в) Определение функции влияния в виде аналитической функции.

Наибольшее использование, получило выражение Калинина–Миллюкова:

$$p(\tau) = \frac{\Delta t}{\tau(n-1)!} \left(\frac{t}{\tau} \right)^{n-1} e^{-t/\tau}, \quad (34)$$

где τ – время добегания на участке; n – число характерных участков.

Если выбрать $\Delta t = \tau$, т. е. принять в качестве расчетного интервала времени время добегания на одном характерном участке, уравнение (34) переходит в уравнение кривой Пуассона

$$p(\tau) = \frac{m^{n-1}}{(n-1)!} e^{-m},$$

где $m = t/\tau$ – число расчетных единиц.

Данный подход прост в использовании и не требует значительно-го объема исходной информации.

Прогноз боковой приточности

Учет бокового притока в русловой модели

Вспомним модель руслового стока в виде кинематической волны:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = c \cdot q(x, t),$$

где произведение в правой части характеризует скорость поступления бокового притока в русло и имеет размерность:

$$[c \cdot q] = \left[\frac{M^3}{c^2} \right] = \frac{M^3}{c^2} = \left[M^3 / c \cdot \frac{1}{c} \right] - \text{приток в русло за единицу времени.}$$

Перейдем к конечным разностям:

$$\frac{Q_i^{t+1} - Q_i^t}{\Delta t} = -c \frac{Q_i^t - Q_{i-1}^t}{\Delta x} + c \cdot q_i^t.$$

Заменим $c \cdot q = \frac{c}{\Delta x} (q \cdot \Delta x)$ (где $(q \cdot \Delta x) = Q_{\text{притока}}$) и получим следующее выражение:

$$\frac{Q_i^{t+1} - Q_i^t}{\Delta t} = -c \frac{Q_i^t - Q_{i-1}^t}{\Delta x} + \frac{c}{\Delta x} (q \cdot \Delta x).$$

Алгоритм прогноза будет:

$$Q_i^{t+1} = Q_i^t - c \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_i^t - Q_{i-1}^t) + \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta x} \cdot Q_{\text{притока}}^t.$$

Должно соблюдаться условие устойчивости решения $c \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1$.

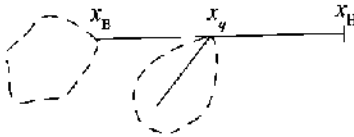
Если $c \frac{\Delta t}{\Delta x} = 1$, то получаем инерционный прогноз

$$Q_i^{t+1} = Q_{i-1}^t + Q_{\text{притока}}^t.$$

О понятии заблаговременности прогнозов

Давайте еще раз вернемся к понятию заблаговременности прогнозов, так как многие пытаются связать заблаговременность прогнозов с шагом интегрирования.

Рассмотрим ситуацию:



Для прогноза можно применить модель руслового стока:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = c \cdot q;$$

начальные условия $Q|_{t=0} = f(x)$, $x \in [x_B; x_H]$;

граничные условия $Q|_{x=x_B} = f(t)$, $t \in [0; T]$.

Пусть:

$$1) q = 0$$

$$Q_i^{t+1} = Q_i^t - c \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_i^t - Q_{i-1}^t),$$

$$c = \frac{x_B - x_H}{\tau_{\text{доб}}} = \frac{L}{\tau_{\text{доб}}} \Rightarrow \tau_{\text{забл}} \leq \frac{L}{c},$$

т. е. заблаговременность связана с размерами системы (L) и с тем, насколько быстро передается возмущение в системе (c).

$$2) q \neq 0$$

$$\tau_{\text{забл}} = \tau_{\text{русл.модели}} = \frac{x_H - x_{\text{притока}}}{c}.$$

Чтобы увеличить заблаговременность, надо увеличить заблаговременность для прогноза $Q(x_b, t)$ и $q(t)$, т. е. надо иметь математические модели боковой приточности и граничного условия (его можно рассматривать как «боковую приточность»).

Виды боковой приточности (и граничных условий) и методы их получения

Боковая приточность бывает:

- 1) искусственная (ГЭС, водозаборы и промышленные сбросы);
- 2) естественная (склоновый сток, дождевой и талый сток, подземное питание, испарение и осадки).

Испарение при краткосрочном прогнозировании очень мало, поэтому им пренебрегают.

С точки зрения приточности важное значение имеют гидротехнические сооружения.

Например, обычно заранее известен график попусков с ГЭС (суточное, декадное регулирование), который и является граничным условием.

Часто на реках располагаются водозаборные устройства для снабжения водой городов и промышленных предприятий. Так как существуют нормы водопотребления (количество воды в сутки на одного жителя или на единицу выпускаемой продукции), то тем самым становится известен боковой отток ($q = f(t)$).

Что касается естественной боковой приточности, то ситуацию поясняет рис. 9 (расчленение гидрографа).

Краткосрочные прогнозы занимаются резкими изменениями расхода и уровня, а подземное питание (грунтовое питание – боковой приток) – это базовое (меженное) питание, оно очень плавно меняется и практически учитывается в начальных условиях (базовое наполнение русла).

Поэтому наиболее важно умение задавать склоновый и дождевой приток.

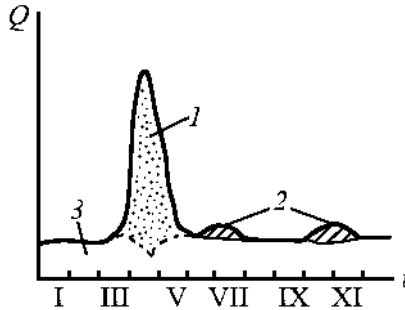


Рис. 9. Расчленение гидрографа: 1 – снеговое питание рек; 2 – дождевое питание; 3 – грунтовое питание.

Если у нас нет модели для задания боковой приточности, то самыми простыми способами, позволяющими приближенно оценить боковой приток, являются следующее.

1. Можно найти норму стока для приточного бассейна $\bar{Q}$:

а) по картам $\bar{Q} = \frac{M_i \cdot F_i}{1000}$ м³/с (где M_i – модуль стока);

б) по формуле Хортон $n = 2,2 \lg \bar{Q} + 6,35$ (где n – порядок системы);

в) по региональным редукционным зависимостям $Q = f(F)$ (если они есть).

2. Расчленение типового гидрографа стока.

Такой способ с одной стороны хорош, так как обходимся без метеорологической информации, но с другой стороны, плох, так как анализируется осредненный график $Q = f(t)$. Гидрограф от года к году меняется.

Математическая модель бокового притока

Цель данного раздела рассмотреть получение модели для прогноза (расчета) бокового притока за счет выпадения дождя или таяния снега.

Как известно, в модели оператором L связывается реакция системы и внешнее воздействие на эту систему: $L(\text{выход}) = \text{вход}$.

В общем виде $L = a_n \frac{d^n}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{d}{dt} + a_0$.

В нашем случае, выход (реакция системы) – это расход воды в замыкающем створе $Q_{\text{зам.ств}}$, вход (внешнее воздействие) – это интенсивность осадков $\dot{X}$, поэтому модель будет:

$$a_n \frac{d^n Q}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dQ}{dt} + a_0 Q = \dot{X},$$

где $\dot{X}$ – дождь или вода от таяния снега; $a_i = f(Q, t, T^\circ, \dot{X}, \dots)$ – коэффициенты, которые могут быть переменными. Сама модель может быть нелинейной.

Рассмотрим более сложный вариант модели, чем был в лекциях раньше, но более реалистичный.

Ранее рассматривали модель $\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{k\tau} Q + \frac{\dot{X}}{\tau}$, см., рис. 10.

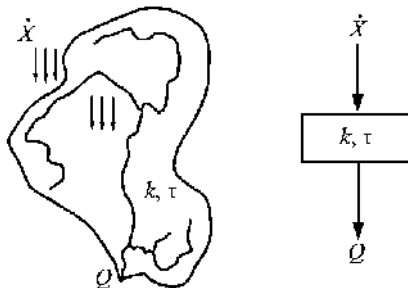


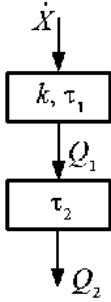
Рис. 10. Схема водосбора и математической модели.

«Слабое место» этой модели – небольшая сдвигка гидрографа относительно графика дождя. Время добегания τ – небольшое и отклик бассейна по модели происходит раньше, чем реально. По-видимому, это связано с тем, что не учитывается сдвигка за счет подземного резервуара, не учитываются грунтовые воды $Q_{\text{гр}}$. Их можно учесть и получить, например, такую модель:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{k\tau} Q = \dot{X} \pm Q_{\text{гр}}(t).$$

Но в данном случае, надо составлять модель для описания изменения грунтовых вод $Q_{гр}(t)$. Это не просто.

Еще один путь состоит в следующем. Представим модель в виде двухслойной (двухъемкостной) модели (можно и n -слойной):



τ_2 – время релаксации подземного резервуара, который в конечном итоге разгружается в русло.

Вывод двухслойной модели:

$$\frac{dW_1}{dt} = (\dot{X} - \frac{1}{k}Q_1) \text{ делим на } \tau_1 \Rightarrow \frac{dQ_1}{dt} = \frac{1}{\tau_1}(\dot{X} - \frac{1}{k}Q_1);$$

$$\frac{dW_2}{dt} = (Q_1 - Q_2) \Rightarrow \frac{dQ_2}{dt} = \frac{1}{\tau_2}(Q_1 - Q_2);$$

(можно еще слои добавить $\frac{dW_n}{dt} = \dots$);

$$\frac{dQ_2}{dt} = \frac{(Q_1 - Q_2)}{\tau_2} = (\frac{1}{\tau_2}(-\frac{1}{k\tau_1}Q_1 + \frac{\dot{X}}{\tau_1}) - \frac{Q_2}{\tau_2}), \text{ дифференцируем по } dt \Rightarrow$$

$$\frac{d^2Q_2}{dt^2} = \frac{1}{\tau_2}(\frac{1}{\tau_1}(-\frac{1}{k}Q_1 + \dot{X}) - \frac{dQ_2}{dt}), \text{ так как } \tau \frac{dQ}{dt} + Q_2 = Q_1;$$

⇓

$$\tau_2 \frac{d^2Q_2}{dt^2} + (\frac{\tau_2}{k\tau_1} + 1) \frac{dQ_2}{dt} + \frac{1}{k\tau_1}Q_2 = \frac{1}{\tau_1}\dot{X}. \quad (35)$$

В частном случае, если $\tau_2 = 0$ (т. е. нет бассейна подземного резервуара) получим: $\frac{dQ_2}{dt} = -\frac{1}{k\tau_1}Q_2 + \frac{\dot{X}}{\tau_1}$

Чем больше размеры бассейна и его подземная емкость, тем больше время заблаговременности прогноза бокового притока $\tau_{\text{забл}} = f(\tau_1, \tau_2)$.

Важной особенностью подхода, основанного на системах обычных дифференциальных уравнений, является возможность перехода на вероятностное описание боковой приточности.

Прогноз дождевого стока по данным об осадках и притоке воды в русловую сеть

Генетическая формула стока

Генетическая формула стока лежит в основе так называемого метода изохрон. Данный метод можно отнести к гидрометеорологическим, так как он основан на использовании как гидрометрических, так и метеорологических данных. Подобные методы применяются для прогноза на реках со сравнительно небольшой площадью водосбора (не больше 20 000 км²) и небольшим запасом воды в русловой сети. На бассейнах большого размера возрастают ошибки прогнозов по этому методу, и его применение становится нецелесообразным. Рекомендуются назначать заблаговременность не более двух суток.

Генетическая формула стока, на которой основан метод изохрон, выражает закономерность стока осадков с площади водосбора к замыкающему створу.

Формула получена исходя из рассмотрения процесса стока осадков с площади водосбора. Предположим у нас имеется водосбор площадью F , на который непрерывно, начиная с момента T , равномерным слоем выпадают осадки, и предположим, что осадки, выпадающие в наиболее удаленной части, доходят до замыкающего створа через время t_0 . Этот период называется бассейновое время добегания стока или суммарное время добегания.

Зададимся единицей времени Δt – расчетной единицей времени, и построим на карте бассейна изохроны – линии равного времени добегания до замыкающего створа. Выделим единичные площади, сток с каждой из которой происходит за расчетную единицу времени Δt , рис. 11. Число единичных

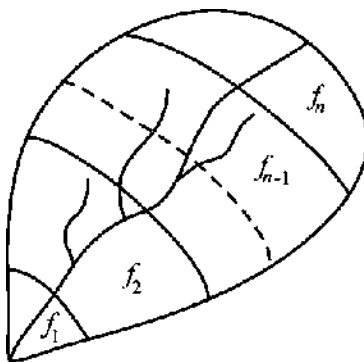


Рис. 11. Расчленение водосбора на единичные площади стекания.

площадей $n = \frac{\tau_0}{\Delta t}$.

Обозначим единичные площади $f_1, f_2, \dots, f_n$.

Определим сток в замыкающем створе. В первую единицу времени сток будет происходить с площади f_1 :

$$q_T = f_1(x - p)_T, \quad (36)$$

где q_T – расход в замыкающем створе без грунтового питания; f_1 – площадь, ограниченная первой изохроной; $(x - p)$ – эффективный слой осадков (p – потери).

Во вторую единицу времени сток в замыкающем створе:

$$q_{T+\Delta t} = f_1(x - p)_{T+\Delta t} + f_2(x - p)_T \quad (37)$$

в третью –

$$q_{T+2\Delta t} = f_1(x - p)_{T+2\Delta t} + f_2(x - p)_{T+\Delta t} + f_3(x - p)_T. \quad (38)$$

В единицу времени $T+(n-1)\Delta t$:

$$q_{T+(n-1)\Delta t} = f_1(x - p)_{T+(n-1)\Delta t} + f_2(x - p)_{T+(n-2)\Delta t} + \dots + f_n(x - p)_T. \quad (39)$$

Уменьшим индекс на величину $(n-1)\Delta t$

$$q_T = f_1(x - p)_T + f_2(x - p)_{T-\Delta t} + \dots + f_n(x - p)_{T-(n-1)\Delta t} \quad (40)$$

и обобщим

$$q_T = \sum_{i=1}^n f_i(x - p)_{T-(i-1)\Delta t}. \quad (41)$$

Уравнение (41) называется генетической формулой стока, согласно которой сток в замыкающем створе в момент времени T равен сумме объемов стока с различных частей бассейна от осадков выпавших в прошлый период времени.

Сток с бассейна подразделяется на две ярко выраженные фазы: 1) склоновое стекание и 2) русловой сток.

Первая фаза – это сток осадков от места их выпадения до русловой сети. Стеkanie в этот период происходит не только по поверхности почвы, но и внутрипочвенным путем: часть осадков, количество которых зависит от вида и влагонасыщенности почв, фильтруется в грунт, достигает уровня грунтовых вод и выклинивается в русловую сеть в виде грунтового стока.

Вторая фаза стока – это движение паводка в русловой сети от места его выклинивания до замыкающего створа.

Условия применимости методы:

- 1) высота эффективного слоя осадков в любой момент времени во всех точках одинакова – осадки выпадают равномерным слоем;
- 2) скорость стекания предполагается постоянной;
- 3) не учитывается механизм распластывания паводка;
- 4) допускаются потери на инфильтрацию, транспирацию, испарение лишь во время выпадения дождя.

Выполнимость этих допущений определяется двумя факторами.

1. Физико-географическими характеристиками бассейна и его площадью. На больших бассейнах наблюдается разнообразие почв, рельефа и лесистости, что приводит к неравномерности потерь стока. Кроме того, большие водосборы имеют длинную русловую сеть, что приводит к значительному расластыванию. Малые водосборы характеризуются однообразием почв и рельефа, и, следовательно, большей равномерностью потерь по площади.

2. Вторым фактор – расчетная единица времени Δt .

О выборе оптимальной единицы времени

Величина Δt определяет равномерность распределения осадков по площади. Это объясняется тем, что Δt является периодом суммирования осадков. При маленьком Δt сумма осадков в разных частях водосбора может быть различной. С увеличением Δt распределение более равномерно, но при этом уменьшается число единичных площадей стекания и точность расчетов снижается. Таким образом, для каждого водосбора должна существовать оптимальная величина расчетной единицы времени – минимально возможное Δt , при котором

не сказывается изменчивость осадков по площади.

Рекомендуется брать следующие расчетные единицы времени

$F, \text{ км}^2$	300–1000	1000–5000	5000–20000
$\Delta t, \text{ ч}$	6	12	24

Определение суммарного времени добегания

Имеются два способа определения суммарного времени добегания τ_0 :

а) проще всего определять по совмещенному графику осадков и стока

$$T_n = T_0 + \tau_0.$$

б) использование уравнения $\tau_0 = \tau_p + \tau_{\text{скл}} - \Delta t$. Расчет по этому уравнению требует определения руслового τ_p и склонового $\tau_{\text{скл}}$ времени добегания. Русловое время добегания определяется по графикам соответственных уровней или по средней скорости течения.

Склоновое время добегания определяется по данным об осадках и боковом притоке в русловую сеть.

Приток воды в русловую сеть можно определить при использовании уравнения неразрывности стока:

$$Q_{\text{в}} \cdot \Delta t + q \cdot \Delta t - Q_{\text{н}} \cdot \Delta t = \Delta W ,$$

где $Q_{\text{в}}$ – расход воды в верхнем створе; $Q_{\text{н}}$ – расход воды в нижнем створе; q – приток воды; ΔW – изменение объема воды в русле.

При рассмотрении всей реки от истока $Q_{\text{в}} = 0$, тогда:

$$q \cdot \Delta t = \Delta W + \bar{Q}_{\text{н}} \cdot \Delta t ,$$

с учетом $\Delta W = \Delta \bar{Q} \cdot \tau$, $\Delta Q = \bar{Q}_{T+\Delta t} - \bar{Q}_T$.

1) Для равнинной части России при глубоком залегании грунтовых вод (степь, полупустыня) поверхностное отекание отмечается,

когда интенсивность осадков превышает интенсивность впитывания, такой сток называется *подвешенным*.

2) В районе с неглубоким залеганием грунтовых вод отмечается поверхностное стекание, сопровождаемое внутрпочвенным стоком. Это называется *подпертый* сток.

3) В горных районах, в случае близкого залегания водоупора через рыхлый слой вода быстро проваливается и стекает по водоупору – *контактный* сток.

Например, для заболоченных равнин скорость стекания – 0,001 м/с, для расчлененных равнин – 0,5–0,6 м/с.

В генетическую формулу стока входят еще осадки и потери, рассмотрим варианты их определения в следующей лекции.

Определение средних осадков по площади водосбора

Средние осадки в бассейне определяются по данным наблюдений на гидрометеорологических станциях, расположенных по площади водосбора.

Известны следующие способы определения средних осадков:

- 1) метод среднего арифметического;
- 2) способ изогийет – на карте бассейна строятся изогийеты – линии, проходящие через точки с равным количеством осадков, и производится расчет по формуле:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{F},$$

где x_i – средние осадки между изогийетами; f_i – площадь между изогийетами; F – площадь бассейна.

- 3) способ квадратов – бассейн разбивается на несколько равновеликих квадратов:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (n - \text{число квадратов}).$$

Аналогичный способ медиан.

Наиболее точный метод изогьет, но он наиболее трудоемкий (надо ежедневно строить карту изогьет и планиметрировать).

Наиболее простой метод среднего арифметического, он часто используется на практике.

Определение потерь

Потери – суммарное количество воды (от дождя, таяния снега), временно или безвозвратно задержанное в неровностях на поверхности бассейна и внутри почвы, а также ушедшее на испарение с площади бассейна и транспирацию.

Т. е. потери делятся на:

- 1) инфильтрацию;
- 2) транспирацию;
- 3) поверхностное задержание;
- 4) испарение.

- 1) Потери на инфильтрацию

Эмпирическая формула Алексеева Г.А.

i – интенсивность инфильтрации (мм/мин).

Делается допущение, что вся почва покрыта равномерным слоем осадков.

$$i = K_0 + \sqrt{\frac{0,5 \cdot H \cdot d \cdot K_0}{t}}, \quad (42)$$

где K_0 – коэффициент фильтрации; H – капиллярный напор; d – дефицит влажности почвы.

Формула Бефани Н.Ф.

$$i = K + A / t^n, \quad (43)$$

где A – параметр, учитывающий свойства почвы и степень ее увлажненности.

Формула Попова Е.Г.

$$i = (h - K_0) e^{-\frac{t \cdot h}{d}} + K_0 \text{ или } i = (h_0 - k) e^{-c(x-x_0)}, \quad (44)$$

где h – интенсивность дождя; h_0 – начальная интенсивность; c – коэффициент, зависящий от степени увлажнения; X_0 – начальный слой осадков; X – слой осадков; t – время от начала дождя.

2) Потери на поверхностное задержание

Формула Попова Е.Г.

$$P = P_0 \left(1 - e^{-\frac{X - \sum I}{P_0}} \right), \quad (45)$$

где P_0 – максимально возможные потери при условии полного заполнения; X – слой выпавших осадков; $\sum I$ – сумма воды, которая просочилась (начальное значение инфильтрации к начальному моменту).

Определение потерь по методу Огиевского

Еще в 1947 г. А.В. Огиевский ввел понятие о бассейнах-индикаторах с размерами площадей от 100 до 500 км², и которые отбираются так, чтобы более или менее равномерно освещать территорию.

Потери в генетической формуле стока определить трудно, поэтому используют бассейн-индикатор и формулу:

$$x - p = \alpha x,$$

где α – коэффициент стока, который характеризует потери на водосборе.

Учитываются следующие допущения:

1) $\alpha_{\text{инд}} = \alpha$ (коэффициент стока бассейна-индикатора равен коэффициенту стока водосбора);

2) $\tau_{0\text{инд}} = \Delta t$, $\tau_{0\text{инд}} = \tau_p + \tau_{\text{скл}}$ (суммарное время добегания по бассейну-индикатору равно расчетной единице);

3) $x_{\text{инд}} = x$ (осадки одинаковые для водосбора и бассейна-индикатора).

Для бассейна индикатора:

$$Q_{\text{инд}T} = \alpha_{\text{инд}T} \cdot x_{\text{инд}T}, \quad \alpha_{\text{инд}T} = Q_{\text{инд}T} / x_{\text{инд}T}.$$

Для всего бассейна:

$$Q_T = \sum_{j=1}^n \left(\frac{Q_{\text{инд}}}{x_{\text{инд}}} x \right)_{T-(j-1)\Delta t} \cdot f'_j$$

Тогда, с учетом третьего допущения

$$Q_T = \sum_{j=1}^n (Q_{\text{инд}})_{T-(j-1)\Delta t} \cdot f'_j.$$

Краткосрочные прогнозы ледовых явлений на реках

Краткосрочные прогнозы ледовых явлений на реках делятся на:

- прогнозы осенних ледовых явлений (даты появления льда и установления ледостава);
- прогнозы весенних ледовых явлений (дата начала ледохода);
- прогноз толщины льда в зимний период;
- прогноз максимальных заторных уровней воды.

Заблаговременность этих прогнозов обычно не превышает 10 дней.

Прогнозы ледовых явлений имеют большое практическое значение для навигации (даты начала и окончания ледостава), для подготовки к пропуску льда через гидротехнические сооружения, при использовании ледовых переправ. Сроки ледовых явлений значительно меняются, и многолетняя амплитуда этих колебаний может достигать 40–80 дней.

Основоположниками краткосрочных прогнозов ледовых явлений на реках стали С.Н. Булатов, В.В. Пиотрович и Л.Г. Шуляковский.

Прогнозы появления льда

Появление льда на поверхности воды связано с ее охлаждением до 0 °С. Изменение температуры воды – результат теплообмена между потоком и окружающей средой – атмосферой и ложем русла.

Прогноз появления льда основан на использовании как приближенных (эмпирических) зависимостей, так и теоретических методов, в основе которых лежит расчет теплового баланса водной поверхности. В том и другом случаях при прогнозе появления льда необходим прогноз метеорологических элементов.

Эмпирические зависимости

В эмпирических зависимостях дата выпуска прогноза совпадает с датой устойчивого перехода среднесуточной температуры воздуха от положительных к отрицательным значениям t_0 .

Зависимости строятся по материалам прошлых лет и имеют вид $\sum t_- = f(\theta)$, где $\sum t_-$ – сумма отрицательных температур воздуха, θ – температура воды.

Используя краткосрочный прогноз температур воздуха, устанавливается дата, к которой накапливается необходимая для замерзания реки величина $\sum t_-$. Эта дата и принимается за дату появления льда.

Например. 18 ноября t перешла через 0°C , $\theta_{18.XI} = +6,2^\circ \text{C}$.

По зависимости $\sum t_- = f(\theta)$ устанавливается необходимая сумма отрицательных среднесуточных температур воздуха, при которой происходит замерзание реки – $\sum t_- = -17,6^\circ \text{C}$.

По метеорологическому прогнозу эта сумма будет накоплена за период с 18 по 22 ноября, значит, дата появления льда – 22.XI.

В $\sum t_-$ включена и температура в день появления льда, это превышает сумму, и лед может появиться при меньшей сумме отрицательных температур. Для устранения указанного недостатка на графике связи величин $\sum t_-$ и θ проводится нижняя огибающая:

$$(\sum t_-)_{\min} = f(\theta), \quad (46)$$

где $(\sum t_-)_{\min}$ – минимальная сумма отрицательных температур воздуха, необходимая для появления льда.

В связи с тем, что в период ледообразования наблюдается значительная изменчивость глубины, то можно использовать следующую зависимость:

$$\sum t_- = f(\theta, h),$$

где h – средняя глубина реки в день выпуска прогноза.

Теоретический метод

Теоретический подход в решении вопросов прогноза появления льда предложил Л.Г. Шуляковский. Подход основан на уравнении теплового баланса:

$$A + B = 0, \quad (47)$$

где A – поток тепла из водной массы к поверхности раздела вода–воздух; B – результирующая теплообмена на водной поверхности тепловых потоков:

$$B = Q + J_s + LE + P + m, \quad (48)$$

где Q – солнечная радиация; J_s – эффективное излучение; LE – испарение или конденсация; P – обмен теплом с воздухом; m – приход/расход тепла от осадков.

Тепловой поток между водной массой и поверхностью раздела представляется в виде:

$$A = \alpha(\theta - \theta_{п.в.}), \quad (49)$$

где θ – средняя в сечении температура воды; $\theta_{п.в.}$ – температура поверхности воды; α – коэффициент подачи тепла из водной массы к поверхности раздела, который можно найти из следующего выражения:

$$\alpha = (1745v + 106\omega)c \cdot \rho \text{ кал/см}^2 \cdot \text{сут} \cdot \text{град},$$

где v – средняя скорость течения за расчетный период, м/с; ω – средняя скорость ветра за расчетный период; c и ρ – теплоемкость и плотность воды.

Запишем уравнение (47) в виде:

$$\alpha(\theta - \theta_{п.в.}) + B = 0.$$

Начало ледообразования отмечается в момент времени n , когда $\theta_{п.в.} = 0$. Исходя из этого, получим:

$$\alpha_n \theta_n \leq -B_n \quad \text{или} \quad \theta_n \leq -\frac{B_n}{\alpha_n}.$$

Начало ледообразования становится возможным, когда средняя в сечении температура воды меньше или равна величине $-\frac{B_n}{\alpha_n}$.

Для определения результирующей теплообмена на водной поверхности тепловых потоков получено следующее выражение:

$$B = -k(\theta_{\text{п.в.}} - t) + d,$$

где k – коэффициент теплообмена, который устанавливается в зависимости от средней температуры воздуха, температуры поверхности воды и скорости ветра за период n ; d – удельный теплообмен при температуре воздуха, равной температуре воды, определяется по таблицам на среднюю дату периода расчета n в зависимости от даты и широты места.

Прогноз появления льда составляется с использованием данных об ожидаемых величинах метеорологических элементов и имеет заблаговременность 2–3 суток.

Прогнозы начала ледостава

На образование ледостава влияют факторы, способствующие интенсивности увеличения размера льдин, берегов и их смерзанию, т. е. факторы косвенно характеризующие теплоотдачу потока. За показатель теплоотдачи потока принимается сумма средних суточных отрицательных температур воздуха за период от даты появления льда до даты наступления ледостава $\sum_{T_{\text{л. лдст}}} t_{-}$ и критическая температура воздуха $t_{\text{кр}}$.

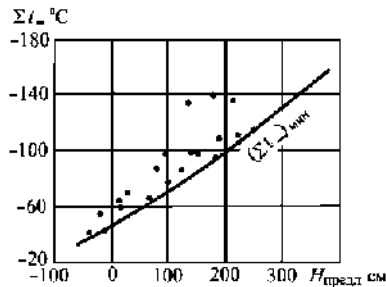
Сумма отрицательных температур воздуха $\sum_{T_{\text{л. лдст}}} t_{-}$ увеличивается при возрастании транспортирующей способности потока, препятствующей установлению ледостава. Показателем транспортирующей способности потока является его скорость ($v_{\text{предл}}$) или

уровень воды ($H_{\text{предл}}$) перед ледоставом или в день появления льда.

В связи с этим прогноз даты начала ледостава на однородном, в морфометрическом и гидравлическом отношении участке реки при отсутствии на нем крупных притоков можно осуществить с помощью зависимостей:

$$\sum_{T_{\text{л-лдст}}} t_{-} = f(v_{\text{предл}}) \text{ или } \sum_{T_{\text{л-лдст}}} t_{-} = f(H_{\text{предл}}).$$

На графиках связи проводится огибающая по нижнему краю поля точек:



Ледостав сохраняется, если отрицательная температура воздуха в день предполагаемого наступления ледостава будет ниже некоторого критического значения $t_{\text{кр}}$. Это значение устанавливается по зависимости

$$t_{\text{кр}} = f(H_{\text{предл}}),$$

построение которой выполняется следующим образом. По графику

$$\sum_{T_{\text{л-лдст}}} t_{-} = f(H_{\text{предл}}) \text{ определяется } \left(\sum_{T_{\text{л-лдст}}} t_{-} \right)_{\text{мин}} \text{ и устанавливается да-}$$

та накопления этой суммы для каждого года. Затем за каждый день, начиная с этой даты и до установления ледостава, выписываются значения температур воздуха. Эти температуры связываются с уровнем воды в день появления льда. На графике связи (рис. 12) точки, относящиеся к дням, когда ледостава не было, наносят одним услов-

ным обозначением, а точки, соответствующие дню наступления ледостава, отмечаются другим знаком, после этого проводят линию связи, разделяющую эти два поля точек.

Ниже этой линии располагаются точки с температурами, не достигающими критических значений, и отсутствием ледостава, выше линии – точки, соответствующие установлению ледостава с температурами ниже критической для данного уровня воды.

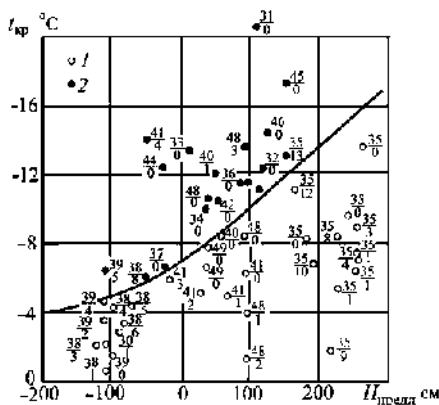


Рис. 12. Зависимость критической температуры воздуха $t_{кр}$ от уровня воды $H_{предл}$:

1 – температура ниже критической; 2 – температура выше критической. У точек в числителе – год, в знаменателе – порядковый номер дня, начиная со дня накопления

$$\sum_{T_{\text{л}} \text{ лдст}} t \text{ .}$$

Прогноз времени начала ледостава составляется в день появления льда и осуществляется следующим образом. По уровню $H_{\text{предл}}$ определяется минимальная сумма отрицательных температур воздуха, необходимая для установления ледостава $(\sum_{T_{\text{лдет}}} t_{-})_{\text{мин}}$. Используя

прогноз среднесуточных температур воздуха, устанавливается дата накопления этой суммы. Если температура воздуха данного дня по прогнозу выше критической, то расчет повторяется для следующего дня, пока значение температуры воздуха не будет равным или ниже $t_{кр}$. В этот день ожидается образование ледоставной перемычки.

Для равнинных рек разработаны следующие зависимости, позволяющие прогнозировать начало ледостава:

$$\sum_{T_{\text{л.л.ст}}} t_{-} = -10,3v^{1,22}b^{0,39},$$
$$t_{\text{кр}} = -0,65vb^{0,50},$$

где v – средняя скорость течения в сечении с наименьшей скоростью на участке, м/с; b – ширина реки в том же сечении, м.

Прогнозы толщины ледяного покрова

Интенсивность нарастания толщины ледяного покрова зависит от разности потоков тепла уходящего сквозь лед в атмосферу и приходящего снизу из воды:

$$dh_{\text{л}} / d\tau = S - S'. \quad (50)$$

где $dh_{\text{л}}/d\tau$ – интенсивность нарастания толщины ледяного покрова; S – теплоотдача с верхней поверхности льда в результате турбулентного обмена, испарения и излучения; S' – теплоприход к нижней поверхности льда от дна и от грунтовых вод за счет тепла солнечной радиации, а также за счет перехода механической энергии потока в тепловую.

Наибольшая интенсивность нарастания толщины льда наблюдается в первый месяц ледостава и составляет в среднем 1–2 см/сут. В последующие месяцы рост толщины льда постепенно замедляется и к концу зимы он обычно не превышает 0,1 см/сут.

Сложность решения уравнения (50) состоит в том, что потоки тепла зависят не только от условий теплообмена, но и от изменений самой толщины льда. Поэтому для решения задачи о нарастании толщины льда применяется ряд допущений. Рассматривается схема установившегося теплообмена, т. е. принимается постоянным градиент температуры в ледяном покрове. При стационарном процессе теплоток пропорционален теплопроводности льда и градиенту температуры в ледяном покрове.

Предложено рассчитывать нарастание толщины ледяного покрова непосредственно по дифференциальным уравнениям для условий наличия или отсутствия снега на льду. Дифференциальное уравнение, определяющее нарастание льда за промежуток времени $d\tau$ при стационарном режиме процесса и наличии снега на льду имеет вид

$$\rho_{\text{л}} L dh_{\text{л}} = \lambda_{\text{л}} \frac{-t_{\text{пл}}}{h_{\text{л}} + \frac{\lambda_{\text{л}}}{\lambda_{\text{с}}} h_{\text{с}}} d\tau, \quad (51)$$

где $\rho_{\text{л}}$ – плотность льда; L – теплота ледообразования; $h_{\text{л}}$ – толщина льда; $h_{\text{с}}$ – высота снега на льду; $\lambda_{\text{л}}$ и $\lambda_{\text{с}}$ – коэффициенты теплопроводности соответственно льда и снега; $t_{\text{пл}}$ – температура поверхности снега или льда.

В практике расчетов толщины льда широкое применение нашла формула, полученная интегрированием уравнения (51) при постоянной толщине слоя и плотности снега на льду в течение расчетного периода:

$$h_{\text{л}} = \sqrt{\left(h_{\text{н}} + \frac{\lambda_{\text{л}}}{\lambda_{\text{с}}}\right)^2 - \frac{2\lambda_{\text{л}}}{L\rho_{\text{л}}} (-t_{\text{пл}})\tau - h_{\text{с}} \frac{\lambda_{\text{л}}}{\lambda_{\text{с}}}}, \quad (52)$$

где $h_{\text{н}}$ – начальная толщина льда в момент образования ледяного покрова; τ – период от дня с начальной толщиной льда до дня, на который рассчитывается толщина льда; $t_{\text{пл}}$ – средняя температура поверхности льда или снега на льду, определяемая по связи с температурой воздуха $t_{\text{пл}} = at$.

Переходный коэффициент a от температуры воздуха на метеостанции к температуре снежно-ледяной поверхности в основном зависит от температуры воздуха и эквивалентной толщины льда.

Знаменатель выражения (51) представляет собой толщину льда, эквивалентную по теплопроводной способности толщине снежного и ледяного покрова $h_{\text{э}}$. Формула (52) используется при отсутствии снежного льда и скоплений шуги подо льдом.

При приближенных расчетах (прогнозах) нарастания толщины льда используются локальные эмпирические зависимости вида

$$h_{\text{л}} = k \left| \sum t_{-} \right|^n, \quad (53)$$

где $\sum t_{-}$ – сумма средних суточных отрицательных температур воздуха с момента появления плавучего льда до заданной даты; k и n – коэффициенты, косвенно отражающие влияние на нарастание льда средних значений высоты снега на ледяном покрове и притока тепла к его нижней поверхности.

В бассейнах со значительной вариацией высоты снежного покрова из года в год рекомендуется дополнительно учитывать высоту снежного покрова на льду. Значение коэффициента n близко к 0,5, а величина k уменьшается с увеличением толщины слоя снега на льду.

Расчет нарастания льда при наличии шуги и отсутствии снега на льду производится по формуле

$$h_{\text{л}} = 0,02(\sum t_{-})^{0,596}.$$

Приведенные формулы позволяют не только рассчитать толщину льда на водоеме, но и спрогнозировать ее с заблаговременностью до 5 суток. Это объясняется возможностями достаточно надежного прогноза температуры воздуха только на такой период. Значения скорости ветра, облачности и осадков заменяются средними многолетними. Плотность и высота снежного покрова на льду принимаются равными их значениям в день выпуска прогноза.

Прогнозы вскрытия рек

Весеннее потепление вызывает таяние снега в бассейне и поступление воды в русловую сеть. Одновременно тает снег и на ледяном покрове, который постепенно пропитывается скапливающейся водой. Уменьшение прочности тающего льда, его вспучивание вследствие подъема уровня воды приводит к отрыву ледяного покрова от берегов, появлению закраин, трещин. В местах с быстрым течением, где ледяной покров более тонкий, образуются участки с чистой водой – промоины. Продолжающийся подъем уровней и ослабление

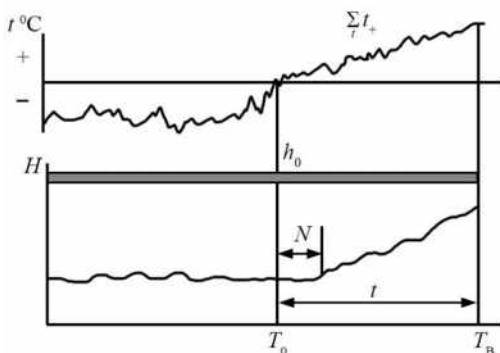
прочности ледяного покрова приводят к подвижке льда – перемещению ледяного поля вниз по течению.

Рассмотренный процесс вскрытия рек показывает влияние на него двух факторов: теплового и механического.

Для рек, текущих с севера на юг, основным фактором является тепловой, половодье наблюдается после вскрытия. На реках, текущих с юга на север основную роль имеет механический фактор, так как резкое увеличение расходов воды приводит к разрушению льда, несмотря на его еще значительную прочность.

Методы краткосрочных прогнозов вскрытия рек также можно подразделить на упрощенные (эмпирические) и детальные.

При изложении эмпирических методов рассматривается схема:



где T_0 – дата устойчивого перехода среднесуточной температуры воздуха от отрицательных к положительным значениям; T_B – дата вскрытия или начала ледохода; h_0 – толщина льда на дату T_0 ; $\sum_t t_+$ – сумма средних суточных положительных температур воздуха за период (t) от T_0 до T_B ; N – период от даты T_0 до начала интенсивного подъема уровня воды.

Продолжительность периода от T_0 до T_B зависит от прочности и толщины льда в момент T_0 и от интенсивности притока тепла за этот период (D_t), т. е. $t = f(h_0, D_t)$.

Приведем пример эмпирических зависимостей, которые используются для прогноза вскрытия рек.

а) Для рек без оттепелей в зимний период:

$h_0 = f(\sum t_-)$, где $\sum t_-$ – сумма средних суточных отрицательных температур воздуха за зиму.

б) При наличии оттепелей:

$h_0 = f(\sum_{\text{отт}} t_-; \sum_{\text{отт}} t_+)$, где $\sum_{\text{отт}} t_+$ – сумма средних суточных положительных температур воздуха за период оттепели.

Интенсивность притока тепла D_t характеризуется суммой средне-суточных положительных температур воздуха за период t :
 $D_t = f(\sum_t t_+)$

в) Для рек с механическим фактором:

$D_t = f(\sum_t t_+, N)$ или $D_t = f(\sum_t t_+, \Delta H)$, где ΔH – приращение уровня воды за период от начала подъема уровня до вскрытия реки.

Объединяя зависимости, можно получить обобщенный их вид:

$t = f(\sum_{\text{отт}} t_-; \sum_t t_+; \sum_t t_+)$, учитывая $t = T_{\text{в}} - T_0$, получаем

$$T_{\text{в}} = f(\sum_{\text{отт}} t_-; \sum_t t_+; \sum_t t_+; T_0).$$

Сумма средних суточных положительных температур воздуха, необходимая для вскрытия будет:

$$\sum_t t_+ = f(\sum_{\text{отт}} t_-; \sum_t t_+; T_0).$$

По прогнозу температуры воздуха определяется дата, к которой накопится необходимая для вскрытия реки сумма тепла. Эта дата и принимается за дату вскрытия реки.

При использовании прогноза температуры воздуха заблаговременность прогноза вскрытия может составить 7–8 дней.

Другой подход в прогнозе вскрытия рек основан на методах, оценивающих прочность тающего ледяного покрова. Разрушение ледяного покрова рек происходит, с одной стороны, вследствие потери прочности ледяного покрова и уменьшения его толщины, а с другой стороны – под воздействием подъема уровня воды и увеличения скорости течения. Условие начала разрушения ледяного покрова выражается следующим неравенством:

$$\sigma h \leq f(\Delta H, H),$$

где σh – прочность ледяного покрова, равная произведению относительного разрушающего напряжения тающего льда на изгиб на толщину льда; H – уровень воды перед началом таяния льда; ΔH – подъем воды в момент вскрытия над уровнем воды в начале таяния льда.

Прогнозы максимальных заторных уровней воды

Единая методика прогнозирования максимальных заторных уровней не разработана. Используются, как правило, физико-статистические зависимости, учитывающие условия, особенности формирования и основные факторы заторообразования. Прогнозы выпускаются на участках рек, где они отмечаются ежегодно.

В основе большинства способов краткосрочного прогноза максимального уровня $H_{зтр}$ положена зависимость:

$$H_{зтр} = f(Q_{кр}), \quad (54)$$

в которой $Q_{кр}$ – расход воды при вскрытии у перемещающейся кромки ледяного покрова – характеристика усилий развиваемых потоком, приводящих к активному торошению, взламыванию ледяного покрова и формированию заторных скоплений.

Например, для р. Селенги у рзд. Мостового прогностическая зависимость имеет вид

$$H_{зтр} = 279 + 1,63 H_{лс} + 0,60 H_{Q_{кр}},$$

где $H_{Q_{кр}}$ – уровень у рзд. Мостового определяется по связи его с расходом воды $Q_{кр}$ у с. Ново-Селенгинска, расположенного в 146 км выше по течению; $H_{лс}$ – уровень воды в начальный период установления ледостава, характеризующий не только водность реки зимой период, но косвенно и мощность зажора, у верхней границы которого формируется затор.

Метод соответственных объемов

Основы метода предложил Г.П. Калинин для прогноза средних расходов воды Q_{cp} за определенный период на сравнительно крупных реках с использованием в основном гидрометрической информации.

Рассматривается бесприточный участок реки, ограниченный двумя створами, время добегания между которыми τ .

Объем воды W на участке в момент времени t :

$$W_t = \frac{Q_{в,t} + Q_{н,t}}{2} \tau. \quad (55)$$

Этот объем воды пройдет через нижний створ за время от t до $t+\tau$, т. е. $\sum_t^{t+\tau} Q_n = W_t \Rightarrow \bar{Q}_{н,t+\tau} = f(W_t)$.

Такое возможно если:

- приток $q = 0$ или $q \rightarrow 0$ за время τ ;
- небольшой участок со временем руслового добегания в пределах 2–5 суток.

Объем воды во всей русловой сети равен сумме объемов воды на отдельных участках:

$$W = W_1 + W_2 + \dots + W_n = \sum_1^n W_i.$$

Способы определения объема воды в русловой сети

1. Гидрологический способ.

- На приточном участке:

$$W_t = \frac{Q_{н,t} + \sum Q_{в,t}}{2} \cdot \tau_{cp}, \quad (56)$$

где $\sum Q_{в,t}$ – сумма расходов воды в верхних створах участка; $\tau_{ср}$ – среднее время руслового добегания на участке $\tau_{ср} = (\sum_1^m \tau_i) / m$ (m –

число верхних створов). Или $\tau_{ср} = \frac{\sum_1^m \bar{Q}_k \cdot \tau_k}{\sum_1^m \bar{Q}_k} \approx \frac{\sum_1^m \tau_k \cdot F_k}{\sum_1^m F}$, где $\bar{Q}_k$ –

среднемноголетний расход в верхнем k -ом створе участка; τ_k – русловое время добегания от k -ого верхнего створа участка до нижнего; F_k – площадь бассейна в верхнем k -ом створе участка.

– На бесприточном участке:

$$W_t = \frac{Q_{н,t} + Q_{в,t}}{2} \tau. \quad (57)$$

– Если участок ограничен одним створом:

$$W_t = \frac{Q_{н,t}}{2} \tau. \quad (58)$$

При выражении расхода воды Q в $[м^3/с]$, времени добегания τ в $[сут]$, объема воды W в $[м^3]$ формула имеет вид:

$$W_t = 86400 \cdot \bar{Q}_t \tau.$$

2. Морфометрический способ.

Объем воды на участке реки может быть определен по формуле:

$$W = \bar{\omega} \cdot L \Rightarrow W = \frac{\omega_{н} + \omega_{в}}{2} L, \quad (59)$$

где $\bar{\omega}$ – средняя площадь живого сечения потока на участке; L – длина участка.

Площади водного сечения устанавливаются для конкретных уровней воды по зависимости $W = f(H)$.

Если несколько притоков, то используется формула:

$$W = \frac{\sum \omega_{\text{в}} + \omega_{\text{н}}}{2} L .$$

При наличии крупномасштабных карт при различных уровнях воды можно связать объем воды с площадями водной поверхности:

$$S = f\left(\frac{H_{\text{в}} + H_{\text{н}}}{2}\right) ,$$

и объем воды над начальным уровнем H_0 равен

$$W_{\text{н}} = \int_{H_0}^H S dH ,$$

где S – площадь участка водной поверхности на участке. Для каждого участка строится кривая объема $W = f(H)$.

Применение этого метода ограничено наличием морфометрических данных.

3. Воднобалансовый способ.

Для определения объема воды в русловой сети используется уравнение водного баланса бесприточного или приточного участка реки

$$\Delta W = (\overline{Q_{\text{в}}} - \overline{Q_{\text{н}}}) \cdot \Delta t \text{ или } \Delta W = \Sigma(\overline{Q_{\text{в}}} - \overline{Q_{\text{н}}}) \cdot \Delta t , \quad (60)$$

где ΔW – приращение объема воды на участке за время Δt .

Суммируя изменения объемов воды за некоторый период времени, получают объем русловых запасов W над некоторым начальным объемом. Строят зависимости $W = f(Q_{\text{ср}})$ за характерные годы.

Рассмотренные способы дают возможность определить объем воды только в той части бассейна, которая освещена пунктами гидро-

метрических наблюдений. Объем воды в мелкой русловой сети не учитывается.

Определение полных русловых запасов воды

Для определения полных русловых запасов предлагается разделять крупную и отдельно среднюю и мелкую русловую сеть бассейна.

Определение объема воды в крупной русловой сети

Объем воды на участке определяется по зависимости:

$$W = \tau Q_{\text{ср}} = \frac{L}{v \cdot 10^3} Q_{\text{ср}}, \quad (61)$$

где средняя скорость течения вычисляется по формуле:

$$v = a \cdot Q_{\text{ср}}^{0,25} \cdot i^{0,38},$$

где a – параметр, определяемый в зависимости от отношения средней ширины реки в половодье к средней ширине в межень или от отношения средней ширины реки к средней максимальной глубине на участке при данном расходе; i – средний уклон водной поверхности на участке в межень, ‰.

На бесприточном участке средний расход воды при наличии створов на концах участка определяется по выражению $Q_{\text{ср}} = \frac{Q_{\text{в}} + Q_{\text{н}}}{2}$, а при наличии одного створа в пределах участка – по формуле $Q_{\text{ср}} = kQ$, где k – отношение площади водосбора в середине участка к площади водосбора в створе наблюдений.

Средний расход воды для приточного участка определяется как средневзвешенный в зависимости от типа боковой приточности – рассредоточенного или сосредоточенного

$$Q_{\text{ср.взв.}} = rQ_{\text{в}} + (1-r)Q_{\text{н}}, \quad (62)$$

где коэффициенты r и $1-r$ выражают удельное влияние расходов воды в верхнем и нижнем створах.

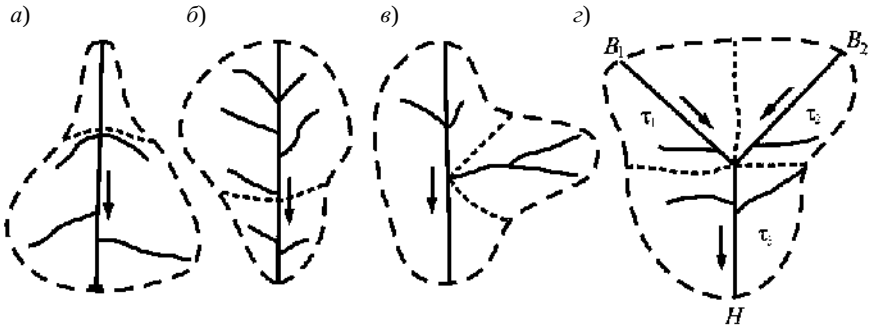


Рис. 13. Схема приточных участков рек.

В случае рассредоточенного бокового притока при нарастании площади бассейна большей частью в нижней половине участка (рис. 13, а) расход вычисляется по выражению (62), коэффициент r :

$$r = \frac{1}{2} \left[\frac{L_1}{L} + \left(1 - \frac{F_1}{F} \right) \right], \quad (62)$$

где L_1 и F_1 — длина и площадь водосбора верхнего подучастка соответственно, L и F — то же для всего участка.

Из выражения (63) видно, что на приточном участке реки, в отличие от бесприточного, влияние нижнего створа может быть не только больше, чем верхнего створа, но и меньше. Так, при преимущественном увеличении расхода воды в нижней половине участка коэффициент при Q_b больше, чем при Q_n , и наоборот, при нарастании площади бассейна, в основном в верхней части участка (рис. 13, б) коэффициент r меньше при Q_b .

Если на долю впадающей на участке одной реки приходится более половины притока (рис. 13, в), коэффициент рассчитывается по формуле

$$r = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{L_1}{L} \right) \frac{Q'_6}{Q_6}, \quad (64)$$

где Q_6 и Q'_6 – общий и сосредоточенный расход бокового притока на участке (рис. 14).

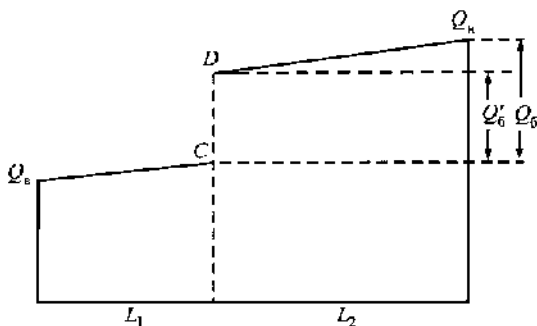


Рис. 14. Изменения расходов воды на участке реки при сосредоточенном боковом потоке.

В случае слияния рек примерно одного размера (рис. 13, з) при определении средневзвешенного расхода учитывается время добегания на отдельных подучастках и площади их бассейнов. Уже в окончательном виде формула для вычисления объема воды на участке имеет вид

$$W = (\tau_1 + \tau_3)Q_{в1} + (\tau_2 + \tau_3)Q_{в2} + b(Q_n - Q_{в1} - Q_{в2}), \quad (65)$$

где

$$b = \frac{\tau_3}{2} + \frac{1}{2} \left[(\tau_1 + \tau_2) \frac{F_1}{F} + (\tau_2 + \tau_3) \frac{F_2}{F} \right].$$

Здесь τ_1, τ_2, τ_3 – время добегания на подучастках; F – общая площадь частного бассейна; F_1 и F_2 – площади бассейнов двух верхних подучастков.

Определение объема воды в средней и мелкой русловой сети

В средней и мелкой русловой сети объем воды (10^6 м^3) определяется по формуле:

$$W = A \frac{M_{\text{ср}}}{v_{\text{ср}}}, \quad (66)$$

где $M_{\text{ср}}$ – средний арифметический или средневзвешенный модуль

$$\text{стока } M_{\text{ср}} = \frac{1}{n}(M_1 + M_2 + \dots + M_n) \text{ или } M_{\text{ср}} = \frac{1}{n}\left(\frac{Q_1}{F_1} + \frac{Q_2}{F_2} + \dots + \frac{Q_n}{F_n}\right);$$

$v_{\text{ср}}$ – средняя скорость; A – параметр, вычисляемый по выражению

$$A = \frac{1}{100}\left(\frac{n_0 F_0}{2} + n_{10} F_{10} + \dots + n_{90} F_{90} + \frac{n_{100} F_{100}}{2}\right), \quad (67)$$

где n – общее число русел в системе; F_0 – задается (например, лесная зона $F_0 = 0,05 \text{ км}^2$, степная зона $F_0 = 0,01 \text{ км}^2$); n_i – число створов равноудаленных от истоков рек на 10, 20, ..., 100 км; F_i – средняя из площадей водосборов в каждом из створов, равноудаленных от истоков.

Среднюю скорость можно определить по выражению:

$$v_{\text{ср}} = 0,75 \alpha_{\text{ср}} Q_{\text{пвх}} i_{\text{ср.взв.}}^{0,38},$$

где $\alpha_{\text{ср}}$ – гидравлический параметр, определяемый по таблице в зависимости от морфометрических характеристик реки; $Q_{\text{пвх}}$ – средний многолетний максимальный расход воды; $i_{\text{ср.взв.}}$ – средневзвешенный уклон реки от истока до пункта наблюдений, ‰.

Параметр A для рек равнинных районов площадью $\geq 25 \text{ 000 км}^2$ можно приближенно установить по формуле

$$A = C F + D, \quad (68)$$

где C и D – параметры, определяемые в зависимости от природной зоны и диапазона средней и мелкой русловой сети; F – общая площадь, соответствующая средней и мелкой русловой сети.

Следует отметить, что объем воды, вычисленный на основе модели строения речной сети, по существу представляет собой индекс русловых запасов. Необходимо определить коэффициент перехода от этого индекса к запасам воды в русловой сети, установленным по уравнению водного баланса.

Вопросами расчета объема воды в русловой сети занимались такие основоположники гидрологических прогнозов как Р.А. Нежиховский, Ю.В. Горбунов, Н.А. Ржаницын, Л.М. Марголин, В.М. Смирнов.

Способы прогноза по данным об объеме воды в русловой сети бассейна

По данным об объеме воды в русловой сети бассейна чаще всего прогнозируют средний расход за определенный интервал времени по зависимости вида:

$$\bar{Q}_{t+\tau} = f(W_t).$$

Заблаговременность прогноза соответствует времени добегания с части речного бассейна, ограниченного изохроной τ . Метод соответственных объемов позволяет прогнозировать средние декадные, средние месячные расходы воды на средних и крупных реках, время добегания на которых не менее 10 суток. Метод применим в летне-осенний и зимний сезоны в условиях незначительного притока воды в период действия прогноза.

Для прогноза максимума половодья используется зависимость:

$$Q_{t+\tau}^{\max} = f(W_t).$$

Дата выпуска прогноза – дата наступления максимума половодья на одной из малых рек. Заблаговременность прогноза равна средней продолжительности сдвига между максимумом малой и большой реки. С целью предсказания времени наступления пика половодья можно использовать связи вида:

$$\Delta\tau = f(W_t),$$

где $\Delta\tau$ – разность между датами пика половодья в створе большей реки и на малой реке (реках).

Сверхдолгосрочные прогнозы гидрологического режима

Дополнительная лекция.

Для эффективного использования водных ресурсов необходимо иметь четкое представление о тех изменениях в гидрологическом режиме, которые могут произойти в будущем. При этом гидрологический режим претерпевает изменения как под воздействием естественных колебаний климата, так и под воздействием антропогенных факторов. В последнее время роль последних сильно возросла. Под действием антропогенных факторов могут изменяться не только численные значения характеристик водного объекта, но и его свойства. Изменение климатической ситуации на водосборе, выражающееся в изменении температурного режима и режима увлажнения, может повлечь за собой некоторое смещение природных зон. Подобная ситуация несомненно приведет к изменению физико-географических характеристик водосборов. В связи с этим прогнозирование элементов гидрологического режима приобретает важное значение.

Такую задачу можно сформулировать в виде следующей схемы:

Антропогенное изменение климата $\Rightarrow$ изменение гидрологической ситуации $\Rightarrow$ отрасли экономики.

Необходимо на основании представленной климатологами информации (сценарии изменения климата) дать прогноз гидрологической ситуации и оценить последствия изменения гидрологического режима для различных отраслей экономики.

Существует несколько подходов к решению этой задачи:

- метод аналогии;
- метод, основанный на уравнении водного баланса – рассматривается изменение элементов водного баланса и по ним определяется сток;
- метод математического моделирования.

Прогноз климатических изменений

Основной причиной антропогенного изменения климата является парниковый эффект.

Его причинами являются: 1) увеличение концентрации CO_2 (в результате сжигания топлива); 2) увеличение малых примесей (сжигание газов CH_4 , N_2O , O_3).

Рядом исследователей замечено, что парниковый эффект (температура приземного воздуха) должен зависеть от содержания CO_2 приблизительно логарифмически. Т. е. последовательное удвоение CO_2 должно давать примерно одинаковое увеличение температуры.

Важной характеристикой климата является его чувствительность, т. е. способность климатической системы закономерным способом реагировать на внешние воздействия.

Существует три способа прогноза изменения климата

- по данным натурных наблюдений (эмпирические методы);
- по моделям циркуляции атмосферы и океана МЦАО (рассматривается нижний слой атмосферы и верхний океана);
- комбинированные методы.

Оценка гидрологических последствий изменения климата

Сток является случайным процессом. А раз так, то для каждого сечения можно подобрать кривую обеспеченности или кривую плотности вероятности.

Но рабочий сценарии изменения климата предполагают равновесную ситуацию. Т. е. климатологи дают сценарии на стационарный режим.

И поэтому нам достаточно построить кривые плотности вероятности для двух периодов, соответствующих текущему и прогнозируемому режиму (а не серию как для непрерывного процесса).

В качестве динамической модели используется модель склонового стока с сосредоточенными параметрами:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{k\tau}Q + \frac{\dot{X}}{\tau}. \quad (69)$$

Так как сток является марковским случайным процессом, то эволюция плотности вероятности можно описать дифференциальным уравнением ФПК:

$$\frac{\partial p(Q, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q}[Ap] + 0,5 \frac{\partial^2}{\partial Q^2}[Bp]. \quad (70)$$

Так как сток случайный, но установившийся процесс, принимаем $\partial p / \partial t = 0$ и приходим к уравнению Пирсона:

$$\frac{dp}{dQ} = \frac{Q - a}{b_0 - b_1 Q + b_2 Q^2} p, \quad (71)$$

где a , b_0 , b_1 , b_2 – формальные параметры уравнения, определяемые физико-статистическими параметрами $G_{\tilde{c}}$, $G_{\tilde{N}}$, $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$.

Для описания кривой плотности вероятности необходимо задать бесконечно множество моментов, но из-за коротких рядов наблюдений ограничиваются тремя.

Система уравнений для моментов выглядит следующим образом:

$$nb_0\alpha_{n-1} + [(n+1)b_1 - a]\alpha_n + [b_2(n+2) + 1]\alpha_{n+1} = 0, \quad (72)$$

где n – номер момента; α_n – начальный момент распределения;
 $a = (G_{\tilde{c}\tilde{N}} + 2N)/(2\sigma + G_{\tilde{c}})$, $b_0 = -G_{\tilde{N}}/(2\sigma + G_{\tilde{c}})$, $b_1 = 2G_{\tilde{c}\tilde{N}}/(2\sigma + G_{\tilde{c}})$,
 $b_2 = -G_{\tilde{c}}/(2\sigma + G_{\tilde{c}})$.

Схема использования уравнения ФПК для прогноза сводится к следующему:

1) Исходные данные:

– q , C_v , C_s – из карт СНИПа – т. е. характеристики, описывающие текущий гидрологический режим;

– N , T – т. е. характеристики текущего климата.

2) Идентификация модели:

– сначала находим формальные параметры a , b_0 , b_1 , b_2 ;

– затем находим параметры модели $G_{\tilde{c}}$, $G_{\tilde{N}}$, $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ и $\bar{c}$.

3) Задаваясь прогнозными значениями изменения осадков ΔN , определяем $N_{пр}$. Определяем параметры модели в новой ситуации $\bar{c} = \bar{c}_{пр}$ или $\bar{c} \neq \bar{c}_{пр} = f(N, T)$.

$G_{\tilde{c}}$, $G_{\tilde{N}}$, $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ – оставляем прежними.

Затем определяем a^{np} , b_0^{np} , b_1^{np} , b_2^{np} .

4) Рассчитываем моменты, а по ним определяем новые значения основных статистических характеристик (q , Cv , Cs).

5) Строим прогнозные карты при новых параметрах кривых распределения.

Список литературы

1. Аполлов Б. А., Калинин Г. П., Комаров В. Д. Курс гидрологических прогнозов. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 419 с.
2. Бёфани Н. Ф., Калинин Г. П. Упражнения и методические разработки по гидрологическим прогнозам. – Л.: Гидрометеиздат, 1983. – 391 с.
3. Виноградов Ю. Б., Виноградова Т. А. Математическое моделирование в гидрологии. – М.: Академия, 2010. – 298 с.
4. Гайдукова Е.В., Диавара Х. Долгосрочная оценка вероятностных распределений многолетнего годового испарения при изменении климата на примере Африканского континента. – СПб.: изд. РГГМУ, 2016. – 111 с.
5. Георгиевский Ю. М. Краткосрочные гидрологические прогнозы. – Л.: ЛПИ, 1982 (ЛГМИ). – 100 с.
6. Георгиевский Ю.М., Шаночкин С.В. Гидрологические прогнозы. – СПб.: изд. РГМУ, 2007. – 436 с.
7. Коваленко В.В., Викторова Н.В. Гайдукова Е.В., Громова М.Н., Хаустов В.А., Шевнина Е.В. Методические рекомендации по оценке обеспеченных расходов проектируемых гидротехнических сооружений при неустановившемся климате. – СПб.: изд-во РГГМУ, 2010. – 51 с.
8. Руководство по гидрологическим прогнозам, вып. 1 – 3. – М. – Л.: Гидрометеиздат, 1989.
9. Руководство по гидрологической практике (ВМО-№ 168), Том II – Управление водными ресурсами и практика применения гидрологических методов, 2012 – 324 с.

Содержание

	Стр.
Введение.....	3
Общие сведения о гидрологических прогнозах.....	4
Оценка методики и оправдываемости гидрологических прогнозов.....	10
Методы тенденции.....	22
Прогноз руслового стока.....	30
Методы прогноза руслового стока при неустановившемся движении.....	40
Методы, основанные на интеграле Дюамеля.....	47
Прогноз боковой приточности.....	50
Прогноз дождевого стока по данным об осадках и притоке воды в русловую сеть.....	57
Краткосрочные прогнозы ледовых явлений на реках.....	65
Метод соответственных объемов.....	77
Сверхдолгосрочные прогнозы гидрологического режима.....	86
Список литературы.....	90

Учебное издание

Гайдукова Екатерина Владимировна
Викторова Наталья Владимировна

Гидрологические прогнозы

Конспект лекций

Печатается в авторской редакции.

Компьютерный набор: Ведерникова Е.Ю., Дерюгин С.Д.

Подписано в печать 20.09.2021 Формат 60×90 1/16. Гарнитура Times New Roman.

Печать цифровая. Усл. печ. л. 5,75. Тираж 20 экз. Заказ № 1143.

РГГМУ, 192007, Санкт-Петербург, Воронежская ул., д. 79.
