

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Блаженов А.В., Бровкина Е.А., Матвеев Ю.Л.,
Никитенко В.Г., Петрова В.В., Ржонсницкая Ю.Б.

МАТЕМАТИКА

В ПОМОЩЬ СТУДЕНТУ-ЗАОЧНИКУ

Учебно-методическое пособие

Направления подготовки

05.03.05 – Прикладная гидрометеорология

05.03.04 – Гидрометеорология

05.03.06 – Экология и природопользование

38.03.02 – Менеджмент

38.03.01 – Экономика

Квалификация (степень) – Бакалавр

Курс I, II

РГГМУ
Санкт-Петербург
2019

УДК 519.62
ББК 22.193
Б68

Ответственный редактор: Ю.Л. Матвеев, д-р. физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой Высшей математики и теоретической механики РГТМУ

Утверждено на заседании кафедры Высшей математики и теоретической механики. Протокол № 9 от 18.04.19.

Рекомендовано к печати учебно-методической комиссией Института информационных систем и геотехнологий. Протокол № 10 от 15.05.19.

Блаженов А.В., Бровкина Е.А., Матвеев Ю.Л., Никитенко В.Г., Петрова В.В., Ржонсницкая Ю.Б.

Б68 Математика в помощь студенту заочнику: учебно-методическое пособие. – СПб.: РГТМУ, 2019. – 94 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для самостоятельной подготовки и выполнения контрольных работ по дисциплине “Математика” студентов I и II курсов заочного отделения, обучающихся по специальностям “Прикладная гидрометеорология”, “Гидрометеорология”, “Экология и природопользование”, “Менеджмент организации”, “Экономика”.

УДК 519.62
ББК 22.193

© Блаженов А.В., 2019
© Бровкина Е.А., 2019
© Матвеев Ю.Л., 2019
© Никитенко В.Г., 2019
© Петрова В.В., 2019
© Ржонсницкая Ю.Б., 2019
© Российский государственный гидрометеорологический университет (РГТМУ), 2019

Предисловие

Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но и элементом общей культуры, поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки студента.

Изучение математики в РГГМУ базируется на знаниях, полученных в средней школе, и является основой для изучения общепрофессиональных и специальных дисциплин по направлениям бакалавриата «Прикладная гидрометеорология», «Гидрометеорология», «Экология и природопользование», «Экономика», «Менеджмент» и др.

Целью математического образования является:

- воспитание достаточно высокой математической культуры;
- привитие навыков современных видов математического мышления;
- привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

Менеджер (управленец) в области математики должен

- иметь представление:
 - о месте и роли математики в современном мире, мировой культуре и истории;
 - о математическом мышлении, индукции и дедукции в математике, принципах математических рассуждений и математических доказательств;
 - о логических, топологических и алгебраических структурах на множестве;
 - о неевклидовых геометрических системах;
 - об основных понятиях дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики;
 - о математическом моделировании;
 - об информации, методах ее хранения, обработки и передачи;
 - о проблемах искусственного интеллекта, способах представления знаний и манипулирования ими (об инженерии знания);
 - о роли математики и информатики в гуманитарных исследованиях;

- знать и уметь использовать:
 - основы математического анализа;
 - основы алгебры, геометрии и дискретной математики;
 - основы теории дифференциальных уравнений и численных методов;
 - основы теории вероятностей и математической статистики.

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя:

- ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке;
- выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и мировой культуре;
- умение логически мыслить;
- оперировать с абстрактными объектами;
- быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Формы контроля:

- контрольные работы, семинары;
- лабораторные и типовые расчеты;
- экзамен.

Воспитание математической культуры одновременно способствует развитию таких необходимых современному специалисту качеств, как правильный выбор цели, тщательному анализу средств и методов достижения решения поставленной задачи, а также расширяет общий и научный кругозор.

Содержание разделов и тем

Введение

Становление современной математики. Оценка роли и места математики и математических методов в решении интеллектуальных задач из различных сфер человеческой деятельности. Основные этапы становления современной математики и ее структура.

Основные математические понятия и обозначения. Множества, числа, фигуры и образы. Отношения и отображения. Аксиоматический подход. Математические доказательства. Метод математической индукции.

Роль математики в экономических, социальных, экологических и гуманитарных исследованиях.

Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Тема 1.1. Элементарная и векторная алгебра

Матрицы. Действия с ними. Квадратная матрица. Обратная и присоединенная матрицы. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. След матрицы.

Определители. Определители второго и третьего порядков, их свойства. Минор и алгебраическое дополнение. Определители n -го порядка. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу).

Системы двух и трех линейных уравнений. Матричная запись m линейных уравнений. Формула Крамера. Метод Гаусса решения систем m линейных уравнений с n неизвестными. Однородная система n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными.

Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Декартова прямоугольная система координат. Координаты вектора и точки. Задачи о координатах, длине, направляющих косинуса вектора, расстояния между двумя точками.

Полярная система координат, связь с декартовой прямоугольной системой координат на плоскости. Скалярное произведение векторов. Векторное смешанное произведение векторов, их свойства. N -мерные векторы и векторные пространства.

Линейные операторы, их собственные векторы и собственные значения.

Тема 1.2. Аналитическая геометрия

Аналитическая геометрия на плоскости. Уравнение линий на плоскости. Классификация линий. Параметрические уравнения линий. Основные задачи с прямой. Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.

Аналитическая геометрия в пространстве. Понятие об уравнениях поверхности и линии. Классификация поверхностей. Различные формы уравнения плоскости. Различные уравнения прямой в пространстве. Поверхности второго порядка. Исследование формы поверхности методом сечения.

Раздел 2. Математический анализ

Элементы математической логики. Высказывания, логические связи, кванторы. Элементы алгебры взаимодействий. Необходимые и достаточные условия.

Множества. Элементы алгебры множеств. Классификация числовых множеств. Множество вещественных чисел. Функция. Основные свойства функций. Сложная и обратная функции. Классификация функций. Элементарные функции.

Тема 2.1. Основы теории пределов и непрерывность

Предел. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Предел функции в точке и в бесконечности. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва функции.

Тема 2.2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Производная. Определение производной, ее геометрический и экономический смысл. Правила нахождения производной и дифференциала. Производная сложной и обратной функций. Вычисление производных основных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функции и ее дифференцирование.

Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Коши, Лагранжа. Правило Лопитала. Формула Тейлора и ее приложения.

Приложения дифференциального исчисления для исследования функций одной переменной и построения их графиков.

Условия монотонности функции. Экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значения функции на замкнутом промежутке. Выпуклость функции. Точки перегиба. Асимптоты функции. Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Приложения производной в экономической теории.

Тема 2.3. Интегральное исчисление функций одной переменной

Неопределенный интеграл. Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. Основные методы интегрирования.

Определенный интеграл. Определение определенного интеграла, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла. Методы приближенного вычисления определенного интеграла.

Тема 2.4. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных

Предел и непрерывность функций. Частные приращения. Частные производные и их геометрический смысл. Полный дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости функций. Достаточное условие дифференцируемости функций. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 2.5. Числовые и функциональные ряды

Основные понятия о числовых рядах. Знакопеременные и знакопостоянные ряды. Операции над рядами. Бесконечные ряды функций (основное понятие). Сходимость и область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов.

Степенные ряды. Сходимость и область сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость. Разложение функций в степенные ряды. Ряды многочленов.

Тригонометрические ряды. Коэффициенты Фурье. Приближение в среднем. Сходимость рядов Фурье. Приближенные вычисления.

Тема 2.6. Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения. Элементы качественного анализа дифференциальных уравнений первого порядка. Примеры использования дифференциальных уравнений в экономике. Уравнения второго

порядка, допускающие понижение порядка. Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных.

Тема 2.7. Приближенные вычисления

Приближенные значения величин; погрешности; простейшие действия над величинами. Приближенное вычисление значений функции с помощью формулы Тейлора. Приближенное решение уравнений по методу проб, деления отрезка пополам. Метод Ньютона, метод итераций. Интерполирование функций. Приближенное решение дифференциальных уравнений. Метод Рунге–Кутты. Приближенные вычисления в экономических исследованиях.

Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика

Тема 3.1. Теория вероятностей

Основные понятия теории вероятностей. Испытание и событие. Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Основные формулы комбинаторики. Непосредственное вычисление вероятностей. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Статистическая вероятность. Геометрическая вероятность.

Теорема сложения вероятностей. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Полная группа событий. Противоположные события.

Теорема умножения вероятностей. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного события.

Следствия теорем сложения и умножения. Теорема сложения вероятностей совместных событий. Формула полной вероятности. Вероятность гипотез. Формулы Байеса.

Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

Виды случайных величин. Задание дискретной случайной величины. Случайная величина. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной

случайной величины. Биномиальное и пуассоновское распределение вероятностей.

Моменты дискретной случайной величины. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях.

Дисперсия дискретной случайной величины. Формула для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии. Дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях. Среднее квадратическое отклонение. Начальные и центральные теоретические моменты.

Случайные непрерывные величины. Функция распределения, плотность распределения, их свойства и связь. Моменты функций распределения. Закон равномерного распределения вероятностей.

Нормальное распределение. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Нормальное распределение. Нормальная кривая. Влияние параметров нормального распределения на форму нормальной кривой. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Правило трех сигм.

Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Понятие о теореме Ляпунова. Формулировка центральной предельной теоремы.

Оценка отклонения теоретического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс. Функция одного случайного аргумента и её распределение. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.

Система двух случайных величин. Понятие системы двух случайных величин. Зависимые и независимые случайные величины. Математическое ожидание и дисперсия составляющих. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Коррелированность и зависимость случайных величин. Линейная регрессия. Нормальная корреляция.

Тема 3.2. Математическая статистика

Математическая статистика. Выборочный метод. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочные совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.

Статистические оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Генеральное среднее. Выборочное среднее. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Генеральная дисперсия. Выборочная дисперсия. Формула для вычисления дисперсии. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном σ . Интервальные оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения σ нормально распределенной генеральной совокупности. Критериальные распределения (хи-квадрат, t-, F-распределения). Оценка истинного значения измеряемой величины. Оценка точности измерений. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения. Метод наибольшего правдоподобия.

Элементы теории корреляции. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Условные средние. Выборочные уравнения регрессии. Выборочный коэффициент корреляции. Методика вычисления выборочного коэффициента корреляции. Пример на отыскание выборочного уравнения прямой линии регрессии.

Статистическая проверка статистических гипотез. Типы статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки. Выбор критической области. Мощность критерия. Проверка гипотез относительно средней. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней нормальной совокупности. Связь между двусторонней критической областью и доверительным интервалом. Определение минимального объема выборки при сравнении выборочной и гипотетической генеральной средних.

Регрессия и корреляция. Причинная связь, понятия регрессии и корреляции. Задачи корреляционного и регрессионного анализа. Регрессионная зависимость случайных величин. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона. Методы построения регрессионных зависимостей. Линейное и криволинейное выравнивание.

Список литературы

Основная:

1. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2002.
2. *Кремер Н.Ш.* Высшая математика для экономистов. – М.: ЮНИТИ, 2010.
3. *Шипачев В.С.* Основы высшей математики. – М.: Высшая школа, 2005.

Дополнительная:

1. *Баврин И.И.* Курс высшей математики. – М.: Академия, 2004.
2. *Вержбицкий В.М.* Численные методы. – М.: Высшая школа, 1999.
3. *Гмурман В.Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 2001.
4. *Данко П.Е, Попов А.Г., Кожевникова Т.Я.* Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. – М.: Высшая школа, 1999.
5. *Кремер Н.Ш.* Практикум по высшей математике для экономистов. – М.: ЮНИТИ, 2002.

Рекомендации

по выполнению контрольных работ

Каждая контрольная работа должна быть сделана в отдельной тетради, на обложке которой студенту следует разборчиво написать свою фамилию, инициалы и адрес, номер контрольной работы, название дисциплины и дату отправки работы в университет.

Номер варианта контрольной работы должен совпадать с последней цифрой номера зачетной книжки. Условие задачи должно быть полностью переписано перед ее решением.

Решения задач следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные от основных. Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно и в соответствии с заданными условиями задачи.

Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, требуемого условием, и, по возможности, в общем виде с выводом

формулы. Затем в полученную формулу подставляют числовые значения (если они даны).

В прорецензированной зачетной работе студент должен исправить отмеченные рецензентом ошибки и учесть его рекомендации и советы. Если же работа не зачтена, то студент выполняет ее еще раз и отправляет на повторную рецензию. Зачтенные контрольные работы предъявляются студентом при сдаче экзамена или зачета.

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами $A(3; 4)$, $B(2; -1)$; $C(1; -7)$ и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB .

2. Найти угол между плоскостью α , заданной уравнением $3x - y + 2z - 4 = 0$, и прямой, проходящей через начало координат и точку $M(2; -1; 3)$. Вычислить расстояние от точки M до плоскости α .

3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки $M(3; 2; 1)$ на прямую $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$.

4. Рассчитать основные характеристики кривых и построить их по заданным уравнениям:

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9;$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1;$$

$$\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1;$$

$$y^2 = 9x.$$

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^{-1} и установить, что $AA^{-1} = E$.

6. Вычислить:
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & 11 & 16 \\ 2 & -7 & 7 & 7 \end{vmatrix}.$$

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 &= 2 \\ -3x_1 - 7x_2 - 8x_3 + 2x_4 &= -4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 &= 3 \end{aligned}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку:

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 &= 10 \end{aligned}$$

9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{2n-1} = \frac{3}{2}$ (указать $N(\varepsilon)$).

10. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

11. Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5};$

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2};$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x} \right)^{1+x};$

г) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x - 5} \right)^{\frac{1}{2-x}}.$

Вариант 2

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами $A(-4; -5)$, $B(3; 3)$, $C(5; -2)$ и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

2. Найти угол между плоскостью α , заданной уравнением $x - 3y + 5z - 10 = 0$, и прямой, проходящей через начало координат и точку $M(2; -2; 4)$. Вычислить расстояние от точки M до плоскости α .

3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки $M(2; -1; 3)$ на прямую $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$.

4. Построить кривые по заданным уравнениям:

$$(x+3)^2 + (y-5)^2 = 4;$$

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{4} = 1;$$

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1;$$

$$y^2 = 7x.$$

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^{-1} и установить, что $AA^{-1} = E$.

6. Вычислить: $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & 11 & 16 \\ 2 & -7 & 7 & 7 \end{vmatrix}$.

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{array}{cccccc} x_1 & +2x_2 & -x_3 & +x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & -x_2 & +2x_3 & -x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & -2x_2 & +3x_3 & & = & 5 \\ 2x_1 & +3x_2 & -2x_3 & +x_4 & = & -3 \end{array}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку:

$$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 10$$

9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n-2}{2n+1} = \frac{7}{2}$ (указать $N(\epsilon)$).

10. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$$

11. Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 4x}{x} \right)^{\frac{2}{x+2}}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.

Вариант 3

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A(-3; 5), B(4; -3); C(-2; -4) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

2. Найти угол между плоскостью α , заданной уравнением $4x + y - 2z + 5 = 0$, и прямой, проходящей через начало координат и точку M(-4; 5; -1). Вычислить расстояние от точки M до плоскости α .

3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки M(1; -3; -2) на прямую $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{3}$.

4. Построить кривые по заданным уравнениям:

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16;$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1;$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1;$$

$$y^2 = 5x.$$

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^{-1} и установить, что $AA^{-1} = E$.

6. Вычислить: $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & 0 & -1 \\ 2 & -7 & 7 & 7 \end{vmatrix}$.

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 &= 7 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 &= 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 &= 1 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 10 \end{aligned}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку:

$$\begin{aligned} x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 3 \\ 2x_1 + 9x_2 + 5x_3 &= 12 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= -9 \end{aligned}$$

9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n-1}{n+1} = 7$ (указать $N(\epsilon)$).

10. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}.$$

11. Вычислить пределы функций:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{x+3}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x)^{\frac{1}{\operatorname{tg} x}}$$

Вариант 4

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A (3; -2), B(-5; -4); C(-1; 6) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

2. Найти угол между плоскостью α , заданной уравнением $2x - y + z + 5 = 0$, и прямой, проходящей через начало координат и точку M(-3; 2; 1). Вычислить расстояние от точки M до плоскости α .

3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки M(-4; 2; -3) на прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$.

4. Построить кривые по заданным уравнениям:

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 16;$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1;$$

$$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1;$$

$$y^2 = 16x.$$

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^{-1} и устано-

вить, что $AA^{-1} = E$.

6. Вычислить:
$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 7 & 5 \\ 3 & 5 & 0 & -1 \\ 2 & -7 & 4 & 7 \end{vmatrix}.$$

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 &= -1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 &= -9 \\ -3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 &= 6 \\ -2x_1 + 6x_2 + 4x_3 - 8x_4 &= 26 \end{aligned}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 &= 9 \end{aligned}$$

9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-5}{3n+1} = \frac{2}{3}$ (указать $N(\varepsilon)$).

10. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(1+n)^2 - (n-1)^2}.$$

11. Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x+x^5};$

б) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2};$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} 4x}{x} \right)^{x+2};$

г) $\lim_{x \rightarrow 2} (\sin x)^{\frac{3}{1+x}}.$

Вариант 5

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A(2; 5), B(-3; 4); C(-4; -2) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

2. Найти угол между плоскостью α , заданной уравнением $5x + 2y - z - 3 = 0$, и прямой, проходящей через начало координат и точку M(2; 3; 1). Вычислить расстояние от точки M до плоскости α .

3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки M(-4; 5; 2) на прямую $\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{3}$.

4. Построить кривые по заданным уравнениям:

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 = 4;$$

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1;$$

$$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1;$$

$$y^2 = 3x.$$

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^{-1} и установить, что $AA^{-1} = E$.

6. Вычислить: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 7 & 5 \\ 3 & 3 & -6 & -1 \\ 2 & 7 & 4 & 7 \end{vmatrix}$.

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{array}{ccccrc} 2x_1 & -3x_2 & +7x_3 & -4x_4 & = & 26 \\ -x_1 & +2x_2 & -3x_3 & +5x_4 & = & -14 \\ 3x_1 & +x_2 & -4x_3 & +6x_4 & = & -11 \\ -2x_1 & +4x_2 & -x_3 & +x_4 & = & -4 \end{array}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку:

$$\begin{array}{rclcl} 2x_1 & +2x_2 & +3x_3 & = & 10 \\ 2x_1 & -x_2 & -2x_3 & = & -9 \\ -3x_1 & +4x_2 & -x_3 & = & 4 \end{array}$$

9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-5}{3n+1} = \frac{2}{3}$ (указать $N(\varepsilon)$).

10. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 - 8n^3}{(1+2n)^2 + 4n^2}.$$

11. Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x}}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+2}{x+4} \right)^{\cos x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\sin x)^{\frac{6x}{\pi}}$.

Вариант 6

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A(-3; 2), B(-2; -5); C(6; -1) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

2. Найти угол между плоскостью α , заданной уравнением $7x + y + 5z - 2 = 0$, и прямой, проходящей через начало координат и точку M(-3; -2; 4). Вычислить расстояние от точки M до плоскости α .

3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки M(-2; -4; 5) на прямую $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{2}$.

4. Построить кривые по заданным уравнениям:

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1;$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1;$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1;$$

$$y^2 = 4x.$$

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 17 & 10 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^{-1} и установить, что $AA^{-1} = E$.

6. Вычислить:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 7 & 5 \\ -1 & 3 & -10 & -1 \\ 2 & 7 & 4 & 7 \end{vmatrix}.$$

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 &= 1 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 2 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - 3x_4 &= 7 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + 7x_4 &= -13 \end{aligned}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 2x_3 &= 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 &= 16 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 &= 16 \end{aligned}$$

9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{1-2n} = -\frac{1}{2}$ (указать $N(\varepsilon)$).

10. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}.$$

11. Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x}}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+2}{x+4} \right)^{\cos x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\sin x)^{\frac{6x}{\pi}}$.

Вариант 7

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A (-6; -4), B(3; -7); C(1; 2) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

2. Найти угол между плоскостью α , заданной уравнением $2x - y + 3z + 14 = 0$, и прямой, проходящей через начало координат и точку M(2; 5; -3). Вычислить расстояние от точки M до плоскости α .

3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки M(3; 5; -2) на прямую $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{2}$.

4. Построить кривые по заданным уравнениям:

$$(x+2)^2 + (y+1)^2 = 36;$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1;$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1;$$

$$y^2 = 2x.$$

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^{-1} и устано-

вить, что $AA^{-1} = E$.

6. Вычислить:
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 5 \\ -1 & 3 & -5 & -1 \\ 2 & -3 & 4 & 7 \end{vmatrix}.$$

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= 14 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 &= -14 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 &= 2 \\ -2x_1 + 7x_2 - 3x_3 - x_4 &= -10 \end{aligned}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку

$$\begin{aligned} 5x_1 + 8x_2 + x_3 &= 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 &= -7 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 &= -5 \end{aligned}$$

9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{1-5n} = -\frac{3}{5}$ (указать $N(\varepsilon)$).

10. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}.$$

11. Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4};$

б) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4};$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{1 - \cos x};$

г) $\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt[3]{x} + x - 1)^{\sin \frac{\pi x}{4}}.$

Вариант 8

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A(2; 1), B(-7; 3); C(-4; -3) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

2. Найти угол между плоскостью α , заданной уравнением $x - 3y + 2z - 4 = 0$, и прямой, проходящей через начало координат и точку M(-4; -3; -5). Вычислить расстояние от точки M до плоскости α .

3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки M(-2; -1; -3) на прямую $\frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$.

4. Построить кривые по заданным уравнениям:

$$(x+2)^2 + (y+1)^2 = 36;$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1;$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1;$$

$$y^2 = 2x.$$

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^{-1} и установить, что $AA^{-1} = E$.

6. Вычислить:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 5 \\ -1 & 3 & -5 & -1 \\ 2 & -3 & 4 & 7 \end{vmatrix}.$$

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{array}{ccccrc} x_1 & -x_2 & +2x_3 & -3x_4 & = & 14 \\ 2x_1 & +x_2 & -5x_3 & +x_4 & = & -14 \\ -3x_1 & +2x_2 & -x_3 & -2x_4 & = & 2 \\ -2x_1 & +7x_2 & -3x_3 & -x_4 & = & -10 \end{array}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку:

$$5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2$$

$$3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = -5$$

9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+5} = 2$ (указать $N(\varepsilon)$).

10. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+2)^2 - (n-1)^2}.$$

11. Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{\sin 3x} \right)^{x^2}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 + 4}{x^3 + 9} \right)^{\frac{1}{x+2}}$.

Вариант 9

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A(-3; -4), B(-6; 7); C(-1; 1) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

2. Найти угол между плоскостью α , заданной уравнением $3x + y - 5z + 1 = 0$, и прямой, проходящей через начало координат и точку M(4; -3; -2). Вычислить расстояние от точки M до плоскости α .

3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки M(-4; 2; -5) на прямую $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

4. Построить кривые по заданным уравнениям:

$$(x+4)^2 + (y-4)^2 = 9;$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1;$$

$$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1;$$

$$y^2 = x.$$

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^{-1} и установить, что $AA^{-1} = E$.

6. Вычислить: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 5 & 4 \\ -2 & 2 & 7 & 5 \\ -1 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 4 & 7 \end{vmatrix}$.

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \\ -2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 7x_4 &= 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 &= 1 \\ -3x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 8x_4 &= 5 \end{aligned}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку:

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 7 \\ -3x_1 - 2x_2 + 7x_3 &= -15 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 &= 4 \end{aligned}$$

9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n+5} = 3$ (указать $N(\epsilon)$).

10. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+10)^2 + (3n+1)^2}{(n+6)^3 - (n+1)^3}$$

11. Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x^2 + x^5}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt[3]{x^2} - 16}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 6x}{22x} \right)^{2+x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 + 16}{x^3 + 25} \right)^{\frac{1}{x+2}}$.

Вариант 10

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A(4; -5), B(2; 2); C(7; 4) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

2. Найти угол между плоскостью α , заданной уравнением $x + 2y + 3z - 6 = 0$, и прямой, проходящей через начало координат и точку M(4; 1; 3). Вычислить расстояние от точки M до плоскости α .

3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки M(-5; 4; 3) на прямую $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-3}$.

4. Построить кривые по заданным уравнениям:

$$(x+5)^2 + (y-1)^2 = 9;$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1;$$

$$\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1;$$

$$y^2 = 8x.$$

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^{-1} и установить, что $AA^{-1} = E$.

6. Вычислить:
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & 7 & 8 \\ -1 & 3 & -3 & -1 \\ 2 & -3 & 4 & 0 \end{vmatrix}.$$

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 &= 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= -2 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 &= 3 \\ -3x_1 - 2x_2 + x_3 - 7x_4 &= -20 \end{aligned}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку:

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 7 \\ -3x_1 - 2x_2 + 7x_3 &= -15 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 &= 4 \end{aligned}$$

9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+1}{n+5} = 7$ (указать $N(\varepsilon)$).

10. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+5)^2 + (3n+1)^2}{(n+1)^3 - (2n+1)^3}.$$

11. Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1};$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1};$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{arctg} 3x}{x} \right)^{2+x};$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 + 16}{x^2 + 4} \right)^{\frac{1}{x+2}}.$

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}$;

б) $y = \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 1) - 2 \operatorname{arctg} e^x$;

в) $y = \lg \ln \operatorname{ctg} x$;

г) $y = x^{2x} \cdot 5^x$.

2. Найти производную y''' функции $y = x \cdot \cos x^2$.

3. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$.

4. Провести исследование функций и построить их графики:

а) $y = x^3 - 3x$;

б) $y = \frac{e^{-x}}{x^2 - 3}$.

5. Найти интегралы:

$$\int (3x^{-4} + 8x^{-5}) dx;$$

$$\int (\sin x - 5) dx;$$

$$\int \frac{x dx}{\sin^2 x^2};$$

$$\int a^{x^4} x^3 dx;$$

$$\int \arcsin 3x dx;$$

$$\int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx;$$

$$\int_5^{5\sqrt{3}} \frac{dx}{25 + x^2};$$

$$\int_0^3 \sqrt[3]{3x-1} dx;$$

$$\int_0^1 x e^{-x} dx.$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$.

Вариант 2

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \frac{x^2}{\arcsin x}$;

б) $y = x \operatorname{arctg} x$;

в) $y = \sin^3 2x$;

г) $y = (\operatorname{tg} x)^{\sin x}$.

2. Найти производную y''' функции $y = x^2 \cdot \sin x$.

3. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a^x}{x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}$.

4. Провести исследование функций и построить их графики:

а) $y = \frac{x}{x^2 - 4}$;

б) $y = xe^{\frac{x}{2}}$.

5. Найти интегралы:

$$\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{x^2}},$$

$$\int_0^2 x^2 dx,$$

$$\int (3^x - e^x - 1) dx,$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \sin x \right) dx,$$

$$\int \frac{\cos x dx}{3 \sin x - 1},$$

$$\int (x^2 + 5)^5 x dx,$$

$$\int_2^3 (2x - 1)^3 dx,$$

$$\int (x + 4) \cos 3x dx,$$

$$\int_0^1 \ln(1 + x) dx.$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 3$.

Вариант 3

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \frac{x + \sqrt{1 + x^2}}{x}$

б) $y = x^2 \arcsin \sqrt{1 - x^2}$

в) $y = \ln \sqrt{6x - 1}$

г) $y = x^{\sin x}$

2. Найти производную y''' функции $y = x^3 \cdot 2^x$.

3. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$.

4. Провести исследование функций и построить их графики:

а) $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

б) $y = x^3 e^{-x}$

5. Найти интегралы:

$$\int (x^{-4} x^{-3} - 3x^{-2} + 1) dx,$$

$$\int \sin 6x dx,$$

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{5 - 4x^2}},$$

$$\int \sqrt{e^x + 1} \cdot e^x dx,$$

$$\int \frac{\ln x}{x^3} dx,$$

$$\int_8^{27} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}},$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4dx}{\cos^2 x},$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{(3x + 1)^4},$$

$$\int_e^4 x \ln x dx.$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{1}{3} x^3$,

$y = 0, x = -1, x = 2$.

Вариант 4

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \frac{2(3x^3 - 2x + 1)}{2\sqrt{x-1}}$;

б) $y = x \arcsin 2x$;

в) $y = \ln^3(1 + \cos x)$;

г) $y = x^{\sin 2x}$.

2. Найти производную y''' функции $y = e^x \cdot \sin x$.

3. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right)$.

4. Провести исследование функций и построить их графики:

а) $y = \frac{e^x}{x}$

б) $y = \frac{6\sqrt{x}}{x + 2}$

5. Найти интегралы:

$$\int x^3(1 + 5x) dx,$$

$$\int e^{-x^3} \cdot x^2 dx,$$

$$\int \frac{\cos x dx}{3 \sin x - 1},$$

$$\int \frac{e^x dx}{(e^x + 1)^3},$$

$$\int e^x \sin 2x dx,$$

$$\int_{-2}^3 (4x^3 - 3x^2 + 2x + 1) dx,$$

$$\int_1^3 e^{2x} dx,$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{3 + 4x^2},$$

$$\int_0^1 \arcsin x dx.$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sin x$,

$$y = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \pi.$$

Вариант 5

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \frac{1}{6} \ln \frac{x-3}{x+3}$;

б) $y = \operatorname{tg}^3 x - 3 \operatorname{tg} x + 3x$;

в) $y = \sin^2 x^3$;

г) $y = x^{\operatorname{ctg} x}$.

2. Найти производную y''' функции $y = x^2 \cdot 3^x$.

3. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x-1)}{\operatorname{ctg} \pi x}$.

4. Провести исследование функций и построить их графики:

а) $y = \frac{x}{x^2 - 16}$;

б) $y = \frac{e^x}{4(1-x)}$.

5. Найти интегралы:

$$\int \frac{x^2 dx}{x^3 + 1},$$

$$\int_1^3 x^4 dx,$$

$$\int \frac{du}{\sqrt[3]{u^2}},$$

$$\int_{\frac{\pi}{46}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx,$$

$$\int \frac{\sin x dx}{2 - \cos x},$$

$$\int_0^1 (2x^3 + 1)^4 x^2 dx,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt[3]{(3x-5)^2}} dx,$$

$$\int_{\frac{e}{2}}^e \ln x dx.$$

$$\int (x+2) \cos x dx,$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sin x$,

$y = 0, x = 0, x = \pi$.

Вариант 6

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \frac{x \operatorname{tg} x}{1+x^2}$;

б) $y = x \arccos 2x$;

в) $y = \sin(x^2 + 5x + 2)$;

г) $y = x^{\ln x}$.

2. Найти производную y''' функции $y = e^x \cdot \sin x$.

3. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sqrt{1+x}-1}$.

4. Провести исследование функций и построить их графики:

а) $y = 2x + \frac{1}{x^2}$;

б) $y = x \ln^2 x$.

5. Найти интегралы:

$$\int (2x-1)^3 dx,$$

$$\int x \sin x^2 dx,$$

$$\int \frac{e^{\frac{1}{x}} dx}{x^2},$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}},$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2(3x+2)},$$

$$\int_1^8 \sqrt[3]{x^2} dx,$$

$$\int (1-x) \sin x dx,$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{dx}{\sin^2 \frac{x}{3}}.$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \operatorname{tg} x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi/3$.

Вариант 7

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \frac{x}{2x+3}$;

б) $y = \cos^{100} 2x$;

в) $y = x^2 \ln 3x$;

г) $y = x^{\operatorname{ctg} 7x}$.

2. Найти производную y''' функции $y = e^{2x} \cos 3x$.

3. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 10x}{\sin 9x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x}$.

4. Провести исследование функций и построить их графики:

а) $y = \frac{x^3}{1-x^2}$

б) $y = x - \ln x$

5. Найти интегралы:

$$\int \left(\frac{3}{t^2} - \frac{2}{\sqrt{t}} + \frac{4\sqrt[3]{t^2}}{t} \right) dt,$$

$$\int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} dx,$$

$$\int (e^x + 3x) dx,$$

$$\int_1^2 x^3 dx,$$

$$\int \frac{3x dx}{9+x^2},$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{5x-1}},$$

$$\int 4(x^4 - 1)^2 x^3 dx,$$

$$\int_0^2 \arcsin x dx.$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 = x$,
 $y \geq 0$, $x = 1$, $x = 4$.

Вариант 8

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$;

б) $y = x \operatorname{arctg} x$;

в) $y = \sqrt{1+5 \cos x}$;

г) $y = x^{3x}$.

2. Найти производную y''' функции $y = x^4 \cdot 4^x$.

3. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{e^{5x} - 1}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$.

4. Провести исследование функций и построить их графики:

а) $y = \frac{x^3}{1+x^2}$;

б) $y = x \ln x$.

5. Найти интегралы:

$$\int 5x\sqrt{x} dx,$$

$$\int 4^{2x} dx,$$

$$\int \frac{adx}{1+x^2},$$

$$\int \frac{x^3 dx}{(5x^4 + 3)^5},$$

$$\int \frac{xdx}{\sin^2 x},$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2},$$

$$\int_0^4 \sqrt{x} dx,$$

$$\int_4^5 (4-x)^3 dx,$$

$$\int_1^e \ln^2 x dx.$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -6x$,
 $y = 0$, $x = 4$.

Вариант 9

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \cos x - 2 \sin 2x$;

б) $y = \frac{e^{-x} + 2}{e^x - 2}$;

в) $y = x^2 \operatorname{ctg}(2x - 1)$;

г) $y = x^{\arccos \frac{x}{2}}$.

2. Найти производную y''' функции $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{3}$.

3. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sin x - \operatorname{tg} x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 5x + 1}{3 + 14x^2 + 2x}$.

4. Провести исследование функций и построить их графики:

а) $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2$;

б) $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

5. Найти интегралы:

$$\int 3(2x^2 - 1)^2 dx,$$

$$\int_0^4 (x - \sqrt{x})^2 dx,$$

$$\int x \cos x^2 dx,$$

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{9 + x^2},$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - 9},$$

$$\int_1^5 \sqrt{(2x - 1)^3} dx,$$

$$\int x \cos(x^2 + 1) dx,$$

$$\int \operatorname{arctg} 2x dx,$$

$$\int_e^{e^2} \ln x dx.$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \cos x$,

$$y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}.$$

Вариант 10

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$;

б) $y = \frac{e^x + 1}{1 - e^x}$;

в) $y = x^2 \operatorname{ctg}(3x)$;

г) $y = x^{\frac{\sin x}{2}}$.

2. Найти производную y''' функции $y = \arccos \frac{\sqrt{x}}{2}$.

3. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 4x - 1}{3x^2 + x + 2}$.

4. Провести исследование функций и построить их графики:

а) $y = 12x - x^3$;

б) $y = \frac{1 + \ln x}{x}$.

5. Найти интегралы:

$$\int x^4 (x-1) dx,$$

$$\int \cos \frac{x}{6} dx,$$

$$\int \frac{\cos x dx}{3 + 2 \sin x},$$

$$\int x \cdot e^{-x^2} dx,$$

$$\int x \cos x dx,$$

$$\int_{-1}^0 (x^3 + 2x) dx,$$

$$\int_0^1 e^{3x} dx,$$

$$\int_{\frac{3}{4}}^{\frac{3\sqrt{3}}{4}} \frac{4}{9 + 16x^2} dx,$$

$$\int_0^2 \arccos x dx.$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$.

Контрольная работа № 3

Вариант 1

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = \frac{x^2}{y - 2z}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y$.

3. Найти параметры a и b линейной зависимости $y_i = a + b \cdot x_i$ методом наименьших квадратов:

x_i	1,0	1,5	2,0	3,0	3,3
y_i	8,1	9,0	11,2	13,8	14,7

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$y' - \frac{2}{x}y = 2x^3;$$

$$y' = \frac{y}{x};$$

$$(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0; y(2) = 1.$$

5. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)3^n}$.

6. Найти интервал сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} n!x^n$.

Вариант 2

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = \frac{x}{y^2 - 2z}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^3 - y^3$.

3. Найти параметры a и b линейной зависимости $y_i = a + b \cdot x_i$ методом наименьших квадратов:

x_i	0,3	0,5	0,8	1,1	2,3
y_i	1,4	0,7	-0,9	-2,3	-8,8

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x};$$

$$(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0; y(0) = 1;$$

$$(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0; y(0) = 4.$$

5. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} \ln n}$.

6. Найти интервал сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.

Вариант 3

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = \frac{x^2 + z}{y^2}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 6x^2y + 2y^3 - 24x - 30y$.

3. Найти параметры a и b линейной зависимости $y_i = a + b \cdot x_i$ методом наименьших квадратов:

x_i	0,5	0,8	1,2	1,3	4,0
y_i	6,3	7,0	9,0	9,3	16,8

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$x^2 y' + xy + 1 = 0;$$

$$xydx + (x+1)dy = 0;$$

$$xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}.$$

5. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}$.

6. Найти интервал сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n4^{n-1}}$.

Вариант 4

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = xe^{yz}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^3 - 8y^3 - 6xy + 1$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов:

x_i	1,2	1,7	3,3	4,1	4,3
y_i	-3,1	-5,6	-17,1	-23,1	-24,8

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$y = x(y' - x \cos x);$$

$$\sqrt{y^2 + 1} dx = xy dy;$$

$$y' = -\frac{x+y}{x}.$$

5. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}$.

6. Найти интервал сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n5^n}$.

Вариант 5

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = \ln(x^2 + y - 2z)$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^3 - xy^2 + 3x^2 + y^2 - 1$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов:

x_i	0,7	0,9	1,3	1,6	2,3
y_i	7,0	8,0	9,0	10,0	12,0

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$(2x+1)y' = 4x+2y;$$

$$xyy' = 1-x^2;$$

$$y^2 + x^2 y' = xyy'.$$

5. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{3n5^n}$.

6. Найти интервал сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.

Вариант 6

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = xye^z$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^2 y - \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 + 3y^2 - 1$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов:

x_i	-3,4	-3,2	-3,1	-2,5	-1,5
y_i	-13,9	-12,9	-12,2	-9,1	-4,2

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$y' - \frac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0; y(0) = 1;$$

$$xy' - y = y^3;$$

$$(x+2y)dx - xdy = 0.$$

5. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 3}$.

6. Найти интервал сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$.

Вариант 7

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = xz \operatorname{tg} \sqrt{y}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^3 + 6xy + 3y^2 - 18x - 18y$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов:

x_i	2,1	2,3	3,1	3,8	4,5
y_i	-9,3	-7,2	-13,4	-16,1	-18,9

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$xy' + y - e^x = 0;$$

$$y' \operatorname{ctg} x + y = 2;$$

$$y' = \frac{x+y}{x-y}.$$

5. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$.

6. Найти интервал сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$.

Вариант 8

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = x^{1/2}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^2y - y^3 - x^2 - 3y^2 + 3$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов:

x_i	1,1	2,1	3,4	4,3	4,9
y_i	-0,8	1,2	3,8	5,4	6,7

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$y' \cos x - y \sin x = \sin 2x;$$

$$xy' + y = y^2; y(1) = 0,5;$$

$$xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$$

5. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{n!}.$

6. Найти интервал сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n^2 4^n}.$

Вариант 9

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = \frac{2x^2 + y}{z + x}.$

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 3x^2 - 6xy - y^3 - 12x + 12y.$

3. Найти параметры a и b линейной зависимости $y_i = a + b \cdot x_i$ методом наименьших квадратов:

x_i	10,1	11,5	13,6	16,2	17,5
y_i	0,9	0,8	0,6	0,3	0,2

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$y' - y \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x;$$

$$y'y(1+e^x) = e^x; y(0) = 1;$$

$$xy' \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}.$$

5. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^3 + 1}.$

6. Найти интервал сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n-1}.$

Вариант 10

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = yze^{x^2}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$.

3. Найти параметры a и b линейной зависимости $y_i = a + b \cdot x_i$ методом наименьших квадратов:

x_i	0,1	0,3	0,5	1,2	2,1
y_i	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x^2}}{x};$$

$$(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0; y(0) = 1;$$

$$xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'.$$

5. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$.

6. Найти интервал сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.

Контрольная работа № 4

Вариант 1

1. В партии из 20 изделий 4 изделия имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад 5 изделий 2 изделия являются дефектными?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 25 с первого завода, 35 – со второго, 40 – с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе 0,9, на втором – 0,8, на третьем – 0,7. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие будет качественным?

3. Дано распределение дискретной случайной величины X :

x_i	-5	2	3	4
p_i	0,4	0,3	0,2	0,1

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

4. В городе имеются 3 оптовые базы. Вероятность того, что товар требуемого вида отсутствует на этих базах, одинакова и равна 0,2. Составить закон распределения числа баз, на которых искомый товар отсутствует в данный момент.

5. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно 10, среднее квадратическое отклонение равно 1. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (8; 14).

6. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению выборки:

x_i	-6	-2	3	6
n_i	12	14	16	8

7. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

Y / X	10	15	20	25	30	35
15	6	4	—	—	—	—
25	—	6	8	—	—	—
35	—	—	—	21	2	5
45	—	—	—	4	12	6
55	—	—	—	—	1	5

Сравнить условные средние, вычисленные: а) по полученному уравнению регрессии; б) по данным корреляционной таблицы при $X = 25$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе $H_1: r_r \neq 0$.

Вариант 2

1. В партии из 30 изделий 5 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад 5 изделий 3 изделия являются дефектными?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплекующие с трех заводов в количестве: 15 с первого завода, 25 – со второго, 10 – с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе 0,8, на втором – 0,7, на третьем – 0,7. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие будет качественным?

3. Дано распределение дискретной случайной величины X :

x_i	0,2	0,5	0,6	0,8
p_i	0,1	0,5	0,2	0,2

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

4. В городе имеются 4 оптовые базы. Вероятность того, что товар требуемого вида отсутствует на этих базах, одинакова и равна 0,25. Составить закон распределения числа баз, на которых искомый товар отсутствует в данный момент.

5. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно 12, среднее квадратическое отклонение равно 2. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (8;14).

6. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению выборки:

x_i	-10	-5	-1	4
n_i	25	44	16	15

7. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

Y / X	20	25	30	35	40	45
10	–	4	8	–	–	4
20	2	–	4	–	2	–
30	–	–	10	8	–	–
40	–	4	–	10	4	–

Сравнить условные средние, вычисленные: а) по полученному уравнению регрессии; б) по данным корреляционной таблицы при $X = 35$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе $H_1: r_r \neq 0$.

Вариант 3

1. В партии из 20 изделий 5 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад 4 изделий 2 изделия являются дефектными?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 40 с первого завода, 35 – со второго, 25 – с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе 0,9, на втором – 0,7, на третьем – 0,9. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие будет качественным?

3. Дано распределение дискретной случайной величины X :

x_i	-6	-2	1	4
p_i	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

4. В городе имеются 3 оптовые базы. Вероятность того, что товар требуемого вида отсутствует на этих базах, одинакова и равна 0,1. Составить закон распределения числа баз, на которых искомым товар отсутствует в данный момент.

5. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно 14, среднее квадратическое отклонение равно 3. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (10; 15).

6. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению выборки:

x_i	4	8	16	24
n_i	31	14	28	27

7. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

Y / X	5	10	15	20	25	30
14	4	6	–	8	–	4
24	–	8	10	–	6	–
34	–	–	32	–	–	–

Сравнить условные средние, вычисленные: а) по полученному уравнению регрессии; б) по данным корреляционной таблицы при $X = 15$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу

о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе $H_1: r_r \neq 0$.

Вариант 4

1. В партии из 25 изделий 6 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад 5 изделий 3 изделия являются дефектными?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 25 с первого завода, 10 – со второго, 15 – с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе 0,7, на втором – 0,9, на третьем – 0,8. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие будет качественным?

3. Дано распределение дискретной случайной величины X :

x_i	-5	-3	1	3
p_i	0,2	0,1	0,1	0,6

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

4. В городе имеются 2 оптовые базы. Вероятность того, что товар требуемого вида отсутствует на этих базах, одинакова и равна 0,2. Составить закон распределения числа баз, на которых искомым товар отсутствует в данный момент.

5. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно 16, среднее квадратическое отклонение равно 2. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (15; 18).

6. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению выборки:

x_i	-4	-1	2	9
n_i	16	8	14	12

7. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

Y / X	15	20	25	30	35	40
100	2	1	–	7	–	–
120	4	–	2	–	–	3
140	–	5	–	10	5	2
160	–	–	3	1	2	3

Сравнить условные средние, вычисленные: а) по полученному уравнению регрессии; б) по данным корреляционной таблицы при $X = 25$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе $H_1: r_r \neq 0$.

Вариант 5

1. В партии из 15 изделий 4 изделия имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад 3 изделий 2 изделия являются дефектными?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплекты с трех заводов в количестве: 10 с первого завода, 20 – со второго, 20 – с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе 0,9, на втором – 0,8, на третьем – 0,6. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие будет качественным?

3. Дано распределение дискретной случайной величины X :

x_i	-8	-2	1	3
p_i	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

4. В городе имеются 3 оптовые базы. Вероятность того, что товар требуемого вида отсутствует на этих базах, одинакова и равна 0,2. Составить закон распределения числа баз, на которых искомый товар отсутствует в данный момент.

5. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно 18, среднее квадратическое отклонение равно 1. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (16; 21).

6. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению выборки:

x_i	0,01	0,04	0,08	0,14
n_i	19	28	31	22

7. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

Y / X	20	25	30	35	40	45
105	–	–	4	2	1	–
115	2	1	–	3	8	5
125	–	4	2	1	–	3
135	3	2	10	–	3	2
145	1	3	–	8	–	2

Сравнить условные средние, вычисленные: а) по полученному уравнению регрессии; б) по данным корреляционной таблицы при $X = 25$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе $H_1: r_r \neq 0$.

Вариант 6

1. В партии из 20 изделий 6 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад 4 изделий 1 изделие является дефектным?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 40 с первого завода, 30 – со второго, 30 – с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе 0,8, на втором – 0,8, на третьем – 0,9. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие будет качественным?

3. Дано распределение дискретной случайной величины X :

x_i	–2	1	3	5
p_i	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

4. В городе имеются 4 оптовые базы. Вероятность того, что товар требуемого вида отсутствует на этих базах, одинакова и равна 0,2. Составить закон распределения числа баз, на которых искомый товар отсутствует в данный момент.

5. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно 20, среднее квадратическое отклонение равно 2. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (17; 22).

6. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению выборки:

x_i	2	6	8	9
n_i	20	13	12	5

7. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

Y / X	10	15	20	25	30	35
15	6	4	–	–	–	–
25	–	6	8	–	–	–
35	–	–	–	20	2	5
45	–	–	–	5	12	6
55	–	–	–	–	1	5

Сравнить условные средние, вычисленные: а) по полученному уравнению регрессии; б) по данным корреляционной таблицы при $X = 25$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе $H_1: r_r \neq 0$.

Вариант 7

1. В партии из 30 изделий 4 изделия имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад 3 изделий 2 изделия являются дефектными?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 20 с первого завода, 50 со второго, 30 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе 0,8, на втором – 0,9, на третьем – 0,8. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие будет качественным?

3. Дано распределение дискретной случайной величины X :

x_i	–3	2	3	5
p_i	0,3	0,4	0,2	0,1

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

4. В городе имеются 4 оптовые базы. Вероятность того, что товар требуемого вида отсутствует на этих базах, одинакова и равна 0,3.

Составить закон распределения числа баз, на которых искомым товар отсутствует в данный момент.

5. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно 24, среднее квадратическое отклонение равно 1. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (20; 26).

6. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению выборки:

x_i	10	14	16	22
n_i	13	24	14	9

7. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

Y / X	5	10	15	20	25	30	35
30	–	6	–	4	–	2	5
40	4	–	5	–	7	1	–
50	–	4	3	5	–	–	6
60	5	3	–	–	10	2	–
70	–	–	4	10	4	2	8

Сравнить условные средние, вычисленные: а) по полученному уравнению регрессии; б) по данным корреляционной таблицы при $X = 25$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе $H_1: r_r \neq 0$.

Вариант 8

1. В партии из 16 изделий 4 изделия имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад 3 изделий 2 изделия являются дефектными?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 35 с первого завода, 35 со второго, 30 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе 0,7, на втором – 0,8, на третьем – 0,9. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие будет качественным?

3. Дано распределение дискретной случайной величины X :

x_i	4	6	8	10
p_i	0,3	0,2	0,4	0,1

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

4. В городе имеются 3 оптовые базы. Вероятность того, что товар требуемого вида отсутствует на этих базах, одинакова и равна 0,1. Составить закон распределения числа баз, на которых искомый товар отсутствует в данный момент.

5. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно 26, среднее квадратическое отклонение равно 3. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (23; 27).

6. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению выборки:

x_i	3	6	8	14
n_i	8	14	10	18

7. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

Y / X	12	17	22	27	32	37
105	–	4	–	3	–	–
115	2	3	1	–	10	–
125	3	–	5	1	–	4
135	–	–	–	8	2	1
145	1	2	–	–	–	–

Сравнить условные средние, вычисленные: а) по полученному уравнению регрессии; б) по данным корреляционной таблицы при $X = 27$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе $H_1: r_r \neq 0$.

Вариант 9

1. В партии из 18 изделий 6 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад 5 изделий 3 изделия являются дефектными?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплекующие с трех заводов в количестве: 15 с первого завода, 45 – со второго, 40 – с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе 0,9, на втором – 0,8, на третьем – 0,9. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие будет качественным?

3. Дано распределение дискретной случайной величины X :

x_i	-4	-2	3	5
p_i	0,3	0,4	0,1	0,2

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

4. В городе имеются 3 оптовые базы. Вероятность того, что товар требуемого вида отсутствует на этих базах, одинакова и равна 0,12. Составить закон распределения числа баз, на которых искомый товар отсутствует в данный момент.

5. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно 28, среднее квадратическое отклонение равно 2. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (24; 30).

6. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению выборки:

x_i	30	32	37	40
n_i	12	24	14	10

7. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

Y / X	10	15	20	25	30	35
14	–	–	4	2	1	–
24	2	1	–	3	8	5
34	–	4	2	1	–	3
44	3	2	10	–	3	2
54	1	3	–	9	–	1

Сравнить условные средние, вычисленные: а) по полученному уравнению регрессии; б) по данным корреляционной таблицы при $X = 25$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе $H_1: r_r \neq 0$.

Вариант 10

1. В партии из 12 изделий 5 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад 4 изделий 2 изделия являются дефектными?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 40 с первого завода, 15 – со второго, 45 – с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе 0,8, на втором – 0,7, на третьем – 0,8. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие будет качественным?

3. Дано распределение дискретной случайной величины X :

x_i	10	12	13	15
p_i	0,1	0,4	0,2	0,3

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

4. В городе имеются 4 оптовые базы. Вероятность того, что товар требуемого вида отсутствует на этих базах, одинакова и равна 0,34. Составить закон распределения числа баз, на которых искомый товар отсутствует в данный момент.

5. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно 30, среднее квадратическое отклонение равно 1. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (27; 32).

6. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению выборки:

x_i	47	50	52	56
n_i	24	16	23	17

7. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

Y / X	10	15	20	25	30	35
20	1	5	–	7	–	4
40	2	–	4	–	6	5
60	–	3	5	4	6	–
80	10	–	2	3	–	5
100	2	4	–	4	8	10

Сравнить условные средние, вычисленные: а) по полученному уравнению регрессии; б) по данным корреляционной таблицы при $X = 25$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе $H_1: r_r \neq 0$.

Вопросы к экзамену

Раздел 1 (I семестр)

1. Матрица. Определение. Виды матриц. Свойства матриц. Единичная матрица.
2. Операции над матрицами.
3. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Теорема Лапласа.
4. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.
5. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы. Пример.
6. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера. Пример.
7. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы. Пример.
8. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
9. Декартова и полярная системы координат. Уравнение линии в них. Примеры.
10. Связь декартовой системы координат и полярной.
11. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости: расстояние между двумя точками; деление отрезка в заданном отношении.
12. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
13. Уравнение прямой в отрезках на осях. Общее уравнение прямой и его исследование.
14. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
15. Общее уравнение прямой и его исследование. Его связь с другими уравнениями прямой.
16. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.

17. Окружность. Определение. Общее уравнение. Каноническое уравнение.

18. Эллипс. Определение. Общее уравнение. Каноническое уравнение. Фокус. Эксцентриситет.

19. Гипербола. Парабола. Определения. Канонические уравнения.

20. Векторы, линейные операции над векторами.

21. Линейная зависимость векторов, коллинеарность, компланарность.

22. Проекция вектора на ось, плоскость, разложение вектора по базисным векторам.

23. Нелинейные операции над векторами. Скалярное произведение 2-х векторов и его свойства.

24. Нелинейные операции над векторами. Векторное произведение 2-х векторов и его свойства.

25. Нелинейные операции над векторами. Смешанное произведение 3-х векторов и его свойства.

26. Разложение векторного произведения по базисным векторам.

27. Понятие n -мерного вектора, гиперплоскость.

28. Преобразование координат вектора в n -мерном пространстве.

29. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.

30. Прямая в пространстве. Канонические уравнения прямой. Параметрические уравнения прямой.

31. Прямая и плоскость в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности прямой и плоскости.

32. Поверхности второго порядка.

Раздел 2 (II семестр)

1. Множество. Действия над множествами.

2. Числовая последовательность. Определение. Определение и геометрический смысл предела числовой последовательности.

3. Основные теоремы о пределах.

4. Бесконечно малая величина. Определение. Свойства бесконечно малых.

5. Бесконечно большая величина. Свойства бесконечно больших. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.

6. Правила раскрытия неопределенностей $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}$; заданных отношениями многочленов

7. Предел функции в точке. Определение. Геометрический смысл.

8. Первый и второй замечательные пределы.

9. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Вейерштрасса, Коши.

10. Задачи, приводящие к понятию производной: о касательной, о скорости движения, о производительности труда.

11. Определение производной. Пример нахождения производной функции, исходя из определения производной.

12. Основные правила дифференцирования.

13. Производная сложной и обратной функции.

14. Таблица производных.

15. Логарифмическое дифференцирование.

16. Производные высших порядков.

17. Уравнение касательной к графику функции в данной точке

18. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши (формулировки, геометрический смысл).

19. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.

20. Достаточные условия возрастания и убывания функции.

21. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума.

22. Достаточные условия экстремума функции.

23. Выпуклость функции. Точки перегиба.

24. Асимптоты графика функции.

25. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

26. Первообразная функция. Таблица интегралов.

27. Неопределенный интеграл. Определение.

28. Свойства неопределенного интеграла.

29. Метод подведения функции под знак дифференциала.

30. Интегрирование иррациональных выражений.

31. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простые дроби.

32. Интегрирование тригонометрических функций.

33. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.
34. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
35. Понятие определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла. Экономический смысл определенного интеграла.
36. Свойства определенного интеграла.
37. Формула Ньютона–Лейбница.
38. Метод замены переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
39. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление объемов тел вращения, вычисление длины дуги плоской кривой.

Раздел 2 (III семестр)

40. Предел и непрерывность функций 2-х переменных.
41. Частные производные. Необходимое условие дифференцируемости функции.
42. Полный дифференциал. Достаточное условие дифференцируемости функций.
43. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
44. Экстремум функций 2-х переменных. Необходимое и достаточное условия.
45. Метод наименьших квадратов.
46. Числовые ряды. Основные свойства. Сумма ряда, остаток ряда, частичная сумма.
47. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
48. Признак сходимости Даламбера числовых рядов.
49. Признак сходимости Коши числовых рядов.
50. Интегральный признак сходимости числовых рядов.
51. Положительный ряд. Необходимое и достаточное условия сходимости.
52. Абсолютная и условная сходимость знакочередующегося ряда.
53. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость.
54. Степенные ряды. Свойства степенных рядов.
55. Степенные ряды. Радиус и область сходимости.

56. Ряды Тейлора и Маклорена.
57. Разложение в степенные ряды элементарных функций: e^x , $\cos(x)$, $\sin(x)$.
58. Разложение в степенные ряды элементарных функций: $(1+x)^a$, $\ln(x)$.
59. Дифференциальные уравнения. Общие понятия. Обыкновенные дифференциальные уравнения и дифференциальные уравнения в частных производных.
60. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
61. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка
62. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения.
63. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
64. Приближенное вычисление корней уравнения методом Ньютона.
65. Решение уравнения методом простых итераций.
66. Решение уравнения методом половинного деления.
67. Приближенное решение дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты.
68. Приближенное вычисление значений функции с помощью формулы Тейлора.
69. Интерполирование функций.

Раздел 3 (III–IV семестр)

1. Виды случайных событий.
2. Полная группа событий. Противоположные события.
3. Вероятность (определения) и ее свойства. Относительная частота.
4. Основные формулы комбинаторики.
5. Теорема сложения вероятностей несовместных событий.
6. Теорема умножения вероятностей несовместных событий.
7. Теорема сложения вероятностей совместных событий.
8. Теорема умножения вероятностей совместных событий.
9. Формула полной вероятности.
10. Математическое ожидание случайной величины.
11. Дисперсия случайной величины и ее свойства.

12. Начальные моменты дискретной случайной величины.
13. Центральные моменты случайной величины.
14. Закон распределения случайной величины. Биноминальное распределение.
15. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
16. Нормальное распределение. Центральная предельная теорема.
17. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.
18. Функция распределения и ее свойства.
19. Равномерное распределение.
20. Плотность распределения и ее свойства.
21. Генеральная совокупность и выборка. Полигон частот и гистограмма.
22. Генеральное и выборочное среднее.
23. Генеральная и выборочная дисперсии.
24. Среднее квадратическое отклонение суммы взаимонезависимых случайных величин.
25. Расчетная формула (вывод) для вычисления дисперсии.
26. Асимметрия и эксцесс эмпирического распределения.
27. Статистические оценки параметров распределения. Несмещенность, эффективность, состоятельность.
28. Статистическая проверка гипотез. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Ошибки 1-го и 2-го ряда.
29. Критические области. Уровень значимости и число степеней свободы.
30. Проверка гипотезы о нормальном распределении. Критерий согласия Пирсона.
31. Линейная корреляция. Свойства коэффициента корреляции.
32. Выборочный коэффициент корреляции.
33. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.
34. Множественная и частная корреляции.
35. Линейная регрессия.
36. Расчетные формулы коэффициентов линейной регрессии.

Вопросы для самоконтроля

Тема 1. Определители, матрицы и системы линейных уравнений

1. Что такое линейное уравнение относительно неизвестных x и y ? Приведите примеры.

2. Какие из приведенных ниже записей представляют собой линейные уравнения относительно x и y ?

а) $3x - y = 1$;

б) $2x = 5$;

в) $by = c$.

г) $2x - xy + y = 3$.

3. Что называется решением линейного относительно x и y уравнения? Сколько различных решений имеет линейное уравнение? Как геометрически изображается множество таких решений?

4. Что называется решением системы, составленной из двух линейных относительно x и y уравнений? Сколько различных решений может иметь такая система?

5. Что называется определителем системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными? Что такое определитель неизвестного x ? Определитель неизвестного y ? В каких случаях, зная определитель такой системы и определитель каждого из неизвестных, мы можем найти решение системы?

6. Как по величинам определителей системы двух уравнений с двумя неизвестными и каждого из этих неизвестных можно судить о множестве решений системы?

7. Перечислите и проиллюстрируйте примерами известные вам свойства определителей второго порядка?

8. Что такое определитель третьего порядка?

9. Каким образом при помощи определителей можно найти решение системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными? Всегда ли это возможно?

10. Что можно сказать о множестве решений системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными, определитель которой равен нулю?

11. Запишите в общем виде формулу разложения определителя по элементам его третьей строки и проиллюстрируйте её на конкретном примере.

12. Что называется определителем n -го порядка? Каковы его основные свойства?

13. Что называется минором и алгебраическим дополнением?

14. Каковы способы вычисления определителей?

15. Что называется матрицей?

16. Что такое $m \times n$ -матрица? Что называется вектор-строкой? вектор-столбцом?

17. Как определяется произведение матрицы на число? Сумма двух матриц? Всякие ли две матрицы можно сложить?

18. Как определяется произведение двух матриц? Каким условиям должны удовлетворять числа m , n , p и q , чтобы произведение $A \cdot B$ $m \times n$ -матрицы A на $p \times q$ -матрицу B имело смысл? Какой размер будет иметь в этом случае матрица $A \cdot B$?

19. Обладает ли операции умножения матриц свойством коммутативности? Свойством ассоциативности?

20. Что такое единичная матрица? Какими свойствами она обладает?

21. Какие матрицы называются квадратными? Всегда ли выполняемы операции сложения и умножения для квадратных матриц одного и того же порядка? Перечислите основные свойства этих операций.

22. Что называется определителем квадратной матрицы? Как можно вычислить определитель произведения двух матриц, зная величины определителей каждого из сомножителей?

23. Что такое обратная матрица? Всякая ли матрица имеет обратную? Сколько различных обратных матриц может существовать у одной и той же матрицы?

24. Что называется матрицей и расширенной матрицей системы линейных уравнений?

25. В каких случаях и как именно при помощи определителей можно получить решение системы n линейных уравнений с n неизвестными?

26. Какая система n линейных уравнений с n неизвестными называется однородной? Как по величине определителя этой системы можно судить о множестве её решений?

27. При каком условии система n линейных однородных линейных уравнений с n неизвестными имеет ненулевое решение?

28. Что такое ранг матрицы? Поясните свой ответ примерами.

29. В чем состоит метод Гаусса решения системы m линейных уравнений с n неизвестными? Проиллюстрируйте его на конкретном примере.

30. Сформулируйте условия разрешимости системы m линейных уравнений с n неизвестными.

31. Как записывается в матричной форме система n линейных уравнений с n неизвестными? Как её можно решить, используя матрицу, обратную к матрице коэффициентов? Всегда ли такое решение возможно?

Тема 2. Аналитическая геометрия на плоскости

1. Запишите в общем виде уравнения прямой (в векторной и координатной форме), проходящей на плоскости xOy через данную точку перпендикулярно данному вектору. Приведите примеры.

2. Что называется общим уравнением прямой на декартовой координатной плоскости? Как будет расположена прямая относительно осей координат, если те или иные коэффициенты в её общем уравнении равны 0? Приведите примеры.

3. Какие специальные виды уравнений прямой на декартовой координатной плоскости вы знаете? Приведите примеры.

4. По каким формулам можно находить угол между двумя прямыми на декартовой координатной плоскости? Поясните свой ответ примерами. Сформулируйте условия коллинеарности и перпендикулярности двух прямых.

5. Напишите формулу, по которой определяется расстояние между двумя точками, если: а) точки имеют одинаковые абсциссы, но различные ординаты; б) точки имеют одинаковые ординаты, но различные абсциссы; в) одна из этих точек совпадает с началом координат.

6. Чем отличаются друг от друга декартовы координаты двух точек, симметричных относительно оси Oy ?

7. Как выражаются координаты середины отрезка через координаты его концов?

8. Как выражаются координаты центра тяжести треугольника через координаты его вершин?

9. Как по координатам трёх точек установить, лежат ли они на одной прямой?

10. Как убедиться, что данная точка лежит на данной линии?

11. Как найти точку пересечения двух линий, заданных своими уравнениями?

12. Всегда ли уравнение вида $f(x; y) = 0$ определяет некоторую линию на плоскости? Приведите примеры.

13. Как связаны декартовы и полярные координаты точки, если полюс совпадает с началом декартовой системы координат, а направление полярной оси – с положительным направлением оси абсцисс?

14. Каково будет направление окружности в полярных координатах, если центр окружности совпадает с полюсом, а радиус её равен a ?

15. Каков характерный признак, отличающий уравнение прямой в декартовой системе координат от уравнений других линий?

16. Как расположена прямая относительно системы координат, если в её уравнении отсутствует: а) свободный член, б) одна из координат, в) одна из координат и свободный член? Напишите уравнения осей декартовой системы координат.

17. Как вычислить угол между двумя прямыми? Каковы условия параллельности и перпендикулярности прямых?

18. Как найти угловой коэффициент прямой, если известно её общее уравнение? Можно ли найти угловой коэффициент прямой, не составляя её уравнения, если известны две её точки? Если да, то как это сделать?

19. Как найти расстояние от данной точки до данной прямой, заданной уравнением общего вида?

20. Сформулируйте определения эллипса, гиперболы и параболы. Каковы канонические уравнения этих линий и при каком расположении эллипса, гиперболы и параболы относительно осей координат получаются эти уравнения?

21. Что называется эксцентриситетом эллипса и гиперболы? Какие значения может принимать эта величина?

22. Какие названия носят параметры a и b в канонических уравнениях эллипса и гиперболы и почему они так названы?

23. Что называется центром эллипса и гиперболы?

24. Какой вид будут иметь формулы преобразования координат, если начало координат смещается в направлении оси Ox на расстояние трёх единиц масштаба и направления осей не меняются?

25. В каком случае при повороте системы координат угол поворота считается отрицательным?

26. Каков будет вид формул преобразования координат, если за новую ось абсцисс принять старую ось ординат, а за новую ось ординат – прямую $y - 2 = 0$?

27. Как с помощью преобразования системы координат можно уничтожить член с произведением координат в общем уравнении линии второго порядка?

28. Какое множество точек называется выпуклым?

29. Докажите теорему о выпуклости пересечения выпуклых множеств точек.

30. Каков геометрический смысл линейного неравенства с двумя переменными и системы таких неравенств?

Тема 3. Векторы в трёхмерном пространстве

1. Что называется вектором и как он изображается?

2. Что такое направленный отрезок? В каких случаях мы говорим о свободных векторах, скользящих векторах, связанных векторах?

3. Сформулируйте определение понятий коллинеарности и компланарности.

4. Дайте определения понятий суммы и разности векторов, противоположного вектора. Какими свойствами обладают соответствующие операции?

5. Что называется произведением вектора на вещественное число? Какими свойствами обладают соответствующая операция?

6. Что такое проекция вектора на ось? Величина этой проекции? Сформулируйте основные свойства проекций.

7. В чем состоит задача разложения вектора по заданным направлениям? Всегда ли она разрешима? Сколько различных решений она может иметь?

8. Что представляет собой декартова система координат в пространстве? Что такое координата точки, координата вектора? Как выражаются координаты вектора через координаты его начала и конца?

9. Что такое орты координатных осей? Как следует понимать записи вида $a = (x; y; z)$? Каким образом проводятся линейные операции над векторами в координатной форме?

10. Что значит, что точка C делит отрезок \overline{AB} в отношении λ ? Приведите примеры. Как можно найти точку, делящую данный отрезок в заданном отношении?

11. Докажите, что из трёх медиан произвольного треугольника можно построить треугольник.

12. Что называется координатами вектора?
13. Что называется скалярным произведением двух векторов? Каковы его свойства и геометрический смысл?
14. Приведите известные вам формы для нахождения угла между двумя векторами и проекции вектора на ось (или на направление другого вектора).
15. Дайте определение правой и левой тройки векторов. Приведите примеры.
16. Можно ли задавать все три угла, образуемые вектором с осями координат?
17. Что называется векторным произведением двух векторов? Каковы его свойства и геометрический смысл?
18. Что называется векторно-скалярным (смешанным) произведением векторов? Каковы его свойства и геометрический смысл?
19. Как выражаются в координатах векторов различные действия над ними: сложение, умножение на число, скалярное, векторное и смешанное произведения?
20. Как выражаются в координатах векторов условия их коллинеарности, перпендикулярности, компланарности?

Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве

1. Запишите в общем виде (в векторной и координатной форме) уравнения плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Приведите примеры.
2. Что называется общим уравнением плоскости? Как будет расположена плоскость относительно координатных осей, если те или иные коэффициенты в её общем уравнении равны нулю? Приведите примеры.
3. По какой формуле можно составить уравнение плоскости, проходящей через три данные точки? Поясните свой ответ примерами.
4. Как можно найти величину угла между двумя плоскостями? В чём состоят условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей? Приведите примеры.
5. Каким образом можно аналитически описать прямую, проходящую через данную точку коллинеарно данному вектору? Приведите примеры.

6. По каким формулам можно найти угол между двумя прямыми? Прямой и плоскостью? В чём состоят условия коллинеарности и перпендикулярности двух прямых? Прямой и плоскостью? Поясните свой ответ примерами.

7. Какими способами можно аналитически задать прямую в декартовом координатном пространстве? Приведите примеры.

8. Почему прямые линии носят название линий первого порядка, а плоскости – поверхностей первого порядка?

9. Как проверить, лежит ли данная точка на поверхности, заданной уравнением?

10. Всегда ли два уравнения с тремя переменными определяют некоторую линию в пространстве? Приведите примеры.

11. Какое множество точек представляет уравнение с двумя переменными, если его рассматривать в пространстве?

12. Как получить уравнения проекции линии на координатные плоскости, если линия задана двумя уравнениями с тремя переменными?

13. При каких условиях общее уравнение второй степени с тремя переменными определяет сферу? Как найти её центр и радиус?

14. Как записать уравнение поверхности вращения, полученной при вращении плоской линии $f(x; y) = 0$ вокруг оси Ox ? Приведите примеры.

15. Каков характерный признак, отличающий уравнение плоскости в декартовых координатах от уравнений других поверхностей?

16. Как будет располагаться плоскость относительно осей координат, если в её уравнении отсутствуют те или иные члены?

17. Как определить направляющий вектор прямой, если она задана общим уравнением?

18. Как определить угол между двумя плоскостями, между двумя прямыми, между прямой и плоскостью?

19. Каковы условия перпендикулярности и параллельности двух плоскостей, двух прямых, прямой и плоскости?

20. Как найти точку пересечения прямой и плоскости?

21. При каком условии данная прямая лежит в данной плоскости?

22. Написать уравнения координатных осей, рассматривая их как пересечения координатных плоскостей.

23. Как найти расстояние между двумя параллельными плоскостями?

24. При каком условии эллиптический цилиндр $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ становится поверхностью вращения с осью Oz ? То же для однополостного гиперboloида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$.

25. Докажите, что линейное неравенство с тремя переменными определяет полупространство.

Тема 5. Элементы векторной алгебры

1. В чём состоит сущность метода исключения неизвестных?
2. Какие преобразования системы линейных уравнений называются элементарными?
3. Какова схема применения метода исключения неизвестных для исследования и решения системы линейных уравнений?
4. Что называется n -мерным вектором?
5. Дайте определение линейных операций над n -мерными векторами.
6. Что называется линейным векторным пространством? Приведите примеры.
7. Что называется линейной комбинацией векторов?
8. В каком случае система векторов называется линейно независимой?
9. Что называется базисом векторного пространства?
10. Что называется координатами вектора в данном базисе?
11. Что называется размерностью векторного пространства?
12. Как производится преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому?
13. В чём состоит замена одного базисного вектора другим, в данный базис не входящим?

Тема 6. Введение в анализ

1. Сформулируйте определение функции. Что называется областью определения функции?
2. Перечислите основные способы задания функции. Приведите примеры.
3. Найдите области определения следующих функций:
а) $y = \lg(2 - \sqrt{1+x})$;

б) $y = \sqrt{2 - \sqrt{1 + x^2}}$;

в) $y = \arccos \frac{2}{3x - 1}$.

4. Какая функция называется периодической? Приведите примеры.

5. Какая функция называется сложной? Приведите примеры.

6. Какие функции называются элементарными? Приведите примеры.

7. Приведите примеры элементарных функций, естественной областью определения которых является: а) вся числовая ось, за исключением двух точек $x_1 = 2$ и $x_2 = 3$; б) все положительные значения x , за исключением тех же двух точек $x_1 = 2$ и $x_2 = 3$.

8. Как, имея график функции $y = f(x)$, можно построить графики функций $y = f(kx)$, $y = f(kx + b)$, $y = Af(kx + b) + B$? Приведите примеры.

9. Сформулируйте определение предела переменной величины, предела функции при стремлении аргумента к некоторому числу и к бесконечности.

10. Как связано понятие предела функции с понятиями пределов слева и справа?

11. Какая величина называется бесконечно малой и каковы её основные свойства?

12. Какая величина называется бесконечно большой? Какова её связь с бесконечно малой?

13. Сформулируйте определения непрерывности функции в точке и на отрезке.

14. Сформулируйте теорему об области непрерывности элементарных функций.

15. Исследуйте на непрерывность функцию $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$. Найдите пределы этой функции слева и справа в точке $x = 0$.

16. Покажите, что величины $\sin x$, $\arcsin x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{arctg} x$, бесконечно малые при $x \rightarrow 0$, эквивалентны друг другу.

17. Пусть $x \rightarrow 0$. При каком значении a бесконечно малые $a \sin^2 x$ и $(1 - \cos x)$ будут эквивалентны?

Тема 7. Производная и дифференциал

1. Сформулируйте определение производной. Найдите производную функции $y = \frac{x}{(x-1)}$, пользуясь только определением производной.
2. Каков геометрический смысл производной?
3. Что называется касательной к кривой в точке? Как составить её уравнение? Что называется нормалью к кривой в точке? Как составить её уравнение?
4. Каков механический смысл первой и второй производных?
5. Может ли функция иметь производную в точке, в которой она имеет разрыв?
6. Функция в данной точке дифференцируема. Следует ли отсюда, что она непрерывна в этой точке?
7. Перечислите общие правила дифференцирования функций и формулы дифференцирования основных элементарных функций.
8. Как найти первую и вторую производные функции, заданной параметрически?
9. Что называется дифференциалом функции? Что такое дифференциал независимой переменной?
10. Каков геометрический смысл дифференциала функции?
11. Чем отличается дифференциал функции от её приращения? Для каких функций дифференциал тождественно равен приращению?

Тема 8. Приложения производной для исследования функций

1. Каковы основные признаки возрастания и убывания функции?
2. Покажите, что функция $y = e^x$ возрастает, а функция $y = \sin x - x$ убывает в любом промежутке.
3. Что называется экстремумом функции? Как найти максимумы и минимумы функции? Сформулируйте два правила.
4. Приведите пример, показывающий, что обращение производной в нуль не является достаточным условием экстремума функции.
5. Чем отличается максимум функции, заданной на некотором отрезке, от её наибольшего значения? То же о минимуме и наименьшем значении функции.

6. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке? Всегда ли они существуют?

7. Как формулируется теорема Ролля? Каков её геометрический смысл?

8. Как формулируется теорема Лагранжа? Каков её геометрический смысл?

9. Перечислите типы неопределённостей, для раскрытия которых может быть использовано правило Лопиталя. Приведите примеры.

10. Напишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. В каком случае эта формула называется формулой Маклорена?

11. Напишите формулы Маклорена для функций e^x , $\sin x$, $\cos x$.

12. Как используется формула Тейлора для вычисления приближенных значений функции с заданной точностью? Приведите примеры.

13. Как находятся интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции? Приведите примеры.

14. Что называется асимптотой кривой?

15. Как находятся вертикальные и неvertикальные асимптоты графика функции?

16. Каковы основные пункты общей схемы исследования функции и построения её графика?

Тема 9. Приближенное решение уравнений

1. В чём состоят методы хорд, касательных и комбинированный метод приближенного решения уравнений?

2. В каком случае приближенное значение корня уравнения, полученное при помощи касательной, может оказаться лежащим вне отрезка, на котором отделен корень? Как этого избежать?

Тема 10. Функции нескольких переменных

1. Сформулируйте определение функции нескольких переменных.

2. Что называется областью определения функции нескольких переменных? Каково её геометрическое изображение в случае функции двух или трёх переменных?

3. Каковы способы задания функции двух переменных?

4. Каковы способы геометрического изображения функций двух и трёх переменных? Что называется линией и поверхностью уровня?

5. Как определяются понятия предела и непрерывности функции нескольких переменных?

6. Приведите пример функции двух переменных, непрерывной всюду, кроме каждой точки окружности $x^2 + y^2 = 1$.

7. Сформируйте определение частных производных. Каков их геометрический смысл в случае функции двух переменных?

8. Что называется полным приращением и полным дифференциалом функции нескольких переменных?

9. Докажите, пользуясь понятием дифференциала, что относительная погрешность произведения равна сумме относительных погрешностей сомножителей.

10. Докажите, пользуясь понятием дифференциала, что максимальная относительная погрешность частного равна сумме относительных погрешностей делимого и делителя.

11. Сформулируйте определения частных производных высших порядков.

12. Докажите, что функция $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ удовлетворяет уравнению $\frac{\partial u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$?

13. Как определяется экстремум функции двух переменных? Каковы необходимые условия экстремума?

14. Как можно найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области?

15. Что называется условным экстремумом и каков метод его нахождения?

16. Что называется производной по направлению и градиентом функции нескольких переменных?

17. Как выражается производная по направлению через градиент и единичный вектор направления?

18. Докажите, что производная от функции по направлению линии уровня этой функции равна нулю.

Тема 11. Неопределенный интеграл

1. Сформулируйте определение первообразной функции. Докажите, что любые две первообразные для одной и той же функции могут отличаться только на постоянное слагаемое.

2. Что называется неопределённым интегралом? Каков его геометрический смысл?

3. Постройте кривые семейства $y = \int x dx$, проходящие через точки $M_1(2; 1)$, $M_2(2; 2)$, $M_3(2; 3)$.

4. Укажите целесообразные подстановки для отыскания интегралов:

$$\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx,$$

$$\int x^5 \sqrt{1 + 4x^6} dx,$$

$$\int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx,$$

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

$$\int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1 + x^2} dx,$$

5. Выведите формулу интегрирования «по частям».

6. Укажите, какие из приведенных ниже интегралов целесообразно интегрировать «по частям»:

$$\int x \operatorname{arctg} x dx,$$

$$\int \frac{\arcsin x}{x^2} dx,$$

$$\int \frac{1}{x \ln x} dx,$$

$$\int \sqrt{\sin^3 x \cos^3 x} dx,$$

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{4 - x^2}} dx,$$

$$\int \cos x \ln(\sin x) dx,$$

$$\int x^2 e^x dx.$$

7. В чём заключается метод интегрирования рациональных функций?

Тема 12. Определённый интеграл

1. Сформулируйте определение определённого интеграла. Каковы его свойства и геометрический смысл?

2. Как можно геометрически истолковать тот факт, что определённый интеграл от функции, не равной тождественно нулю, может оказаться равным нулю?

3. Докажите формулу Ньютона–Лейбница.

4. При каких условиях возможна замена переменной интегрирования в определённом интеграле?

5. Как определяется длина дуги кривой? Каков способ её вычисления?
6. Выведите формулу для объема тела вращения.
7. Как вычисляется объем тела с заданными площадями параллельных сечений?
8. Дайте определение площади поверхности тела вращения.
9. Выведите формулу трапеций и Симпсона для приближенного вычисления определенного интеграла.
10. Что называется несобственным интегралом с бесконечными пределами?
11. Может ли бесконечно протяженное тело иметь конечный объем? Рассмотрите пример тела, образованного вращением кривой $y = e^{-x}$ ($0 \leq x < +\infty$) вокруг оси Ox .

Тема 13. Двойной интеграл

1. Что называется интегральной суммой для функции двух переменных по некоторой области?
2. Что называется двойным интегралом? Каковы его основные свойства?
3. Как производится вычисление двойного интеграла?
4. Напишите формулу для площади криволинейной трапеции при помощи определенного интеграла функции одной переменной и двойного интеграла. Преобразуйте вторую формулу в первую.
5. Напишите формулу, выражающую объем цилиндрического тела через двойной интеграл.
6. Вычислите интеграл Пуассона с помощью двойного интеграла.

Тема 14. Дифференциальные уравнения

1. Какое уравнение называется дифференциальным? Что называется порядком дифференциального уравнения? Приведите примеры.
2. Что называется решением дифференциального уравнения? Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое – частным? Каков их геометрический смысл?
3. Сформулируйте теорему существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.

4. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется уравнением с разделяющимися переменными и как оно интегрируется? То же об однородном и линейном уравнениях первого порядка.

5. Докажите, что в точках прямой, проходящей через начало координат, касательные к интегральным кривым однородного уравнения первого порядка параллельны.

6. Определите, к какому виду относятся следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{(x-y)dy}{dx} = 2xy;$$

$$\frac{\operatorname{tg} y dy}{dx} = \ln x;$$

$$\frac{(1+x^2)dy}{dx-2xy} = (1+x^2)^2;$$

$$\frac{dy}{dx+y^3(x^2-1)} = 0.$$

7. Приведите пример дифференциального уравнения второго порядка, решение которого можно найти методом понижения порядка.

8. Что называется характеристическим уравнением и как оно составляется для заданного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?

9. Как составляется общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?

Тема 15. Ряды

1. Что называется рядом? В каком случае ряд называется сходящимся, а в каком расходящимся? Что называется суммой ряда?

2. Почему при исследовании сходимости ряда можно отбрасывать любое конечное число начальных членов?

3. Сформулируйте необходимый признак сходимости рядов. Приведите примеры.

4. Сформулируйте признак сходимости и расходимости рядов, основанный на сравнении рядов. Приведите примеры.

5. Сформулируйте признак Даламбера сходимости рядов. Приведите примеры.

6. Какие ряды называются знакочередующимися? Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Приведите примеры.

7. Какие числовые знакпеременные ряды называются абсолютно сходящимися и какие – условно сходящимися?

8. Укажите, какие из приведенных ниже рядов сходятся абсолютно и какие условно:

$$1 - \frac{1}{2^5} + \frac{1}{3^5} - \frac{1}{4^5} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n^5} + \dots,$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt[4]{2}} + \frac{1}{\sqrt[4]{3}} - \frac{1}{\sqrt[4]{4}} + \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[4]{n}} + \dots,$$

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3^n} + \dots,$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{2a} + \frac{1}{3a} - \frac{1}{4a} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{na} + \dots$$

9. Какой ряд называется функциональным? Что называется областью сходимости функционального ряда? Приведите примеры.

10. Что называется степенным рядом?

11. Что называется интервалом (промежутком) сходимости и радиусом сходимости степенного ряда? Как их можно найти?

12. Как найти область сходимости степенного ряда? Приведите примеры.

13. Приведите примеры степенных рядов, имеющих нулевой, конечный и бесконечный радиусы сходимости.

14. Что называется рядом Тейлора функции? В каком случае этот ряд называется рядом Маклорена?

15. Напишите разложения в ряд Маклорена функций e^2 , $\sin x$, $\ln(1+x)$. Для каких областей x справедливы эти разложения?

16. В чём заключается суть применения рядов для приближенных вычислений? Приведите примеры.

17. Как применяются ряды для вычисления приближенных значений определенных интегралов? Приведите примеры.

Тема 16. Теория вероятностей и математическая статистика

1. Опишите, как мы интерпретируем понятие «вероятность» применительно к реальным событиям. Приведите примеры.

2. Что такое полная система попарно несовместимых элементарных событий? Каким образом на базе этой системы строится порождаемая ею алгебра событий? (Какие события составляют эту алгебру?) Проиллюстрируйте свой ответ примерами.

3. Что такое невозможное событие? достоверное событие? Что называется событием, противоположным данному? Приведите примеры.

4. Какие два события называются несовместимыми? Что означают термины «попарная несовместимость» и «несовместимость в совокупности» применительно к системе событий? Приведите примеры.

5. Что означает выражение «событие A влечёт за собой событие B »? Проиллюстрируйте свой ответ примерами.

6. Что называется суммой и произведением событий? Какими свойствами обладают операции сложения и умножения событий? Приведите примеры.

7. Сформулируйте классическое определение вероятности. В чём состоят условия его применимости?

8. Какими свойствами обладают вероятности, введенные классическим определением? (Чему равна вероятность невозможного события? Достоверного события? По какой формуле можно вычислить вероятность противоположного события? Суммы двух событий? Вероятность суммы любого набора попарно несовместимых событий?)

9. Что такое условная вероятность? По каким формулам её можно вычислять? Приведите примеры.

10. Что значит, что событие B не зависит от события A ? Какие события называют взаимно независимыми? Приведите примеры.

11. Напишите и проиллюстрируйте примерами общую формулу умножения и формулу умножения для независимых событий.

12. Запишите и объясните формулу полной вероятности и формулу Байеса. Проиллюстрируйте примерами их применение.

13. В чём состоит общий способ задания вероятностей функции на конечной алгебре событий? Приведите примеры.

14. Что такое случайная величина и её закон распределения вероятностей? Что такое гистограмма распределения? Что называется кумулятивной функцией распределения случайной величины? Как с помощью этой функции можно вычислять вероятности выполнения неравенств вида $x_1 < \xi \leq x_2$ (здесь ξ – случайная величина, а x_1 и x_2 – некоторые числа)?

15. Что такое биномиальный закон распределения? Приведите примеры случайных величин, подчиняющихся этому закону.

16. Какие случайные величины называются дискретными, а какие – непрерывными? Что такое функция плотности вероятностей непрерывной случайной величины? Как с помощью этой функции можно вычислять вероятности выполнения неравенств вида $x_1 < \xi \leq x_2$ (и т. п.)?

17. Что такое геометрический закон распределения? Приведите примеры случайных величин, подчиняющихся этому закону.

18. Что такое закон равномерной плотности? показательный закон распределения? Нарисуйте графики соответствующих функций плотности вероятностей и кумулятивных функций распределения.

19. Что называется нормальным законом распределения? Как выглядят графики соответствующих функций плотности и кумулятивной функции распределения? Как можно вычислять значения этой кумулятивной функции распределения при помощи таблицы функции $\Phi_1(z)$? В чём состоит так называемое «правило трёх сигм»?

20. Что называется квантилем распределения случайной величины? Приведите примеры.

21. Что такое одномерная выборка? ранжированный ряд? ряды абсолютных и относительных частот? Как геометрически изображаются ряд относительных частот и кумулятивный ряд относительных частот? Что такое интервальные ряды выборочных распределений?

22. Что такое выборочное среднее, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение? Как можно вычислить эти сводные характеристики по ряду абсолютных частот? по ряду относительных частот? Приведите примеры.

23. Что называется математическим ожиданием, дисперсией, средним квадратическим отклонением дискретной случайной величины? Какой смысл имеют эти сводные числовые характеристики?

24. Что такое моменты распределения случайной величины? В чём состоит метод моментов при построении закона

распределения случайной величины по результатам наблюдений? Приведите пример.

25. Запишите и объясните интегральную формулу Муавра–Лапласа. Приведите пример.

26. В чём состоит закон больших чисел?

27. Какими способами можно описать закон совместного распределения вероятностей для системы двух случайных величин? Что такое кумулятивная функция совместного распределения? Что такое функция плотности совместного распределения? Всякое ли совместное распределение имеет функцию плотности?

28. Какими способами, зная закон совместного распределения двух случайных величин, можно найти законы распределения каждой из них в отдельности? Что такое условные законы распределения и как они могут быть получены, исходя из закона совместного распределения? Приведите примеры.

29. Какие зависимости носят названия регрессионных? Проиллюстрируйте свой ответ примерами.

30. Что такое моменты совместного распределения системы двух случайных величин? Какие из них совпадают с моментами «безусловных» распределений этих величин? Какой смысл имеют остальные моменты?

31. Что такое коэффициент корреляции двух случайных величин? Каков его смысл, если совместное распределение нормально? Каков его смысл в общем случае?

32. Что такое двумерная выборка? корреляционные таблицы абсолютных и относительных частот? моменты совместного выборочного распределения?

33. В чём состоит метод наименьших квадратов для отыскания уравнения выборочной регрессии условных средних?

34. Запишите формулу, позволяющую рассчитать линейное уравнение выборочной регрессии по известным величинам выборочных средних значений, средних квадратических отклонений и коэффициентам корреляции. Будет ли приводить к тому же уравнению метод наименьших квадратов?

Тесты

Структура теста по математике

- A. Линейная алгебра и аналитическая геометрия.
- B. Математический анализ. Часть 1.
 - 1. Множества.
 - 2. Пределы.
 - 3. Производные.
 - 4. Интегралы.
- C. Математический анализ. Часть 2.
 - 1. Частные производные.
 - 2. Ряды.
 - 3. Дифференциальные уравнения.
 - 4. Приближенные вычисления.
- D. Теория вероятностей и математическая статистика.

Инструкция для студента

Тест состоит из вопросов по отдельным разделам курса: А, В, С, D. На выполнение каждого раздела отводится 45 минут. Задания рекомендуется выполнять по порядку. Если задание не удастся выполнить сразу, переходите к следующему. Если остается время, вернитесь к пропущенным заданиям.

К каждому заданию дано несколько ответов, из которых один или более верных. Решите задание или дайте ответ, сравните полученный ответ с предложенными.

Раздел А. Контрольный тест по линейной алгебре и аналитической геометрии

A1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 5 & 7 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & 8 \\ -3 & 10 & -3 & 6 \end{vmatrix}$$

Варианты ответов:

1) -1920 ;

4) -3840 ;

2) 480 ;

5) 1040 .

3) 0 ;

А2. Найти максимальное число линейно-независимых строк матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 5 & 6 \\ 3 & -5 & 2 & -8 & -11 \\ 2 & 4 & 2 & 10 & 12 \\ 2 & -3 & 3 & -3 & -5 \end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

1) 1 ;

4) 4 ;

2) 2 ;

5) 5 .

3) 3 ;

А3. Указать, какая из матриц имеет обратную:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 8 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix};$$

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Варианты ответов:

В4. Физический смысл производной функции:

- а) мгновенная скорость; г) работа;
б) сила; д) мощность.
в) ускорение;

В5. Геометрический смысл производной функции:

- а) тангенс угла между касательной и осью Ox ;
б) угол между касательной и осью Ox ;
в) угол между касательной и осью Oy ;
г) синус угла между касательной и осью Ox ;
д) тангенс угла между касательной и осью Oy .

В6. Производная функции $y = (x - 1)e^x$ равна:

- а) $-e^x$; г) $1/e^x$;
б) $-1/e$; д) 1.
в) xe^x ;

В7. Предел отношения $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$ равен:

- а) -1 ; г) $-\infty$;
б) 0; д) 1.
в) $+\infty$;

В8. Наибольшее значение функции $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ на отрезке

$[-0,9; 0,9]$ равно:

- а) 1; г) $-100/19$;
б) -1 ; д) 0.
в) 0,9;

В9. Первообразная подинтегральной функции неопределенно-го интеграла $\int \cos 3x dx$ равна:

- а) $\sin x$; г) $\sin x + C$;
б) $\frac{1}{3} \cos x + C$; д) $\frac{1}{3} \sin 3x + C$.
в) $\cos x + C$;

В10. Результат вычисления определенного интеграла $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ равен:

- а) e ; в) 2;
б) $\frac{(e-1)}{2}$; г) $2e$;
д) $\frac{(e+1)}{2}$.

Раздел С. Контрольный тест по 2-ой части математического анализа

C1. Область существования функции $z = \frac{xy}{(x-y)}$:

- а) вся плоскость xOy ;
- б) прямая $y = x$;
- в) вся плоскость xOy , кроме прямой $y = x$.

C2. Линия уровня функции $z = f(x, y)$ – это:

- а) прямая $y = x$;
- б) кривая $f(x, y) = c$, где $c = \text{const}$;
- в) кривая $x^2 + y^2 = c^2$, $c = \text{const}$.

C3. Частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z =$

$= x^3 - e^{2y}$ в точке $(2, 0)$ равна:

- а) e ;
- б) $\frac{(e-1)}{2}$;
- в) $2e$;
- г) $\frac{(e+1)}{2}$.

в) 2 ;

C4. Градиент функции $z = f(x, y)$ – это:

- а) скаляр;
- б) вектор;
- в) дифференциал;
- г) производная.

C5. Необходимое условие сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ –

это при $n \rightarrow \infty$:

- а) $a_n \rightarrow 1$;
- б) $a_n \rightarrow 0$;
- в) $a_n \rightarrow \infty$.

C6. Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{3n^2}$:

- а) сходится;
- б) расходится;
- в) сходится условно;
- г) сходится абсолютно.

C7. Радиус сходимости числового ряда $\sum_{x=1}^{\infty} 3^x x^x$ равен:

- а) $1/3$;
- б) 1 ;
- в) 3 ;
- г) ∞ .

$$D[2X + 1] = :$$

а) 36;

в) 19;

б) 18;

г) 37.

D6. Каковы свойства выборочной (эмпирической) функции распределения (в.ф.р.)? Выберите правильные утверждения:

а) в.ф.р. является оценкой функции распределения генеральной совокупности;

б) в.ф.р. может принимать значения от 0 до 1;

в) в.ф.р. возрастает на всей вещественной прямой;

г) в.ф.р. непрерывна на всей вещественной прямой;

д) в.ф.р. в каждой точке x представляет собой относительную частоту события, полученную по выборке наблюдений над случайной величиной X .

D7. Укажите основные выборочные оценки генерального математического ожидания и генеральной дисперсии.

Оценки генерального математического ожидания:

а) выборочный центральный момент порядка K ;

б) выборочное среднее;

в) выборочное среднеквадратическое отклонение.

D8. Каковы свойства выборочного среднего (в.с.)?

Выберите правильные утверждения:

а) в.с. является несмещенной оценкой генерального математического ожидания;

б) математическое ожидание в.с. равно генеральной дисперсии;

в) дисперсия в.с. в n раз меньше генеральной дисперсии, где n – объем выборки;

г) в.с. не является состоятельной оценкой генерального математического ожидания.

D9. Какие статистические гипотезы можно проверить, используя критерий согласия хи-квадрат Пирсона?

Выберите правильные утверждения:

а) гипотезу о законе распределения генеральной совокупности с неизвестными параметрами;

б) гипотезу о законе распределения генеральной совокупности с известными параметрами;

в) гипотезу о равенстве законов распределения двух генеральных совокупностей;

г) гипотезу о равенстве математических ожиданий двух генеральных совокупностей.

D10. Каковы свойства и назначение выборочного коэффициента корреляции (в.к.к.)?

Выберите правильные утверждения:

а) в.к.к. характеризует зависимость между двумя случайными величинами;

б) в.к.к. служит состоятельной оценкой генерального коэффициента корреляции;

в) значения в.к.к. могут превышать по модулю единицу;

г) если две случайные величины линейно зависимы, то соответствующий в.к.к. по модулю равен единице;

д) если в.к.к. по модулю равен единице, то две соответствующие случайные величины линейно зависимы;

е) в.к.к. имеет только положительные значения.

Оценка результатов тестирования

Каждый тест оценивается по пятибалльной системе: более 8 правильных ответов – «отлично»; от 7 до 8 правильных ответов – «хорошо»; от 5 до 6 – «удовлетворительно»; не более 4 – «неудовлетворительно».

Содержание

Предисловие	3
Содержание разделов и тем	4
Введение	4
Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия	5
Тема 1.1. Элементарная и векторная алгебра	5
Тема 1.2. Аналитическая геометрия	5
Раздел 2. Математический анализ	6
Тема 2.1. Основы теории пределов и непрерывность	6
Тема 2.2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	6
Тема 2.3. Интегральное исчисление функций одной переменной	7
Тема 2.4. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных	7
Тема 2.5. Числовые и функциональные ряды	7
Тема 2.6. Дифференциальные уравнения	7
Тема 2.7. Приближенные вычисления	8
Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика	8
Тема 3.1. Теория вероятностей	8
Тема 3.2. Математическая статистика	9
Список литературы	11
Рекомендации по выполнению контрольных работ	11
Контрольная работа № 1	12
Вариант 1	12
Вариант 2	14
Вариант 3	15
Вариант 4	17
Вариант 5	19
Вариант 6	20
Вариант 7	22
Вариант 8	24
Вариант 9	25
Вариант 10	27
Контрольная работа №2	29
Вариант 1	29
Вариант 2	30
Вариант 3	31

Вариант 4	32
Вариант 5	33
Вариант 6	34
Вариант 7	35
Вариант 8	36
Вариант 9	37
Вариант 10	38
Контрольная работа № 3	39
Вариант 1	39
Вариант 2	39
Вариант 3	40
Вариант 4	41
Вариант 5	41
Вариант 6	42
Вариант 7	43
Вариант 8	43
Вариант 9	44
Вариант 10	45
Контрольная работа № 4	45
Вариант 1	45
Вариант 2	46
Вариант 3	48
Вариант 4	49
Вариант 5	50
Вариант 6	51
Вариант 7	52
Вариант 8	53
Вариант 9	54
Вариант 10	56
Вопросы к экзамену	57
Раздел 1 (I семестр)	57
Раздел 2 (II семестр)	58
Раздел 2 (III семестр)	60
Раздел 3 (III–IV семестр)	61
Вопросы для самоконтроля	63
Тема 1. Определители, матрицы и системы линейных уравнений	63
Тема 2. Аналитическая геометрия на плоскости	65
Тема 3. Векторы в трёхмерном пространстве	67
Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве	68

Тема 5. Элементы векторной алгебры	70
Тема 6. Введение в анализ.	70
Тема 7. Производная и дифференциал.	72
Тема 8. Приложения производной для исследования функций.	72
Тема 9. Приближенное решение уравнений	73
Тема 10. Функции нескольких переменных	73
Тема 11. Неопределенный интеграл.	74
Тема 12. Определённый интеграл	75
Тема 13. Двойной интеграл.	76
Тема 14. Дифференциальные уравнения	76
Тема 15. Ряды	77
Тема 16. Теория вероятностей и математическая статистика	79
Тесты	82
Структура теста по математике	82
Инструкция для студента	82
Раздел А. Контрольный тест по линейной алгебре и аналитической геометрии	82
Раздел В. Контрольный тест по 1-ой части математического анализа	85
Раздел С. Контрольный тест по 2-ой части математического анализа	87
Раздел D. Контрольный тест по теории вероятностей и математической статистике.	88
Оценка результатов тестирования	90

Учебно-методическое пособие

Блаженов Алексей Викторович, доцент, канд. физ.-мат. наук
Бровкина Екатерина Анатольевна, ст. преподаватель
Матвеев Юрий Леонидович, проф., доктор физ.-мат. наук
Никитенко Валентин Гаврилович, доцент, канд. физ.-мат. наук
Петрова Вера Валерьевна, доцент, канд. физ.-мат. наук
Ржонсницкая Юлия Борисовна, доцент, доктор физ.-мат. наук

МАТЕМАТИКА
в помощь студенту заочнику

Начальник РИО А.В. Ляхтейнен
Редактор Л.Ю. Кладова
Верстка М.В. Ивановой

Подписано в печать 17.09.2019. Формат 60×90 ¹/₁₆. Гарнитура Times New Roman.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 5,875. Тираж 100 экз. Заказ № 783.
РГГМУ, 192007, Санкт-Петербург, Воронежская ул., 79.
