Предисловие

Настоящий «**Математический Словарь**» предназначен всем тем, кому в своей работе или учебе необходимо быстро найти короткие определения математических терминов. Словарь содержит более 5000 понятий элементарной и высшей математики. Из элементарной математики охвачены практически все термины, встречающиеся в школьных учебниках, а из терминов высшей и современной математики — лишь основные и преимущественно те, которые встречаются в общих курсах математических дисциплин вузов. Из-за ограниченного объема издания терминология кибернетики и теоретической механики почти полностью опущена.

Термины в словаре приведены в алфавитном порядке, причем пробел считается первым символом алфавита, а апостроф, дефис, тире отождествляются с отсутствием символа. Термины даются преимущественно в единственном числе. Если термин состоит из нескольких слов, то при необходимости допускается перестановка слов: на первое место ставится главное по смыслу слово (в текстах других статей такие термины используются в обычном виде).

Каждая статья начинается с термина и дает определение соответствующего понятия или ссылку на другую статью, содержащую такое определение. По возможности приводятся строгие определения. Если же полное раскрытие понятия требует чрезмерно длинного текста, то определение дается с некоторыми опущениями (напр., не приводятся подробные условия существования и т. п.). В случае методов решения часто указывается лишь класс решаемых задач, но не приводятся соответствующие формулы. Определения некоторых элементарных понятий, в целях указания существенных связей, даются несколько шире, чем в школьных учебниках. Многим понятиям сопутствует небольшой рисунок, помещенный, как правило, сразу после соответствующей статьи. Во многих статьях приводятся иллюстрирующие примеры.

Непосредственно за названием статьи в скобках дается его перевод на английский язык, причем из возможных синонимов выбран только один вариант.

Дополнительную информацию к терминам, содержащим собственные имена, дает справка имен, в которой приведены полные имена упомянутых математиков на соответствующем языке и указаны годы их жизни. Во втором приложении перечислены используемые в словаре обозначения и указаны статьи, в которых описывается их значение.

В случае многозначных терминов соответствующая статья содержит несколько определений, снабженных порядковыми номерами (**1.**, **2.** и т. д.) и отделенных друг от друга точкой с запятой. При использовании такого термина в тексте других статей номер варианта не указывается. Напр., при определении *алгебры* как некоторого кольца не сказано, что подразумевается второе значение термина *кольцо*. В виде исключения, в некоторых статьях даются два эквивалентных по содержанию определения термина — такие определения не пронумерованы, но также отделены друг от друга точкой с запятой.

Названия статей набраны **жирным шрифтом**. Если наряду с основным термином употребляются и другие, то эти синонимы помещены за основным термином в скобках после слова *или*, но перед переводом. Напр., начало статьи в виде

> **Корню спираль** (или клотоида; Cornu spiral) — плоская кривая, ...

означает, что термины *Корню спираль* и *клотоида* имеют одно и то же значение, причем предпочтительным, основным термином, считается первый из них. Выбор основного термина по возможности согласован с «Математической Энциклопедией», хотя в отдельных случаях имеются и расхождения (напр., *полином* вместо *многочлена*). В тексте других статей преимущественно используется выбранный основной термин.

Указанные за основным термином синонимы расположены в алфавитном порядке, а не в порядке предпочтения. Для всех них в словаре приведены и отдельные статьи (всегда без переводов), содержащие лишь ссылку на основной термин. При такой ссылке применяется символ $\Rightarrow$, означающий «то же, что». Так, если вернуться к вышеприведенному примеру, словарь содержит статью-ссылку

клотоида $\Rightarrow$ Корню спираль.

Такая статья-ссылка опущена лишь в тех случаях, когда основной и параллельный термины либо начинаются одним и тем же словом, либо оказались бы в словаре рядом.

Если определяемый основной термин употребляется и в более длинном (уточненном) варианте, то такой вариант набирается *курсивом* и указывается за синонимами, причем отдельная статья-ссылка для него не приводится. Таким является, напр., начало статьи

непрерывности точка (*точка непрерывности функции*; continuity point) — такая точка …

Почти дословно совпадающие определения по возможности объединяются в одну статью, причем альтернативные слова даются в квадратных скобках. Напр., текст «… характеризует отклонение кривой [поверхности] от прямой [плоскости] …» следует читать в виде: «… характеризует отклонение кривой или поверхности соответственно от прямой или плоскости …». Такой же принцип сокращений используется в ссылках.

Значения некоторых терминов удобнее описывать не в виде отдельных статьей, а в текстах некоторых других определений. Определяемый таким образом термин набирается в соответствующей другой статье *курсивом*, а его собственная статья (или часть статьи в случае многозначного термина) состоит, как правило, только из ссылки. Для ссылок такого типа используется специальный символ $\twoheadrightarrow$ в значении «смотри». Напр., начало статьи

сумма (sum) — **1.** $\twoheadrightarrow$ сложение; **2.** …

означает, что одно из значений термина *сумма* выясняется из определения термина *сложение*. Такая же ссылка дается иногда для слов, не употребляющихся в качестве термина, но встречающихся в качестве составной части терминов. Такого рода ссылкой является, напр.,

серпантина $\twoheadrightarrow$ Ньютона серпантина.

Таким образом, символы $\Rightarrow$ и $\twoheadrightarrow$ используются в статьях-ссылках, указывающих, где найти необходимое определение. Наряду с такими «обязательными» ссылками используется еще символ $\rightsquigarrow$ в значении «смотри также» или «сравни». Такая ссылка указывает на статьи, в которых можно найти дополнительную информацию к приведенному определению и которые полезно прочитать, причем на термины, используемые в тексте самого определения, таких ссылок нет. Ссылки такого рода даются всегда в конце статьи. В таких ссылках также используются квадратные скобки, напр., конец статьи в виде

…; $\rightsquigarrow$ квадратный [линейный] член.

означает, что дополнительно стоит просмотреть еще статьи *квадратный член* и *линейный член*.

В настоящем издании словаря исправлены обнаруженные неточности первого издания, вышедшего в 1985 г. Кроме переводов, добавлено также не менее ста новых терминов, увеличено число рисунков и примеров. При этом значительно расширена система ссылок.

A

абак (abacus) — счетная доска у древних греков и римлян, а также в средневековой Европе; представлял собой гладкую доску, в параллельных выемках которой можно было передвигать шарики.

абелев интеграл (Abelian integral) — интеграл вида

$$\int_a^b f(x,y)\,dx,$$

где f — рациональная функция от двух переменных и y — алгебраическая функция от x; $\rightsquigarrow$ гиперэллиптический интеграл.

абелева группа (или коммутативная группа; Abelian group) — группа, операция которой является коммутативной; напр., аддитивная группа целых чисел $\mathbb{Z}$; $\rightsquigarrow$ некоммутативная группа.

Абеля дифференциальное уравнение (Abel differential equation) — обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$y' = a(x) + b(x)y + c(x)y^2 + d(x)y^3$$

(*дифференциальное уравнение Абеля первого рода*) или

$$\big(p(x) + q(x)\big)y' = \\ = a(x) + b(x)y + c(x)y^2 + d(x)y^3$$

(*дифференциальное уравнение Абеля второго рода*), где a, b, c, d, p и q — заданные функции; $\rightsquigarrow$ Риккати уравнение.

Абеля интегральное уравнение (Abel integral equation) — частный случай уравнения Вольтерра первого рода, если в нем ядро имеет вид

$$K(s,t) = (s-t)^{-p},$$

где $p \in (0,1)$ — фиксированный параметр.

Абеля метод суммирования (Abel summation method) — регулярный метод суммирования числовых рядов, при котором суммой ряда

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k$$

считается предел слева

$$\lim_{x\to 1-} \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k;$$

напр., ряд Лейбница

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k$$

суммируется этим методом к сумме $\frac{1}{2}$.

Абеля неравенство (Abel inequality) — если невозрастающий кортеж $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$ состоит из положительных чисел, а через A обозначен максимум из абсолютных величин сумм

$$|a_1|, |a_1 + a_2|, \ldots, |a_1 + a_2 + \cdots + a_n|$$

кортежа $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, то

$$|a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n| \leqslant A\, b_1.$$

Абеля признак (Abel criterion) — **1.** если числовой ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} b_k$$

сходится, а последовательность $\{a_k\}$ монотонна и ограничена, то числовой ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k b_k$$

сходится; **2.** если функциональный ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} b_k(x)$$

равномерно сходится на множестве $\mathcal{X}$, а последовательность $\{a_k(x)\}$ равномерно ограничена на $\mathcal{X}$ и при каждом $x \in \mathcal{X}$ монотонна, то функциональный ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k(x)\, b_k(x)$$

равномерно сходится на $\mathcal{X}$.

Абеля теорема (Abel theorem) — **1.** ни для какого $n \geqslant 5$ не существует формулы, которая определяла бы корни любого уравнения n-й степени через его коэффициенты в виде алгебраического выражения; **2.** если степенной ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k (z-a)^k$$

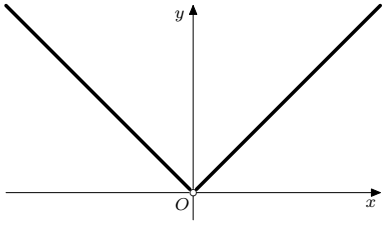
сходится при $z = z_0$, то он абсолютно и равномерно сходится в любом круге $|z - a| \leqslant r$ комплексной плоскости (т. е. в круге радиуса r с центром в точке a), у которого $r < |z_0 - a|$; $\rightsquigarrow$ круг сходимости.

абсолют (absolute) — фиксированная квадрика в проективном пространстве [на проективной плоскости], по которой определяются проективная метрика и тем самым некоторая неевклидова геометрия; $\rightsquigarrow$ Клейна пространство.

абсолютная величина — **1.** $\Rightarrow$ абсолютное значение; **2.** (или модуль, *абсолютная величина комплексного числа*; modulus) $\twoheadrightarrow$ тригонометрическая форма комплексного числа; **3.** (absolute value) — определенное действительным числом a неотрицательное число

$$|a| \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} a, & \text{если} \quad a \geqslant 0, \\ -a, & \text{если} \quad a < 0; \end{cases}$$

норма в пространстве действительных чисел; напр., $|-5{,}1| = 5{,}1$ (на рисунке график непрерывной функции $y = |x|$).



абсолютная геометрия (absolute geometry) — геометрия, аксиоматика которой состоит из всех аксиом евклидовой геометрии, за исключением аксиомы о параллельных; общая часть евклидовой и Лобачевского геометрий.

абсолютная непрерывность (absolute continuity) — специальный случай непрерывности функции действительного переменного: функция f *абсолютно непрерывна* на отрезке $[a, b]$, если для любого заданного числа $\varepsilon > 0$ можно найти число $\delta > 0$, такое, что при всякой конечной системе попарно непересекающихся интервалов $(a_k, b_k) \subset (a, b)$, удовлетворяющих условию

$$\sum_{k=1}^{n} (b_k - a_k) < \delta\,,$$

имеет место неравенство

$$\sum_{k=1}^{n} |f(b_k) - f(a_k)| < \varepsilon\,.$$

абсолютная погрешность (absolute error) — абсолютная величина погрешности (т. е. разности точного числа A и его приближенного значения a); также число $\Delta(a)$, которое не меньше этой абсолютной величины:

$$|A - a| \leqslant \Delta(a);$$

$\rightsquigarrow$ относительная погрешность.

абсолютная сходимость (absolute convergence) — такая сходимость ряда [несобственного интеграла, бесконечного произведения], при которой также сходится ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда [интеграл от абсолютной величины подынтегральной функции, бесконечное произведение из множителей вида $(1 + |a_k|)$]; $\rightsquigarrow$ абсолютно сходящееся произведение, абсолютно сходящийся интеграл [ряд].

абсолютно интегрируемая функция (absolutely summable function) — функция, абсолютная величина которой интегрируема.

абсолютно непрерывная функция (absolutely continuous function) $\twoheadrightarrow$ абсолютная непрерывность.

абсолютно неприводимый полином (absolutely-irreducible polynomial) — полином над полем $\mathcal{K}$, неприводимый в любом расширении поля $\mathcal{K}$; напр., полином $x^3 + yz^2 + z^3$ неприводим в любом числовом поле.

абсолютно однородная функция (absolutely homogeneous function) — функция f, область определения которой вместе с элементом x при любом скаляре λ содержит также элемент λx, причем выполнено условие

$$f(\lambda x) = |\lambda|f(x)\,.$$

абсолютно сходящееся произведение (absolutely convergent infinite product) — бесконечное произведение

$$\prod_{k=0}^{\infty}(1 + a_k)\,,$$

для которого сходится произведение

$$\prod_{k=0}^{\infty}(1 + |\,a_k\,|)\,,$$

или абсолютно сходится ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k\,.$$

абсолютно сходящийся интеграл (absolutely convergent improper integral) — несобственный интеграл, для которого интеграл от абсолютной величины подынтегральной функции является сходящимся; ⇝ условно сходящийся интеграл.

абсолютно сходящийся ряд (absolutely convergent series) — ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k\,,$$

для которого сходится ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} |\,a_k\,|\,,$$

составленный из абсолютных величин членов исходного ряда; ⇝ Абеля теорема, условно сходящийся ряд.

абсолютного максимума [минимума] точка (absolute maximum [minimum] point) ↠ максимума [минимума] точка.

абсолютное значение (или абсолютная величина; modulus) — название определенного на кольце модуля в том случае, когда значение соответствующего функционала m обозначается $|\,x\,|$ вместо $m(x)$.

абсолютное отклонение (absolute deviation) — абсолютная величина отклонения; ⇝ среднее абсолютное отклонение.

абсолютный максимум (или глобальный максимум; absolute maximum) — максимум функции [функционала] на области определения; ⇝ локальный максимум.

абсолютный минимум (или глобальный минимум; absolute minimum) — минимум функции [функционала] на области определения; ⇝ локальный минимум.

абсолютный момент (absolute moment) — момент абсолютной величины случайной величины относительно нуля: *абсолютным моментом порядка* k случайной величины X называется математическое ожидание

$$\mathsf{E}|X|^k\,.$$

абсолютный экстремум (absolute extremum) — абсолютный максимум или абсолютный минимум функции [функционала]; ⇝ локальный экстремум.

абстрактная вычислительная машина (abstract machine) — математическая модель вычислительной машины; ⇝ Тьюринга машина.

абстрактное множество (abstract set) — множество, конкретные значения элементов которого не фиксированы.

абстрактное число ⇛ отвлеченное число.

абсцисс ось (или ось Ox; abscissa axis) $\twoheadrightarrow$ координатные оси.

абсцисса (abscissa) $\twoheadrightarrow$ аффинные координаты.

автокорреляция (auto-correlation) — корреляция между состояниями $X(t)$ и $X(t+h)$ случайного процесса $X(t)$.

автомат (automaton) — математическая модель преобразователя дискретной информации; $\rightsquigarrow$ конечный автомат.

автоматов теория (theory of automata) — раздел математики, изучающий общие свойства автоматов.

автоморфизм (automorphism) — изоморфизм математической системы на себя; $\rightsquigarrow$ Галуа группа [теория].

автоморфная функция (automorphic function) — мероморфная функция, инвариантная относительно некоторой фиксированной группы автоморфизмов своей области определения.

авторегрессия (auto-regression) — линейная регрессия некоторого состояния случайного процесса от предшествующих состояний этого процесса.

Адамара матрица (Hadamard matrix) — квадратная матрица $H = (h_{ij})$ из элементов ± 1, удовлетворяющая условию

$$HH^T = nE\,,$$

где E — единичная матрица, n — порядок матрицы, а символ T означает транспонирование.

Адамара неравенство (Hadamard inequality) — для определителя $D = \det(a_{ij})$ порядка n имеет место неравенство

$$|D|^2 \leqslant \prod_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |\, a_{ij}\,|^2,$$

где a_{ij} могут быть и комплексными числами.

Адамара формула $\twoheadrightarrow$ Коши – Адамара формула.

Адамса формулы (Adams method) — формулы вида

$$y(x_k + h) \approx y(x_k) + \sum_{j=-1}^{m} a_j y'(x_k - jh)$$

для приближенного решения задачи Коши обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

аддитивная группа (additive group) — группа, операция которой называется *сложением*, нейтральный элемент *нулевым элементом*, или *нулем*, и нейтрализирующий элемент *противоположным элементом*; $\rightsquigarrow$ мультипликативная группа, разностное множество.

аддитивная теория чисел (additive number theory) — раздел теории чисел, изучающий представимость натуральных чисел в виде сумм слагаемых заданного вида; $\rightsquigarrow$ Варинга [Гольдбаха] проблема, Виноградова теорема.

аддитивная функция (additive function) — **1.** функция f действительного [комплексного] переменного, удовлетворяющая при любых x и y условию

$$f(x+y) = f(x) + f(y);$$

$\rightsquigarrow$ субаддитивная [супераддитивная] функция; **2.** (*аддитивная арифметическая функция*) — арифметическая функция f, удовлетворяющая при любых взаимно простых x и y условию

$$f(xy) = f(x) + f(y);$$

$\rightsquigarrow$ мультипликативная функция; **3.** (*аддитивная функция множеств*) — функция множеств f, удовлетворяющая при любых непересекающихся множествах $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ из своей области определения условию

$$f(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = f(\mathcal{A}) + f(\mathcal{B});$$

$\rightsquigarrow$ конечно [счетно] аддитивная функция.

аддитивность (additivity) — свойство величин, по которому значение величины всего объекта равно сумме значений

величины частей этого объекта при любом разбиении его на части.

аддитивный оператор (additive operator) — оператор P из одного векторного пространства в другое, удовлетворяющий при всех $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ условию

$$P(\mathbf{x}+\mathbf{y}) = P(\mathbf{x}) + P(\mathbf{y});$$

$\rightsquigarrow$ линейный оператор [функционал].

адъюнкта $\Rrightarrow$ алгебраическое дополнение.

аксиальная симметрия $\Rrightarrow$ осевая симметрия.

аксиома (или постулат; axiom) — утверждение, которое в дедуктивной теории принимается за одно из основных положений при доказательстве других утверждений этой теории; $\rightsquigarrow$ Архимеда [бесконечности, выбора, Кантора, непрерывности, отделимости] аксиома, Пеано аксиомы, формальная аксиоматическая система.

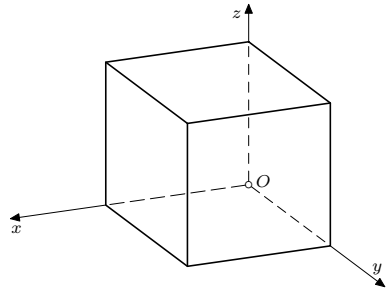
аксиома о параллельных (или пятый постулат; axiom of parallelism) — если точка P лежит вне прямой s, то на плоскости, содержащей P и s, имеется точно одна прямая, проходящая через точку P и не пересекающая прямой s; $\rightsquigarrow$ абсолютная [евклидова, Лобачевского] геометрия.

аксиоматика (или система аксиом; axiom system) — часть дедуктивной теории, состоящаяся из основных понятий и аксиом; $\rightsquigarrow$ независимость аксиоматики, формальная аксиоматическая система.

аксиоматический метод (или дедуктивный метод; axiomatic method) — логический метод построения научной теории, при котором за основу теории принимается некоторая аксиоматика и все теоремы получаются как следствия аксиом; $\rightsquigarrow$ дедуктивная теория.

аксиомы порядка (order axioms) — аксиомы геометрии, при помощи которых определяется понятие *между* — одно из основных отношений в геометрии («точка A лежит между точками B и C»).

аксонометрия (axonometry) — метод изображения пространственных фигур на плоскости: проекция такой фигуры строится по координатам ее точек, на базе проекций осей координат; в зависимости от способа проектирования делится на *центральную* и *параллельную аксонометрию*, последняя еще на *ортогональную*, или *нормальную* и *косоугольную аксонометрию* (на рисунке приведено изображение единичного куба в косоугольной аксонометрии).



актуальная бесконечность (actual infinity) — такая абстракция бесконечности, при которой бесконечность принимается заданной, без уточнения соответствующего процесса; $\rightsquigarrow$ потенциальная бесконечность.

алгебра (algebra) — **1.** раздел математики, изучающий операции и их свойства; $\rightsquigarrow$ векторная [высшая, дифференциальная, линейная, матричная, общая, тензорная, элементарная] алгебра; **2.** (*алгебра над кольцом* [*полем*] $\mathcal{K}$) — кольцо, которое в то же время является модулем над кольцом с единицей [полем] $\mathcal{K}$; $\rightsquigarrow$ ассоциативная [банахова, Ли] алгебра; **3.** $\twoheadrightarrow$ булева алгебра; **4.** $\Rrightarrow$ универсальная алгебра.

***C**-алгебра** (C^*-algebra) — банахова алгебра $\mathcal{A}$ над полем комплексных чисел, снабженная такой инволюцией $\mathbf{x}^*$, что при каждом $\mathbf{x} \in \mathcal{A}$ имеет место равенство

$$\|\mathbf{x}^*\mathbf{x}\| = \|\mathbf{x}\|^2 .$$

алгебра множеств (или кольцо множеств; algebra of sets) — совокупность $\mathcal{S}$

подмножеств фиксированного множества Ω, такая, что $\Omega \in \mathcal{S}$ и если $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2 \in \mathcal{S}$, то

$$\mathcal{M}_1 \cup \mathcal{M}_2 \in \mathcal{S} \quad \text{и} \quad \mathcal{M}_1 \setminus \mathcal{M}_2 \in \mathcal{S};$$

$\rightsquigarrow$ сигма-алгебра.

алгебра полиномов (algebra of polynomials) — раздел алгебры, изучающий операции над полиномами.

алгебра с делением (algebra with division) — алгебра над полем, в которой уравнения

$$ax = b \quad \text{и} \quad ya = b$$

разрешимы при любых $a \neq \theta$ и b, где θ — нулевой элемент; $\rightsquigarrow$ кольцо с делением, Фробениуса теорема.

алгебра событий (algebra of events) — сигма-алгебра совокупности подмножеств фиксированного пространства элементарных событий; $\rightsquigarrow$ вероятностная мера.

алгебраическая геометрия (algebraic geometry) — раздел геометрии, изучающий алгебраические многообразия (напр., алгебраические кривые и поверхности высшего порядка), а также их различные обобщения; $\rightsquigarrow$ диофантова геометрия.

алгебраическая дробь (algebraic fraction) — дробь, числитель и/или знаменатель которой являются выражениями, содержащими переменные.

алгебраическая единица (или единица; algebraic unit) — такое целое алгебраическое число e, для которого $1/e$ также является целым алгебраическим числом; напр., целое алгебраическое число $e = 1 + \sqrt{2}$ (как корень квадратного уравнения $x^2 - 2x - 1 = 0$) — алгебраическая единица, так как $1/e = \sqrt{2} - 1$ является корнем уравнения $x^2 + 2x - 1 = 0$.

алгебраическая кривая (algebraic curve) — плоская кривая, координаты x и y точек которой удовлетворяют уравнению

$$F(x, y) = 0\,,$$

где F — полином с действительными коэффициентами; степень полинома F называется *порядком* алгебраической кривой; $\rightsquigarrow$ класс алгебраической кривой, кривая второго [третьего] порядка, лемниската, распадающаяся [трансцендентная, уникурсальная] кривая.

алгебраическая операция (algebraic operation) — операция, операнды и результат которой входят в одно и то же множество; отображение прямой степени множества $\mathcal{M}$ в само это множество: $\mathcal{M}^n \to \mathcal{M}$; $\rightsquigarrow$ бинарная [тернарная, унарная] операция, замкнутое множество, универсальная алгебра.

алгебраическая поверхность (algebraic surface) — поверхность, координаты x, y и z точек которой удовлетворяют уравнению

$$F(x, y, z) = 0\,,$$

где F — полином с действительными коэффициентами; степень полинома F называется *порядком* алгебраической поверхности; $\rightsquigarrow$ поверхность второго порядка, распадающаяся поверхность.

алгебраическая система (algebraic system) — универсальная алгебра, в которой определено по крайней мере одно отношение; $\rightsquigarrow$ сигнатура.

алгебраическая структура (algebraic structure) $\twoheadrightarrow$ математики основные структуры.

алгебраическая сумма (algebraic sum) — выражение, образованное из величин, объединенных между собой знаками $+$ и/или $-$, т. е. знаками операций сложения и/или вычитания (алгебраического сложения).

алгебраическая топология (algebraic topology) — раздел топологии, изучающий алгебраическими методами многообразия и их обобщения.

алгебраическая форма комплексного числа (или декартова форма комплексного числа; algebraic form of a complex number) $\twoheadrightarrow$ комплексное число.

алгебраическая функция (algebraic function) — **1.** функция от одного переменного $y = f(x)$, удовлетворяющая алгебраическому уравнению

$$F(x, y) = 0\,,$$

где F — полином от двух переменных; **2.** функция от n переменных

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

($n \geqslant 2$), удовлетворяющая алгебраическому уравнению

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n, y) = 0\,,$$

где F — неприводимый полином от $(n+1)$ переменных; $\rightsquigarrow$ трансцендентная функция.

алгебраически замкнутое поле (algebraically closed field) — поле, в котором всякий полином ненулевой степени над этим полем имеет хотя бы один корень; $\rightsquigarrow$ алгебраическое расширение, алгебры основная теорема.

алгебраический многочлен (или многочлен, или целая рациональная функция) $\Rightarrow$ полином.

алгебраическое выражение (algebraic expression) — выражение, в котором используется только конечная совокупность операций сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в целочисленную степень и/или извлечения корня; напр.:

$$x + \sqrt{x^2 - 4ay}\,;$$

$\rightsquigarrow$ иррациональное [рациональное] выражение.

алгебраическое дополнение (или адъюнкта; cofactor) — дополнительный минор M_{n-k} фиксированного минора M_k квадратной матрицы, умноженный на $(-1)^s$, где s — сумма номеров строк и столбцов, которым соответствует M_{n-k}, т. е.

$$A_k \stackrel{\text{def}}{=} (-1)^s M_{n-k};$$

$\rightsquigarrow$ Лапласа формула.

алгебраическое многообразие (или алгебраическое множество; algebraic variety) — совокупность всех решений некоторой системы алгебраических уравнений, т. е. множество точек, координаты $x_1, x_2, \ldots, x_n$ которых удовлетворяют уравнениям

$$f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0,$$
$$f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$f_m(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0,$$

где f_k — полиномы.

алгебраическое переменное (algebraic variable) — переменное, областью изменения которого является некоторое подмножество алгебраической системы.

алгебраическое расширение (*алгебраическое расширение поля* $\mathcal{K}$; algebraic field extension) — поле $\mathcal{K}'$, любой элемент которого является корнем некоторого полинома над данным полем $\mathcal{K}$.

алгебраическое сложение (algebraic addition) — операция, объединяющая сложение и вычитание, причем последнее интерпретируется как сложение с противоположным числом; $\rightsquigarrow$ алгебраическая сумма.

алгебраическое сопряженное пространство (conjugate space) — пространство $\mathcal{X}'$ линейных функционалов, определенных на данном векторном пространстве $\mathcal{X}$; $\rightsquigarrow$ сопряженное пространство.

алгебраическое сравнение (algebraic congruence) — сравнение вида

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) \equiv 0 \pmod{m}\,,$$

где F — полином от n переменных с целочисленными коэффициентами; $\rightsquigarrow$ двучленное [квадратное, линейное] сравнение.

алгебраическое уравнение (algebraic equation) — уравнение вида

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0\,,$$

где x_k — неизвестные и F — полином (степень этого полинома называется

степенью алгебраического уравнения); алгебраическое уравнение n-й степени с одним неизвестным x (или просто *уравнение n-й степени*) имеет вид

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0;$$

$\rightsquigarrow$ Абеля теорема, биквадратное [бикубическое, возвратное, двучленное, диофантово, квадратное, кубическое, линейное, приведенное, рациональное алгебраическое, трехчленное] уравнение, Гурвица критерий, Лобачевского метод, резольвента.

алгебраическое целое число (algebraic integer) — число, являющееся корнем приведенного (алгебраического) уравнения с целочисленными коэффициентами; множество всех алгебраических целых чисел образует область целостности; $\rightsquigarrow$ алгебраическая единица.

алгебраическое число (algebraic number) — действительное или комплексное число, являющееся корнем алгебраического уравнения

$$f(x) = 0$$

с целочисленными коэффициентами; *степенью* алгебраического числа называется наименьшая возможная степень такого уравнения; алгебраическими числами первой степени являются рациональные числа; множество всех алгебраических чисел образует поле (счетное подполе поля $\mathbb{C}$ комплексных чисел); $\rightsquigarrow$ сопряженные числа, трансцендентное число.

алгебры основная теорема (fundamental theorem of algebra) — любой полином степени $n \geqslant 1$ с комплексными коэффициентами имеет корень в поле комплексных чисел; поле комплексных чисел алгебраически замкнуто.

алгоритм (или алгорифм; algorithm) — точное предписание, задающее *вычислительный процесс* (т. е. набор операций и правила их чередования), при помощи которого, начиная с некоторых исходных данных, можно решить любую задачу фиксированного типа; $\rightsquigarrow$ вычислимая функция, вычислимое действительное число, Евклида алгоритм, массовая проблема, разрешимое множество, сложность.

алгоритмическая неразрешимость (algorithmic unsolvability) — свойство класса задач, не допускающее существования алгоритма, решающего любую задачу этого класса.

алгоритмическая проблема $\Rrightarrow$ массовая проблема.

алгоритмический язык (algorithmic language) — формализованный язык, предназначенный для точного описания вычислительных процессов или алгоритмов.

алгоритмов теория (theory of algorithms) — раздел математики, изучающий общие свойства алгоритмов и вопросы вычислимости функций.

алгорифм $\Rrightarrow$ алгоритм.

алеф-нуль (aleph-zero) — кардинальное число $\aleph_0$, используемое для обозначения мощности счетного множества.

аликвотная дробь (Egyptian fraction) — дробь вида $\frac{1}{n}$, где $n > 1$ — натуральное число.

алфавит (alphabet) — не более чем счетное множество, элементы которого называются *символами*, или *буквами*; $\rightsquigarrow$ порождающая грамматика, слово.

альтернатива (alternative) — **1.** ситуация, в которой необходимо выбрать одну из взаимно исключающих возможностей; **2.** одна из возможностей, между которыми следует делать выбор в данной ситуации; **3.** (или номер альтернативы) — порядковый номер, приписанный непосредственному потомку данной позиции в позиционной игре; в пределах одного информационного множества для потомков каждой позиции должен быть использован одинаковый комплект номеров; $\rightsquigarrow$ ход.

альтернативное кольцо (alternative ring) — кольцо, в котором любые два

элемента составляют систему образующих некоторого ассоциативного подкольца.

альтернативность (alternativity) — свойство бинарной алгебраической операции: операция $*$ альтернативна, если при всех x и y имеют место равенства

$$(x * y) * y = x * (y * y)$$

(правая альтернативность) и

$$x * (x * y) = (x * x) * y$$

(левая альтернативность); $\rightsquigarrow$ ассоциативность.

альтернативные ограничения (alternative constraints) — ограничения

$$f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqslant 0,$$
$$f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqslant 0,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$f_m(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqslant 0,$$

из которых в задаче математического программирования должны быть удовлетворены только произвольные p ограничений, где $p < m$.

альтернион $\Rrightarrow$ гиперкомплексное число.

альтернирующая матрица $\Rrightarrow$ косоэрмитова матрица.

амплитуда — **1.** $\Rrightarrow$ аргумент; **2.** (amplitude) максимальное отклонение колеблющейся величины от состояния равновесия; $\rightsquigarrow$ гармоническое колебание; **3.** (или полярный угол, или фаза; polar angle) $\twoheadrightarrow$ полярные координаты.

анаглиф (anaglyph) — стереоскопический чертеж, состоящий из двух частей, выполненных в разных красках.

анализ — **1.** (analysis) — ход рассуждений, ведущий от доказуемого утверждения или исследуемого объекта к основным понятиям и аксиомам; $\rightsquigarrow$ синтез; **2.** $\twoheadrightarrow$ векторный [гармонический, дискриминантный, дисперсионный, интервальный, компонентный, корреляционный, математический, многомерный статистический, последовательный, регрессионный, спектральный, тензорный, факторный, функциональный] анализ.

аналитическая геометрия (analytic geometry) — раздел математики, изучающий геометрические объекты средствами алгебры и методом координат; в узком смысле — теория кривых и поверхностей первого и второго порядков; $\rightsquigarrow$ алгебраическая геометрия.

аналитическая кривая (analytic curve) — кривая, координаты точек которой могут быть выражены в виде аналитических функций действительного параметра.

аналитическая теория чисел (analytic number theory) — раздел теории чисел, изучающий распределение простых чисел, алгебраические числа и свойства арифметических функций.

аналитическая функция (или голоморфная функция, или регулярная функция; analytic function) — **1.** функция комплексного переменного [нескольких комплексных переменных], которая в окрестности любой точки рассматриваемой области (*области аналитичности*) представляется степенным рядом; $\rightsquigarrow$ автоморфная [мероморфная, обобщенная аналитическая, целая] функция, Мореры [Коши интегральная] теорема, особая точка; **2.** функция действительного переменного, являющаяся сужением аналитической функции комплексного переменного на пересечение ее области аналитичности и действительной оси.

аналитическое выражение (analytic expression) — выражение, в котором используется не более чем счетная совокупность арифметических операций и/или переходов к пределу по натуральным числам; напр.:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_k x^k}{x^k + 1} \quad \text{или} \quad \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n.$$

аналитическое многообразие (analytic variety) $\twoheadrightarrow$ многообразие.

аналитическое продолжение (analytic continuation) — продолжение функции

f_0, определенной на множестве $\mathcal{M}_0$, до функции f, аналитической на множестве $\mathcal{M} \supset \mathcal{M}_0$, причем при каждом $x \in \mathcal{M}_0$ имеет место равенство

$$f_0(x) = f(x);$$

$\rightsquigarrow$ ветвления точка, монодромия.

аналогия (analogue) — сходство некоторых признаков или свойств объектов, на которое опираются при выводах или при образовании гипотез.

ангармоническое отношение (или сложное отношение) $\Rrightarrow$ двойное отношение.

аннулятор кольца (annihilator) — множество всех таких элементов a данного кольца $\mathcal{R}$, при которых для любого $x \in \mathcal{R}$

$$ax = xa = \theta\,,$$

где θ — нулевой элемент кольца $\mathcal{R}$; $\rightsquigarrow$ делитель нуля.

антагонистическая игра (antagonistic game) — игра двух лиц с нулевой суммой; $\rightsquigarrow$ выигрыша функция, дифференциальная [матричная] игра, цена игры.

антецедент (или посылка; antecedent) $\twoheadrightarrow$ импликация.

антиградиент (anti-gradient) — вектор, противоположный к градиенту функции.

антикоммутативность (anti-commutativity) — свойство умножения в некоторых кольцах: при всех x и y имеет место равенство

$$xy = -yx;$$

$\rightsquigarrow$ Ли алгебра.

антилинейное преобразование (antilinear mapping) — преобразование комплексного векторного пространства (или отображение такого пространства в другое комплексное векторное пространство), при котором образом суммы $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ двух векторов является сумма $\mathbf{x}' + \mathbf{y}'$ их образов, а образом произведения $\lambda\mathbf{x}$ вектора на скаляр — произведение $\overline{\lambda}\mathbf{x}'$ образа вектора на комплексно сопряженное число этого скаляра; $\rightsquigarrow$ линейное преобразование.

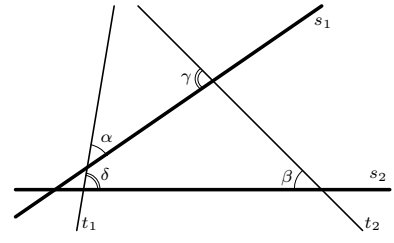
антилогарифм (или обращенный логарифм; antilogarithm) — число, логарифм которого при данном основании равен данному числу: если

$$y = \log_a x\,,$$

то x является антилогарифмом числа y при основании a, или $x = a^y$; напр., число 125 является антилогарифмом числа 3 при основании 5, так как $125 = 5^3$; $\rightsquigarrow$ потенцирование.

антиномия (или парадокс; antinomy) — рассуждение, в котором доказываются взаимно исключающие друг друга два суждения; $\rightsquigarrow$ Рассела антиномия.

антипараллельные прямые (anti-parallel straight lines) — две прямые s_1 и s_2, пересекающие две заданные прямые t_1 и t_2 так, что угол α между прямыми s_1 и t_1 равен углу β между прямыми s_2 и t_2, а угол γ между прямыми s_1 и t_2 равен углу δ между прямыми s_2 и t_1 (прямые s_1 и s_2 являются параллельными, если $\alpha = \delta$ и $\gamma = \beta$).



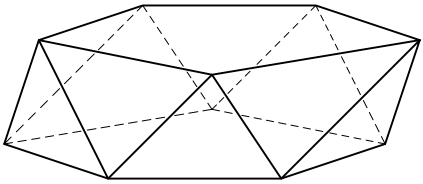
антипериодическая функция (anti-periodic function) — периодическая функция f с периодом ω, которая при всех x удовлетворяет условию

$$f\big(x + \frac{\omega}{2}\big) = -f(x);$$

антипериодической функцией является, напр., синус.

антипризма (anti-prism) — полуправильный многогранник, две параллельные грани которого — равные между

собой правильные n-угольники, а остальные $2n$ граней — равносторонние треугольники (на рисунке $n = 5$).



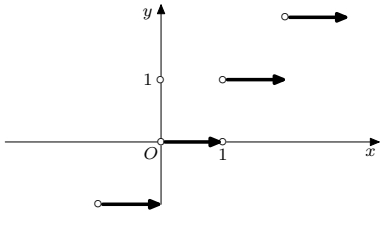
антирефлексивность (anti-reflexivity) — свойство бинарного отношения: отношение $\mathcal{R}$ антирефлексивно, если не существует такого элемента x, чтобы было $x\mathcal{R}x$; $\rightsquigarrow$ нерефлексивность, рефлексивность.

антисимметрическая матрица [билинейная форма] $\Rightarrow$ кососимметрическая матрица [билинейная форма].

антисимметричность (anti-symmetry) — свойство бинарного отношения: отношение $\mathcal{R}$ антисимметрично, если не найдется таких двух элементов x и y, чтобы было $x\mathcal{R}y$, $x \neq y$ и $y\mathcal{R}x$; $\rightsquigarrow$ симметричность.

антитонное отображение (antitone mapping) — отображение частично упорядоченного множества в частично упорядоченное множество, при котором из $x \leqslant y$ следует $x' \geqslant y'$, где x' и y' — образы элементов x и y; $\rightsquigarrow$ изотонное отображение, корреляция.

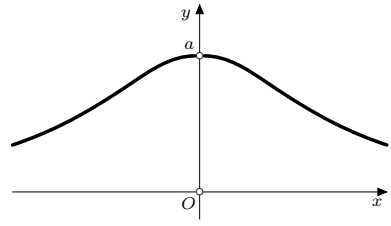
антье (или целая часть; integral part) – наибольшее целое число, не превосходящее заданного числа a; обозначается $[a]$, либо $\operatorname{entier} a$, либо $\operatorname{int} a$, либо $E(a)$; напр.: $[7{,}3] = 7$, $[-5{,}1] = -6$ (на рисунке график функции $y = [x]$); $\rightsquigarrow$ дробная часть, разрыва точка.



Аньези локон (или верзиера; witch of Agnesi) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$y(a^2 + x^2) = a^3$$

(где $a > 0$ — постоянная).



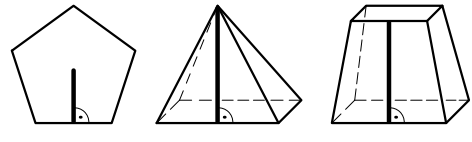
Аполлония задача (Apollonius problem) — одна из классических задач на построение: построить на плоскости окружность, касающуюся трех заданных окружностей; $\rightsquigarrow$ Ферма задача.

апостериорная вероятность (a posteriori probability) — вероятность события A после эксперимента, в котором имело место некоторое другое событие B; обозначение

$$\mathsf{P}(A \,|\, B);$$

$\rightsquigarrow$ априорная вероятность, Бейеса теорема.

апофема (apothem) — **1.** (*апофема правильного многоугольника*) — отрезок перпендикуляра, проведенного из центра правильного многоугольника к одной из его сторон; также длина этого отрезка, или радиус вписанной в правильный многоугольник окружности; **2.** (*апофема правильной пирамиды*) — отрезок перпендикуляра, опущенного из вершины правильной пирамиды на ребро основания; также длина этого отрезка, или высота боковой грани; **3.** (*апофема правильной усеченной пирамиды*) — высота боковой грани правильной усеченной пирамиды.



аппликат ось (или ось Oz; applicate axis) $\twoheadrightarrow$ координатные оси.

аппликата (applicate) $\twoheadrightarrow$ аффинные координаты.

аппроксимация (approximation) — замена одних объектов другими (т. н. *приближениями*), в том или ином смысле близкими к исходным; связь между объектом a и его приближением r обозначается *приближенным равенством*

$$a \approx r;$$

$\rightsquigarrow$ асимптотическое [равномерное] приближение.

аппроксимация функций $\Rrightarrow$ приближение функций.

априорная вероятность (a priori probability) — вероятность события до проведения экспериментов; $\rightsquigarrow$ апостериорная вероятность.

арабские цифры (Arabic numerals) — традиционное название изображений десяти цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9; $\rightsquigarrow$ римские цифры.

аргумент — 1. (или независимое переменное; independent variable) $\twoheadrightarrow$ оператор; **2.** $\twoheadrightarrow$ фиктивный аргумент, функция от двух [нескольких, трех] переменных; **3.** (или амплитуда, *аргумент комплексного числа* z; argument) — угол $\operatorname{Arg} z$ между действительной осью комплексной плоскости и лучом от начала координат в рассматриваемую точку $z = x + yi$; выражается через свое *главное значение* $\arg z$ из полуинтервала $(-\pi,\, \pi\,]$ в виде

$$\operatorname{Arg} z = 2k\pi + \arg z,$$

где $k = 0,\, \pm 1,\, \pm 2,\, \ldots$ и

$$\arg z \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}, & \text{если } x>0, \\ \pi + \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}, & \text{если } x<0,\ y\geqslant 0, \\ -\pi + \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}, & \text{если } x,\ y<0, \\ \dfrac{\pi}{2}\operatorname{sign}(y), & \text{если } x=0,\ y\neq 0, \\ \text{не определено}, & \text{если } x=y=0; \end{cases}$$

$\rightsquigarrow$ тригонометрическая форма комплексного числа.

ареа-косинус (или ареа-косинус гиперболический; inverse hyperbolic cosine) — положительная ветвь многозначной функции, обратной гиперболическому косинусу: если $x = \operatorname{ch} y$, то

$$y = \operatorname{arch} x = \ln\bigl(x + \sqrt{x^2 - 1}\,\bigr)$$

(обозначается также $\operatorname{ch}^{-1} x$); функция определена при $x \geqslant 1$.

ареа-котангенс (или ареа-котангенс гиперболический; inverse hyperbolic cotangent) — функция, обратная гиперболическому котангенсу: если $x = \operatorname{cth} y$, то

$$y = \operatorname{arcth} x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}$$

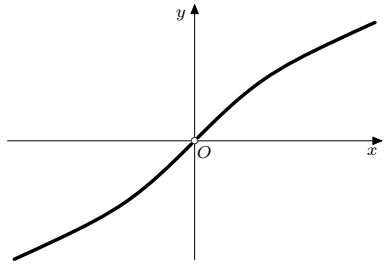
(обозначается также $\operatorname{cth}^{-1} x$); функция определена при $|x| > 1$.

ареальное произведение $\Rrightarrow$ псевдоскалярное произведение.

ареа-синус (или ареа-синус гиперболический; inverse hyperbolic sine) — функция, обратная гиперболическому синусу: если $x = \operatorname{sh} y$, то

$$y = \operatorname{arsh} x = \ln\bigl(x + \sqrt{x^2 + 1}\,\bigr)$$

(обозначается также $\operatorname{sh}^{-1} x$); функция определена при всех действительных x.



ареа-тангенс (или ареа-тангенс гиперболический; inverse hyperbolic tangent) — функция, обратная гиперболическому тангенсу: если $x = \operatorname{th} y$, то

$$y = \operatorname{arth} x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$$

(обозначается также $\operatorname{th}^{-1} x$); функция определена при $|x| < 1$.

ареа-функции (или обратные гиперболические функции; inverse hyperbolic functions) — функции, обратные гиперболическим функциям, т. е. функции ареа-синус, ареа-косинус, ареа-тангенс и ареа-котангенс.

арифметика (arithmetic) — раздел математики, изучающий свойства целых и рациональных чисел, а также операций над ними.

арифметики основная теорема (fundamental theorem of arithmetic) — каждое натуральное число, большее единицы, может быть единственным образом (с точностью до порядка множителей) представлено в виде произведения степеней своих простых множителей.

арифметическая операция (arithmetic operation) — операция сложения, вычитания, умножения или деления (обычно действительных) чисел.

арифметическая погрешность (или округления погрешность; arithmetic error) — погрешность результата вычислений, образуемая округлениями, произведенными при выполнении арифметических операций; $\rightsquigarrow$ накопление погрешности.

арифметическая последовательность (или арифметический ряд, *арифметическая последовательность порядка* n; arithmetic series) — последовательность значений полинома

$$p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

при $x = 0, 1, 2, \ldots$; напр., полином

$$p(x) = x^2 + x + 1$$

дает арифметическую последовательность второго порядка

$$1,\ 3,\ 7,\ 13,\ 21,\ 31,\ \ldots$$

арифметическая прогрессия (*арифметическая последовательность первого порядка*; arithmetic progression) — числовая последовательность $\{a_k\}$, общий член которой имеет вид

$$a_k = a_0 + kd\,,$$

где a_0 — первый член, а d — *разность* прогрессии; также кортеж первых n членов такой прогрессии, сумма которого вычисляется по формуле

$$a_0 + a_1 + \cdots + a_{n-1} =$$

$$= \frac{(a_0 + a_{n-1}) \cdot n}{2} = na_0 + \binom{n}{2} d;$$

$\rightsquigarrow$ факториальный полином.

арифметическая пропорция (или разностная пропорция; arithmetic proportion) — равенство вида

$$a - b = c - d\,,$$

где a, b, c и d — числа.

арифметическая функция (или теоретико-числовая функция; arithmetic function) — комплекснозначная функция, областью определения которой является множество натуральных [целых] чисел; $\rightsquigarrow$ аддитивная [Лиувилля, Мёбиуса, мультипликативная, целочисленная, Эйлера функция, Лежандра [Якоби] символ.

арифметический континуум (или числовая ось) $\Rightarrow$ числовая прямая.

арифметический корень (или арифметическое значение корня; arithmetic root) — при четном n неотрицательное число

$$\sqrt[n]{a}\,,$$

n-я степень которого равна заданному неотрицательному числу a; напр.,

$$\sqrt{9} = 3,$$

$$\sqrt[4]{(-2)^4} = 2.$$

арифметический ряд $\Rightarrow$ арифметическая последовательность.

арифметический треугольник — 1. $\Rightarrow$ Герона треугольник; **2.** $\Rightarrow$ Паскаля треугольник.

арифметических средних метод $\Rightarrow$ Чезаро метод суммирования.

арифметическое дополнение (arithmetic complement) — разность единицы и данного числа из интервала (0, 1); напр., арифметическое дополнение числа 0,7329 равно 0,2671.

арифметическое значение корня $\Rightarrow$ арифметический корень.

арифметическое неравенство (arithmetic inequality) — неравенство, не содержащее неизвестных или переменных.

арифметическое среднее (arithmetic mean) — сумма величин $a_1, a_2, \ldots, a_n$, деленная на их число:

$$\overline{a} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n};$$

называется также *простым арифметическим средним*, если одновременно имеют дело со взвешенными средними.

арккосинус (arccosine) — многозначная функция, обратная косинусу:

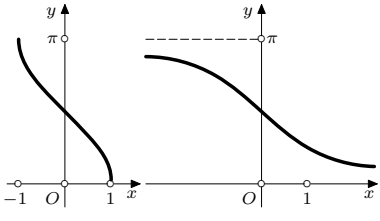
$$\text{если} \quad x = \cos y, \quad \text{то} \quad y = \operatorname{Arccos} x;$$

функция определена при $|\,x\,| \leqslant 1$ и выражается через свое *главное значение* $\arccos x$ (обозначается также $\cos^{-1} x$) из отрезка $[0,\ \pi]$ в виде

$$\operatorname{Arccos} x = 2k\pi \pm \arccos x\,,$$

где $k = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots$ (на рисунке слева график главного значения $y = \arccos x$); арккосинус комплексного переменного z выражается в виде

$$\arccos z = -i \ln\bigl(z + \sqrt{z^2 - 1}\,\bigr)\,.$$



арккотангенс (arccotangent) — многозначная функция, обратная котангенсу:

$$\text{если} \quad x = \operatorname{ctg} y, \quad \text{то} \quad y = \operatorname{Arcctg} x$$

(или $y = \operatorname{Arccot} x$); функция определена при всех действительных x и выражается через свое *главное значение* $\operatorname{arcctg} x$ (обозначается также $\operatorname{arccot} x$, или $\cot^{-1} x$) из интервала $(0,\ \pi)$ в виде

$$\operatorname{Arcctg} x = k\pi + \operatorname{arcctg} x\,,$$

где $k = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots$ (на последнем рисунке справа график главного значения $y = \operatorname{arcctg} x$); арккотангенс комплексного переменного z выражается в виде

$$\operatorname{arcctg} z = -\frac{i}{2} \ln \frac{iz - 1}{iz + 1}\,.$$

арксинус (arcsine) — многозначная функция, обратная синусу:

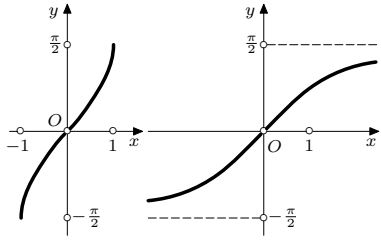
$$\text{если} \quad x = \sin y, \quad \text{то} \quad y = \operatorname{Arcsin} x;$$

функция определена при $|\,x\,| \leqslant 1$ и выражается через свое *главное значение* $\arcsin x$ (обозначается также $\sin^{-1} x$) из отрезка $\left[-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right]$ в виде

$$\operatorname{Arcsin} x = k\pi + (-1)^k \arcsin x\,,$$

где $k = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots$ (на рисунке слева график главного значения $y = \arcsin x$); арксинус комплексного переменного z выражается в виде

$$\arcsin z = -i \ln\bigl(iz + \sqrt{1 - z^2}\,\bigr)\,.$$



арктангенс (arctangent) — многозначная функция, обратная тангенсу:

$$\text{если} \quad x = \operatorname{tg} y, \quad \text{то} \quad y = \operatorname{Arctg} x$$

(или $y = \operatorname{Arctan} x$); функция определена при всех действительных x и выражается через свое *главное значение*

$\operatorname{arctg} x$ (обозначается также $\arctan x$, или $\tan^{-1} x$) из интервала $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ в виде

$$\operatorname{Arctg} x = k\pi + \operatorname{arctg} x\,,$$

где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ (на последнем рисунке справа график главного значения $y = \operatorname{arctg} x$); арктангенс комплексного переменного z выражается в виде

$$\operatorname{arctg} z = -\frac{i}{2} \ln \frac{1+iz}{1-iz}\,.$$

аркфункции (или аркус-функции, или обратные тригонометрические функции; inverse trigonometric functions) — многозначные функции, обратные тригонометрическим функциям, т. е. функции арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс; также соответствующие однозначные функции — главные значения перечисленных многозначных функций.

Архимеда аксиома (Archimedean axiom) — **1.** для любого действительного числа [отрезка] a и положительного числа [отрезка] b найдется натуральное число n, такое, что $n\,b > a$; **2.** если неравенство $n\,a < b$ при некотором b выполняется для всех целых чисел n, то a — нулевой элемент; $\rightsquigarrow$ архимедова группа, архимедово поле, неархимедова геометрия.

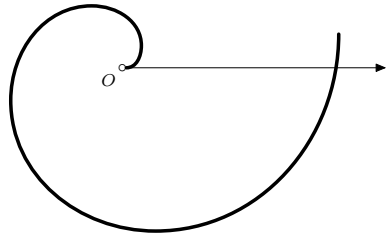
Архимеда задача (Archimedean problem) — задача об определении расстояния от центра шара до плоскости, отсекающей от шара $\frac{1}{n}$ часть его объема.

Архимеда тело $\Rrightarrow$ полуправильный многогранник.

архимедова группа (Archimedean group) — упорядоченная группа, в которой выполняется аксиома Архимеда (в случае мультипликативной группы аксиома принимает вид: если неравенство $a^n < b$ при некотором b выполняется для всех целых чисел n, то a — единица группы).

архимедова спираль (Archimedean spiral) — плоская кривая, описываемая точкой, движущейся равномерно по прямой, которая с постоянной угловой скоростью вращается вокруг своей фиксированной точки; уравнение в полярных координатах имеет вид

$$\varrho = c\varphi\,.$$

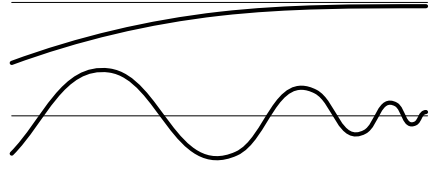


архимедово поле (Archimedean field) — упорядоченное поле, в котором выполняется аксиома Архимеда.

Арцела теорема (Arzelà theorem) — элементы функциональной последовательности $\{f_k\}$ на отрезке $[a, b]$ равномерно ограничены и равностепенно непрерывны тогда и только тогда, когда из этой последовательности можно выделить подпоследовательность, равномерно сходящуюся на отрезке $[a, b]$.

асимметрия (asymmetry) — отсутствие симметрии.

асимптота (asymptote) — прямая, к которой приближается как угодно близко точка кривой [ветви кривой] при движении ее вдоль кривой к бесконечности; $\rightsquigarrow$ вертикальная [горизонтальная, наклонная] асимптота.



асимптотическая линия (asymptotic line) — такая кривая на поверхности, направление которой в каждой точке совпадает с асимптотическим направлением поверхности (т. е. в котором нормальная кривизна этой поверхности равна нулю); напр., асимптотической линией на псевдосфере является ее ребро возврата.

асимптотическая последовательность (asymptotic sequence) — функциональная последовательность $\{f_k\}$, которая в некоторой точке a при всех k удовлетворяет условию $f_{k+1}(x) = o\big(f_k(x)\big)$, т. е.

$$\lim_{x\to a} \frac{f_{k+1}(x)}{f_k(x)} = 0;$$

напр., последовательность $\{e^x x^{-k}\}$ в точке $a = \infty$ или же последовательность $\{(x-3)^k\}$ в точке $a = 3$.

асимптотическая сеть (asymptotic net) — сеть кривых на поверхности, образованная двумя семействами асимптотических линий.

асимптотическая точка (asymptotic point) $\twoheadrightarrow$ спираль.

асимптотическая формула (asymptotic formula) — формула, содержащая символы Ландау (o или O) или знак асимптотической эквивалентности $\sim$; напр., при $x \to 0$

$$\sin x = x + o\big(x^2\big),$$
$$\cos x = 1 + O\big(x^2\big);$$

$\rightsquigarrow$ Стирлинга формула.

асимптотическая эквивалентность (asymptotic equivalence) — свойство переменных, при котором предел их отношения в рассматриваемом предельном процессе равен единице; напр., функции f и g асимптотически эквивалентны в точке a, если

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1;$$

обозначение $f \sim g$.

асимптотический конус (asymptotic cone) — коническая поверхность вращения, образованная из асимптот всех меридианов поверхности вращения; в случае аффинного образа поверхности вращения (напр., однополостного гиперболоида) — соответствующий образ этой конической поверхности.

асимптотический ряд (asymptotic series) $\twoheadrightarrow$ асимптотическое разложение.

асимптотическое значение (asymptotic value) — предельное значение вдоль некоторого пути.

асимптотическое направление (asymptotic direction) — **1.** такое направление в данной точке поверхности, в котором нормальная кривизна поверхности равна нулю; направление, в котором равна нулю вторая квадратичная форма поверхности; $\rightsquigarrow$ асимптотическая линия; **2.** в случае кривой второго порядка — направление, сопряженное самому себе.

асимптотическое приближение (asymptotic approximation) — **1.** аппроксимация функции асимптотически эквивалентной ей функцией; **2.** аппроксимация функции в смысле сходимости по мере.

асимптотическое разложение (asymptotic expansion) — представление данной функции f ее (расходящимся) *асимптотическим рядом*

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \varphi_k(x)\,,$$

построенным по заданной асимптотической последовательности (базе) $\{\varphi_k\}$ так, что при любом n имеет место асимптотическая эквивалентность

$$f(x) - \sum_{k=0}^{n} a_k \varphi_k(x) \sim \varphi_{n+1}(x);$$

в случаях баз вида $\varphi_k(x) \equiv x^{-k}$ или $\varphi_k(x) \equiv (x - x_0)^k$ говорят об асимптотическом разложении функции в асимптотический степенной ряд.

асимптотическое распределение (asymptotic distribution) — распределение, являющееся при достаточно больших значениях k сколь угодно хорошим приближением к распределению общего члена X_k последовательности случайных величин.

ассоциативная алгебра (или гиперкомплексная система; associative algebra) — алгебра с ассоциативным умножением; $\rightsquigarrow$ Фробениуса теорема.

ассоциативная система $\Rrightarrow$ полугруппа.

ассоциативное кольцо (associative ring) — кольцо с ассоциативным умножением, т. е. такое кольцо, которое является полугруппой относительно своей операции умножения.

ассоциативность (или сочетательность; associativity) — свойство бинарной алгебраической операции: операция $*$ ассоциативна, если при всех x, y и z имеет место равенство

$$(x * y) * z = x * (y * z);$$

понятие ассоциативности обобщается также на случай n-арной операции; $\rightsquigarrow$ альтернативность.

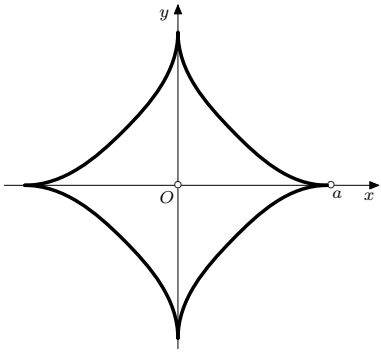
астроида (astroid) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3};$$

частный случай гипоциклоиды при $b = 4a$; длина астроиды равна $6a$, площадь S фигуры, ограниченной астроидой, вычисляется по формуле

$$S = \frac{3\pi}{8}\, a^2;$$

$\rightsquigarrow$ Ламе кривая.



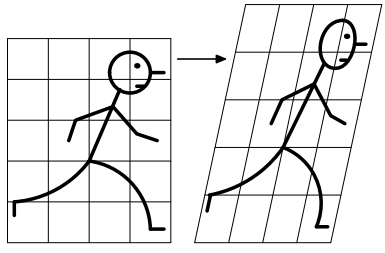
атлас (atlas) — набор карт многообразия, области которых покрывают это многообразие.

аффикс (affix) $\twoheadrightarrow$ комплексная плоскость.

аффинная геометрия (affine geometry) — раздел геометрии, изучающий свойства фигур, инвариантные относительно аффинных преобразований плоскости [пространства]; $\rightsquigarrow$ эквиаффинная геометрия.

аффинная связность (affine connection) — правило, по которому на поверхности [дифференцируемом многообразии] осуществляется *параллельное перенесение* касательного вектора по заданной кривой; в римановом пространстве аффинная связность определяется, напр., *символами Кристоффеля*.

аффинное отображение (affine mapping) — такое отображение аффинного пространства в аффинное пространство, которое определяет линейное преобразование между соответствующими векторными пространствами; также отображение плоскости [пространства] на другую плоскость [другое пространство], при котором каждая прямая отображается в прямую; $\rightsquigarrow$ коллинеация.



аффинное преобразование (affine transformation) — аффинное отображение плоскости [пространства] на себя; $\rightsquigarrow$ подобия [центро-аффинное, эквиаффинное] преобразование, сдвиг, сжатие.

аффинное пространство (affine space) — множество $\mathcal{M}$, для которого задано отображение прямого квадрата $\mathcal{M} \times \mathcal{M}$ в некоторое векторное пространство $\mathcal{V}$ (образ элемента $(A, B) \in \mathcal{M} \times \mathcal{M}$ обозначается $\overrightarrow{AB}$) так, что для любой фиксированной точки $A \in \mathcal{M}$ отображение $\mathcal{M} \to \mathcal{V}$ (где B отображается в $\overrightarrow{AB}$) является

биекцией, а для любых точек $A, B, C \in$ $\in \mathcal{M}$ выполняется соотношение

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC};$$

размерностью аффинного пространства $\mathcal{M}$ считается размерность векторного пространства $\mathcal{V}$; если $\mathcal{V}$ является действительным векторным пространством, то $\mathcal{M}$ называется *действительным аффинным пространством*; $\rightsquigarrow$ радиус-вектор.

аффинные координаты (affine coordinates) — координаты, определенные при помощи аффинного репера $(O; \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots$ $\ldots, \mathbf{e}_n)$: аффинными координатами точки P называются коэффициенты $x_1, x_2, \ldots$ $\ldots, x_n$ разложения

$$\overrightarrow{OP} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\,\mathbf{e}_2 + \cdots + x_n\mathbf{e}_n;$$

в случаях $n = 2$ и $n = 3$ координату x_1 называют *абсциссой* (обозначается буквой x), а координату x_2 *ординатой* (обозначается буквой y) точки P, в случае $n = 3$ координату x_3 называют *аппликатой* (обозначается буквой z) точки P; $\rightsquigarrow$ декартовы [косоугольные, однородные, прямоугольные] координаты, координатная плоскость, координатные оси.

аффинный репер (affine coordinate frame) — совокупность одной точки O (*начальной точки*) и n линейно независимых векторов $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_n$ (*масштабных векторов*, или *базиса*) n-мерного аффинного пространства, принимаемая за основу при определении аффинных координат точек этого пространства; $\rightsquigarrow$ ортонормированный репер.

аффинор (affinor) — линейное преобразование конечномерного векторного пространства; $\rightsquigarrow$ верзор.

Б

база топологического пространства (или базис топологии; base of a topological space) — такое семейство открытых подмножеств топологического пространства, что любое открытое множество пространства является объединением элементов этого семейства.

базис (basis) — **1.** (или масштабные векторы) $\twoheadrightarrow$ аффинный репер; **2.** $\twoheadrightarrow$ производящая функция; **3.** $\twoheadrightarrow$ расслоение.

базис векторного пространства (basis of a vector space) — максимальное линейно независимое подмножество векторного пространства, порождающее это пространство в том смысле, что любой его элемент единственным образом представим в виде линейной комбинации элементов этого подмножества (*базисных векторов*); $\rightsquigarrow$ базиса преобразование, ориентация, ортонормированный базис.

базис индукции (basis of an induction) $\twoheadrightarrow$ математическая индукция.

базис множества (basis of a set) — минимальная система образующих данного множества $\mathcal{M}$, т. е. минимальное подмножество $\mathcal{B} \subset \mathcal{M}$, такое, что применением определенных в $\mathcal{M}$ операций к элементам из $\mathcal{B}$ получается любой элемент из $\mathcal{M}$.

базис топологии $\Rrightarrow$ база топологического пространства.

базиса преобразование (basis mapping) — переход от одного базиса векторного пространства к другому.

базисная плоскость (base plane) $\twoheadrightarrow$ горизонталь.

базисное решение (basic solution) — такое решение $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ системы линейных уравнений $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, что векторстолбцы $\mathbf{a}_j = (a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{mj})$ матрицы $A = (a_{ij})$, соответствующие ненулевым компонентам x_j, линейно независимы.

базисный вектор (basic vector) $\twoheadrightarrow$ базис векторного пространства.

Банаха индикатриса (или функция кратности; Banach indicatrix) — функционал N, натуральное значение которого $N(y, f)$ равно числу корней уравнения $f(x) = y$, где f — непрерывная в некотором отрезке функция.

Банаха теорема ↠ Хана – Банаха теорема.

Банаха – Штейнгауза теорема (Banach – Steinhaus theorem) — последовательность $\{A_k\}$ непрерывных линейных операторов из банахова пространства $\mathcal{X}$ в банахово пространство $\mathcal{Y}$ сходится всюду в пространстве $\mathcal{X}$ тогда и только тогда, когда последовательность норм $\{\|A_k\|\}$ ограничена и предел

$$\lim_{k\to\infty} A_k\mathbf{x}$$

существует в любой точке $\mathbf{x}$ некоторого множества, всюду плотного в $\mathcal{X}$.

банахова алгебра (или нормированное кольцо; Banach algebra) — банахово пространство, являющееся одновременно алгеброй над полем комплексных чисел, причем умножение элементов непрерывно по каждому из множителей и при всех $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ имеет место неравенство

$$\|\,\mathbf{x}\,\mathbf{y}\,\| \leqslant \|\,\mathbf{x}\,\| \cdot \|\,\mathbf{y}\,\|;$$

⇝ C^*-алгебра, Гельфанда – Мазура теорема.

банахова решетка (Banach lattice) — векторная решетка, являющаяся банаховым пространством, норма которого удовлетворяет условию монотонности: из неравенства $|\,\mathbf{x}\,| \leqslant |\,\mathbf{y}\,|$ между модулями следует неравенство $\|\,\mathbf{x}\,\| \leqslant \|\,\mathbf{y}\,\|$ между нормами.

банахово пространство (или B-пространство; Banach space) — полное нормированное пространство; напр., пространство (обозначаемое m) ограниченных числовых последовательностей $\mathbf{x} = \{x_k\}$ с нормой

$$\|\,\mathbf{x}\,\| \stackrel{\text{def}}{=} \sup_k |\,x_k\,|$$

или пространство (обозначаемое c) сходящихся числовых последовательностей с такой же нормой; ⇝ непрерывных функций пространство.

барицентр (barycentre) — **1.** центр тяжести; **2.** точка с барицентрическими координатами $\lambda_k = \frac{1}{n+1}$.

барицентрические координаты (barycentric coordinates) — действительные числа $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_n$, удовлетворяющие условию

$$\lambda_0 + \lambda_1 + \cdots + \lambda_n = 1$$

и однозначно определяющие точку $\mathbf{x}$ n-мерного векторного пространства по фиксированной системе $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \ldots, \mathbf{p}_n$ точек, не лежащих в $(n-1)$-мерном подпространстве:

$$\mathbf{x} = \lambda_0\mathbf{p}_0 + \lambda_1\mathbf{p}_1 + \cdots + \lambda_n\mathbf{p}_n\,.$$

Бартельса – Френе формулы (или Серре – Френе формулы) ⇛ Френе формулы.

Безу теорема (Bézout theorem) — остаток от деления полинома p на двучлен $x - a$ равен значению этого полинома в точке a, т. е.

$$p(x) = q(x)(x-a) + p(a)\,.$$

безусловная сходимость [суммируемость] (unconditional convergence [summability]) — свойство ряда сходиться [быть суммируемым данным методом суммирования] при любой перестановке его членов.

Бейеса теорема (Bayes formula) — если $B_1, B_2, \ldots, B_n$ — полная система событий, $\mathsf{P}(B_k)$ — вероятность события B_k и $\mathsf{P}(A\,|\,B_k)$ — условная вероятность события A при условии, что произошло событие B_k, то апостериорная вероятность $\mathsf{P}(B_k\,|\,A)$ события B_k при условии, что произошло событие A, выражается в виде

$$\mathsf{P}(B_k\,|\,A) = \frac{\mathsf{P}(B_k)\mathsf{P}(A\,|\,B_k)}{\sum\limits_{j=1}^{n} \mathsf{P}(B_j)\mathsf{P}(A\,|\,B_j)}\,.$$

бейесовский подход (Bayesian approach) — подход к статистическим задачам, основанный на предположении, что всякому параметру в задаче приписано некоторое распределение вероятностей.

Бейтмена функция (Bateman function) — функция действительного переменного

$$k_\nu(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{2}{\pi} \int\limits_0^{\pi/2} \cos(x \operatorname{tg} t - \nu t)\, dt,$$

где ν — действительное число.

Бельтрами интерпретация (Beltrami interpretation) — интерпретация части плоскости Лобачевского как части псевдосферы.

Бельтрами – Клейна интерпретация (Beltrami – Klein interpretation) — интерпретация плоскости [пространства] Лобачевского как внутренности круга [шара], при которой прямые интерпретируются хордами, движения интерпретируются коллинеациями, сохраняющими окружность [сферу], а расстояние определяется проективной метрикой; $\rightsquigarrow$ Пуанкаре интерпретация.

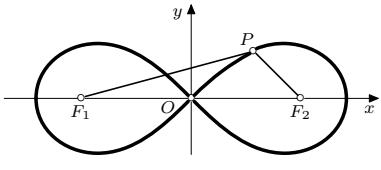
Бернулли лемниската (Bernoulli lemniscate) — плоская кривая, произведение расстояний любой точки P которой до двух фиксированных точек F_1 и F_2 (*фокусов*) равно a^2, где $2a = \overline{F_1F_2}$; частный случай овала Кассини при $k^2 = a^2$; уравнение в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)\,,$$

а в полярных координатах вид

$$\varrho = a\sqrt{2\cos 2\varphi}\,;$$

площадь одной петли равна a^2.



Бернулли метод (Bernoulli method) — метод нахождения наибольшего по абсолютной величине действительного корня алгебраического уравнения.

Бернулли неравенство (Bernoulli inequality) — для всех действительных чисел $r > -1$ и $p > 1$ или $p < 0$ имеет место неравенство

$$(1 + r)^p \geqslant 1 + pr\,.$$

Если же $r > -1$ и $0 < p < 1$, то неравенство Бернулли принимает вид

$$(1 + r)^p \leqslant 1 + pr\,.$$

Бернулли полиномы (Bernoulli polynomials) — полиномы вида

$$B_n(x) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} B_k\, x^{n-k},$$

где B_k — числа Бернулли и $\binom{n}{k}$ — биномиальные коэффициенты; напр.: $B_0(x) = 1$, $B_1(x) = x - \frac{1}{2}$, $B_2(x) = x^2 - x + \frac{1}{6}$, $B_3(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$.

Бернулли распределение $\Rrightarrow$ биномиальное распределение.

Бернулли схема (Bernoulli scheme) — серия независимых экспериментов с двумя исходами каждый, причем вероятности исходов не изменяются от эксперимента к эксперименту; $\rightsquigarrow$ Муавра – Лапласа теорема.

Бернулли теорема (Bernoulli theorem) — частный случай закона больших чисел: относительная частота появления события в последовательности независимых экспериментов по вероятности сходится к вероятности этого события.

Бернулли уравнение (Bernoulli equation) — обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$y' + a(x)y = b(x)y^p,$$

где a, b — заданные функции и p — действительное число, не равное нулю или единице.

Бернулли формула (Bernoulli formula) — производная степенно-показательной функции

$$y = u^v$$

выражается в виде

$$y' = u^v \left(\frac{vu'}{u} + v' \ln u\right);$$

напр.:

$$\left(x^x\right)' = (1+\ln x)\,x^x.$$

Бернулли числа (Bernoulli numbers) — последовательность рациональных чисел $\{B_k\}$, экспоненциальной производящей функцией которой является $x/(e^x-1)$, т. е.

$$\frac{x}{e^x-1} = \sum_{k=0}^{\infty} B_k \frac{x^k}{k!};$$

$B_0 = 1$, $B_1 = -\frac{1}{2}$, а при $k \geqslant 1$

$$B_{2k+1} = 0\,,$$

$$B_{2k} = (-1)^{k-1}\frac{(2k)!}{2^{2k-1}\pi^{2k}}\sum_{j=1}^{\infty} j^{-2k};$$

напр.:

$$B_2 = \tfrac{1}{6},\ B_4 = -\tfrac{1}{30},\ B_6 = \tfrac{1}{42}\,.$$

Бернштейна полиномы (Bernstein polynomials) — полиномы вида

$$B_n(f,x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \sum_{k=0}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)\binom{n}{k}x^k(1-x)^{n-k}\,,$$

используемые для приближения функции f, непрерывной на отрезке $[0,\ 1]$.

Бертрана кривые (или пара Бертрана; Bertrand curves) — две кривые с общими главными нормалями.

Бертрана признак (Bertrand criterion) — если существует (конечный) предел

$$a = \lim_{k\to\infty} \ln k \left(k\left(\frac{a_k}{a_{k+1}} - 1\right) - 1\right),$$

то при $a > 1$ положительный ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k$$

сходится, а при $a < 1$ расходится.

Бертрана теорема (Bertrand postulate) — при каждом натуральном числе $n \geqslant 4$ существует простое число, большее n и меньшее $2n-2$.

бесконечная десятичная дробь (infinite decimal fraction) — десятичная дробь, в которой ни одна цифра не является последней; обозначается, напр., $3{,}14159265\ldots$; $\rightsquigarrow$ действительное число, периодическая десятичная дробь.

бесконечная непрерывная дробь (infinite continued fraction) — непрерывная дробь, последовательность звеньев которой является бесконечной.

бесконечная последовательность (infinite sequence) — название последовательности в том случае, когда одновременно имеют дело с кортежами.

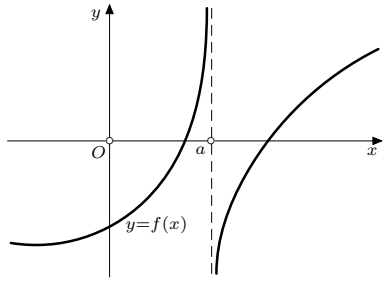
бесконечно большая величина (infinitely-large quantity) — **1.** переменное x, имеющее в рассматриваемом предельном процессе бесконечный предел; обозначается

$$x \to \infty \quad \text{или} \quad x \to -\infty;$$

2. переменное, абсолютная величина которого имеет в рассматриваемом предельном процессе бесконечный предел.

бесконечно большая функция (infinitely-large function) — функция, абсолютная величина которой в данном процессе изменения аргумента имеет бесконечный предел; функция f бесконечно большая при $x \to a$, если для любого числа $M > 0$ найдется такая окрестность $\mathcal{U}(a)$, что для всех $x \neq a$ и таких, что $x \in \mathcal{U}(a)$, выполняется неравенство $|f(x)| > M$; обозначается

$$\lim_{x\to a} |f(x)| = \infty\,.$$



бесконечно дифференцируемая функция (infinitely-differentiable function) — функция, имеющая в каждой точке

некоторой области полный дифференциал любого порядка, или в случае функции от одного переменного — производную любого порядка.

бесконечно малая величина (infinitesimal) — переменное x, имеющее в рассматриваемом предельном процессе предел, равный нулю; обозначается

$$\lim x = 0, \quad \text{или} \quad x \to 0\,.$$

бесконечно малая высшего порядка (infinitesimal of higher order) — бесконечно малая величина y, отношение которой к бесконечно малой величине x является в данном предельном процессе бесконечно малой величиной: y — бесконечно малая высшего порядка, чем x, если

$$\lim \frac{y}{x} = 0;$$

⇝ Ландау символы.

бесконечно малая функция (infinitely-small function) — функция, которая в данном процессе изменения аргумента имеет предел, равный нулю; напр., функция f бесконечно малая при $x \to a$, если

$$\lim_{x \to a} f(x) = 0\,.$$

бесконечно малые одного порядка (infinitesimals of the same order) — две бесконечно малые величины, предел отношения которых в рассматриваемом предельном процессе равен ненулевой постоянной; ⇝ Ландау символы.

бесконечно малых исчисление (infinitesimal calculus) — устаревшее название для дифференциального и интегрального исчисления.

бесконечно удаленная прямая [плоскость] (или несобственная прямая [плоскость]; infinitely-distant plane [straight line]) — множество всех бесконечно удаленных точек плоскости [пространства], дополненной [-ого] до проективной плоскости [проективного пространства].

бесконечно удаленная точка (или идеальная точка, или несобственная точка; infinitely-distant point) — **1.** фиктивная точка, возникающая при расширении прямой [числовой прямой, комплексной плоскости] до проективной прямой [компактного пространства, Римана сферы]; **2.** фиктивная точка, присоединяемая ко всем параллельным прямым (и им принадлежащая) при дополнении плоскости [пространства] до проективной плоскости [проективного пространства].

бесконечное множество (infinite set) — множество, которое эквивалентно некоторому своему собственному подмножеству; напр., множество $\mathbb{N}$ натуральных чисел бесконечно, так как оно эквивалентно множеству всех четных натуральных чисел; ⇝ бесконечности аксиома.

бесконечное произведение (infinite product) — выражение вида

$$\prod_{k=0}^{\infty}(1 + a_k) \stackrel{\text{def}}{=} (1 + a_0)(1 + a_1) \cdots (1 + a_k) \cdots,$$

состоящее из счетного множества *множителей*, или *сомножителей*, каждый из которых отличен от нуля; ⇝ расходящееся [сходящееся] произведение.

бесконечномерное пространство (infinite-dimensional space) — пространство, не являющееся конечномерным.

бесконечности аксиома (infinity axiom) — аксиома, обеспечивающая наличие бесконечного множества объектов в рассматриваемой теории; напр., в теории множеств эта аксиома имеет вид: существует бесконечное множество.

бесконечность (infinity) — абстракция, охватывающая понятия бесконечного предела и бесконечно удаленной точки; обозначается символом ∞ или $-\infty$; ⇝ актуальная [потенциальная] бесконечность.

бесконечный интервал [полуинтервал] (или несобственный интервал [полуинтервал]; infinite interval [half-interval]) — интервал $(-\infty, \infty)$, $(-\infty, b)$

или (a, ∞) [полуинтервал $(-\infty, b]$ или $[a, \infty)$] при любых действительных числах a и b.

бесконечный предел (или приближение к бесконечности; tend to infinity) — ситуация, когда в рассматриваемом предельном процессе для любого заданного числа $M > 0$ найдется место, начиная с которого значения переменного x удовлетворяют условию $x > M$ или условию $x < -M$; обозначается $\lim x = \infty$ (или $x \to \infty$), или соответственно $\lim x = -\infty$ (или $x \to -\infty$); $\rightsquigarrow$ бесконечно большая величина [функция], неограниченно возрастающая [убывающая] последовательность.

бесконечный ряд $\Rrightarrow$ ряд.

бесконтекстная грамматика $\Rrightarrow$ контекстно-свободная грамматика.

беспорядок $\Rrightarrow$ инверсия.

Бесселя неравенство (Bessel inequality) — неравенство

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k^2 \leqslant \|f\|^2,$$

которому удовлетворяют коэффициенты Фурье a_k функции f, интегрируемой с квадратом; $\rightsquigarrow$ Парсеваля теорема.

Бесселя уравнение (Bessel equation) — однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

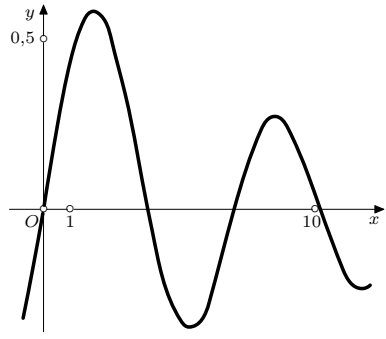
$$x^2y'' + xy' + \bigl(x^2 - p^2\bigr)y = 0\,,$$

где p — постоянная; $\rightsquigarrow$ цилиндрическая функция.

Бесселя функция (Bessel function) — цилиндрическая функция

$$J_p(z) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos(p\,t - z\,\sin t)\,dt = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!\,\Gamma(p+k+1)}\left(\frac{z}{2}\right)^{p+2k},$$

где Γ — гамма-функция (на рисунке график функции $y = J_1(x)$ действительного переменного); $\rightsquigarrow$ Ганкеля [Кельвина, Макдональда] функции, Неймана функция.



бета-распределение (beta-distribution) — распределение вероятностей непрерывной случайной величины со значениями в интервале $(0, 1)$, имеющее функцию плотности

$$f(x) = \frac{x^{p-1}(1-x)^{q-1}}{\mathrm{B}(p,\,q)},$$

где p, q — положительные постоянные и B — бета-функция.

бета-функция (или бета-функция Эйлера, или эйлеров интеграл первого рода; beta-function) — функция B двух положительных переменных p и q, определенная равенством

$$\mathrm{B}(p,\,q) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \int_0^1 t^{p-1}(1-t)^{q-1}dt;$$

выражается через гамма-функцию Γ в виде

$$\mathrm{B}(p,\,q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)};$$

$\rightsquigarrow$ неполная бета-функция.

бигармоническая функция (biharmonic function) — функция u, удовлетворяющая в рассматриваемой области *бигармоническому уравнению*

$$\Delta^2 u = 0\,,$$

где Δ — оператор Лапласа.

бигармоническое уравнение (biharmonic equation) $\twoheadrightarrow$ бигармоническая функция.

биекция (или биективное соответствие, или взаимно однозначное соответствие; bijection) — соответствие, являющееся одновременно однозначным, инъективным и сюръективным; отображение, являющееся одновременно инъекцией и сюръекцией; обозначается $\mathcal{X} \leftrightarrow \mathcal{Y}$ (читается: биекция между множествами $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$); $\rightsquigarrow$ гомеоморфизм, изоморфизм, эквивалентные множества.

биквадратное уравнение (biquadratic equation) — уравнение четвертой степени вида

$$ax^4 + bx^2 + c = 0\,,$$

где $a \neq 0$; $\rightsquigarrow$ трехчленное уравнение.

биквадратный трехчлен (biquadratic trinomial) — полином вида

$$ax^4 + bx^2 + c\,,$$

где $abc \neq 0$.

бикомпакт $\Rrightarrow$ компакт.

бикомпактное пространство $\Rrightarrow$ компактное пространство.

бикубическое уравнение (bicubic equation) — уравнение шестой степени вида

$$ax^6 + bx^3 + c = 0\,,$$

где $a \neq 0$; $\rightsquigarrow$ трехчленное уравнение.

билинейная форма (bilinear form) — **1.** однородный полином второй степени от $2n$ переменных в виде

$$\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_iy_j\,,$$

или в матричной символике

$$\mathbf{x}^T A\mathbf{y}\,,$$

где $A = (a_{ij})$ — матрица билинейной формы, $\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ и $\mathbf{y}^T = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$; $\rightsquigarrow$ линейная [регулярная билинейная] форма; **2.** (или билинейный функционал) — определенный на прямом квадрате векторного пространства функционал f, удовлетворяющий при всех $\mathbf{x}$, $\mathbf{x}'$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{y}'$ и скаляре λ условиям

$$f(\mathbf{x} + \mathbf{x}',\, \mathbf{y}) = f(\mathbf{x},\, \mathbf{y}) + f(\mathbf{x}',\, \mathbf{y}),$$

$$f(\mathbf{x},\, \mathbf{y} + \mathbf{y}') = f(\mathbf{x},\, \mathbf{y}) + f(\mathbf{x},\, \mathbf{y}'),$$

$$f(\lambda\mathbf{x},\, \mathbf{y}) = f(\mathbf{x},\, \lambda\mathbf{y}) = \lambda f(\mathbf{x},\, \mathbf{y});$$

$\rightsquigarrow$ кососимметрическая [симметрическая] билинейная форма, полуторалинейная форма; **3.** $\twoheadrightarrow$ эрмитова билинейная форма.

билинейная функция (bilinear function) — функция f от двух переменных, линейная по каждому из них, т. е. удовлетворяющая при всех x, x', y, y' и скаляре λ условиям

$$f(x + x',\, y) = f(x,\, y) + f(x',\, y),$$

$$f(x,\, y + y') = f(x,\, y) + f(x,\, y'),$$

$$f(\lambda x,\, y) = f(x,\, \lambda y) = \lambda f(x,\, y)\,.$$

билинейный функционал $\Rrightarrow$ билинейная форма.

биллион (или миллиард; billion) $\twoheadrightarrow$ десятичный разряд.

биматрица (bimatrix) — матрица, элементы которой являются парами чисел; $\rightsquigarrow$ греко-латинский квадрат.

бимодальное распределение (или двувершинное распределение; bimodal distribution) — распределение вероятностей, график функции плотности которого имеет два значения локального максимума, т. е. два значения моды; $\rightsquigarrow$ унимодальное распределение.

бинарная операция (binary operation) — **1.** (*бинарная алгебраическая операция*) — алгебраическая операция, в которой число операндов равно двум, т. е. отображение прямого квадрата множества в это же множество; напр., в множестве $\mathcal{M}$ определена бинарная операция со *знаком операции* $*$ (или просто операция $*$), если для любых $a, b \in \mathcal{M}$ однозначно определен элемент

$a * b \in \mathcal{M}$; $\rightsquigarrow$ альтернативность, ассоциативность, дистрибутивность, коммутативность, нейтрализирующий [нейтральный] элемент, обратная операция, поглощение, полугруппа; **2.** операция, число операндов которой равно двум.

бинарная система $\Rrightarrow$ двоичная система счисления.

бинарная форма (*бинарная форма степени* n; binary form) — форма от двух переменных: однородный полином вида

$$p(x, y) = \sum_{k=0}^{n} a_k \, x^{n-k} y^k.$$

бинарное отношение (или отношение; binary relation) — подмножество прямого квадрата некоторого множества; если $\mathcal{R}$ — бинарное отношение на множестве $\mathcal{M}$, т. е. $\mathcal{R} \subset \mathcal{M} \times \mathcal{M}$, то вместо $(x, y) \in \mathcal{R}$ обычно пишут $x\mathcal{R}y$; бинарное отношение иногда удобно понимать как двуместный предикат на данном множестве; $\rightsquigarrow$ близость, композиция отношений, конгруэнция, направление, обратное отношение, отношение порядка [равенства, эквивалентности], предпорядок, рефлексивность, симметричность, толерантность, транзитивность.

бином (или двучлен; binomial) — алгебраическая сумма двух одночленов; $\rightsquigarrow$ дифференциальный бином.

биномиальная формула (или Ньютона бином; binomial formula) — формула разложения степени бинома по степеням его одночленов:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k};$$

напр.:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3;$$

в случае отрицательного показателя степени формула имеет вид

$$(a + b)^{-n} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{n + k - 1}{k} a^{-n-k} b^k;$$

напр.:

$$(a + b)^{-1} = a^{-1} - a^{-2} b + a^{-3} b^2 - \ldots,$$

$$(a + b)^{-2} = a^{-2} - 2a^{-3} b + 3a^{-4} b^2 - \ldots;$$

$\rightsquigarrow$ мультиномиальная формула.

биномиальное распределение (или Бернулли распределение; binomial distribution) — распределение вероятностей дискретной случайной величины X, принимающей целочисленные значения $0, 1, \ldots, n$ с вероятностями

$$\mathsf{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k},$$

где $p \in (0, 1)$ — фиксированный параметр.

биномиальный коэффициент (binomial coefficient) — коэффициент общего члена биномиальной формулы, который при любых натуральных числах n и k, таких, что $n \geqslant k$, равен

$$\binom{n}{k} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdots k} = \frac{n!}{k!(n-k)!},$$

а при $n < k$ равен нулю; напр.:

$$\binom{n}{0} = 1, \quad \binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10;$$

в случае любого комплексного числа z и натурального числа k

$$\binom{z}{k} = \frac{z(z-1)\cdots(z-k+1)}{k!};$$

напр.:

$$\binom{-5}{3} = -\binom{7}{3} = -35,$$

$$\binom{1 + 3i}{3} = -5i;$$

$\rightsquigarrow$ Паскаля треугольник.

биномиальный ряд (binomial series) — степенной ряд вида

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{c}{k} z^k,$$

где c — фиксированное комплексное число и $\binom{c}{k}$ — биномиальный коэффициент; при каждом c биномиальный ряд сходится в круге $|z|<1$ к сумме $(1+z)^c$.

бинормаль (binormal) — нормаль к кривой, перпендикулярная соприкасающейся плоскости.

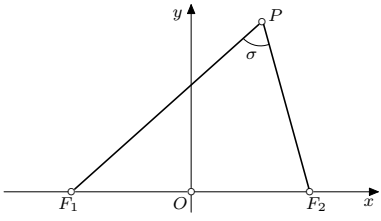
биортогональная система (biorthogonal system) — система $\{f_j, \mathbf{x}_k\}$, состоящая из последовательности $\{\mathbf{x}_k\}$ элементов векторного пространства и последовательности $\{f_j\}$ элементов сопряженного пространства (т. е. последовательности линейных функционалов), которая при $k \neq j$ удовлетворяет условию $f_j(\mathbf{x}_k) = 0$, а при каждом k — условию $f_k(\mathbf{x}_k) \neq 0$.

биполярные координаты (bipolar coordinates) — координаты τ и σ точки P плоскости, связанные с декартовыми прямоугольными координатами x и y этой же точки формулами

$$x = \frac{a\,\mathrm{sh}\,\tau}{\mathrm{ch}\,\tau - \cos\sigma}, \quad y = \frac{a\,\sin\sigma}{\mathrm{ch}\,\tau - \cos\sigma},$$

где $F_1 = (-a,\,0)$, $F_2 = (a,\,0)$ — фиксированные *полюсы*,

$$\sigma = \angle F_1 P F_2 \quad \text{и} \quad \tau = \ln\bigl(\overline{F_1P} : \overline{F_2P}\bigr).$$



биссекторная плоскость (или биссектор; bisector plane) – плоскость, проходящая через ребро двугранного угла и делящая соответствующий линейный угол пополам.

биссектриса (*биссектриса угла*; bisectrix) — луч, исходящий из вершины угла и делящий этот угол пополам; ⇝ трисектриса.

биссектриса треугольника (bisectrix of a triangle) — **1.** отрезок биссектрисы внутреннего угла треугольника от его вершины до точки пересечения с противолежащей стороной; **2.** биссектриса внешнего угла треугольника.

бихроматический граф ⇛ двудольный граф.

близнецы (или простые близнецы; twins) — два простых числа, разность которых равна двум; напр., 41 и 43.

близость (или близостная структура; proximity) — симметричное и рефлексивное бинарное отношение δ на булеане (т. е. на совокупности всех подмножеств) данного множества, обладающее свойством:

$\mathcal{A}\,\delta\,(\mathcal{B}\cup\mathcal{C})$ равносильно $\mathcal{A}\,\delta\,\mathcal{B}$ или $\mathcal{A}\,\delta\,\mathcal{C}$.

блок (block) ⇻ блок-схема.

блок-схема (block design) — такая система k-элементных подмножеств (*блоков*) фиксированного конечного множества $\mathcal{M}$, в которой каждый элемент $x \in \mathcal{M}$ содержится в одинаковом числе блоков и каждое двухэлементное подмножество $\{x, y\} \subset \mathcal{M}$ также содержится в одинаковом числе блоков; напр., при

$$\mathcal{M} = \{\,a,\,b,\,c,\,d,\,e,\,f\,\} \quad \text{и} \quad k = 3$$

блок-схемой является система

$$\{a,b,c\},\{a,b,f\},\{a,c,d\},\{a,d,e\},\{a,e,f\},$$

$$\{b,c,e\},\{b,d,e\},\{b,d,f\},\{c,d,f\},\{c,e,f\}.$$

боковая грань (lateral face) — грань многогранника, не являющаяся основанием; ⇝ пирамида, призма, призмоид.

боковая поверхность (lateral surface) ⇻ конус, усеченный конус, цилиндр.

боковая сторона (lateral side) ⇻ равнобедренный треугольник, трапеция.

боковое ребро (lateral edge) — ребро между двумя боковыми гранями многогранника.

Больцано – Вейерштрасса теорема (Bolzano – Weierstrass theorem) — каждая ограниченная числовая последовательность содержит сходящуюся подпоследовательность.

Больцано – Коши теорема (Bolzano – Cauchy theorem) — функция, непрерывная на отрезке, принимает на этом отрезке любое значение, лежащее между экстремальными значениями функции на рассматриваемом отрезке.

большая окружность (great circle) — окружность, по которой сфера пересекается с плоскостью, проходящей через центр сферы.

большая ось (major axis) — длина хорды эллипса, расположенной на фокальной оси; сумма расстояний любой точки эллипса до фокусов; ⇝ малая ось.

большая полуось (semimajor axis) — половина большой оси эллипса.

больше (greater) — традиционное название отношения порядка, определяющего в множестве строгую упорядоченность (обратное отношение в таком случае называется «меньше»); обозначается символом $>$.

больше или равно (greater or equal) — традиционное название отношения порядка, определяющего в множестве нестрогую упорядоченность (обратное отношение в таком случае называется «меньше или равно»); обозначается символом $\geqslant$.

больших чисел закон (law of large numbers) — **1.** теорема, устанавливающая условия, при которых сумма независимых случайных величин сходится к постоянной; **2.** среднее арифметическое значений случайных величин сходится по вероятности к среднему арифметическому их математических ожиданий; ⇝ Бернулли теорема.

большой круг (great disk) — сечение шара плоскостью, проходящей через центр шара.

Боля – Брауэра теорема (Bohl – Brouwer theorem) — при непрерывном преобразовании симплекса на себя существует по крайней мере одна неподвижная точка.

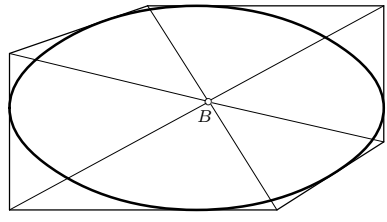
борелевское множество (или B-множество; Borel set) — множество, получаемое в результате не более чем счетной совокупности операций объединения и пересечения открытых и замкнутых множеств топологического пространства; ⇝ Бэра функция.

Бореля – Лебега теорема (Borel – Lebesgue theorem) — из открытого покрытия ограниченного замкнутого множества в $\mathbb{R}^n$ можно выделить конечное подпокрытие этого множества; ⇝ компактное множество.

Брауэра теорема ⇉ Боля – Брауэра теорема.

брахистохрона (brachistochrone) — кривая скорейшего спуска; плоская кривая, двигаясь по которой под действием только силы тяжести, материальная точка, исходя из одной заданной точки кривой, за кратчайшее время достигает другой заданной точки этой же кривой.

Брианшона теорема (Brianchon theorem) — прямые, соединяющие пары противолежащих вершин шестиугольника, описанного вокруг кривой второго порядка, пересекаются в одной точке (на рисунке в точке B).



буква (или символ; symbol) ⇉ алфавит.

булеан (power set) — совокупность $\mathcal{B}(\mathcal{M})$ всех подмножеств рассматриваемого множества $\mathcal{M}$; обозначается также $2^{\mathcal{M}}$; $\rightsquigarrow$ Кантора теорема.

булева алгебра (или булева решетка; Boolean algebra) — множество, в котором определены две коммутативные, ассоциативные, взаимно дистрибутивные и поглощающие бинарные алгебраические операции $\vee$, $\wedge$ и унарная операция $\overline{\ }$ (*дополнение*) так, что при всех x, y выполнены условия

$$\big(x \wedge \overline{x}\big) \vee y = y, \quad \big(x \vee \overline{x}\big) \wedge y = y;$$

напр., булеан некоторого фиксированного множества с операциями $\cup$, $\cap$ и C (дополнение множества).

булева функция (или функция алгебры логики; Boolean function) — функция, аргументы которой, равно как и сама функция, принимают значения из некоторого двухэлементного множества; $\rightsquigarrow$ логическая функция.

булево кольцо (Boolean ring) — ассоциативное кольцо с единицей, все элементы которого идемпотенты.

Буняковского неравенство (или Шварца неравенство; Bunyakovskii inequality) — **1.** для любых функций f и g, интегрируемых с квадратом на отрезке $[a, b]$, имеет место неравенство

$$\Big(\int_a^b f(x)g(x)\,dx\Big)^2 \leqslant \int_a^b \Big(f(x)\Big)^2 dx \cdot \int_a^b \Big(g(x)\Big)^2 dx;$$

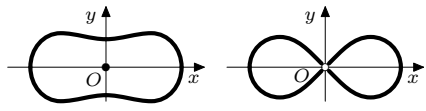
$\rightsquigarrow$ Гёльдера [Коши] неравенство; **2.** $\twoheadrightarrow$ Коши – Буняковского неравенство.

Бурбаки (Nicolas Bourbaki) — псевдоним, под которым выступала (1933–1968) группа математиков Франции и США.

Бута лемниската (Booth lemniscate) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$(x^2 + y^2)^2 - (2m^2 + n)x^2 - (2m^2 - n)y^2 = 0;$$

в случае $|\,n\,| < 2m^2$ лемниската имеет в начале координат изолированную особую точку (на рисунке слева), а в случае $|\,n\,| > 2m^2$ — точку самопересечения (на рисунке справа).



Бэра классы (Baire classes) — семейства $\mathcal{H}_\alpha$ функций действительного переменного, определяемые индуктивно: класс $\mathcal{H}_0$ является множеством всех непрерывных функций, класс $\mathcal{H}_\alpha$ является множеством функций f, не входящих ни в один из предшествующих классов, но представимых в виде

$$f = \lim_{k\to\infty} f_k\,,$$

где $f_k \in \mathcal{H}_{\beta_k}$, $\beta_k < \alpha$.

Бэра функция (или бэровская функция; Baire function) — функция f, в случае которой множество

$$\{x :\ f(x) > a\}$$

при любом a является борелевским.

Бюффона задача (Buffon problem) — задача об определении вероятности того, что случайно брошенная на плоскость игла длиною $2r$ пересечет одну из всех параллельных прямых этой плоскости, отстоящих друг от друга на расстоянии $a > 2r$ (эта вероятность выражается в виде $\frac{4r}{a\pi}$).

B

валентность (или значность; valency) $\twoheadrightarrow$ истинностное значение.

валентность тензора (valency of a tensor) — число индексов тензора.

Валле Пуссена сингулярный интеграл (Vallée Poussin singular integral) — интеграл вида

$$V_n(f,x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{(2n)!!}{2\pi(2n-1)!!}\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x+t)\cos^{2n}\frac{t}{2}\,dt\,.$$

Валлиса формула (Wallis formula) — формула, выражающая число $\frac{\pi}{2}$ в виде бесконечного произведения:

$$\frac{\pi}{2} = \prod_{k=1}^{\infty}\frac{(2k)^2}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdots$$

Вандермонда определитель (Vandermonde determinant) — определитель порядка n вида

$$V_n \stackrel{\text{def}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ x_1 & x_2 & \ldots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \ldots & x_n^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \ldots & x_n^{n-1} \end{vmatrix},$$

где x_k — элементы некоторого коммутативного кольца с единицей; значение этого определителя выражается в виде произведения

$$V_n = \prod_{j<k}(x_k - x_j)\,,$$

где произведение берется по всем таким парам индексов (j,k), в которых $j<k$.

Вандермонда формула (Vandermonde formula) — формула разложения убывающего факториала суммы по убывающим факториалам слагаемых:

$$(x+y)_m = \sum_{k=0}^{m}\binom{m}{k}(x)_k(y)_{m-k}\,,$$

где $\binom{m}{k}$ — биномиальные коэффициенты; $\rightsquigarrow$ биномиальная формула.

вариант (variant) — экземпляр, незначительно отличающийся от некоторого основного вида.

вариационное исчисление (variational calculus) — раздел математики, изучающий методы отыскания экстремумов функционалов; $\rightsquigarrow$ изопериметрическая [Лагранжа] задача.

вариационный ряд (variational series) — выборка, в которой значения упорядочены в порядке их возрастания [убывания]; $\rightsquigarrow$ выборочная квантиль.

вариация (variation) — малое смещение независимого переменного или функционала.

вариация функции (или полная вариация функции, или полное изменение функции; variation of a function) — числовая характеристика функции f действительного переменного, определенная на отрезке $[a,\,b]$ выражением

$$\sup\sum_{k=1}^{n}|\,f(x_k)-f(x_{k-1})\,|\,,$$

где верхняя грань берется по всевозможным разбиениям

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$$

и при всех $n = 1,\,2,\,\ldots$; $\rightsquigarrow$ ограниченной вариации функция.

вариация функционала (variation of a functional) — дифференциал Гато (иногда дифференциал Фреше) функционала.

Варинга проблема (Waring problem) — доказать, что всякое натуральное число представимо в виде суммы четырех квадратов или девяти кубов, или девятнадцати четвертых степеней; $\rightsquigarrow$ Лагранжа теорема.

Вебера уравнение (Weber equation) — однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$y'' + \Big(\nu + \frac{1}{2} - \frac{x^2}{4}\Big)y = 0\,,$$

где ν — постоянная.

Вебера функция (Weber function) — функция комплексного переменного

$$E_\nu(z) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\pi}\sin(\nu t - z\,\sin t)\,dt\,,$$

где ν — действительное число.

Вейерштрасса признак (Weierstrass criterion) — функциональный ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} f_k(x)$$

сходится равномерно и абсолютно на множестве $\mathcal{D}$, если существует числовой сходящийся ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k\,,$$

такой, что при каждом k и $x \in \mathcal{D}$

$$|\, f_k(x)\,| \leqslant a_k\,.$$

Вейерштрасса теорема — **1.** ↠ Больцано – Вейерштрасса теорема; **2.** (Weierstrass theorem) — если f — непрерывная на отрезке $[\,a,\,b\,]$ функция, то для любого числа $\varepsilon > 0$ найдется полином p, такой, что при каждом $x \in [a, b]$

$$|\, f(x) - p(x)\,| < \varepsilon\,.$$

Вейерштрасса эллиптическая функция (Weierstrass elliptic function) — **1.** двоякопериодическая функция $\wp$ (читается: пэ) с основными периодами ω и ω', определенная рядом

$$\wp(z) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{z^2} + \sum\Big(\frac{1}{(z-\Omega)^2} - \frac{1}{\Omega^2}\Big),$$

где $\Omega = m\omega + n\omega'$ и сумма берется по всем целым числам m, n, кроме пары $m = n = 0$; **2.** производная предыдущей функции

$$\wp'(z) = -\frac{2}{z^3} - \sum \frac{2}{(z-\Omega)^3}\,.$$

Вейля сумма (Weyl sum) — сумма вида

$$\sum_{x=1}^{k} e^{2\pi i p(x)}\,,$$

где p — полином с действительными коэффициентами:

$$p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x\,.$$

вековое уравнение ⇛ характеристическое уравнение.

вектор (vector) — **1.** величина $\vec{x}$, полностью определенная своим направлением и *длиной* $|\,\vec{x}\,|$; геометрически представляется как направленный прямолинейный отрезок; ⇝ единичный [кривизны, противоположный] вектор, параллелепипеда [параллелограмма, треугольника] правило; **2.** элемент векторного пространства; обозначается обычно жирным шрифтом: $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$ и т. п.; **3.** величина $\overrightarrow{AB}$, соответствующая паре (A, B) точек аффинного пространства, где A считается *началом*, или *начальной точкой*, и B — *концом* вектора; ⇝ свободный [связанный] вектор; **4.** величина

$$\mathbf{x} = (x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_n) \quad \text{или} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix},$$

определенная кортежем чисел (*координатами*, или *компонентами* вектора); напр., строка или столбец матрицы; ⇝ вектор-столбец, вектор-строка, касательный [случайный] вектор.

векторная алгебра (vector algebra) — раздел векторного исчисления, изучающий (алгебраические) операции над векторами.

векторная величина (vectorial quantity) ↠ величина.

векторная решетка (vector lattice) — действительное векторное пространство, в котором определено отношение порядка так, что это пространство окажется решеткой; ⇝ банахова решетка, модуль.

векторная функция ⇛ вектор-функция.

векторное исчисление (vector calculus) — раздел математики, изучающий свойства векторов и операции над векторами.

векторное подпространство ⇛ линейное подпространство.

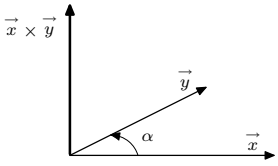
векторное поле (vector field) — область плоскости или пространства [многообразия], в каждой точке которой определен

вектор [касательный вектор], непрерывно или дифференцируемо зависящий от точки; ⇝ векторный [скалярный] потенциал, вихрь, дивергенция, линия тока, поток.

векторное произведение (vector product) — определенный парой векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ вектор $\vec{x} \times \vec{y}$, или $[\vec{x}, \vec{y}]$, длина которого равна произведению длин сомножителей на синус угла α между ними:

$$| \vec{x} \times \vec{y} | \stackrel{\text{def}}{=} | \vec{x} | \cdot | \vec{y} | \cdot \sin \alpha ,$$

перпендикулярный к $\vec{x}$ и $\vec{y}$ и направленный так, что тройка векторов $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{x} \times \vec{y}$ — правая; ⇝ скалярное [смешанное] произведение.



векторное пространство (или линейное пространство, *векторное пространство над полем* $\mathcal{K}$; vector space) — аддитивная абелева группа, в которой определено умножение элементов на скаляры из поля $\mathcal{K}$; ⇝ базис векторного пространства, векторная решетка, гильбертово [касательное, нормированное, Рисса, унитарное] пространство, действительное [комплексное, матриц, топологическое] векторное пространство, линейная комбинация, линейное подпространство [преобразование], модуль, факторпространство.

векторное расслоение (vector bundle) — расслоение, у которого каждый слой изоморфен данному векторному пространству и прообраз достаточно малой области базиса гомеоморфен прямому произведению этой области и данного векторного пространства.

векторный анализ (vector analysis) — раздел векторного исчисления, изучающий векторные поля и вопросы, связанные с их дифференцированием.

векторный потенциал (vector potential) — вектор-функция $\mathbf{p}$, такая, что во всех точках P области задания рассматриваемого векторного поля $\mathbf{a}$ имеет место равенство

$$\mathbf{a}(P) = \operatorname{rot} \mathbf{p}(P);$$

⇝ скалярный потенциал.

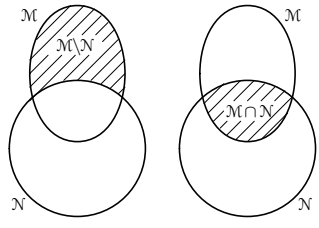
вектор-столбец (column vector) — вектор, составленный из всех элементов одного столбца матрицы.

вектор-строка (row vector) — вектор, составленный из всех элементов одной строки матрицы.

вектор-функция (или векторная функция; vector function) — **1.** оператор из множества действительных чисел в векторное пространство; ⇝ скалярная функция; **2.** оператор из векторного пространства в векторное пространство.

величина (quantity) — объект, который полностью характеризуется одним числом [скаляром] (*скаляр*, или *скалярная величина*) или конечной совокупностью чисел [скаляров] (*векторная величина*); ⇝ абсолютная [бесконечно большая [малая], случайная] величина, вектор, тензор.

Венна диаграмма (Venn diagram) — графический способ изображения формул математической логики и теории множеств.



верзиера ⇛ Аньези локон.

верзор (или версор; versor) — аффинор, производящий поворот вектора на прямой угол.

верификация (verification) — процесс проверки истинности суждений [формул некоторого языка].

верная цифра (correct digit) — такая цифра в приближенном значении числа, для которой абсолютная погрешность не превышает половины единицы соответствующего разряда; ⇝ значащие цифры.

вероятное отклонение (или срединное отклонение; mean deviation) — характеристика рассеяния распределения вероятностей случайной величины X, определяемая как число c, для которого

$$\mathsf{P}\big(|X-\mathsf{E}X|\geqslant c\big)=\mathsf{P}\left(|X-\mathsf{E}X|\leqslant c\right).$$

вероятностей теория (probability theory) — раздел математики, изучающий случайные величины и их распределения.

вероятностная мера (или вероятность, или распределение вероятностей; probability measure) — определенная на алгебре событий пространства элементарных событий Ω мера P, обладающая свойством

$$\mathsf{P}(\Omega)=1\,.$$

вероятностное пространство (probability space) — тройка $(\Omega, \mathcal{A}, \mathsf{P})$, где Ω — пространство элементарных событий, $\mathcal{A}$ — его алгебра событий и P — определенная на этой алгебре вероятностная мера.

вероятностный процесс (или стохастический процесс) ⇛ случайный процесс.

вероятность — **1.** (probability) — число $\mathsf{P}(A)\in[0,\,1]$, характеризующее степень возможности появления определенного события A в данном эксперименте; напр., $\mathsf{P}(X=a)$ означает вероятность, что случайная величина X принимает зачение a; ⇝ апостериорная [априорная, геометрическая, классическая, статистическая, субъективная, условная] вероятность, полной вероятности формула, распределение, сходимость по вероятности; **2.** (или распределение вероятностей) ⇛ вероятностная мера.

версор ⇛ верзор.

вертикаль (vertical line) — прямая, перпендикулярная к горизонтали [базисной плоскости].

вертикальная асимптота (vertical asymptote) — асимптота плоской кривой, которая параллельна оси Oy; ⇝ горизонтальная [наклонная] асимптота.

вертикальные углы ⇛ противоположные углы.

вертор (vertor) — тензор, при помощи которого осуществляется перебрасывание индексов.

верхний индекс (superscript) — индекс, написанный правее основного символа и на полстроки выше (на месте показателя степени); напр., k в обозначениях A^k или $a^{(k)}$; верхними индексами обычно пишут контравариантные индексы тензора; ⇝ нижний индекс.

верхний класс (upper class) ↠ дедекиндово сечение.

верхний предел (limit superior) — **1.** (*верхний предел последовательности*) — наибольший частичный предел последовательности действительных чисел; обозначается

$$\limsup_{k\to\infty}a_k \quad\text{или}\quad \overline{\lim_{k\to\infty}}\,a_k;$$

напр., если $a_k=(-1)^k$, то

$$\limsup_{k\to\infty}a_k=1;$$

2. (*верхний предел функции*) — наибольшее из чисел b, таких, что при любом $\varepsilon>0$ найдется окрестность точки a, содержащая точку $x\neq a$, где рассматриваемая функция f удовлетворяет условию $f(x)>b-\varepsilon$; обозначается

$$\limsup_{x\to a}f(x)=b \quad\text{или}\quad \overline{\lim_{x\to a}}\,f(x)=b;$$

⇝ нижний предел, предел функции.

верхняя граница (или мажоранта; upper bound) — **1.** такое число M для данного числового множества $\mathcal{M}$, что при любом $x\in\mathcal{M}$ имеет место неравенство $x\leqslant M$;

2. такой элемент частично упорядоченного множества, которому предшествует любой элемент данного подмножества; $\rightsquigarrow$ нижняя граница, ограниченное сверху множество.

верхняя грань (или супремум; supremum) — **1.** (или точная верхняя грань) — наименьшая верхняя граница данного числового множества $\mathcal{M}$, которая обозначается через $\sup \mathcal{M}$ (читается: супремум множества $\mathcal{M}$); $M = \sup \mathcal{M}$ означает, что $M \geqslant x$ при каждом $x \in \mathcal{M}$ и для любого $M' < M$ найдется $x' \in \mathcal{M}$, такое, что $x' > M'$; **2.** такая верхняя граница данного подмножества частично упорядоченного множества, которая предшествует всем другим верхним границам этого подмножества; **3.** (*верхняя грань функции*) — верхняя грань множества значений рассматриваемой функции; $\rightsquigarrow$ колебание функции, максимизирующая последовательность, нижняя грань.

верхняя цена (upper value of a game) $\twoheadrightarrow$ гарантированный выигрыш.

вершина (vertex) — **1.** точка плоской кривой, в которой кривизна достигает экстремума; **2.** $\twoheadrightarrow$ ломаная линия, многоугольник, угол; **3.** $\twoheadrightarrow$ коническая поверхность, конус, многогранный [телесный] угол, пирамида, сектор; **4.** $\twoheadrightarrow$ гиперграф, граф; **5.** $\twoheadrightarrow$ полный четырехвершинник [четырехсторонник], симплекс.

вершина выпуклого множества (vertex of a convex set) — точка выпуклого множества, которая не является внутренней точкой ни одного отрезка, входящего в это множество; напр., вершина треугольника, но вершинами круга (как выпуклого множества точек плоскости) являются все его граничные точки.

вершина конического сечения (vertex of a conic section) — точка пересечения конического сечения с его осью.

вершина многогранника (vertex of a polyhedron) — вершина какой-либо грани многогранника.

вес — **1.** $\Rrightarrow$ весовая функция; **2.** (weight) $\twoheadrightarrow$ изобарный полином.

веса (weights) — **1.** $\twoheadrightarrow$ взвешенное среднее; **2.** элементы заданного коммутативного кольца (напр., числа, полиномы), однозначно соответствующие элементам данного множества и некоторым образом характеризующие значимость элементов этого множества в рассматриваемой проблеме; $\rightsquigarrow$ перечень множества.

весовая функция (или вес; weight function) — **1.** множитель, позволяющий получить конечность полунормы заданного типа, которая без этого множителя может быть бесконечна; **2.** $\twoheadrightarrow$ ортогональные полиномы.

ветвей и границ метод (branch and bound method) — комбинаторный метод, на каждом шагу которого рассматриваемое множество разбивают на части, или *ветви*, находят для этих ветвей некоторые оценки, или *границы*, и исключают из дальнейшего рассмотрения те ветви, границы которых не удовлетворяют заданному условию; используется, напр., при решении задач дискретного программирования.

ветвления точка (или разветвления точка; branch point) — изолированная особая точка аналитической функции комплексного переменного, такая, что аналитическое продолжение функции вдоль замкнутого пути, охватывающего эту точку, приводит к значениям, отличным от первоначального.

ветвь (branch) — **1.** (*ветвь кривой*) — связная компонента кривой; связная часть кривой, отделенная от остальных частей этой кривой особой точкой (или вершиной); напр., две (или четыре) ветви гиперболы; **2.** $\twoheadrightarrow$ многозначная функция; **3.** $\twoheadrightarrow$ ветвей и границ метод.

ветряная мельница (windmill) $\twoheadrightarrow$ узлы.

вещественная часть $\Rrightarrow$ действительная часть.

вещественное число $\Rrightarrow$ действительное число.

взаимная корреляционная функция (или взаимная ковариационная функция; cross correlation function) — функция r_{XY}, характеризующая взаимосвязь между состояниями двух случайных процессов $X(t)$ и $Y(t)$:

$$r_{XY}(t_1,t_2) \stackrel{\text{def}}{=} \stackrel{\text{def}}{=} \mathsf{E}\big(X(t_1)-\mathsf{E}X(t_1)\big)\big(Y(t_2)-\mathsf{E}Y(t_2)\big).$$

взаимная матрица $\Rrightarrow$ присоединенная матрица.

взаимно несовместные события (mutually exclusive events) — два события, которые не могут произойти одновременно; непересекающиеся подмножества пространства элементарных событий данного эксперимента; $\rightsquigarrow$ попарно несовместные события.

взаимно однозначное отображение (или вложение, или инъективное отображение) $\Rrightarrow$ инъекция.

взаимно однозначное соответствие (или биективное соответствие) $\Rrightarrow$ биекция.

взаимно простые числа [полиномы] (mutually-prime numbers [polynomials]) — целые числа [полиномы], наибольший общий делитель которых равен единице [является скаляром]; $\rightsquigarrow$ попарно простые числа [полиномы].

взвешенное среднее (или взвешенное степенное среднее; weighted average) — среднее величин $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$, снабженных неотрицательными *весами* $\lambda_1,\ \lambda_2,\ \ldots,\ \lambda_n$, вычисляемое по формуле

$$\overline{a} \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{\lambda_1 a_1^p+\lambda_2 a_2^p+\cdots+\lambda_n a_n^p}{\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n}\right)^{1/p},$$

где $p\neq 0$ — фиксированное действительное число; при $p=1$ и $p=-1$ дает *взвешенное арифметическое среднее*

$$\overline{a} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\cdots+\lambda_n a_n}{\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n}$$

и *взвешенное гармоническое среднее*

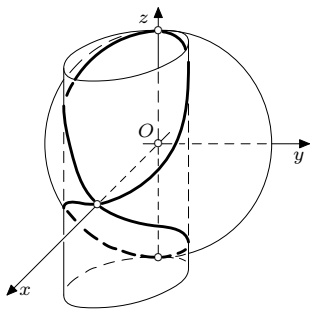
$$\overline{a} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n}{\dfrac{\lambda_1}{a_1}+\dfrac{\lambda_2}{a_2}+\cdots+\dfrac{\lambda_n}{a_n}},$$

а при $\lambda_k = const$ — *степенное среднее*.

Вивиани кривая (или окно Вивиани; Viviani curve) — кривая пересечения сферы радиуса r и кругового цилиндра радиуса $\frac{r}{2}$, образующая которого проходит через центр сферы; параметрические уравнения имеют вид

$$x = r\,\cos^2 t,\quad y = r\,\cos t\,\sin t,$$

$$z = \pm r\,\sin t\,.$$



Вивиани тело (Viviani solid) — тело, ограниченное сферой радиуса r и круговым цилиндром радиуса $\frac{r}{2}$, образующая которого проходит через центр сферы; площадь поверхности S и объем V тела Вивиани вычисляются по формулам

$$S = 2\pi\, r^2 \quad \text{и} \quad V = \frac{4}{3}\, r^3\Big(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3}\Big).$$

Виета теорема (или Виета формулы; Viète theorem) — коэффициенты нормированного полинома

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

выражаются через корни $c_1,\ c_2,\ \ldots,\ c_n$ этого полинома формулами

$$a_k = (-1)^k \sigma_k(c_1,\ c_2,\ \ldots,\ c_n)\,,$$

где σ_k — элементарный симметрический полином степени k; напр., в случае квадратного трехчлена $x^2 + px + q$ эти формулы принимают вид

$$p = -(c_1 + c_2), \quad q = c_1 c_2,$$

а в случае нормированного кубического полинома $x^3 + px^2 + qx + r$ вид

$$p = -(c_1 + c_2 + c_3),$$
$$q = c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3,$$
$$r = -c_1 c_2 c_3 .$$

Вильсона теорема (Wilson theorem) — натуральное число $p > 1$ тогда и только тогда является простым, когда справедливо сравнение

$$(p-1)! + 1 \equiv 0 \pmod{p}.$$

Винера – Хопфа уравнение (Wiener – Hopf equation) — интегральное уравнение вида

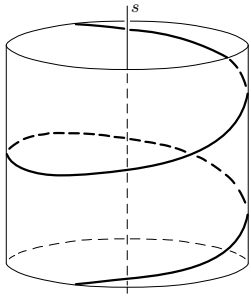
$$x(s) - \int_0^\infty K(s-t)\, x(t)\, dt = f(s),$$

где K, f — заданные, а x — искомая функция.

Виноградова метод (Vinogradov method) — метод построения оценок тригонометрических сумм.

Виноградова теорема (Vinogradov theorem) — любое достаточно большое нечетное число представимо в виде суммы трех простых чисел; ⇝ Гольдбаха проблема.

винтовая линия (или цилиндрическая винтовая линия; helix) — пространственная кривая с постоянной кривизной и постоянным кручением, описываемая точкой, которая, равномерно вращаясь вокруг оси (на рисунке s), одновременно равномерно перемещается вдоль этой оси; параметрические уравнения имеют вид



$$x = a\cos t, \quad y = a\sin t, \quad z = bt;$$

⇝ гиперболическая [обобщенная] винтовая линия.

винтовая поверхность (surface of screw motion) — поверхность, описываемая плоской кривой, которая, равномерно вращаясь вокруг оси, одновременно совершает равномерное поступательное перемещение вдоль этой оси; ⇝ геликоид.

винтовое движение (screw motion) — изометрия пространства, разлагающаяся на сдвиг вдоль прямой и поворот вокруг этой прямой.

висящая вершина (или концевая вершина; terminal vertex) — вершина графа, инцидентная точно одному ребру; ⇝ лист.

Витали множество (Vitali set) — такое множество $\mathcal{V}$ действительных чисел, что разность никаких двух элементов множества $\mathcal{V}$ не является рациональным числом, но любое действительное число можно представить в виде суммы рационального числа и элемента множества $\mathcal{V}$.

вихрь (или ротор; rotor) — определенная векторным полем $\mathbf{a}$ вектор-функция

$$\operatorname{rot}\mathbf{a} \stackrel{\text{def}}{=} \nabla \times \mathbf{a},$$

где ∇ — оператор Гамильтона и символ $\times$ обозначает (формальное) векторное произведение; в трехмерном случае при $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$, где $a_k = a_k(x, y, z)$:

$$\operatorname{rot}\mathbf{a} = \Big(\frac{\partial a_3}{\partial y} - \frac{\partial a_2}{\partial z}, \frac{\partial a_1}{\partial z} - \frac{\partial a_3}{\partial x}, \frac{\partial a_2}{\partial x} - \frac{\partial a_1}{\partial y}\Big);$$

⇝ векторный потенциал, дивергенция.

включение $\Rightarrow$ принадлежность.

включения и исключения принцип (inclusion-and-exclusion principle) — метод образования перечня подмножества тех элементов заданного множества, снабженного весами, которые обладают фиксированным числом свойств из рассматриваемого комплекта свойств.

вложение (или взаимно однозначное отображение, или инъективное отображение) $\Rightarrow$ инъекция.

вложенные отрезки (nested intervals) — последовательность числовых отрезков

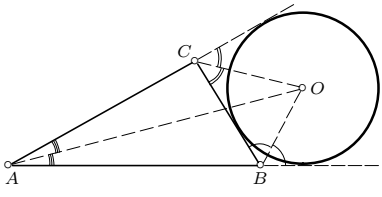
$$[a_0, b_0],\ [a_1, b_1],\ \dots,\ [a_k, b_k],\ [a_{k+1}, b_{k+1}],\ \dots\ ,$$

в которой каждый последующий отрезок содержится в предыдущем: при каждом k

$$[a_{k+1}, b_{k+1}] \subset [a_k, b_k];$$

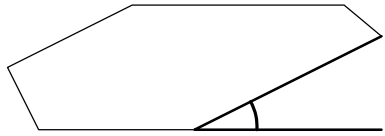
$\rightsquigarrow$ Кантора аксиома.

вневписанная окружность (excircle) — окружность, которая касается одной из сторон (на рисунке BC) данного треугольника ($\triangle ABC$) и продолжений двух других его сторон; каждый треугольник имеет три вневписанные окружности; центром (O) вневписанной окружности является точка пересечения биссектрис одного внутреннего и двух внешних углов треугольника; $\rightsquigarrow$ вписанная [описанная] окружность, Нагеля точка.



внешние прилежащие [накрест лежащие] углы (exterior adjacent [alternate] angles) $\twoheadrightarrow$ прилежащие [накрест лежащие] углы.

внешний угол (*внешний угол многоугольника*; exterior angle) — угол, смежный с одним из внутренних углов многоугольника.



внешняя геометрия (external geometry) — раздел геометрии, изучающий такие свойства поверхностей и фигур на них, которые зависят от свойств пространства, в котором они помещаются; $\rightsquigarrow$ внутренняя геометрия.

внешняя касательная (external tangent) $\twoheadrightarrow$ внутренняя касательная.

внешняя точка (*внешняя точка множества*; external point) — точка топологического пространства, некоторая окрестность которой не пересекается с данным множеством; $\rightsquigarrow$ внутренняя [граничная] точка.

внутреннее произведение $\Rightarrow$ скалярное произведение.

внутренние прилежащие [накрест лежащие] углы (interior adjacent [alternate] angles) $\twoheadrightarrow$ прилежащие [накрест лежащие] углы.

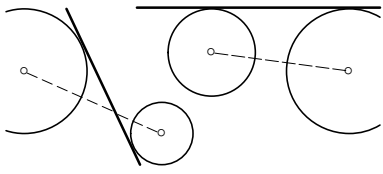
внутренний угол (*внутренний угол многоугольника*; interior angle) — тот (положительный) угол между прилежащими сторонами многоугольника, образующие лучи которого проходят через этот многоугольник; $\rightsquigarrow$ внешний угол.

внутренность множества (или ядро; interior) — совокупность внутренних точек множества $\mathcal{M}$; обозначается $\operatorname{Int}\mathcal{M}$ или $\mathring{\mathcal{M}}$.

внутренняя геометрия (internal geometry) — раздел геометрии, изучающий такие свойства поверхностей и фигур на них, которые инвариантны при изгибаниях поверхностей, т. е. могут быть определены только измерениями, проводимыми на этих поверхностях, без обращения к объемлющему пространству (напр., длина дуги, угол, площадь,

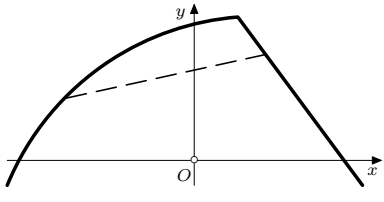
гауссова кривизна, геодезическая кривизна); ⇝ внешняя [риманова, сферическая] геометрия.

внутренняя касательная (internal tangent) — такая общая касательная к двум окружностям на плоскости, которая пересекает линию центров, т. е. отрезок, соединяющий центры этих окружностей (на рисунке слева); общая касательная к окружностям, не пересекающая линию центров, называется *внешней касательной* (на рисунке справа).



внутренняя точка (*внутренняя точка множества*; internal point) — точка, входящая в данное множество топологического пространства вместе с некоторой ее окрестностью; ⇝ внешняя [граничная] точка.

вогнутая кривая (или выпуклая вверх кривая; concave curve) — плоская кривая, каждая дуга которой лежит не ниже своей хорды; график вогнутой функции от одного переменного; ⇝ выпуклая кривая.



вогнутая функция (concave function) — функция f, для которой функция $-f$ — выпуклая (напр., функция $y = \ln x$); если $-f$ окажется строго выпуклой, то функция f называется *строго вогнутой*.

вогнутый функционал (concave functional) ⇝ выпуклый функционал.

возведение в степень (involution) — **1.** операция нахождения произведения одинаковых множителей, т. е.

$$a^n \stackrel{\text{def}}{=} \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n},$$

где a^n называется *степенью*, a — *основанием степени* и $n \geqslant 2$ — *показателем степени*, или *экспонентой*; **2.** в случае *отрицательного показателя степени* возведение в степень содержит также деление:

$$a^{-n} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{a^n},$$

а в случае *рационального*, или *дробного показателя степени* — извлечение корня:

$$a^{m/n} \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt[n]{a^m};$$

нулевой показатель степени определяется дополнительно равенством

$$a^0 \stackrel{\text{def}}{=} 1;$$

для иррационального показателя степени x степень определяется как предел

$$a^x \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{k\to\infty} a^{x_k},$$

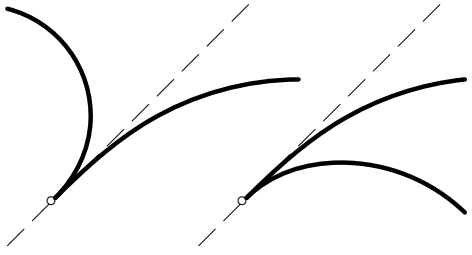
где последовательность $\{x_k\}$ рациональных чисел такова, что

$$\lim_{k\to\infty} x_k = x;$$

⇝ извлечение корня, логарифмирование, показательная функция; **3.** повторное умножение элемента мультипликативного моноида [мультипликативной группы] самого на себя: $a^0 \stackrel{\text{def}}{=} e$ (единичный элемент), $a^n \stackrel{\text{def}}{=} a \cdot a^{n-1}$ и в группе еще $a^{-n} \stackrel{\text{def}}{=} (a^{-1})^n$; ⇝ биномиальная [Муавра, мультиномиальная] формула.

возврата ребро (cuspidal edge) — такая кривая на поверхности, каждая точка которой является точкой возврата линии пересечения этой поверхности с нормальной плоскостью кривой; ребро возврата имеет, напр., псевдосфера.

возврата точка (или заострения точка; cusp) — особая точка кривой, в которой две ее ветви имеют общую полукасательную; в случае плоской кривой такая точка называется *точкой возврата первого рода*, если обе ветви лежат по разные стороны от полукасательной (на рисунке слева), и *точкой возврата второго рода*, если ветви лежат по одну сторону от полукасательной (на рисунке справа); ⇝ излома точка.



возвратная последовательность (или рекуррентная последовательность, *возвратная последовательность порядка* n; recursive sequence) — **1.** последовательность $\{a_k\}$, члены которой связаны рекуррентной формулой порядка n (при некотором фиксированном натуральном числе n), так что по первым n членам последовательности можно найти последующие; **2.** последовательность $\{a_k\}$, каждый член которой при $k > n$ удовлетворяет линейной рекуррентной формуле вида

$$a_k = c_1 a_{k-1} + c_2\, a_{k-2} + \cdots + c_n a_{k-n}\,,$$

где c_1, c_2, …, c_n — постоянные и n — фиксированное натуральное число; такую последовательность образуют, напр., числа Фибоначчи (при $n = 2$ и $c_1 = c_2 = 1$).

возвратное уравнение (reciprocal equation) — уравнение $f(x) = 0$, которое при некотором определенном натуральном числе n эквивалентно уравнению

$$x^n f\Big(\frac{1}{x}\Big) = 0\,;$$

напр., алгебраическое уравнение

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n = 0\,,$$

в котором коэффициенты, равноудаленные от начала и конца полинома, равны между собой, т. е. $a_k = a_{n-k}$.

возвратный ряд (recursive series) — степенной ряд, коэффициенты которого образуют возвратную последовательность.

возрастающая последовательность (или строго возрастающая последовательность; increasing sequence) — числовая последовательность $\{a_k\}$, в которой при всех $k \in \mathbb{N}$ выполняется неравенство

$$a_k < a_{k+1};$$

⇝ неубывающая [неограниченно возрастающая] последовательность.

возрастающая функция (или строго возрастающая функция; increasing function) — функция f действительного переменного, для которой в рассматриваемой области из условия $x < y$ всегда следует неравенство

$$f(x) < f(y);$$

⇝ неубывающая функция.

возрастающий факториал (*возрастающий m-факториал числа x*; rising factorial power) — функция $x^{(m)}$ от одного переменного x, определяемая как произведение

$$x^{(m)} \stackrel{\text{def}}{=\!=} x\,(x+1)\cdots(x+m-1)\,,$$

где m — фиксированное натуральное число (при $m = 0$ определяется $x^{(0)} \stackrel{\text{def}}{=\!=} 1$); ⇝ убывающий факториал.

волновое уравнение (wave equation) — дифференциальное уравнение с частными производными вида

$$\Delta u - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -f(x_1, x_2, \ldots, x_n, t)\,,$$

где Δ — оператор Лапласа относительно переменных x_1, x_2, …, x_n, v — постоянная, f — заданная и u — искомая функция.

Вольтерра уравнение (Volterra integral equation) — линейное интегральное уравнение вида

$$f(s) = \int_a^s K(s,t)\,x(t)\,dt$$

(*уравнение Вольтерра первого рода*) или вида

$$x(s) = f(s) + \lambda \int_a^s K(s,t)\,x(t)\,dt$$

(*уравнение Вольтерра второго рода*), где K (*ядро*) и f (*свободный член*) — заданные функции, а x — искомая функция; $\rightsquigarrow$ Абеля интегральное уравнение.

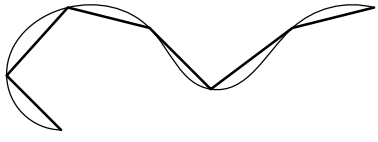
восьмеричная система счисления (octal system) — позиционная система счисления с основанием, равным восьми; $\rightsquigarrow$ таблица умножения.

восьмеричное число (octal number) — число, записанное в восьмеричной системе счисления; напр., десятичное число 2007 равно восьмеричному числу 3727.

восьмигранник $\Rrightarrow$ октаэдр.

восьмиугольник (или октагон; octagon) — многоугольник, имеющий восемь вершин.

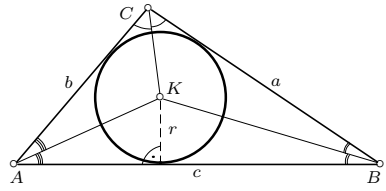
вписанная ломаная (inscribed broken line) — ломаная линия, все вершины которой расположены на фиксированной дуге данной кривой, причем концы этой дуги также являются вершинами ломаной линии.



вписанная окружность (incircle) — окружность, касающаяся каждой стороны данного выпуклого многоугольника; напр., в каждый треугольник (на рисунке $\triangle ABC$) можно вписать окружность; ее центр K находится в точке пересечения биссектрис треугольника, а радиус r выражается через длины сторон a, b, c формулой

$$r = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}\ ,$$

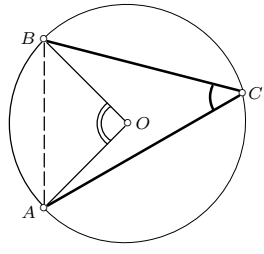
где $2p = a + b + c$ — периметр треугольника; $\rightsquigarrow$ вневписанная окружность, Жергонна точка, описанный многоугольник.



вписанный многогранник (inscribed polyhedron) — многогранная поверхность, все ребра которой являются хордами данной поверхности; данная поверхность называется *описанной* около многогранной поверхности.

вписанный многоугольник (inscribed polygon) — многоугольник, все вершины которого лежат на данной простой замкнутой кривой [окружности]; эта кривая [окружность] называется *описанной* около многоугольника.

вписанный угол (inscribed angle) — угол, вершина которого лежит на данной плоской кривой (на рисунке окружность), а стороны являются продолжениями хорд этой кривой; такой угол ($\angle ACB$) *опирается* на дугу между его сторонами (на рисунке $\overset{\frown}{AB}$) или на соответствующую хорду (AB); если кривая является окружностью, то вписанный



угол равен половине соответствующего центрального угла:

$$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB;$$

$\rightsquigarrow$ описанный угол, Фалеса теорема.

вполне аддитивная функция $\Rightarrow$ счетно аддитивная функция.

вполне непрерывный оператор (completely-continuous operator) — непрерывный оператор $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$, переводящий произвольное ограниченное множество нормированного пространства $\mathcal{X}$ в компактное множество нормированного пространства $\mathcal{Y}$.

вполне ограниченное множество (totally-bounded set) — множество метрического пространства, которое при любом $\varepsilon > 0$ может быть представлено как объединение конечной совокупности множеств диаметра меньше ε.

вполне упорядоченное множество (totally ordered set) — линейно упорядоченное множество, любое непустое подмножество которого содержит минимальный элемент; $\rightsquigarrow$ порядковый тип, последовательность.

вращение (rotation) — **1.** такое движение фигуры в пространстве, при котором все точки фигуры движутся по окружностям, расположенным на плоскостях, перпендикулярных к неподвижной прямой (*оси вращения*), с центрами на этой прямой; $\rightsquigarrow$ осевая [центральная] симметрия, равномерное вращение; **2.** движение плоскости, при котором имеется неподвижная точка, называемая *центром вращения*; $\rightsquigarrow$ против [по] часовой стрелки [-е]; **3.** движение пространства, при котором все точки одной прямой (*оси вращения*) являются неподвижными точками; $\rightsquigarrow$ поворота угол.

вращения поверхность [тело] (surface [solid] of revolution) — поверхность [тело], образованная [-ое] вращением плоской кривой [фигуры] вокруг фиксированной прямой (*оси*), лежащей в ее плоскости; $\rightsquigarrow$ асимптотический [усеченный] конус, гиперболоид [коническая поверхность, параболоид, эллипсоид] вращения, катеноид, конус, локсодрома, меридиан, Паппа – Гюльдена теорема, параллель, прямой круговой цилиндр, псевдосфера, тор, тороид.

временно́е среднее $\Rightarrow$ хронологическое среднее.

временной ряд (time series) — **1.** (или случайная последовательность) — дискретный случайный процесс; $\rightsquigarrow$ мартингал; **2.** статистический ряд с упорядочением, характеризующим временно́е изменение явления.

вронскиан (или Вронского определитель; Wronskian) — определитель, составленный из функций $f_1, f_2, \ldots, f_n$ от одного переменного и их производных до порядка $n-1$:

$$W(f_1, f_2, \ldots, f_n) \stackrel{\text{def}}{=}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & \ldots & f_n(x) \\ f_1'(x) & f_2'(x) & \ldots & f_n'(x) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f_1^{(n-1)}(x) & f_2^{(n-1)}(x) & \ldots & f_n^{(n-1)}(x) \end{vmatrix};$$

если функции $f_1, f_2, \ldots, f_n$ линейно зависимы на некотором множестве, то на этом множестве $W(f_1, f_2, \ldots, f_n) \equiv 0$.

всеобщности квантор (или общности квантор, или универсальности квантор; universal quantifier) — квантор $\forall$, ставящий предикату P в соответствие высказывание $\forall x\, P(x)$, утверждающее, что область истинности предиката P совпадает с его областью определения, т. е. «$P(x)$ для всех x»; напр., высказывание

$$\forall \alpha (\sin \alpha \leqslant 1)$$

утверждает, что синус любого угла не превышает единицы; $\rightsquigarrow$ существования квантор.

вспомогательная теорема $\Rightarrow$ лемма.

всюду (everywhere) — во всех точках рассматриваемого пространства; $\rightsquigarrow$ почти всюду.

всюду плотное множество (или плотное множество; everywhere dense set) — множество топологического пространства, замыкание которого совпадает со всем пространством; $\rightsquigarrow$ нигде не плотное множество, сепарабельное пространство.

вторая квадратичная форма поверхности (second fundamental form of a surface) — квадратичная форма от дифференциалов координат на поверхности, характеризующая локальную структуру поверхности во внешней геометрии; равна произведению первой квадратичной формы поверхности на нормальную кривизну.

вторая краевая задача $\Rrightarrow$ Неймана задача.

вторая кривизна $\Rrightarrow$ кручение.

вторая производная (или производная второго порядка; second derivative) — производная производной функции $y = f(x)$ от одного переменного:

$$y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = f''(x) = \frac{d^2f(x)}{dx^2} \stackrel{\text{def}}{=} \big(f'(x)\big)';$$

$\rightsquigarrow$ производная высшего порядка.

второго порядка кривая [поверхность] $\Rrightarrow$ кривая [поверхность] второго порядка.

второе сопряженное пространство (second dual space) — пространство $\mathcal{X}^{**}$, сопряженное к пространству $\mathcal{X}^*$, сопряженному к рассматриваемому пространству $\mathcal{X}$; $\rightsquigarrow$ рефлексивное пространство.

второй дифференциал (*дифференциал второго порядка*; second differential) — дифференциал дифференциала функции f от одного переменного:

$$d^2f \stackrel{\text{def}}{=} d(df) = f''(x)\,dx^2;$$

$\rightsquigarrow$ дифференциал высшего порядка.

вурф (wurf) — упорядоченная совокупность $(n+2)$ точек n-мерного проективного пространства (где $n > 1$), причем никакие $(n+1)$ точек из них не принадлежат $(n-1)$-мерному проективному подпространству.

вход (source) $\twoheadrightarrow$ сеть.

вхождение — **1.** (occurrence) расположение одного слова внутри другого (или рассматриваемого символа в выражении); напр., слово $dabdaabc$ имеет два вхождения слова ab; **2.** $\Rrightarrow$ принадлежность.

выбора аксиома (или Цермело аксиома; Zermelo axiom) — для любой совокупности непустых множеств существует оператор, ставящий всякому множеству этой совокупности в соответствие его представитель.

выбора теорема (choice theorem) — теорема, связанная с комбинаторной задачей о выборе элементов из множества, некоторым образом соответствующих заданным подмножествам этого множества; напр., теорема о существовании трансверсали.

выборка (sample) — подмножество генеральной совокупности, по которому делают статистические выводы обо всей совокупности; $\rightsquigarrow$ вариационный ряд, выборочный метод.

выборочная квантиль (sample quantile) — квантиль функции эмпирического распределения; элемент, разбивающий вариационный ряд в заданном отношении $\alpha \in (0, 1)$; в случае n-элементного вариационного ряда выборочной квантилью *порядка* α является элемент с порядковым номером $[\alpha n] + 1$, где $[\,]$ обозначает антье; $\rightsquigarrow$ медиана, процентили, секстили.

выборочное пространство $\Rrightarrow$ элементарных событий пространство.

выборочный метод (sample method) — статистический метод исследования общих свойств совокупности объектов на основе изучения свойств лишь части этих объектов, взятых на выборку.

вывод (derivation) — **1.** (или полный вывод) $\Rrightarrow$ деривация; **2.** кортеж формул,

в котором каждая формула либо является аксиомой, либо следует из предшествующих ей формул кортежа по одному из правил вывода; **3.** (*статистический вывод*) — процесс принятия или отвержения гипотез.

вывода правило (derivation rule) — правило образования новых формул (*заключений*) из имеющихся (*посылок* данного правила); ⇝ дедукции теорема, исчисление, модус поненс, формальная аксиоматическая система.

выводимая формула ⇛ теорема.

выводимое слово (derivable string) — при фиксированной порождающей грамматике такое слово $\alpha \in (\mathcal{T} \cup \mathcal{N})^*$, для которого существует деривация $S, \ldots, \alpha$, где S — начальный символ грамматики; ⇝ язык.

выигрыша функция (или платежная функция; pay-off function) — оператор f, ставящий в соответствие каждой конечной позиции для позиционной игры или каждой точке прямого произведения $\mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2 \times \cdots \times \mathcal{X}_n$ множеств стратегий для игры в нормальной форме вектор $(f_1, f_2, \ldots, f_n)$, где f_k соответственно выигрыш или математическое ожидание выигрыша k-го игрока, т. е. характеристика заинтересованности этого игрока в результате игры; в случае антагонистической игры функционал f, ставящий каждой точке $(x, y) \in \mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2$ в соответствие математическое ожидание $f(x, y)$ выигрыша первого игрока; ⇝ гарантированный выигрыш.

вынесение за скобки (factoring out) — представление алгебраической суммы произведений в виде произведения с использованием дистрибутивности умножения относительно сложения/вычитания; напр.,

$$3ax^2y - 6bxy^2 = 3xy\,(ax - 2by);$$

⇝ раскрытие скобок.

выпрямленный угол ⇛ развернутый угол.

выпуклая вверх кривая ⇛ вогнутая кривая.

выпуклая задача математического программирования (convex programming problem) — задача математического программирования, в которой выпуклыми окажутся как минимизируемая целевая функция, так и функции, определяющие ограничения (а тем самым и допустимое множество).

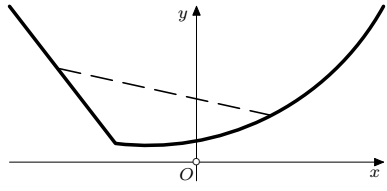
выпуклая комбинация (*выпуклая линейная комбинация*; convex linear combination) — линейная комбинация

$$\lambda_1\mathbf{x}_1 + \lambda_2\mathbf{x}_2 + \cdots + \lambda_n\mathbf{x}_n$$

элементов $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ векторного пространства, в которой $\lambda_k \geqslant 0$ и

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n = 1\,.$$

выпуклая кривая (*выпуклая вниз кривая*; convex curve) — плоская кривая, каждая дуга которой лежит не выше своей хорды; график выпуклой функции от одного переменного; ⇝ вогнутая кривая.



выпуклая оболочка (*выпуклая оболочка множества* $\mathcal{M}$; convex hull) — минимальное выпуклое множество, содержащее рассматриваемое множество $\mathcal{M}$ векторного пространства; в случае конечного множества $\mathcal{M} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n\}$ выпуклая оболочка состоит из всех выпуклых комбинаций этих элементов; ⇝ симплекс.

выпуклая поверхность (convex surface) — поверхность, через каждую точку которой можно проложить плоскость (*опорную плоскость*), от которой эта

поверхность располагается по одну сторону; выпуклыми поверхностями являются, напр., эллипсоид, эллиптический параболоид и одна полость двуполостного гиперболоида.

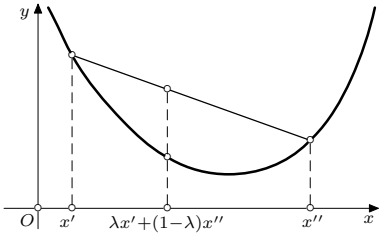
выпуклая последовательность (convex sequence) — числовая последовательность $\{a_k\}$, удовлетворяющая при каждом $k > 0$ условию

$$2a_k \leqslant a_{k-1} + a_{k+1}\,.$$

выпуклая функция (convex function) — функция f, которая при любых x', x'' из своей области определения и при каждом $\lambda \in (0,\,1)$ удовлетворяет условию

$$f(\lambda x' + (1-\lambda)\,x'') \leqslant \lambda f(x') + (1-\lambda) f(x'');$$

если в этом условии знак $\leqslant$ заменить на $<$, то функция называется *строго выпуклой* (на рисунке график строго выпуклой функции от одного переменного); $\rightsquigarrow$ вогнутая [логарифмически выпуклая] функция, Иенсена неравенство.



выпуклое множество (convex set) — множество $\mathcal{M}$ векторного [аффинного] пространства, которое вместе с любыми двумя точками $\mathbf{x}$, $\mathbf{y} \in \mathcal{M}$ содержит все точки соединяющего их отрезка

$$\lambda\,\mathbf{x} + (1-\lambda)\,\mathbf{y}\,,$$

где $\lambda \in [0,\,1]$; $\rightsquigarrow$ вершина выпуклого множества, локально выпуклое пространство, опорная плоскость.

выпуклое программирование (convex programming) — раздел математического программирования, изучающий теорию и методы решения задач минимизации выпуклых функций на выпуклых множествах, задаваемых системами неравенств и равенств; $\rightsquigarrow$ квадратичное программирование.

выпуклое тело (convex solid) — замкнутое выпуклое множество, имеющее внутренние точки.

выпуклый многогранник (convex polyhedron) — многогранник, который лежит по одну сторону от плоскости любой его грани; напр., тетраэдр, параллелепипед, правильный многогранник; $\rightsquigarrow$ изогон, изоэдр, параллелоэдры, Эйлера теорема.

выпуклый многоугольник (convex polygon) — многоугольник, который располагается по одну сторону от любой прямой, содержащей какую-нибудь из его сторон; плоское выпуклое множество, граница которого — ломаная линия; напр., треугольник, параллелограмм, трапеция, правильный многоугольник; $\rightsquigarrow$ описанная окружность.

выпуклый функционал (convex functional) — определенный на выпуклом множестве векторного пространства функционал f, удовлетворяющий при всех $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ и $\lambda \in (0,\,1)$ условию

$$f\big(\lambda\,\mathbf{x} + (1-\lambda)\,\mathbf{y}\big) \leqslant \lambda f(\mathbf{x}) + (1-\lambda) f(\mathbf{y});$$

если в этом условии знак $\leqslant$ заменить на $\geqslant$, то функционал называется *вогнутым*.

выражение (expression) — **1.** правило, задающее совокупность действий, которые необходимо выполнить в определенном порядке над значениями переменных и постоянными, чтобы получить значение некоторого объекта (напр., функции); $\rightsquigarrow$ алгебраическое [аналитическое, дифференциальное, иррациональное, линейное, неопределенное, рациональное, условное] выражение, логическая формула; **2.** процесс представления переменного в виде явной функции других переменных.

вырожденная матрица (или особая матрица, или сингулярная матрица; degenerate matrix) — квадратная матрица, определитель которой равен нулю, или не является обратимым элементом того

кольца, которому принадлежат элементы матрицы; $\rightsquigarrow$ невырожденная матрица.

вырожденное решение (degenerate solution) — такое решение задачи (напр., математического программирования), в котором число ненулевых компонент меньше «нормального».

вырожденное ядро (degenerate kernel) — ядро интегрального уравнения Вольтерра [Фредгольма], имеющее вид

$$K(s,t) = \sum_{k=1}^{n} g_k(s)\, h_k(t)\,.$$

высказывание (proposition) — **1.** утверждение, рассматриваемое в математической логике как единое целое, причем предполагается лишь принципиальная возможность установления его истинностного значения; **2.** логическая формула, не содержащая свободных переменных.

высказываний исчисление (или пропозициональное исчисление; propositional calculus) — раздел математической логики, в котором элементарными формулами являются лишь пропозициональные переменные.

высказывательное переменное $\Rightarrow$ пропозициональное переменное.

высота (height) — **1.** отрезок наибольшей длины на перпендикулярах, опущенных из точек фигуры на ее основание; также длина этого отрезка, т. е. наибольшее расстояние точек фигуры от прямой или плоскости ее основания; $\rightsquigarrow$ конус, пирамида, прямой круговой цилиндр, трапеция, усеченная пирамида, усеченный конус, шаровой слой; **2.** $\twoheadrightarrow$ евклидово кольцо.

высшая алгебра (higher algebra) — классическая часть алгебры, охватывающая основы линейной алгебры и алгебры полиномов.

высшая математика (higher mathematics) — математическая дисциплина, охватывающая основные вопросы математического анализа, аналитической геометрии, высшей алгебры и теории дифференциальных уравнений.

высшего порядка (higher-order) — порядка не менее второго; $\rightsquigarrow$ дифференциал [конечная разность, полный дифференциал, производная, частная производная] высшего порядка.

выход (sink) $\twoheadrightarrow$ сеть.

вычет — **1.** (*вычет целого числа a по модулю m*; remainder) — целое число b, сравнимое с данным числом a по модулю m, т. е.

$$b \equiv a \pmod{m};$$

$\rightsquigarrow$ квадратичный [кубический, степенной] вычет, невычет; **2.** (*вычет аналитической функции f в точке z_0*; residue) — величина

$$\operatorname*{res}_{z_0} f(z) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\mathcal{L}} f(z)\, dz\,,$$

характеризующая функцию f комплексного переменного в изолированной особой точке z_0 ($\mathcal{L}$ — замкнутая кривая, напр., окружность, охватывающая точку z_0).

вычетов класс — **1.** (*класс вычетов по модулю m*; residue class) — множество всех таких целых чисел, которые при делении на фиксированное натуральное число $m > 1$ дают одинаковые остатки; класс вычетов обозначается по его представителю n в виде $\overline{n}$, напр., $\overline{0}$, $\overline{1}$ и т. д.; $\rightsquigarrow$ кольцо [поле] классов вычетов, сравнение; **2.** $\Rightarrow$ смежный класс.

вычисление (computation) — проведение арифметических операций над числами.

вычислимая функция (computable function) — функция, вычисление значений которой может быть проведено с помощью заранее заданного алгоритма.

вычислимое действительное число (computable real number) — действительное число, для которого существует

алгоритм, дающий сколь угодно точные рациональные приближения этого числа.

вычислительная математика (computational mathematics) — раздел математики, занимающийся вопросами численного решения математических и прикладных задач на вычислительных машинах, а также созданием и изучением соответствующих алгоритмов.

вычислительная машина (computer) — устройство для автоматизации вычислительных процессов; ⇝ абстрактная вычислительная машина.

вычислительные методы (computational techniques) — методы решения математических задач, позволяющие путем проведения конечной совокупности арифметических операций найти точное или приближенное решение задачи.

вычислительный процесс (computational process) ↠ алгоритм.

вычитаемое (subtrahend) ↠ вычитание.

вычитание (subtraction) — операция, обратная сложению: нахождение одного из слагаемых c (*разности*) по данной сумме a (*уменьшаемому*) и другому слагаемому b (*вычитаемому*); в качестве знака операции используется − (минус), таким образом,

$$c = a - b;$$

⇝ алгебраическое сложение.

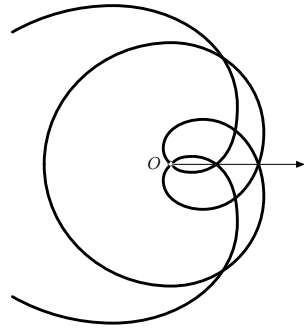
Г

Галёркина метод (Galerkin method) — метод приближенного решения краевых задач, интегральных уравнений и др., при котором решение ищется в некотором, обычно конечномерном подпространстве и уравнение проектируется на это подпространство; ⇝ проекционный метод.

Галилея спираль (Galilean spiral) — плоская кривая, уравнение которой в полярных координатах имеет вид

$$\varrho = a\,\varphi^2 - b\,,$$

где $b \geqslant 0$.



Галуа группа (*группа Галуа поля* $\mathcal{K}$ *над подполем* $\mathcal{K}_1$; Galois group) — группа всех автоморфизмов поля $\mathcal{K}$, оставляющих неподвижным каждый элемент данного подполя $\mathcal{K}_1$.

Галуа поле (или конечное поле; Galois field) — поле, являющееся конечным множеством (число элементов такого поля всегда равно степени простого числа).

Галуа теория (Galois theory) — раздел алгебры, изучающий объекты при помощи их групп автоморфизмов.

Гамильтона оператор (или гамильтониан, или набла-оператор; Hamilton operator) — векторнозначный дифференциальный оператор ∇, определенный на множестве дифференцируемых функций от n переменных; в декартовых прямоугольных координатах

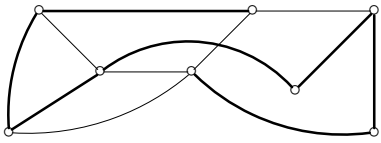
$$\nabla \stackrel{\text{def}}{=} \Big(\frac{\partial}{\partial x_1},\ \frac{\partial}{\partial x_2},\ \ldots,\ \frac{\partial}{\partial x_n}\Big);$$

⇝ вихрь, градиент.

Гамильтона теорема ↠ Кэли – Гамильтона теорема.

гамильтониан (или набла-оператор) ⇛ Гамильтона оператор.

гамильтонова цепь (Hamilton chain) — простая цепь, проходящая через все вершины рассматриваемого графа; ⇝ эйлерова цепь.



гамма-распределение (gamma-distribution) — распределение вероятностей положительной непрерывной случайной величины с функцией плотности

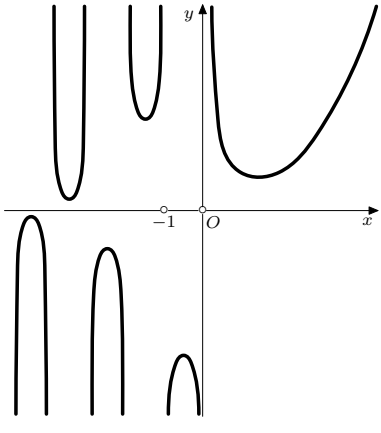
$$f(x) = \frac{x^{\lambda-1}e^{-x}}{\Gamma(\lambda)}\,,$$

где λ — положительная постоянная, а Γ — гамма-функция.

гамма-функция (или эйлеров интеграл второго рода; gamma-function) — трансцендентная функция Γ, распространяющая значения факториала на случай комплексного числа; при $\mathrm{Re}(z) > 0$

$$\Gamma(z) = \int\limits_0^\infty t^{z-1}e^{-t}dt;$$

при $n \in \mathbb{N}$ имеем $\Gamma(n) = (n-1)!$ (на рисунке график функции $y = \Gamma(x)$ для $x \in \mathbb{R}$); ⇝ Лежандра [Эйлера – Гаусса] формула, неполная гамма-функция.



Ганкеля функции (Hankel functions) — функции $H_p^{(1)}$ и $H_p^{(2)}$, определенные равенствами

$$H_p^{(1)}(z) \stackrel{\text{def}}{=\!=} J_p(z) + iN_p(z),$$
$$H_p^{(2)}(z) \stackrel{\text{def}}{=\!=} J_p(z) - iN_p(z)\,,$$

где J_p — функция Бесселя и N_p — функция Неймана.

гарантированный выигрыш (guaranteed payoff) — наименьший выигрыш, который игрок может получить в антагонистической игре при использовании своей наименее опасной стратегии; гарантированный выигрыш первого игрока

$$\max_{x\in\mathfrak{X}_1}\min_{y\in\mathfrak{X}_2} f(x,y)$$

называется *нижней ценой* игры, число

$$\min_{y\in\mathfrak{X}_2}\max_{x\in\mathfrak{X}_1} f(x,y)\,,$$

противоположное гарантированному выигрышу второго игрока, называется *верхней ценой* игры, где f — функция выигрыша.

гармоника (harmonic) — простейшая периодическая функция вида

$$y = a\,\sin(\omega x + \varphi)\,.$$

гармоническая последовательность (или гармоническая прогрессия; harmonic sequence) — числовая последовательность, обратные величины членов которой образуют арифметическую последовательность.

гармоническая пропорция (harmonic proportion) — равенство вида

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}\,.$$

гармоническая функция (harmonic function) — функция, являющаяся в рассматриваемой области решением уравнения Лапласа; ⇝ бигармоническая функция, сферические функции.

гармоническая четверка (harmonic quadruple) — **1.** такая четверка точек на одной прямой, двойное отношение

которой равно -1; $\rightsquigarrow$ полярное соответствие; **2.** такая четверка прямых [плоскостей] одного пучка, двойное отношение которой равно -1.

гармонические пары (harmonic pairs) — **1.** пары точек A, B и C, D одной прямой, образующие гармоническую четверку, т. е.

$$(AB,\, CD) = -1;$$

2. две пары прямых [плоскостей] одного пучка, образующие гармоническую четверку.

гармонический анализ (harmonic analysis) — раздел математики, изучающий вопросы, связанные с представлением функций при помощи рядов и интегралов Фурье, преобразованиями Фурье и приближением функций тригонометрическими полиномами.

гармонический ряд (harmonic series) — **1.** расходящийся числовой ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots,$$

каждый член которого (при $k \geqslant 2$) является гармоническим средним двух соседних; $\rightsquigarrow$ Эйлера постоянная; **2.** (*обобщенный гармонический ряд*) — числовой ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^{\alpha}} = 1 + \frac{1}{2^{\alpha}} + \frac{1}{3^{\alpha}} + \cdots,$$

который в случае $\alpha > 1$ сходится и в случае $\alpha \leqslant 1$ расходится.

гармоническое деление (или деление в крайнем и среднем отношении) $\Rightarrow$ золотое сечение.

гармоническое колебание (или синусоидальное колебание; harmonic vibration) — периодическое изменение во времени величины x, зависимость которой от времени t выражается гармоникой

$$x = a\,\sin(\omega t + \varphi),$$

где a — *амплитуда*, ω — *угловая частота* и φ — *начальная фаза*.

гармоническое среднее (harmonic mean) — обратная величина арифметического среднего обратных величин заданных (ненулевых) чисел a_1, a_2, …, a_n:

$$\overline{a} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{n}{\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} + \cdots + \dfrac{1}{a_n}};$$

называется также *простым гармоническим средним*, если одновременно имеют дело со взвешенными средними.

Гато дифференциал (или слабый дифференциал, *дифференциал Гато оператора P в точке $\mathbf{x}$ по направлению $\mathbf{x}$*; Gâteaux differential) — образованный по данному оператору $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ в точке $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ и по данному приращению (направлению) $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ элемент

$$DP(\mathbf{x}, \mathbf{h}) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\lambda \to 0} \frac{1}{\lambda}\big(P(\mathbf{x} + \lambda\,\mathbf{h}) - P(\mathbf{x})\big),$$

где $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$ — топологические векторные пространства, а сходимость понимается в смысле топологии пространства $\mathcal{Y}$; $\rightsquigarrow$ вариация функционала, Фреше дифференциал.

Гато производная (или слабая производная, *производная Гато оператора P в точке $\mathbf{x}$*; Gâteaux derivative) — непрерывный линейный оператор $P'(\mathbf{x})$, ставящий приращению $\mathbf{x}$ в соответствие дифференциал Гато оператора P в точке $\mathbf{x}$:

$$P'(\mathbf{x})\,\mathbf{h} = DP(\mathbf{x}, \mathbf{h});$$

$\rightsquigarrow$ градиент, Фреше производная.

Гаусса закон $\Rightarrow$ нормальное распределение.

Гаусса интерполяционная формула (Gauss interpolation formula) — интерполяционная формула с выбором узлов интерполяции, обеспечивающим наилучшую оценку остаточного члена по сравнению с любым другим выбором.

Гаусса метод (или исключения метод; Gauss method) — метод решения системы линейных алгебраических уравнений,

состоящий в том, что расширенная матрица системы преобразуется элементарными преобразованиями к *треугольной матрице*, все элементы которой ниже главной диагонали равны нулю.

Гаусса ряд $\Rrightarrow$ гипергеометрический ряд.

Гаусса уравнение $\Rrightarrow$ гипергеометрическое уравнение.

Гаусса формула $\twoheadrightarrow$ Эйлера – Гаусса формула.

гауссова кривизна (или полная кривизна; Gaussian curvature) — произведение главных кривизн поверхности в рассматриваемой точке; принадлежит внутренней геометрии поверхности; $\rightsquigarrow$ гиперболическая [параболическая, эллиптическая] точка, псевдосфера, развертывающаяся [седловая] поверхность, средняя кривизна.

гауссово простое число (Gaussian prime) — гауссово число, которое не разлагается в произведение гауссовых чисел, отличных от единиц 1, -1, i и $-i$; гауссово число $z = a + bi$, квадрат модуля которого $a^2 + b^2$ равен простому числу или же квадрату простого числа вида $4n - 1$; напр., гауссовыми простыми числами являются 3 и $2 + i$, но не является $2 = (1 + i)(1 - i)$.

гауссово число (или гауссово целое число; Gaussian number) — комплексное число $a + bi$, где a и b — целые числа.

гауссовы координаты $\Rrightarrow$ криволинейные координаты.

Гёделя теорема (Gödel incompleteness theorem) — для арифметики натуральных чисел не существует полной и непротиворечивой формальной аксиоматической системы; $\rightsquigarrow$ полнота.

гексагон (hexagon) — шестиугольник, обычно в значении правильного шестиугольника; апофема r, радиус описанной окружности R и площадь S (правильного) гексагона вычисляются по формулам

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad R = a$$

и

$$S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2},$$

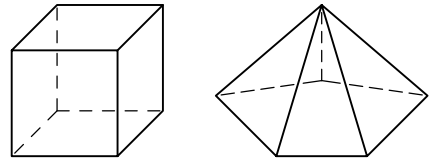
где a — длина стороны.

гексагональное число (или шестиугольное число; hexagonal number) — частный случай многоугольного числа: натуральное число вида $k(2k - 1)$; последовательность гексагональных чисел

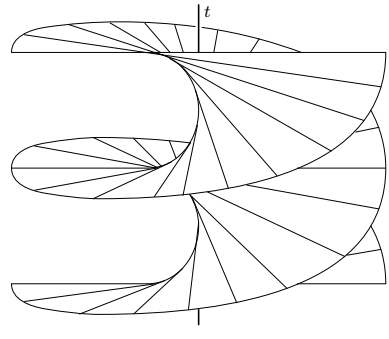
$$1, 6, 15, 28, 45, 66, 91, 120, 153, 190, \ldots$$

образует арифметическую последовательность второго порядка.

гексаэдр (или шестигранник; hexahedron) — многогранник с шестью гранями; правильный гексаэдр (на рисунке слева) называется кубом, его грани являются квадратами; куб имеет 12 ребер и 8 вершин, его объем $V = a^3$, где a — длина ребра.



геликоид (helicoid) — винтовая поверхность, описываемая прямой, которая, равномерно вращаясь вокруг неподвижной оси, одновременно равномерно перемещается вдоль этой оси; если



вращающаяся прямая перпендикулярна к оси t, то образуется *прямой*, или *минимальный геликоид* (на рисунке), параметрические уравнения которого можно представить в виде

$$x = u\cos v,\ \ y = u\sin v,\ \ z = cv\,.$$

Гёльдера неравенство (Hölder inequality) — **1.** справедливое при любых числовых последовательностях $\{a_k\}$, $\{b_k\}$, действительном числе $p > 1$ и $p + q = pq$ неравенство

$$\left|\sum_k a_k b_k\right| \leqslant \left(\sum_k |a_k|^p\right)^{1/p}\left(\sum_k |b_k|^q\right)^{1/q};$$

2. обобщение неравенства Буняковского

$$\left|\int_a^b f(x)g(x)\,dx\right| \leqslant \left(\int_a^b |f(x)|^p dx\right)^{1/p}\left(\int_a^b |g(x)|^q dx\right)^{1/q},$$

где $p > 1$ и $p + q = pq$.

Гёльдера условие $\Rightarrow$ Липшица условие.

Гельфанда – Мазура теорема (Gel'fand – Mazur theorem) — если каждый ненулевой элемент банаховой алгебры обладает обратным, то эта алгебра изоморфна полю $\mathbb{C}$ комплексных чисел.

генеральная совокупность (general aggregate) — множество объектов, для которых делают статистические выводы по некоторой выборке из этого множества; $\rightsquigarrow$ статистическая совокупность.

генератриса (или порождающая функция) $\Rightarrow$ производящая функция.

геодезическая кривизна (geodesic curvature) — проекция вектора кривизны данной кривой на поверхности при проектировании на геодезическую нормаль этой кривой.

геодезическая линия (или геодезическая; geodesic line) — **1.** такая кривая на поверхности, соприкасающаяся плоскость которой в каждой точке проходит через нормаль поверхности в этой точке; **2.** кривая в обобщенном (напр., в римановом) пространстве, являющаяся кратчайшей между любыми своими двумя достаточно близкими точками; обобщение понятия прямой.

геодезическая нормаль (geodesic normal) — нормаль к кривой на поверхности, лежащая в касательной плоскости этой поверхности.

геодезический треугольник (geodesic triangle) — фигура на поверхности [в обобщенном пространстве], состоящая из трех различных точек и попарно соединяющих их геодезических линий.

геометрическая вероятность (geometric probability) — вероятность события, связанного с расположением случайно размещенных геометрических фигур; $\rightsquigarrow$ Бюффона задача.

геометрическая последовательность (или геометрическая прогрессия; geometric progression) — числовая последовательность $\{a_k\}$, общий член которой имеет вид

$$a_k = a_0 q^k\,,$$

где a_0 — первый член, а $q \neq 1$ — *знаменатель* последовательности; сумма первых n членов такой последовательности вычисляется по формуле

$$a_0 + a_1 + \cdots + a_{n-1} = \frac{a_0(1-q^n)}{1-q}\,.$$

геометрические построения (geometric constructions) — методы решения геометрических задач при помощи различных инструментов (обычно линейки и циркуля); $\rightsquigarrow$ задача на построение.

геометрический ряд (geometric series) — ряд, члены которого образуют геометрическую последовательность; если знаменатель последовательности q удовлетворяет условию $|q| < 1$, то геометрический ряд (абсолютно) сходится, причем

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_0 q^k = a_0 + a_0 q + \cdots + a_0 q^k + \cdots = \frac{a_0}{1-q}\,.$$

геометрическое место точек (locus) — устаревшее название множества точек, удовлетворяющих данным условиям.

геометрическое распределение (geometric distribution) — распределение вероятностей дискретной случайной величины X, принимающей натуральные значения $k = 0, 1, 2, \ldots$ с вероятностями

$$\mathsf{P}(X = k) = p\,(1-p)^k\,,$$

где $p \in [0, 1]$ — фиксированный параметр.

геометрическое среднее (geometric mean) — арифметический корень n-й степени из произведения n положительных чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$:

$$\overline{a} \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdots a_n};$$

напр., геометрическое среднее чисел 1, 2, 3, 4 и 5 равно 2,605; $\rightsquigarrow$ среднее пропорциональное.

геометрия (geometry) — **1.** раздел математики, изучающий пространственные формы и отношения; $\rightsquigarrow$ абсолютная [алгебраическая, аналитическая, диофантова, дифференциальная, Лобачевского, начертательная, неевклидова, риманова, элементарная, эллиптическая] геометрия; **2.** совокупность знаний о таких свойствах пространственных фигур, которые инвариантны относительно некоторой фиксированной группы преобразований рассматриваемого пространства; $\rightsquigarrow$ аффинная [евклидова, конформная, проективная, эквиаффинная] геометрия, основания геометрии, эрлангенская программа.

гептагон (heptagon) — семиугольник, обычно в значении правильного семиугольника.

Герона треугольник (или арифметический треугольник; Heron triangle) — треугольник, длины сторон и площадь которого выражаются целыми числами; таким является, напр., треугольник, в котором длины сторон 13, 14 и 15, а площадь $S = 84$.

Герона формула (Heron formula) — формула, выражающая площадь S треугольника через длины a, b и c его сторон:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\,,$$

где $2p = a + b + c$ — периметр треугольника.

гессиан (*гессиан функции f от n переменных*; Hessian) — **1.** квадратичная форма, коэффициенты которой равны вторым производным функции f от n переменных:

$$\sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}\, x_i x_j;$$

2. определитель порядка n, составленный из вторых производных данной функции f от n переменных:

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{vmatrix}.$$

Гильберта аксиоматика (Hilbert system of axioms) — первая полная аксиоматика евклидовой геометрии.

Гильберта полиномы $\twoheadrightarrow$ Куранта – Гильберта полиномы.

Гильберта преобразование (Hilbert transform) — интегральное преобразование, ставящее функции f в соответствие функцию

$$g(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{f(x+t) - f(x-t)}{t}\, dt\,.$$

Гильберта проблемы (Hilbert problems) — представленные Д. Гильбертом в 1900 г. на международном математическом конгрессе в Париже 23 проблемы из различных областей математики.

гильбертов кирпич (Hilbert cube) — множество таких точек $\mathbf{x}$ векторного пространства, которые при всех k удовлетворяют условию

$$|(\mathbf{x},\, \mathbf{e}_k)| \leqslant 2^{-k},$$

где $\{\mathbf{e}_k\}$ — ортонормированный базис рассматриваемого пространства.

гильбертово пространство (Hilbert space) — векторное пространство, в котором определено скалярное произведение и которое является полным в смысле сходимости по норме

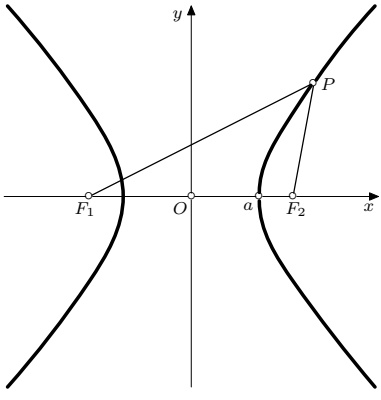
$$\|\,\mathbf{x}\,\| \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{(\mathbf{x},\, \mathbf{x})}\,;$$

$\rightsquigarrow$ интегрируемая с квадратом функция, Коши – Буняковского неравенство, унитарное пространство.

гипербола (hyperbola) — плоская кривая, абсолютная величина разности расстояний любой точки P которой до двух фиксированных точек F_1 и F_2 (*фокусов*) постоянна и равна $2a < 2c = \overline{F_1F_2}$; коническое сечение, эксцентриситет $e = c/a$ которого больше единицы; каноническое уравнение в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1;$$

$\rightsquigarrow$ параболическая [равносторонняя, сопряженная] гипербола.



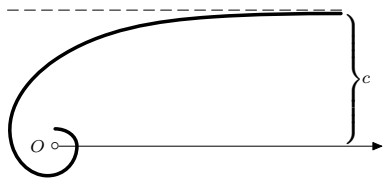
гиперболическая винтовая линия (hyperbolic helix) — пространственная кривая, параметрические уравнения которой имеют вид

$$x = a\,\mathrm{ch}\,t, \quad y = a\,\mathrm{sh}\,t, \quad z = a\,t\,.$$

гиперболическая геометрия $\Rrightarrow$ Лобачевского геометрия.

гиперболическая спираль (hyperbolic spiral) — плоская кривая, уравнение которой в полярных координатах имеет вид

$$\varrho\varphi = c\,.$$



гиперболическая точка (hyperbolic point) — точка поверхности, в которой гауссова кривизна отрицательна; $\rightsquigarrow$ параболическая [эллиптическая] точка.

гиперболическая тригонометрия (hyperbolic trigonometry) — тригонометрия на плоскости Лобачевского; напр., теорема синусов принимает здесь вид

$$\frac{\mathrm{sh}\,a}{\sin\alpha} = \frac{\mathrm{sh}\,b}{\sin\beta} = \frac{\mathrm{sh}\,c}{\sin\gamma}\,,$$

где a, b, c — длины сторон треугольника и α, β, γ — противолежащие им углы; $\rightsquigarrow$ дефект треугольника, сферическая тригонометрия.

гиперболические функции (hyperbolic functions) — следующие функции от одного переменного: *гиперболический синус*

$$\mathrm{sh}\,x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

(график на рисунке слева), *гиперболический косинус*

$$\mathrm{ch}\,x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{e^x + e^{-x}}{2}\,,$$

гиперболический тангенс

$$\mathrm{th}\,x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

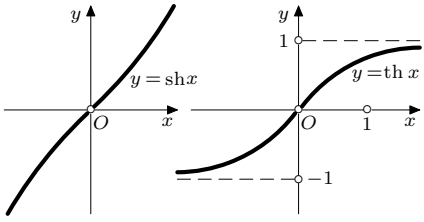
(график на рисунке справа) и *гиперболический котангенс*

$$\operatorname{cth} x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}};$$

обозначаются также $\sinh x$, $\cosh x$, $\tanh x$ и $\coth x$; из этих определений следует, напр., тождество

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1;$$

⇝ ареа-функции, интегральный гиперболический косинус [синус], показательная функция, сложения формулы, цепная линия.



гиперболический косинус [котангенс] (hyperbolic cosine [cotangent]) ⇝ гиперболические функции.

гиперболический параболоид (hyperbolic paraboloid) ⇝ параболоид.

гиперболический синус [тангенс] (hyperbolic sine [tangent]) ⇝ гиперболические функции.

гиперболический цилиндр (hyperbolic cylinder) — цилиндрическая поверхность, для которой направляющей служит гипербола.

гиперболического типа уравнение (hyperbolic partial differential equation) ⇝ дифференциальное уравнение с частными производными.

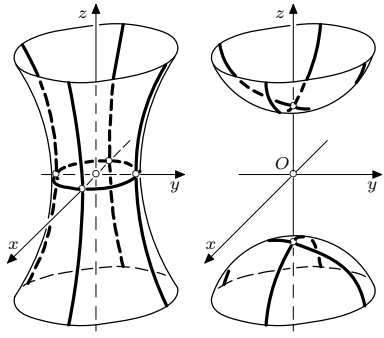
гиперболоид (hyperboloid) — поверхность второго порядка, уравнению которой в декартовых прямоугольных координатах можно придать вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

(т. н. *однополостный гиперболоид*, на рисунке слева), или вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

(т. н. *двуполостный гиперболоид*, на рисунке справа), где a, b и c — *полуоси* гиперболоида; однополостный гиперболоид является линейчатой поверхностью; ⇝ асимптотический конус.



гиперболоид вращения (hyperboloid of rotation) — поверхность второго порядка, образуемая вращением гиперболы вокруг ее фокальной или сопряженной оси; гиперболоид, полуоси a и b которого равны.

гипергеометрическая функция (hypergeometric function) — решение гипергеометрического уравнения.

гипергеометрический ряд (или Гаусса ряд; hypergeometric series) — степенной ряд вида

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{a^{(k)} b^{(k)}}{k!\, c^{(k)}}\, x^k,$$

где a, b, c — постоянные и $a^{(k)}$, $b^{(k)}$, $c^{(k)}$ обозначают возрастающие k-факториалы; если c не равно нулю или отрицательному целому числу, то гипергеометрический ряд сходится при $|x| < 1$ (сумма является гипергеометрической функцией).

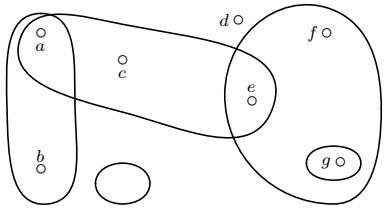
гипергеометрическое уравнение (или Гаусса уравнение; hypergeometric equation) — однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$x(x-1)\,y'' + \Big((\alpha+\beta+1)\,x - \gamma\Big)y' + \alpha\beta y = 0\,,$$

где α, β, γ — постоянные.

гиперграф (hypergraph) — обобщение понятия графа: непустое множество $\mathcal{V}$ *вершин* вместе с множеством $\mathcal{E}$ подмножеств множества $\mathcal{V}$, называемых *ребрами*; на рисунке

$$\mathcal{V} = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g\},$$
$$\mathcal{E} = \big\{\,\varnothing, \{g\}, \{a,\ b\}, \{a,\ c,\ e\}, \{e, f,\ g\}\,\big\}\,.$$



гиперкомплексная единица (hypercomplex unit) $\twoheadrightarrow$ гиперкомплексное число.

гиперкомплексная система $\Rrightarrow$ ассоциативная алгебра.

гиперкомплексное число (или альтернион; hypercomplex number) — элемент конечномерной алгебры с единицей над полем действительных чисел; число вида

$$z = a_1e_1 + a_2e_2 + \cdots + a_ne_n\,,$$

где a_k — действительные числа и e_k — *гиперкомплексные единицы*, умножение которых определяется соответствующей таблицей умножения; $\rightsquigarrow$ кватернион, комплексное [Кэли] число.

гиперплоскость (или линеар; hyperplane) — множество таких точек $\mathbf{x}$ векторного пространства, которые при фиксированном ненулевом линейном функционале f и скаляре λ удовлетворяют условию

$$f(\mathbf{x}) = \lambda;$$

множество таких точек n-мерного аффинного [проективного] пространства, координаты $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ которых удовлетворяют линейному уравнению

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = \lambda\,.$$

гиперповерхность (hypersurface) — множество таких точек n-мерного пространства, координаты $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ которых удовлетворяют при некоторой функции F от n переменных уравнению

$$F(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n) = 0;$$

напр., гиперплоскость или квадрика.

гиперсфера (hypersphere) — множество таких точек x метрического пространства, которые удовлетворяют условию

$$d(x, a) = r\,,$$

где a — фиксированная точка, $r > 0$ — постоянная и d означает расстояние; $\rightsquigarrow$ шар.

гиперцикл (или равных расстояний линия) $\Rrightarrow$ эквидистанта.

гиперэллиптический интеграл (hyperelliptic integral) — частный случай абелева интеграла, когда y и x связаны уравнением

$$y^2 = p(x)\,,$$

где p — полином степени $n \geqslant 5$ без кратных корней.

гипотеза (hypothesis) — недоказанное предположение; $\rightsquigarrow$ проверки гипотез теория, статистическая гипотеза.

гипотенуза (hypotenuse) — сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла; также длина этой стороны; $\rightsquigarrow$ катет, Пифагора теорема.

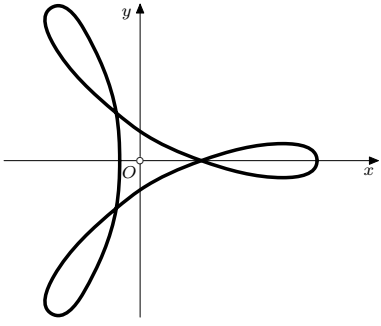
гипотрохоида (hypotrochoid) — плоская кривая, описываемая точкой, неподвижно связанной с окружностью, катящейся по другой окружности и имеющей

с ней внутреннее касание; параметрические уравнения

$$x = (b-a)\,\cos t + c\,\cos\frac{b-a}{a}\,t\,,$$

$$y = (b-a)\,\sin t - c\,\sin\frac{b-a}{a}\,t\,,$$

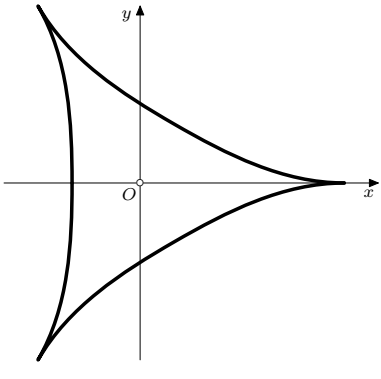
где a — радиус катящейся окружности, b — радиус неподвижной окружности и c — расстояние точки от центра катящейся окружности (на рисунке $b = 3a$, $c = 3a/2$); ⇝ трохоида, эпитрохоида.



гипоциклоида (hypocycloid) — плоская кривая, описываемая точкой окружности, катящейся по другой окружности и имеющей с ней внутреннее касание; параметрические уравнения

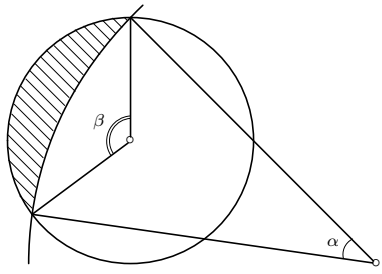
$$x = (b-a)\,\cos t + a\,\cos\frac{b-a}{a}\,t\,,$$

$$y = (b-a)\,\sin t - a\,\sin\frac{b-a}{a}\,t\,,$$



где a — радиус катящейся окружности и b — радиус неподвижной окружности (на рисунке $b = 3a$); ⇝ астроида, перициклоида, циклоида, эпициклоида.

гиппократовы луночки (lunes of Hippocrates) — фигуры, ограниченные дугами двух окружностей, для которых с помощью циркуля и линейки можно построить равновеликий квадрат (на рисунке случай, когда соответствующие центральные углы α и β относятся как 1 : 3).



гистограмма (histogram) — столбчатая диаграмма частотного распределения.

главная диагональ (principal diagonal) — **1.** ↠ диагональ; **2.** элементы $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{kk}$ матрицы (a_{ij}) размера $m \times n$, где $k = \min(m, n)$.

главная компонента (principal component) ↠ компонентный анализ.

главная кривизна (principal curvature) — максимальное [минимальное] значение нормальной кривизны поверхности в данной точке; ⇝ гауссова [средняя] кривизна, Эйлера формула.

главная нормаль (principal normal) — нормаль к кривой, лежащая в соприкасающейся плоскости; ⇝ Бертрана кривые, кривизны вектор.

главная часть ряда Лорана (principal part of a Laurent series) ↠ Лорана ряд.

главное значение (principal value) ↠ аргумент, арккосинус, арккотангенс, арксинус, арктангенс, натуральный логарифм.

главное значение несобственного интеграла (или Коши главное значение; principal-value integral) — значение несобственного интеграла, получаемое при помощи одного предельного процесса; напр.:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{M\to\infty} \int\limits_{-M}^{M} f(x)\,dx\,,$$

или

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{t\to 0+}\left(\int\limits_a^{c-t} f(x)\,dx + \int\limits_{c+t}^{b} f(x)\,dx\right),$$

где $c \in (a, b)$ — точка разрыва подынтегральной функции f; $\rightsquigarrow$ сходящийся интеграл.

главное направление (principal direction) — **1.** направление, перпендикулярное к сопряженному направлению по отношению к данной кривой второго порядка; **2.** направление в точке поверхности, в котором нормальная кривизна поверхности в этой точке достигает максимального [минимального] значения, т. е. является главной кривизной; $\rightsquigarrow$ кривизны линия.

главный диаметр (principal diameter) — диаметр кривой второго порядка, перпендикулярный к своему сопряженному диаметру.

главный идеал (principal ideal) — наименьший идеал, содержащий некоторый фиксированный элемент.

главный минор (principal minor) — **1.** (или угловой минор) — минор порядка k, соответствующий первым k строкам и первым k столбцам квадратной матрицы; напр.,

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -1$$

является главным минором второго порядка для матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix};$$

$\rightsquigarrow$ Сильвестра критерий; **2.** минор, соответствующий таким строкам и столбцам, номера которых совпадают.

главных идеалов кольцо (principal ideal ring) — ассоциативное кольцо с единицей, в котором каждый идеал является главным.

гладкая кривая [поверхность] (smooth curve [surface]) — кривая [поверхность], у которой функции, определяющие координаты ее произвольной точки, имеют непрерывные производные [частные производные] по крайней мере первого порядка.

гладкая точка (smooth point) — точка x области определения функции f действительного переменного, в которой выполнено условие

$$\lim_{|h|\to 0} \frac{|f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)|}{|\,h\,|} = 0;$$

$\rightsquigarrow$ непрерывности точка.

гладкая функция (smooth function) — функция, у которой каждая точка области определения является гладкой точкой.

глобальный (global) — имеющий место во всем рассматриваемом множестве [в области определения]; $\rightsquigarrow$ локальный.

глобальный максимум [минимум] $\Rrightarrow$ абсолютный максимум [минимум].

годограф (hodograph) — кривая, образованная концами переменного вектора, начала которого отведены в фиксированную точку.

голоморфная функция (или регулярная функция) $\Rrightarrow$ аналитическая функция.

Гольдбаха проблема (Goldbach problem) — гипотеза, по которой всякое четное число (большее двух) может быть представлено в виде суммы двух простых чисел; напр.: $4 = 2 + 2$, $6 = 3 + 3$, $8 = 3 + 5$ и т. д.; $\rightsquigarrow$ Виноградова теорема.

гомеоморфизм (или топологический изоморфизм; homeomorphism) — биекция между двумя топологическими пространствами, при которой оба отображения, определяемые биекцией, непрерывны.

гомеоморфные фигуры (homeomorphic figures) — две фигуры, одна из которых преобразуется в другую при некотором гомеоморфизме.

гомология (homology) — перспективная коллинеация, центр которой не находится на основном линеаре; $\rightsquigarrow$ элация.

гомоморфизм (homomorphism) — отображение алгебраической системы в другую алгебраическую систему, сохраняющее рассматриваемые операции и/или отношения; $\rightsquigarrow$ изоморфизм, изотонное отображение, представление группы, функтор, эндоморфизм, эпиморфизм.

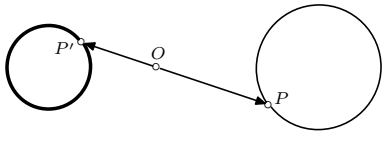
гомоморфизм группы $\Rrightarrow$ представление группы.

гомотетичные фигуры (homothetic figures) — две фигуры, одна из которых преобразуется в другую при некоторой гомотетии.

гомотетия (или центрально-подобное преобразование; homothety) — преобразование плоскости [пространства], ставящее каждой точке P в соответствие точку P' так, что

$$\overrightarrow{OP'} = c\overrightarrow{OP},$$

где O — фиксированная точка (*центр гомотетии*) и $c \neq 0$ — постоянная (*коэффициент гомотетии*).



гомотопия (homotopy) — свойство непрерывных отображений принадлежать к одному семейству непрерывных отображений, непрерывно зависящих от параметра.

гониометрия (goniometry) — устаревшее название тригонометрии.

горизонт (horizon) — задаваемый в задачах динамического программирования временной предел, дальше которого соответствующий процесс не рассматривается.

горизонталь (или горизонтальная прямая; horizontal line) — **1.** прямая, параллельная некоторой *базисной плоскости*, напр., касательной плоскости земной поверхности в данной точке; $\rightsquigarrow$ вертикаль; **2.** на рисунках прямая, которая расположена слева направо.

горизонтальная асимптота (horizontal asymptote) — асимптота плоской кривой, которая параллельна оси Ox; $\rightsquigarrow$ вертикальная [наклонная] асимптота.

горизонтальная прямая $\Rrightarrow$ горизонталь.

горловая линия (throat curve) — множество горловых точек всех образующих линейчатой поверхности.

горловая точка (throat point) — предельное положение конца общего перпендикулярного отрезка двух образующих линейчатой поверхности, если одна образующая движется по поверхности к другой.

горловой эллипс (throat ellips) — эллипс наименьшей площади, получающийся в пересечении однополостного гиперболоида плоскостью, перпендикулярной его оси.

Горнера схема (Horner scheme) — метод упорядочения вычислений для нахождения неполного частного и остатка при делении полинома

$$p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

на двучлен $x-c$:

$$\begin{array}{c|cccccc} & a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ + & & c\,b_0 & c\,b_1 & \dots & c\,b_{n-2} & c\,b_{n-1} \\ \hline c & b_0 & b_1 & b_2 & \dots & b_{n-1} & p(c) \end{array},$$

т. е.

$$\frac{p(x)}{x-c} = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \dots + b_{n-1} + \frac{p(c)}{x-c},$$

где $b_0 = a_0$, $b_1 = a_1 + c\,b_0$ и т. д.; $\rightsquigarrow$ Безу теорема.

градиент (gradient) — **1.** вектор $\operatorname{grad} f(\mathbf{x})$ (другое обозначение — $\nabla f(\mathbf{x})$), определяющий направление и скорость наискорейшего роста функции f от нескольких переменных; в декартовых прямоугольных координатах

$$\operatorname{grad} f(\mathbf{x}) \stackrel{\text{def}}{=} \Big(\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n}\Big);$$

$\rightsquigarrow$ антиградиент, стационарная точка; **2.** производная Гато функционала, определенного в нормированном пространстве.

градиентный метод (gradient method) — итерационный метод минимизации функции от нескольких переменных [функционала], при котором последующее приближение получается из предыдущего смещением в направлении градиента, т. е.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \lambda_k \nabla f(\mathbf{x}_k),$$

где $\nabla f(\mathbf{x}_k)$ — градиент функции f в точке $\mathbf{x}_k$, а λ_k — положительный скаляр; $\rightsquigarrow$ наискорейшего спуска метод.

градус (degree) — единица измерения дуг окружности и соответствующих центральных углов, равная 1/90 части прямого угла; обозначается знаком °, напр., 45°; $\rightsquigarrow$ минута, секунда.

градусная мера (degree-measure) — система измерения углов [дуг окружности], в которой единицами являются градус, минута и секунда; $\rightsquigarrow$ радианная мера.

Грама определитель (Gram determinant) — определитель, составленный из скалярных произведений элементов $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$ гильбертова [унитарного] пространства, имеющий вид

$$\begin{vmatrix} (\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_1) & (\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) & \dots & (\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_n) \\ (\mathbf{x}_2,\mathbf{x}_1) & (\mathbf{x}_2,\mathbf{x}_2) & \dots & (\mathbf{x}_2,\mathbf{x}_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\mathbf{x}_n,\mathbf{x}_1) & (\mathbf{x}_n,\mathbf{x}_2) & \dots & (\mathbf{x}_n,\mathbf{x}_n) \end{vmatrix};$$

этот определитель равен нулю тогда и только тогда, когда элементы $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$ линейно зависимы.

грамматика $\twoheadrightarrow$ контекстно-свободная [порождающая] грамматика.

граница — **1.** (или край; boundary) — множество всех граничных точек данного множества $\mathcal{M}$; обозначается через $\operatorname{Fr}\mathcal{M}$, или $\partial\mathcal{M}$, или $\dot{\mathcal{M}}$; **2.** $\twoheadrightarrow$ верхняя [нижняя] граница; **3.** $\twoheadrightarrow$ полуплоскость, полупространство; **4.** $\twoheadrightarrow$ ветвей и границ метод.

граничная кривая (boundary line) — граница плоской области.

граничная точка (*граничная точка множества*; boundary point) — точка топологического пространства, любая окрестность которой содержит как точки рассматриваемого множества, так и точки его дополнения; $\rightsquigarrow$ внешняя [внутренняя] точка.

граничное условие (или краевое условие; boundary condition) $\twoheadrightarrow$ краевая задача.

грань — **1.** $\twoheadrightarrow$ верхняя [нижняя] грань; **2.** (face) $\twoheadrightarrow$ боковая грань, двугранный угол, многогранная поверхность, многогранник, основание, смежные грани.

граф (graph) — непустое множество $\mathcal{V}$ *вершин* вместе с множеством $\mathcal{E}$ неупорядоченных и/или упорядоченных пар вершин; неупорядоченная пара вершин $(a,b) \in \mathcal{E}$ называется *ребром*, упорядоченная пара — *дугой*, или *ориентированным ребром* графа; обычно предполагают, что $(a,a) \notin \mathcal{E}$ при любом $a \in \mathcal{V}$ (на рисунке образ графа на плоскости); $\rightsquigarrow$ гиперграф, двудольный [конечный, неориентированный, ориентиро-

ванный, отмеченный, плоский, полный, пустой, регулярный, связный, смешанный, эйлеров] граф, дерево, маршрут, мультиграф, подграф, псевдограф, сеть, хроматическое [цикломатическое] число графа.

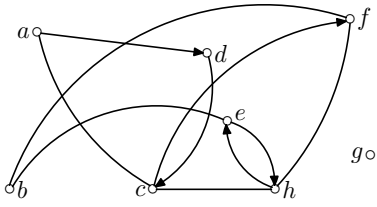


график оператора (или график отображения; graph of an operator) — множество

$$\big\{\big(x,\, P(x)\big) : x \in \mathcal{X}\big\} \subset \mathcal{X} \times \mathcal{Y}\,,$$

определенное оператором $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$.

график соответствия (graph of a correspondence) $\twoheadrightarrow$ соответствие.

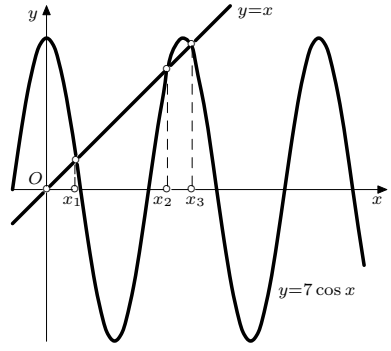
график функции (graph of a function) — **1.** множество всех таких точек (x, y) плоскости, где x — любая точка области определения функции f от одного переменного и $y = f(x)$; **2.** множество всех таких точек (x, y, z) пространства, где (x, y) — любая точка области определения функции f от двух переменных и $z = f(x, y)$; **3.** в случае произвольной функции $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ ее графиком является множество

$$\big\{\big(x,\, f(x)\big) : x \in \mathcal{X}\big\} \subset \mathcal{X} \times \mathbb{R}\,.$$

графический метод (graphical method) — метод решения математической задачи при помощи рисунка; $\rightsquigarrow$ графическое решение.

графическое равенство (graphic equality) — отношение между двумя объектами, при котором эти объекты одинаковым образом составлены из одинаковых элементарных знаков [символов].

графическое решение (graphical solution) — нахождение приближенных решений математической задачи с помощью построений и измерений, проводимых на соответствующем рисунке (на рисунке изображено нахождение положительных корней уравнения $7\cos x = x$: такими корнями являются x_1, x_2 и x_3); $\rightsquigarrow$ номография.



графов теория (graph theory) — раздел дискретной математики, изучающий свойства графов и различных их обобщений.

греко-латинский квадрат (или эйлеров квадрат; Greco-Latin square) — $(n \times n)$-биматрица, элементами которой являются различные пары $(a_{ij},\, b_{ij})$, такая, что матрицы (a_{ij}) и (b_{ij}) окажутся латинскими квадратами; напр.,

$$\begin{pmatrix} (1,1) & (2,2) & (3,3) \\ (2,3) & (3,1) & (1,2) \\ (3,2) & (1,3) & (2,1) \end{pmatrix}.$$

Греффе метод $\Rrightarrow$ Лобачевского метод.

Грина формула — **1.** $\Rrightarrow$ Остроградского формула; **2.** (Green formula) — формула, связывающая двойной интеграл по области $\mathcal{D}$ и криволинейный интеграл второго рода по границе $\mathcal{L}$ этой области:

$$\iint\limits_{\mathcal{D}} \Big(\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}\Big) dx\, dy = \int\limits_{\mathcal{L}} f\, dx + g\, dy\,,$$

где граница $\mathcal{L}$ ориентирована так, что область $\mathcal{D}$ остается слева.

Грина функция (Green function) — функция, при помощи которой решение

краевой задачи можно представить в виде определенного интеграла.

групп теория (group theory) — раздел алгебры, изучающий общие свойства групп.

группа (group) — моноид, каждый элемент которого является обратимым; операция моноида называется в этом случае *групповой операцией*; $\rightsquigarrow$ абелева [аддитивная, архимедова, Галуа, движений, делимая, единичная, знакопеременная, изотропии, конечная, Ли, линейная, линейно упорядоченная, модулярная, мультипликативная, некоммутативная, преобразований, простая, симметрии, симметрическая, топологическая, унимодулярная, упорядоченная, фундаментальная, циклическая] группа, действие группы, квазигруппа, модуль, нормальный делитель, подгруппа, представление [расширение] группы, факторгруппа.

групповая операция (group operation) $\twoheadrightarrow$ группа.

группоид (groupoid) — универсальная алгебра с одной бинарной операцией; $\rightsquigarrow$ квазигруппа, Кэли таблица.

Гурвица критерий (Hurwitz criterion) — действительные части корней алгебраического уравнения

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n = 0$$

(где $a_0 > 0$) с действительными коэффициентами отрицательны тогда и только тогда, когда определители

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{2k-1} & a_{2k-2} & a_{2k-3} & \dots & a_k \end{vmatrix}$$

положительны при всех $k = 1, 2, \dots, n$ (в случае $j > n$ считается $a_j = 0$).

Гюльдена теорема $\twoheadrightarrow$ Паппа – Гюльдена теорема.

Д

Д'Аламбера признак (d'Alembert criterion) — если существует (конечный) предел

$$a = \lim_{k\to\infty} \frac{a_{k+1}}{a_k},$$

то числовой ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k = a_0 + a_1 + \cdots + a_k + \cdots$$

с положительными членами сходится при $a < 1$ и расходится при $a > 1$.

Д'Аламбера уравнение $\Rrightarrow$ Лагранжа уравнение.

Д'Аламбера – Эйлера условия (или моногенности условия) $\Rrightarrow$ Коши – Римана условия.

Дарбу суммы (Darboux sums) — используемые при доказательстве существования и свойств интеграла Римана (от функции f) суммы

$$s \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^{n} m_k \Delta x_k \quad \text{и} \quad S \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^{n} M_k \Delta x_k,$$

где

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b,$$

$$\Delta x_k \stackrel{\text{def}}{=} x_k - x_{k-1},$$

$$m_k \stackrel{\text{def}}{=} \inf_{x\in[x_{k-1},x_k]} f(x),$$

$$M_k \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{x\in[x_{k-1},x_k]} f(x).$$

Дарбу уравнение (Darboux equation) — обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$y' = \frac{p(x,y) + y\,r(x,y)}{q(x,y) + x\,r(x,y)},$$

где p, q, r — полиномы.

двадцатигранник $\Rrightarrow$ икосаэдр.

двенадцатигранник $\Rrightarrow$ додекаэдр.

двенадцатеричная система счисления (duodecimal system) — позиционная система счисления с основанием, равным двенадцати.

движение (motion) — **1.** перемещение объекта в пространстве; ⇝ равномерное движение; **2.** изометрия плоскости [пространства], сохраняющая ориентацию; ⇝ винтовое движение, вращение, конгруэнтность, параллельный перенос.

движений группа (group of motions) — группа преобразований пространства, элементами которой являются движения этого пространства, а групповой операцией — последовательное выполнение двух движений.

двоичная система счисления (или бинарная система; binary system) — позиционная система счисления с основанием, равным двум.

двоичное число (binary number) — число, записанное в двоичной системе счисления; напр., десятичные числа 25,5 и 2007 равны соответственно двоичным числам 11001,1 и 11111010111.

двойная последовательность (double sequence) — отображение прямого квадрата множества натуральных чисел в некоторое множество; обозначается $\{a_{jk}\}$; ⇝ двойной предел [ряд], кратная последовательность.

двойная сумма (double sum) — представление суммы сумм при помощи одного знака суммы:

$$\sum_{j,k=0}^{m,n} a_{jk} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=0}^{n} a_{jk};$$

такое представление допустимо, если границы суммирования внутренней суммы (в приведенном примере 0 и n) не зависят от внешнего индекса суммирования j.

двойная точка (double point) — особая точка, в которой кривая [поверхность] пересекает или касается самой себя; ⇝ возврата [кратная, самопересечения, самоприкосновения] точка, уникурсальная кривая.

двойного отрицания закон (law of double negation) — логический принцип («если неверно, что неверно A, то верно A»), который в математической логике задается аксиомой

$$\neg\neg A \to A\,.$$

двойного угла формулы (double-angle formulae) — формулы, позволяющие по значениям тригонометрических функций от данного угла найти значения тригонометрических функций от удвоенного угла; напр.:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha\,,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha\,,$$

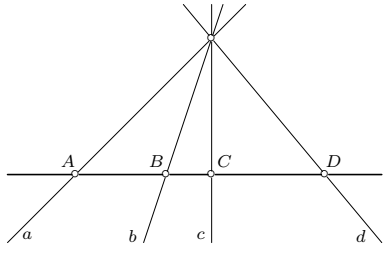
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}\,;$$

⇝ кратного угла формулы.

двойное отношение (или ангармоническое отношение, или сложное отношение; cross ratio) — **1.** действительное число $(AB,\,CD)$, характеризующее расположение четырех точек A, B, C и D на прямой; выражается через простые отношения в виде

$$(AB,\,CD) \stackrel{\text{def}}{=} (ABC) : (ABD);$$

2. двойным отношением $(ab,\,cd)$ четырех прямых [плоскостей] a, b, c и d одного пучка считается двойное отношение точек пересечения этих прямых [плоскостей] с прямой, не входящей в пучок (не зависит от выбора этой прямой); ⇝ гармоническая четверка.



двойной интеграл (double integral) — определенный интеграл функции f от двух переменных по области $\mathcal{D}$:

$$\iint\limits_{\mathcal{D}} f(x,y)dx\,dy = \iint\limits_{\mathcal{D}} f\,dS \stackrel{\text{def}}{=}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max d(\mathcal{D}_k)\to 0} \sum_{k=1}^{n} f(a_k,b_k)\,m(\mathcal{D}_k),$$

где $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \ldots, \mathcal{D}_n$ — разбиение области $\mathcal{D}$, $m(\mathcal{D}_k)$ — площадь подобласти $\mathcal{D}_k$, $d(\mathcal{D}_k)$ — диаметр этой подобласти и $(a_k,b_k) \in \mathcal{D}_k$; $\rightsquigarrow$ Грина [кубатурная] формула, кратный [тройной] интеграл.

двойной предел (double limit) — **1.** (или предел двойной последовательности) — элемент a, для любой окрестности $\mathcal{U}(a)$ которого найдется такое натуральное число N, что при $j,k > N$ все элементы рассматриваемой двойной последовательности $\{a_{jk}\}$ принадлежат этой окрестности $\mathcal{U}(a)$; обозначается

$$\lim_{j,k\to\infty} a_{jk} = a;$$

2. название предела функции f в том случае, когда f — функция от двух переменных; обозначается

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y);$$

$\rightsquigarrow$ повторный предел.

двойной ряд (double series) — ряд

$$\sum_{j,k=0}^{\infty} a_{jk}\,,$$

члены которого образуют двойную последовательность $\{a_{jk}\}$; *суммой* двойного ряда считается двойной предел

$$S = \lim_{m,n\to\infty} S_{mn}\,,$$

где

$$S_{mn} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{j=0}^{m}\sum_{k=0}^{n} a_{jk}$$

— *частичные суммы* двойного ряда; $\rightsquigarrow$ кратный ряд.

двойственная категория (или дуальная категория; dual category) $\twoheadrightarrow$ категория.

двойственная теорема [формула] (dual theorem [formula]) $\twoheadrightarrow$ двойственности принцип.

двойственное пространство $\Rrightarrow$ сопряженное пространство.

двойственности принцип (или дуальности принцип; duality principle) — **1.** принцип проективной геометрии, по которому из справедливости теоремы о точках, линеарах и их инцидентности вытекает справедливость *двойственной теоремы*, полученной из первоначальной путем замены слов «линеар» и «точка»; **2.** принцип математической логики, по которому из истинности импликации $A \to B$ вытекает истинность импликации $B' \to A'$, где A и B — формулы, не содержащие знака импликации, а *двойственная формула* A' $[B']$ получена из A $[B]$ путем замены символов $\&$, $\vee$, $\exists$ и $\forall$ соответственно символами $\vee$, $\&$, $\forall$ и $\exists$.

двойственность (duality) — свойство внутренней симметрии многих аксиоматических теорий, выражающееся во взаимозаменяемости некоторых основных понятий.

двойственные задачи (dual problems) — пара задач линейного программирования, где ограничения одной задачи находятся в двойственном соответствии с переменными другой задачи; напр., двойственной к задаче нахождения максимума функции

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

при ограничениях

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \leqslant b_i \quad (i=1,\ldots,m),$$
$$x_j \geqslant 0 \quad (j=1,\ldots,n)$$

является задача нахождения минимума функции

$$b_1y_1 + b_2y_2 + \cdots + b_my_m$$

при ограничениях

$$a_{1j}y_1 + a_{2j}y_2 + \cdots + a_{mj}y_m \geqslant c_j \quad (j=1,\ldots,n),$$
$$y_i \geqslant 0 \quad (i=1,\ldots,m).$$

двойственный симплексный метод (dual simplex method) — конечный итерационный метод для решения задач линейного программирования; можно истолковывать, как применение симплексного метода к двойственной задаче.

двоякопериодическая функция (или эллиптическая функция; double-periodic function) — периодическая функция комплексного переменного, каждый период которой не является кратным одного основного периода, но выражается через два *основных*, или *примитивных периода* ω, ω' в виде

$$m\omega + n\omega' ,$$

где m и n — целые числа; $\rightsquigarrow$ одно периодическая [Вейерштрасса эллиптическая] функция.

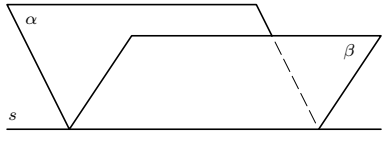
двоякостохастическая матрица (double-stochastic matrix) — квадратная матрица с неотрицательными элементами, сумма которых как в каждой строке, так и в каждом столбце равна единице; напр., матрица

$$\begin{pmatrix} 0{,}3 & 0 & 0{,}5 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0 & 0{,}4 & 0{,}5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}6 & 0 & 0{,}1 & 0{,}3 \end{pmatrix};$$

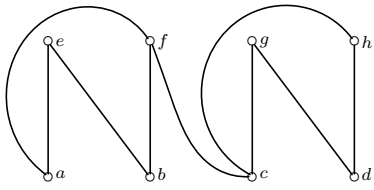
$\rightsquigarrow$ стохастическая матрица.

двувершинное распределение $\Rightarrow$ бимодальное распределение.

двугранный угол (dihedral angle) — фигура в пространстве, образованная двумя полуплоскостями α и β (*гранями* двугранного угла), исходящими из одной прямой s (*ребра* двугранного угла); $\rightsquigarrow$ биссекторная плоскость, линейный угол.

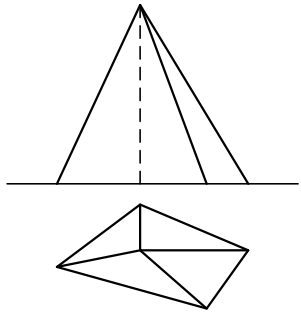


двудольный граф (или бихроматический граф; bipartite graph) — граф, множество вершин $\mathcal{V}$ которого можно разбить на два непересекающихся подмножества $\mathcal{V}_1$ и $\mathcal{V}_2$ так, что каждое ребро этого графа соединяет некоторую вершину из $\mathcal{V}_1$ с некоторой вершиной из $\mathcal{V}_2$; на рисунке $\mathcal{V}_1 = \{a, b, c, d\}$, $\mathcal{V}_2 = \{e, f, g, h\}$; $\rightsquigarrow$ хроматическое число графа.



двузначная логика (two-valued logic) — часть математической логики, в которой имеется всего два истинностных значения: истина и ложь; $\rightsquigarrow$ исключенного третьего закон.

двукартинный чертеж (или эпюр; composite drawing) — комплексный чертеж пространственной фигуры (на рисунке четырехугольной пирамиды), состоящий из ортогональных проекций фигуры на две взаимно перпендикулярные плоскости; $\rightsquigarrow$ Монжа метод.



двумерное многообразие (two-dimensional manifold) — топологическое пространство, каждая точка которого обладает окрестностью, гомеоморфной плоскости или полуплоскости.

двумерное пространство (two-dimensional space) — пространство, в котором положение любой точки может быть

определено двумя действительными координатами.

двуместный предикат (two-place predicate) — предикат, определенный на прямом квадрате предметной области; напр., предикат $P(x, y)$, означающий «x больше, чем y»; $\rightsquigarrow$ бинарное отношение.

двуполостный гиперболоид (two-sheet hyperboloid) $\twoheadrightarrow$ гиперболоид.

двусторонний идеал (two-sided ideal) $\twoheadrightarrow$ идеал.

двусторонний предел (two-sided limit) — название предела функции в том случае, когда одновременно имеют дело с односторонними пределами.

двусторонняя оценка (two-sided estimate) — совокупность оценок некоторой величины a сверху и снизу, т. е. неравенства вида

$$A \leqslant a \leqslant B\,.$$

двусторонняя поверхность (или ориентируемая поверхность; two-sided surface) — поверхность, на которой существует семейство троек осей координат (непрерывно зависящих от начала, в котором первые две оси касаются поверхности), такое, что при движении вдоль любой замкнутой кривой на поверхности тройка возвращается в исходное положение; таким свойством обладает всякая поверхность, являющаяся границей некоторого тела; $\rightsquigarrow$ односторонняя поверхность.

двуугольник (*сферический двуугольник*; lune) — фигура, образованная двумя полуокружностями больших окружностей сферы, исходящими из диаметрально противоположных точек; $\rightsquigarrow$ сферический треугольник.

двучлен $\Rightarrow$ бином.

двучленное сравнение (two-term congruence) — алгебраическое сравнение вида

$$x^n \equiv a \pmod{m}\,,$$

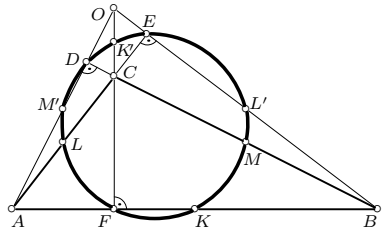
где a и m — взаимно простые целые числа, а $n \geqslant 2$ — натуральное число; $\rightsquigarrow$ степенной вычет.

двучленное уравнение (two-term equation) — алгебраическое уравнение вида

$$x^n - a = 0\,,$$

где $a \neq 0$ — заданное число; $\rightsquigarrow$ трехчленное уравнение.

девяти точек окружность (или Эйлера окружность; nine-point circle) — окружность, на которой расположены середины сторон (на рисунке K, L, M) треугольника ABC, основания его высот (D, E, F) и середины отрезков (K', L', M'), соединяющих ортоцентр O треугольника с его вершинами.



Дедекинда признак (Dedekind criterion) — числовой ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k b_k$$

сходится, если ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} (a_k - a_{k+1})$$

абсолютно сходится, $\lim\limits_{k\to\infty} a_k = 0$ и ограничены частичные суммы ряда

$$\sum_{k=0}^{\infty} b_k\,.$$

дедекиндова решетка (или модулярная решетка; Dedekind lattice) — решетка, в которой при любых x, y и z из условия $x \geqslant y$ вытекает равенство

$$x \cap (y \cup z) = y \cup (x \cap z)\,.$$

дедекиндово сечение (Dedekind cut) — разбиение множества рациональных чисел на *нижний класс* $\mathcal{A}$ и *верхний класс* $\mathcal{B}$, такое, что оба класса непусты и каждое число нижнего класса меньше каждого числа верхнего класса; $\rightsquigarrow$ действительное число.

дедуктивная система $\Rrightarrow$ исчисление.

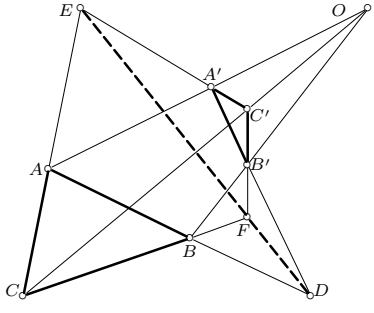
дедуктивная теория (deductive theory) — теория, построенная аксиоматическим методом; $\rightsquigarrow$ формальная аксиоматическая система.

дедуктивный метод $\Rrightarrow$ аксиоматический метод.

дедукции теорема (deduction theorem) — теорема, позволяющая устанавливать доказуемость импликации: если из посылок A и C выводимо B, то из посылки C выводима импликация $A \to B$ (в исчислении предикатов предполагается, что A — замкнутая формула).

дедукция (deduction) — умозаключение, в котором на основании общих знаний делают выводы для конкретного случая; $\rightsquigarrow$ индукция.

Дезарга теорема (Desargues theorem) — прямые (на рисунке AA', BB' и CC'), соединяющие соответствующие вершины двух треугольников (ABC и $A'B'C'$), пересекаются в одной точке (O) тогда и только тогда, когда продолжения соответствующих сторон этих треугольников пересекаются в точках (D, E и F), лежащих на одной прямой.



действие $\Rrightarrow$ операция.

действие группы (action) — некоторое множество $\mathcal{X}$ и некоторая группа $\mathcal{G}$ вместе с отображением $\mathcal{X} \times \mathcal{G} \to \mathcal{X}$, которое ставит паре $(x, g) \in \mathcal{X} \times \mathcal{G}$ в соответствие элемент $x \circ g \in \mathcal{X}$ так, что при всех $x \in \mathcal{X}$ и $g, h \in \mathcal{G}$ выполнены условия

$$x \circ (g * h) = (x \circ g) \circ h, \quad x \circ e = x\,,$$

где $*$ обозначает операцию группы $\mathcal{G}$, а e — нейтральный элемент этой группы.

действительная ось (real axis) — **1.** $\twoheadrightarrow$ комплексная плоскость; **2.** фокальная ось гиперболы; **3.** длина отрезка между вершинами гиперболы; длина той хорды гиперболы, которая расположена на фокальной оси; $\rightsquigarrow$ мнимая ось.

действительная полуось (real semiaxis) — **1.** половина действительной оси гиперболы; **2.** полуоси a и b однополостного гиперболоида; **3.** полуось c двуполостного гиперболоида; $\rightsquigarrow$ мнимая полуось.

действительная точка (real point) — **1.** точка, все координаты которой являются действительными числами; $\rightsquigarrow$ мнимая прямая, мнимый эллипс [эллипсоид]; **2.** точка действительного векторного пространства.

действительная функция $\Rrightarrow$ функция действительного переменного.

действительная часть (или вещественная часть, *действительная часть комплексного числа*; real part) — действительное слагаемое a в комплексном числе $z = a + bi$; обозначается

$$\mathrm{Re}(z) \stackrel{\mathrm{def}}{=} a;$$

$\rightsquigarrow$ коэффициент мнимой части.

действительное аффинное пространство (real affine space) $\twoheadrightarrow$ аффинное пространство.

действительное векторное пространство (real vector space) — векторное пространство над полем $\mathbb{R}$ действительных чисел.

действительное переменное (real variable) — переменное, областью изменения

которого является некоторое множество действительных чисел; $\rightsquigarrow$ функция действительного переменного.

действительное число (или вещественное число; real number) — число, которое можно представить в виде бесконечной десятичной дроби; число, которое определено дедекиндовым сечением в множестве рациональных чисел; множество всех действительных чисел обозначается символом $\mathbb{R}$; $\rightsquigarrow$ вычислимое действительное число, числовая прямая.

декагон (decagon) — десятиугольник, обычно в значении правильного десятиугольника; апофема r, радиус описанной окружности R и площадь S (правильного) декагона вычисляются по формулам

$$r = \frac{a}{2}\sqrt{5+2\sqrt{5}}\,, \quad R = \frac{a}{2}\left(1+\sqrt{5}\,\right)$$

и

$$S = \frac{5a^2}{2}\sqrt{5+2\sqrt{5}}\,,$$

где a — длина стороны.

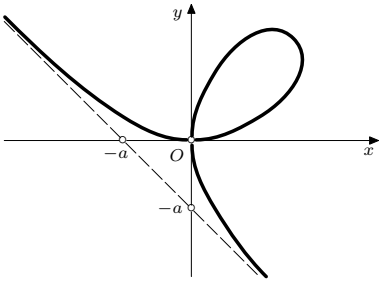
Декарта правило (Descartes sign rule) — число положительных корней полинома

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

с действительными коэффициентами равно или на четное число меньше числа перемен знаков в кортеже $a_0, a_1, \ldots$ $\ldots, a_{n-1}, a_n$ его коэффициентов.

декартов лист (folium of Descartes) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

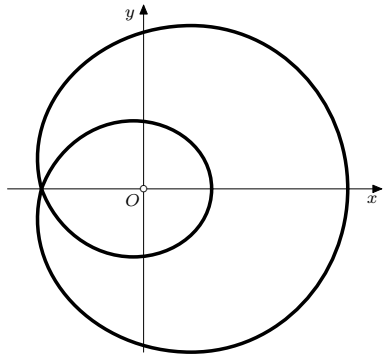
$$x^3 + y^3 = 3axy;$$



площадь S петли декартова листа вычисляется по формуле $S = 3a^2/2$.

декартов овал (Descartes oval) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$(x^2+y^2-2ax)^2 - b^2(x^2+y^2) = c\,.$$



декартова форма комплексного числа (или алгебраическая форма комплексного числа; algebraic form of a complex number) $\twoheadrightarrow$ комплексное число.

декартово произведение $\Rightarrow$ прямое произведение.

декартовы координаты (Cartesian coordinates) — аффинные координаты, определяемые при помощи аффинного репера, базис которого состоит из векторов одинаковой длины.

декартовы прямоугольные координаты (Cartesian orthogonal coordinates) — аффинные координаты, определяемые при помощи ортонормированного репера.

декаэдр (decahedron) — десятигранник.

декомпозиции метод (decomposition method) — метод для решения задач линейного программирования, а также систем линейных уравнений и других задач больших размеров, имеющих специальную структуру.

деление — 1. (division) — операция, обратная умножению: нахождение одного

из сомножителей c (*частного* или *отношения*) по данному произведению a (*делимому*) и другому сомножителю b (*делителю*); в качестве знака операции используется : (двоеточие), / (косая черта) или — (горизонтальная черта), таким образом,

$$c = a : b, \quad \text{или} \quad c = a/b, \quad \text{или} \quad c = \frac{a}{b};$$

$\rightsquigarrow$ алгебра [кольцо] с делением; **2.** $\twoheadrightarrow$ пропорциональное деление.

деление в крайнем и среднем отношении (или гармоническое деление) $\Rrightarrow$ золотое сечение.

деление круга (cyclotomy) — классическая задача о построении правильного n-угольника (делении окружности на n равных частей).

деление с остатком (division with remainder) — **1.** представление рационального числа a/b (где $b > 0$) в виде

$$\frac{a}{b} = q + \frac{r}{b},$$

где *частное*, или *неполное частное*, q является целым числом, а *остаток* r удовлетворяет условию $0 \leqslant r < b$; $\rightsquigarrow$ вычетов класс, китайская теорема об остатках; **2.** представление элемента a евклидова кольца в виде

$$a = b\,q + r,$$

где $r = \theta$ или $k(r) < k(b)$; элемент q называется *частным*, или *неполным частным*, а r — *остатком* от деления элемента a на $b \neq \theta$; напр., в кольце полиномов от одного переменного

$$2x^3 + 5x^2 - 6x - 5 = (x^2 - 3)(2x + 5) + 10;$$

$\rightsquigarrow$ Безу теорема, Горнера схема.

делимая группа (или полная группа; divisible Abelian group) — аддитивная [мультипликативная] абелева группа, в котором уравнение

$$n\,x = a \quad [x^n = a]$$

разрешимо при любом элементе a и целом числе $n \neq 0$; делимой является, напр., аддитивная группа всех рациональных чисел.

делимое (dividend) $\twoheadrightarrow$ деление.

делимости признак (divisibility criterion) — теорема, устанавливающая условия, которым удовлетворяет целое число в том и только в том случае, если оно делится на фиксированное натуральное число; напр., десятичное целое число делится на три тогда и только тогда, когда сумма цифр этого числа делится на три.

делимость (divisibility) — **1.** ситуация, в которой одно из рассматриваемых целых чисел оказывается кратным другому: целое число a делится на целое число $b \neq 0$, если найдется такое целое число k, что $a = kb$; **2.** бинарное отношение на коммутативном кольце: элемент a делится на элемент b тогда и только тогда, когда найдется элемент c, такой, что $a = b \cdot c$; обозначается $a : b$, или $b \mid a$.

делитель (divisor) — **1.** $\twoheadrightarrow$ деление; **2.** натуральное число [полином], на которое делится данное целое число [данный полином]; напр., делителями десятичного числа 130 являются 1, 2, 5, 10, 13, 26, 65 и 130; $\rightsquigarrow$ общий [собственный] делитель; **3.** $\twoheadrightarrow$ нормальный делитель.

делитель единицы (или единица; divisor of unity) — обратимый (относительно умножения) элемент коммутативного кольца с единицей; напр., в кольце гауссовых чисел делителями единицы являются 1, -1, i и $-i$.

делитель нуля (divisor of zero) — элемент a кольца, отличный от нулевого элемента θ, для которого существует такой элемент $b \neq \theta$, что

$$a\,b = \theta \quad \text{или} \quad b\,a = \theta;$$

$\rightsquigarrow$ аннулятор кольца, область целостности.

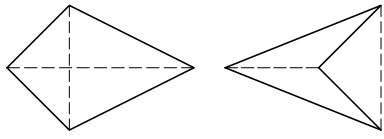
делосская задача $\Rrightarrow$ удвоение куба.

дельта амплитуды (delta amplitude) $\twoheadrightarrow$ Якоби эллиптические функции.

дельта-функция (или Дирака δ-функция; Dirac delta-function) — обобщенная функция, сопоставляющая функции f ее значение $f(0)$; обозначается

$$\delta f \stackrel{\text{def}}{=} f(0)\,.$$

дельтоид (или ромбоид; rhomboid) — четырехугольник, симметричный относительно одной из его диагоналей и несимметричный относительно другой (на рисунке слева выпуклый, а справа невыпуклый дельтоид).

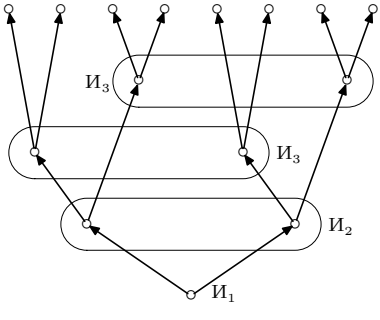


денумерант (denumerant) — число разбиений натурального числа n на части, равные $a_1, a_2, \ldots, a_m$, т. е. число решений в натуральных числах уравнения

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_mx_m = n\,.$$

дерево (tree) — связный неориентированный граф, не содержащий циклов; $\rightsquigarrow$ корневое [остовное] дерево, лес, сеть.

дерево игры (game tree) — изображение позиционной игры в виде корневого дерева, вершины которого интерпретируются как позиции (корень — начальная позиция, листья — конечные позиции), а дуги, выходящие из вершины, — как указатели непосредственных потомков соответствующей позиции, и в котором обозначены информационные множества (с указанием игрока, имеющего ход).



деривация (или вывод, или полный вывод; derivation) — при фиксированной порождающей грамматике такой кортеж

$$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$$

слов алфавита $\mathcal{T} \cup \mathcal{N}$, что $\alpha_1 = S$ — начальный символ и каждое слово α_k $(k = 2, 3, \ldots, n)$ некоторой продукцией этой грамматики непосредственно выводимо из слова α_{k-1}; $\rightsquigarrow$ выводимое слово.

дескриптивная теория множеств (descriptive set theory) — раздел теории множеств, изучающий внутреннее строение множеств в зависимости от тех операций, при помощи которых эти множества могут быть построены из множеств сравнительно простой природы.

десятичная дробь (decimal fraction) — **1.** дробное число, записанное в виде десятичного числа; $\rightsquigarrow$ бесконечная [конечная, периодическая] десятичная дробь; **2.** дробь, знаменатель которой является степенью числа десять.

десятичная система счисления (decimal system) — позиционная система счисления с основанием, равным десяти.

десятичная цифра (decimal digit) — название цифры десятичной системы счисления в том случае, когда одновременно имеют дело с цифрами других систем счисления; $\rightsquigarrow$ арабские цифры.

десятичное приближение (decimal approximation) — приближенное изображение действительного числа конечной десятичной дробью.

десятичное число (decimal number) — число, записанное в десятичной системе счисления.

десятичный логарифм (common logarithm) — логарифм по основанию десять; десятичный логарифм обычно обозначается без указания основания, т. е.

$$\log x \stackrel{\text{def}}{=} \log_{10} x;$$

обозначается также $\lg x$; $\rightsquigarrow$ мантисса, полуотрицательная форма, характеристика.

десятичный разряд (decimal place) — позиция цифры в десятичном числе; некоторые десятичные разряды имеют специальные названия, указанные в следующей таблице:

Разряд	Название
10^6	*миллион*
10^9	*миллиард*, или *биллион*
10^{12}	*триллион*
10^{15}	*квадриллион*
10^{18}	*квинтиллион*
10^{21}	*секстиллион*
10^{24}	*септиллион*
10^{27}	*октиллион*
10^{30}	*нониллион*
10^{33}	*дециллион*

детерминант $\Rrightarrow$ определитель.

детерминированный (determinate) — определенный, не случайный.

дефект треугольника (defect of a triangle) — недостаток до двух прямых углов суммы внутренних углов треугольника на плоскости Лобачевского; $\rightsquigarrow$ избыток треугольника.

дефинитная квадратичная форма $\Rrightarrow$ определенная квадратичная форма.

дефиниция $\Rrightarrow$ определение.

децили (deciles) — квантили порядков $\frac{k}{10}$, где $k = 1, 2, \ldots, 9$.

дециллион (decillion) $\twoheadrightarrow$ десятичный разряд.

дзета-функция (или Римана дзета-функция; zeta-function) — функция ζ комплексного переменного z, которая при $\mathrm{Re}(z) > 1$ выражается в виде

$$\zeta(z) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^z} = \frac{2^z}{(2^z - 1)\Gamma(z)} \int_0^{\infty} \frac{t^{z-1} e^t}{e^{2t} - 1}\, dt\,,$$

где Γ — гамма-функция.

диагональ (diagonal) — **1.** прямолинейный отрезок, соединяющий две вершины многоугольника [многогранника], не лежащие на одной стороне [грани]; также длина этого отрезка или вся содержащая его прямая; **2.** подмножество

$$\big\{\,(a, a) : a \in \mathcal{M}\,\big\}$$

прямого квадрата $\mathcal{M} \times \mathcal{M}$ некоторого множества $\mathcal{M}$; **3.** (*диагональ матрицы*) — совокупность элементов a_{11}, $a_{22}, \ldots, a_{nn}$ (*главная диагональ*) квадратной матрицы (a_{ij}) порядка n или совокупность элементов $a_{1n}, a_{2,n-1}, \ldots$ $\ldots, a_{n1}$ (*побочная диагональ*).

диагональная матрица (diagonal matrix) — квадратная матрица, у которой только элементы главной диагонали могут быть отличными от нуля [нулевого элемента]; $\rightsquigarrow$ клеточно-диагональная матрица.

диагональная плоскость (*диагональная плоскость многогранника*; diagonal plane) — плоскость, проходящая через две диагонали (или через диагональ и ребро) многогранника.

диаграмма — **1.** (diagram) — способ графического изображения величин при помощи фигур (столбцов, секторов и т. п.), площади которых пропорциональны этим величинам; $\rightsquigarrow$ секторная [столбчатая] диаграмма; **2.** $\twoheadrightarrow$ Венна диаграмма.

диаметр (diameter) — **1.** (*диаметр окружности* [*сферы*]) — хорда, проходящая через центр окружности [сферы]; также длина этой хорды; **2.** максимальной длины хорда данной фигуры или длина такой хорды; **3.** (*диаметр множества*) — верхняя грань расстояний между парами точек ограниченного множества; **4.** (*диаметр кривой второго порядка*) — прямая, проходящая через середины параллельных хорд кривой второго порядка; $\rightsquigarrow$ главный диаметр, сопряженные диаметры.

диаметральная плоскость (*диаметральная плоскость поверхности второго порядка*; diametral plane) — плоскость, проходящая через середины параллельных хорд поверхности второго порядка.

дивергенция (или расхождение; divergence) — скалярная функция

$$\operatorname{div}\mathbf{a} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial a_k}{\partial x_k},$$

определенная векторным полем

$$\mathbf{a} = \big(a_1(x_1, x_2, \dots, x_n),$$
$$a_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, a_n(x_1, x_2, \dots, x_n)\big),$$

заданным в декартовых прямоугольных координатах; $\rightsquigarrow$ вихрь.

дизъюнктивная нормальная форма (disjunctive normal form) — формула, логически эквивалентная данной формуле и имеющая вид дизъюнкции элементарных конъюнкций; напр., одна из дизъюнктивных нормальных форм импликации

$$A \to (B \vee C)$$

имеет вид

$$\neg A \vee (A \,\&\, B) \vee (A \,\&\, C);$$

$\rightsquigarrow$ конъюнктивная [совершенная дизъюнктивная] нормальная форма.

дизъюнктивный член (disjunctive term) $\twoheadrightarrow$ дизъюнкция.

дизъюнктное семейство множеств (disjunctive family of sets) — семейство, состоящее из попарно непересекающихся множеств; $\rightsquigarrow$ разбиение.

дизъюнкция (или логическое сложение; disjunction) — бинарная логическая операция: дизъюнкция $A \vee B$ высказываний A и B (*дизъюнктивных членов*) ложна тогда и только тогда, когда члены A и B оба ложны; $\rightsquigarrow$ элементарная дизъюнкция.

динамическая модель (dynamical model) — математическая модель, в которой отражено изменение рассматриваемого явления во времени; $\rightsquigarrow$ оптимального управления теория.

динамическое программирование (dynamic programming) — раздел исследования операций, изучающий свойства и методы решения многошаговых задач оптимизации [оптимального управления]; $\rightsquigarrow$ горизонт, оптимальности принцип.

Диностратa квадратриса $\Rrightarrow$ квадратриса.

Диоклеса циссоида $\Rrightarrow$ циссоида.

диофантова геометрия (или диофантов анализ; Diophantine geometry) — раздел математики, изучающий свойства диофантовых уравнений методами алгебраической геометрии.

диофантово уравнение (Diophantine equation) — алгебраическое неопределенное уравнение с целочисленными коэффициентами, решение которого ищется в целых [рациональных] числах; $\rightsquigarrow$ Пелля [пифагорово, Эйлера] уравнение, Ферма теорема.

диофантовы приближения (Diophantine approximations) — раздел теории чисел, изучающий приближения нуля значениями функций от конечного числа целочисленных аргументов и решение неравенств в целых числах.

Дирака δ-функция $\Rrightarrow$ дельта-функция.

директриса (directrix) $\twoheadrightarrow$ коническое сечение, парабола, цепная линия.

Дирихле задача (или первая краевая задача; Dirichlet problem) — краевая задача в виде: найти в заданной области решение дифференциального уравнения эллиптического типа, которое на границе этой области принимает заданные значения; $\rightsquigarrow$ Неймана задача.

Дирихле множитель (Dirichlet coefficient) — разрывная функция, выражаемая интегралом, зависящим от параметров $p > 0$ и $q > 0$:

$$\int_0^\infty \frac{\sin px}{x} \cos qx\, dx = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2}, & \text{если } q < p, \\ \dfrac{\pi}{4}, & \text{если } q = p, \\ 0, & \text{если } q > p. \end{cases}$$

Дирихле признак (Dirichlet criterion) — если последовательность $\{b_k\}$ монотонно стремится к нулю, а последовательность частичных сумм ряда

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k$$

ограничена, то числовой ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k b_k$$

сходится.

Дирихле принцип (Dirichlet principle) — **1.** метод решения краевых задач для дифференциальных уравнений эллиптического типа; **2.** (или ящиков принцип) — используемый при решении дискретных задач принцип: если совокупность из n множеств содержит в общей сложности более n элементов, то в этой совокупности найдется хотя бы одно множество, содержащее не менее двух элементов.

Дирихле ряд (или обыкновенный ряд Дирихле; Dirichlet series) — функциональный ряд вида

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{k^x},$$

где a_k — числовые коэффициенты.

Дирихле теорема (Dirichlet theorem) — **1.** если функция f периода 2π имеет на отрезке $[-\pi, \pi]$ не более, чем конечное число точек экстремума и точек разрыва первого рода, то ее тригонометрический ряд Фурье сходится к $f(x)$ в каждой точке непрерывности x и к

$$\frac{f(x+0)+f(x-0)}{2}$$

в каждой точке разрыва x; ⇝ Жордана признак; **2.** если первый член и разность арифметической прогрессии — взаимно простые натуральные числа, то эта прогрессия содержит бесконечное множество простых чисел; **3.** для любого действительного числа a и натурального числа $n > 0$ существуют целые числа $q \in [1, n]$ и p, удовлетворяющие условию

$$|\, aq - p \,| < n^{-1}.$$

Дирихле функция (Dirichlet function) — функция f действительного переменного

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ рационально,} \\ 0, & \text{если } x \text{ иррационально;} \end{cases}$$

функция представима в виде повторного предела

$$f(x) = \lim_{m\to\infty} \lim_{n\to\infty} (\cos m!\pi x)^{2n}.$$

диск (disc) — поверхность, гомеоморфная кругу.

дискретная задача (discrete problem) — задача, в которой все неизвестные и/или переменные принадлежат некоторым дискретным множествам; ⇝ комбинаторный метод.

дискретная математика (или дискретный анализ, или конечная математика; discrete mathematics) — раздел математики, изучающий свойства дискретных множеств и определенных на таких множествах операторов; ⇝ графов теория, комбинаторика, криптология.

дискретная случайная величина (discrete random variable) — случайная величина, множество возможных значений которой дискретно; ⇝ непрерывная случайная величина.

дискретная топология (discrete topology) — топология, в которой любое множество открыто.

дискретное множество (discrete set) — множество, состоящее только из изолированных точек; множество топологического пространства, не имеющее точек накопления.

дискретное переменное (discrete variable) — переменное, область изменения которого является дискретным множеством.

дискретное программирование (или целочисленное программирование; discrete programming) — раздел математического программирования, изучающий свойства и методы решения экстремальных задач на конечных множествах (обычно на некоторых множествах целых чисел); $\rightsquigarrow$ ветвей и границ метод, задача о рюкзаке, коммивояжера задача, отсечения метод.

дискретное пространство (discrete space) — пространство, наделенное дискретной топологией.

дискретное распределение (discrete distribution) — распределение вероятностей случайной величины, множество возможных значений которой является не более чем счетным.

дискретный анализ (или конечная математика) $\Rrightarrow$ дискретная математика.

дискриминант (discriminant) — **1.** (*дискриминант полинома*) — составленное из корней c_1, c_2, …, c_n полинома

$$p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

произведение

$$D(p) \stackrel{\text{def}}{=} a_0^{2n-2} \prod_{k<j} (c_k - c_j)^2 ,$$

где произведение берется по всем таким парам индексов (k, j), в которых $k < j$; напр., дискриминант трехчлена

$$p(x) = ax^2 + bx + c$$

имеет вид

$$D(p) = b^2 - 4ac;$$

2. (*дискриминант квадратичной формы*) — определитель матрицы квадратичной формы.

дискриминантная кривая (discriminant curve) — множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению, получающемуся путем исключения y' из соотношений

$$f(x, y, y') = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial}{\partial y'} f(x, y, y') = 0 ,$$

или путем исключения c из соотношений

$$\Phi(x, y, c) = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial}{\partial c} \Phi(x, y, c) = 0 ,$$

где $\Phi(x, y, c) = 0$ — общий интеграл дифференциального уравнения

$$f(x, y, y') = 0 .$$

дискриминантный анализ (discriminant analysis) — раздел математической статистики, изучающий методы разбиения объектов на заданные классы.

дисперсионный анализ (dispersion analysis) — метод математической статистики, позволяющий выявить влияние данных признаков (*факторов*) на математическое ожидание признака X путем разбиения дисперсии исследуемого признака X на части.

дисперсия (dispersion) — мера D отклонения случайной величины X от ее математического ожидания X; центральный момент второго порядка

$$\mathsf{D}X \stackrel{\text{def}}{=} \mathsf{E}(X - \mathsf{E}X)^2;$$

$\rightsquigarrow$ стандартное отклонение.

дистрибутивная решетка (distributive lattice) — решетка, в которой при любых x, y и z выполняется условие

$$x \cap (y \cup z) = (x \cap y) \cup (x \cap z) .$$

дистрибутивность (или распределительность; distributivity) — свойство бинарной алгебраической операции распределяться относительно другой бинарной алгебраической операции: операция $*$ дистрибутивна относительно операции $\circ$, если при всех x, y и z выполняются условия

$$x * (y \circ z) = (x * y) \circ (x * z) ,$$

$$(x \circ y) * z = (x * z) \circ (y * z) ;$$

в случае только первого условия имеет место *дистрибутивность слева*, в случае же только второго условия — *дистрибутивность справа*.

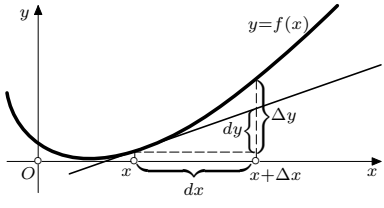
дифференциал (differential) — приращение df наилучшего линейного приближения к функции f от одного переменного в окрестности данной точки, т. е. главная линейная часть $A\Delta x$ приращения Δy функции $y = f(x)$ в данной точке:

$$\Delta y = A\Delta x + o(\Delta x)\,,$$

где коэффициент A не зависит от приращения аргумента Δx; дифференциал независимого переменного x совпадает с его приращением ($dx \stackrel{\text{def}}{=} \Delta x$); дифференциал функции от одного переменного в точке x выражается через ее производную в виде

$$dy = df(x) \stackrel{\text{def}}{=} f'(x)dx;$$

⇝ Гато [полный, Фреше, частный] дифференциал.



дифференциал высшего порядка (differential of higher order) — результат повторного применения операции нахождения дифференциала функции от одного переменного:

$$d^n f \stackrel{\text{def}}{=} d\big(\,d^{n-1} f\,\big) = f^{(n)}(x)\,dx^n;$$

⇝ второй дифференциал.

дифференциальная алгебра (differential algebra) — раздел алгебры, изучающий объекты, для которых, наряду с операциями сложения и умножения, определены также операции дифференцирования.

дифференциальная геометрия (differential geometry) — раздел геометрии, изучающий кривые, поверхности, их семейства и отображения координатным методом с использованием дифференциального исчисления.

дифференциальная игра (differential game) — антагонистическая игра, в которой стратегиями (по крайней мере одного из игроков) являются правила изменения параметра, от которого зависит дифференциальное уравнение, описывающее движение или изменение некоторого объекта.

дифференциальная форма (differential form) — однородный полином, в котором место переменных занимают их дифференциалы, а коэффициентами являются функции от тех же переменных; *дифференциальная форма степени* n имеет вид:

$$\sum f_{k_1 k_2 \ldots k_m}(x_1, x_2, \ldots, x_m)\, dx_1^{k_1} dx_2^{k_2} \ldots dx_m^{k_m}\,,$$

где сумма берется по всем возможностям представления натурального числа n в виде суммы m натуральных слагаемых:

$$n = k_1 + k_2 + \cdots + k_m;$$

⇝ пфаффова форма.

дифференциальное выражение (differential expression) — выражение, содержащее дифференциалы переменных; ⇝ дифференциальный бином.

дифференциальное исчисление (differential calculus) — раздел математики, изучающий свойства производной и дифференциала функции, а также их применения к исследованию функций; ⇝ интегральное исчисление.

дифференциальное уравнение (differential equation) — уравнение, связывающее искомые функции, их производные и аргументы; наивысший порядок производной искомой функции в уравнении называется *порядком* дифференциального уравнения; ⇝ интегро-дифференциальное [обыкновенное [однородное] дифференциальное] уравнение, Коши [краевая, смешанная] задача, обобщенное решение, операционное исчисление, разностный метод.

дифференциальное уравнение в полных дифференциалах (exact differential

equation) — обыкновенное дифференциальное уравнение

$$f\big(x,\, y,\, y',\ldots,\, y^{(n)}\big) = 0\,,$$

левая часть которого может быть представлена в виде полной производной:

$$f(x,y,y',\ldots,y^{(n)}) = \frac{d}{dx}F(x,y,y',\ldots,y^{(n-1)});$$

⇝ линейное дифференциальное уравнение.

дифференциальное уравнение с частными производными (partial differential equation) — дифференциальное уравнение, в котором искомыми являются функции от нескольких переменных; в случае одной искомой функции $u = u(x,y)$ от двух переменных наиболее исследованы уравнения второго порядка вида

$$a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f\,,$$

где a, b, c и f — заданные функции от

$$x,\ y,\ u,\ \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{и} \quad \frac{\partial u}{\partial y};$$

такое уравнение *эллиптического типа*, если в рассматриваемой области $ac - b^2 > 0$, *гиперболического типа* в случае $ac - b^2 < 0$ и *параболического типа* в случае $ac - b^2 = 0$; ⇝ волновое [квазилинейное, Лапласа, линейное дифференциальное, Пуассона, струны, теплопроводности] уравнение, математической физики уравнения.

дифференциальный бином (differential binomial) — дифференциальное выражение вида

$$x^r(ax^s + b)^t dx\,,$$

где a, b — действительные и r, s, t — рациональные числа.

дифференциальный инвариант (differential invariant) — выражение, составленное из функций, их производных и дифференциалов, не меняющее свою структуру при рассматриваемых преобразованиях.

дифференциальный оператор (differential operator) — обобщение оператора дифференцирования, напр., оператор вида

$$P = \sum_{k=0}^{n} f_k D^{n-k}\,,$$

где f_k — заданные функции и D — оператор дифференцирования; ⇝ Гамильтона оператор, операторный полином.

дифференцирование (differentiation) — **1.** операция вычисления производной, дифференциала, частной производной или полного дифференциала функции; **2.** нахождение производной [частной производной] от выражения, содержащего функции; опирается на основные формулы:

$$\big(f(x) \pm g(x)\big)' = f'(x) \pm g'(x)\,,$$

$$\big(f(x)\cdot g(x)\big)' = f(x)\cdot g'(x) + g(x)\cdot f'(x)\,,$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{g(x)\cdot f'(x) - f(x)\cdot g'(x)}{\big(g(x)\big)^2}\,;$$

⇝ Бернулли [Лейбница] формула.

дифференцирование численное (numerical differentiation) — нахождение производной функции численными методами.

дифференцирования оператор (differentiation operator) — оператор D, ставящий функции от одного переменного в соответствие ее производную, т. е.

$$Df(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} f'(x);$$

⇝ дифференциальный оператор.

дифференцируемая функция (differentiable function) — функция, имеющая в каждой точке рассматриваемой области полный дифференциал, или в случае функции от одного переменного — производную; ⇝ моногенная [бесконечно [непрерывно] дифференцируемая] функция, Ролля теорема.

дифференцируемое многообразие (differentiable manifold) ⇝ многообразие.

диэдр (dihedron) — правильная удвоенная пирамида.

длина (length) — **1.** мера отрезков, ставящая конгруэнтным отрезкам в соответствие равные числа и некоторому фиксированному отрезку, т. н. *единичному отрезку* — число 1; длина отрезка AB обозначается через $\overline{AB}$; **2.** $\twoheadrightarrow$ вектор; **3.** $\twoheadrightarrow$ слово.

длина дуги (length of an arc) — **1.** верхняя грань длин ломаных линий, вписанных в рассматриваемую дугу; длина дуги обозначается обычно буквой l; $\rightsquigarrow$ спрямление; **2.** числовая характеристика, приписываемая дуге ориентированного графа.

доверительная вероятность (fiducial probability) $\twoheadrightarrow$ доверительное множество.

доверительное множество (confidence set) — определяемое по выборке множество, которому истинное значение оцениваемого параметра принадлежит с некоторой *доверительной вероятностью*, наименьшее значение которой называется *доверительным уровнем*, или *коэффициентом доверия*.

доверительный интервал (или интервальная оценка; confidence interval) — доверительное множество в случае скалярного параметра.

доверительный уровень (или коэффициент доверия; confidence level) $\twoheadrightarrow$ доверительное множество.

додекагон (dodecagon) — двенадцатиугольник, обычно в значении правильного двенадцатиугольника; апофема r, радиус описанной окружности R и площадь S (правильного) додекагона вычисляются по формулам

$$r = \frac{a}{2}\left(2+\sqrt{3}\,\right), \quad R = a\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

и

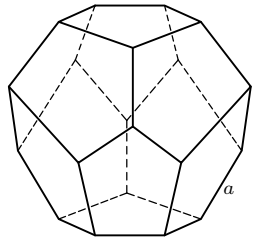
$$S = 3a^2\left(2+\sqrt{3}\,\right),$$

где a — длина стороны.

додекаэдр (или двенадцатигранник; dodecahedron) — многогранник с двенадцатью гранями; грани правильного додекаэдра (на рисунке) являются правильными пятиугольниками; правильный додекаэдр имеет 30 ребер и 20 вершин, его объем

$$V = \frac{a^3}{4}\left(15+7\sqrt{5}\,\right),$$

где a — длина ребра.



доказательство (proof) — **1.** логическое рассуждение, обосновывающее или опровергающее какое-либо утверждение; **2.** (*доказательство теоремы*) — обоснование истинности теоремы как импликации либо путем построения отрывка вывода, начинающегося условием и заканчивающегося заключением теоремы (*прямое доказательство*), либо путем просмотра некоторых случаев, исчерпывающих все возможности (*косвенное доказательство*); $\rightsquigarrow$ индуктивное доказательство, исключения метод.

доказательство от противного (или приведение к противоречию; proof by contradiction) — метод косвенного доказательства, при котором доказывается, что из условия и отрицания заключения теоремы следует противоречие; напр., вместо теоремы $A \to B$ доказывается теорема $(A \,\&\, \neg B) \to \neg A$.

долгота (longitude) $\twoheadrightarrow$ сферические координаты.

доминирование (dominance) — отношение, выражающее превосходство одной стратегии над другой; в матричной игре стратегия i_0 первого игрока *доминирует*

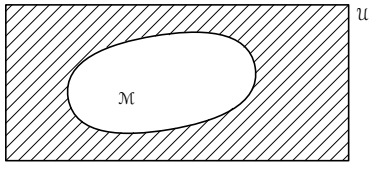
его стратегию i, если при всех $j \in \mathfrak{X}_2$ имеет место неравенство $a_{i_0 j} \geqslant a_{ij}$; аналогично стратегия j_0 второго игрока *доминирует* его стратегию j, если при всех $i \in \mathfrak{X}_1$ имеет место неравенство $a_{ij_0} \leqslant a_{ij}$; обозначается $i_0 \succ i$ или соответственно $j_0 \prec j$.

дополнение — 1. (complement) — традиционное название унарной операции в алгебраической системе; $\rightsquigarrow$ булева алгебра, дополнение множества; **2.** $\twoheadrightarrow$ арифметическое дополнение; **3.** $\twoheadrightarrow$ алгебраическое дополнение; **4.** $\twoheadrightarrow$ ортогональное дополнение.

дополнение множества (или дополнительное множество; complement of a set) — совокупность $\mathcal{M}^C$, или $\overline{\mathcal{M}}$ всех элементов фиксированного универсального множества $\mathcal{U}$, не принадлежащих данному множеству $\mathcal{M}$, т. е.

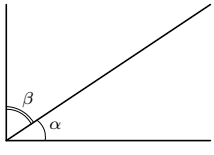
$$\mathcal{M}^C \stackrel{\text{def}}{=} \{x : x \notin \mathcal{M}\} = \mathcal{U} \setminus \mathcal{M};$$

если необходимо указать универсальное множество $\mathcal{U}$, то используется обозначение $C_{\mathcal{U}}\mathcal{M}$; $\rightsquigarrow$ законы де Моргана.



дополнительный минор (complementary minor) — минор M_{n-k} порядка $n-k$, который «дополняет» фиксированный минор M_k порядка k до исходной квадратной матрицы порядка n: M_{n-k} получается путем удаления из исходной матрицы тех строк и столбцов, которым соответствует M_k; $\rightsquigarrow$ алгебраическое дополнение.

дополнительный угол (complementary angle) — угол β, который в сумме с данным острым углом α составляет прямой угол.



допустимое значение (admissible value) — значение переменного, при котором можно вычислить значение рассматриваемого выражения (напр., знаменатель не равен нулю).

допустимое множество (feasible set) — множество всех планов задачи математического программирования.

допустимое решение $\Rrightarrow$ план.

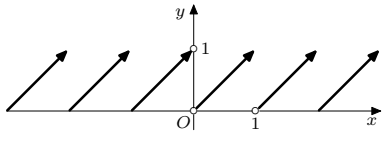
достаточное условие (sufficient condition) — утверждение (высказывание) A, из истинности которого следует истинность некоторого другого утверждения (высказывания) B: A является достаточным условием для B, если можно доказать теорему $A \to B$; $\rightsquigarrow$ необходимое условие.

достоверное событие (certain event) — событие, которое должно обязательно произойти; событие, содержащее все элементарные события рассматриваемого эксперимента; $\rightsquigarrow$ невозможное событие.

дробная часть (или дробная доля числа; fractional part) — разность между заданным числом a и его антье (целой частью) $[\,a\,]$; обозначается $\{\,a\,\}$, т. е.

$$\{\,a\,\} \stackrel{\text{def}}{=} a - [\,a\,];$$

напр., $\{7{,}3\} = 0{,}3$, $\{-5{,}1\} = 0{,}9$ (на рисунке график функции $y = \{\,x\,\}$).



дробное число (fractional number) — действительное [рациональное] число, имеющее ненулевую дробную часть (т. е. не являющееся целым числом); $\rightsquigarrow$ смешанная дробь.

дробно-линейная функция (fractional-linear function) — функция от n переменных вида

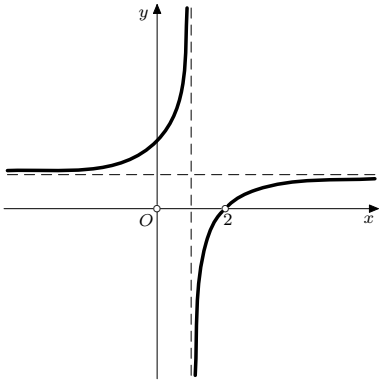
$$y = \frac{a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + b}{c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n + d},$$

где a_k, b, c_k и d — постоянные; функция от одного переменного вида

$$y = \frac{ax + b}{cx + d},$$

где $a \neq 0$, b, $c \neq 0$ и d — постоянные; график этой функции является равносторонней гиперболой с асимптотами $y = \frac{a}{c}$ и $x = -\frac{d}{c}$; на рисунке график функции

$$y = \frac{x - 2}{x - 1}.$$



дробно-линейное преобразование (fractional-linear transformation) — преобразование комплексной плоскости, осуществляемое функцией

$$w = \frac{az + b}{cz + d},$$

где $ad - bc \neq 0$; $\rightsquigarrow$ модулярная группа.

дробно-рациональная функция $\Rrightarrow$ рациональная функция.

дробный [рациональный] показатель степени (fractional exponent) $\twoheadrightarrow$ возведение в степень.

дробь (или обыкновенная дробь, или простая дробь; fraction) — рациональное число [выражение], представленное в виде отношения двух целых чисел [выражений] a и b; обозначается $\frac{a}{b}$, где a называется *числителем* и b — *знаменателем* дроби; $\rightsquigarrow$ алгебраическая [аликвотная, десятичная, неправильная, непрерывная, несократимая, правильная, простейшая, смешанная, сократимая] дробь, медианта, одноименные [сокращение, эквивалентные] дроби.

дружественные числа (или содружественные числа; amicable numbers) — пара натуральных чисел, каждое из которых равно сумме собственных делителей другого; напр., числа 220 и 284 являются дружественными, так как $220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142$ и $284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110$; $\rightsquigarrow$ совершенное число.

дуальная категория (или двойственная категория; dual category) $\twoheadrightarrow$ категория.

дуальное преобразование $\Rrightarrow$ корреляция.

дуальности принцип $\Rrightarrow$ двойственности принцип.

дуга (arc) — **1.** (или жорданова дуга) — часть кривой, заключенная между двумя ее точками (*концами* дуги) A и B; обозначается $\overset{\frown}{AB}$; **2.** (или ориентированное ребро) — упорядоченная пара вершин графа $(a, b) \in \mathcal{E}$, исходящая из вершины a и входящая в вершину b.

дупликатриса $\twoheadrightarrow$ кубическая дупликатриса.

дуэль (или игра с выбором момента времени; duel) — игра на единичном квадрате, в которой чистые стратегии игроков интерпретируются как выборы моментов действия.

E

e (или неперово число, или число e; e) — трансцендентное число, определяемое пределом

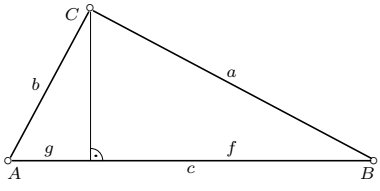
$$e \overset{\text{def}}{=} \lim_{k\to\infty}\left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = 2{,}718281828459\ldots;$$

$\rightsquigarrow$ натуральный логарифм, показательная функция.

Евклида алгоритм (Euclidean algorithm) — алгоритм нахождения наибольшего общего делителя двух натуральных чисел [полиномов] a и b: находят остаток c от деления a на b, затем остаток от деления b на c и т. д. до тех пор, пока не получится остаток, равный нулю — наибольшим общим делителем a и b является последний делитель в этом процессе.

Евклида теорема (Euclid theorem) — **1.** множество простых чисел является бесконечным; **2.** теорема евклидовой геометрии: катет прямоугольного треугольника ABC является геометрическим средним своей проекции и гипотенузы; в обозначениях рисунка

$$a^2 = fc \quad \text{и} \quad b^2 = gc\,.$$



евклидова геометрия (Euclidean geometry) — геометрия пространства, описываемого аксиоматикой, первое систематическое изложение которой дал Евклид; особое место в этой аксиоматике занимает аксиома о параллельных; $\rightsquigarrow$ абсолютная [неевклидова] геометрия, Гильберта аксиоматика.

евклидово кольцо (Euclidean ring) — область целостности, в которой каждому элементу a, отличному от нулевого элемента θ, поставлено в соответствие натуральное число $k(a)$ (*высота* элемента), причем для любых двух элементов a и $b \neq \theta$ можно найти элементы q и r так, что

$$a = bq + r\,,$$

где или $r = \theta$ или $k(r) < k(b)$; напр., кольцо полиномов от одного переменного, если высотой полинома считать его степень; $\rightsquigarrow$ деление с остатком.

евклидово поле (Euclidean field) — упорядоченное поле, в котором каждый положительный элемент является полным квадратом; напр., поле $\mathbb{R}$ действительных чисел (но не поле $\mathbb{Q}$ рациональных чисел).

евклидово пространство (Euclidean space) — **1.** трехмерное пространство, свойства которого описываются аксиоматикой евклидовой геометрии; **2.** конечномерное векторное пространство над полем действительных чисел, в котором скалярное произведение векторов $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ и $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ определено формулой

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^{n} x_k y_k\,,$$

так что расстояние между этими векторами выражается через

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} (x_k - y_k)^2}\,;$$

обозначается $\mathbb{R}^n$; также соответствующее аффинное пространство, обозначаемое в виде $\mathcal{E}_n$ или же в виде $\mathcal{E}^n$; $\rightsquigarrow$ псевдоевклидово пространство.

единица (unit) — **1.** единичный элемент множества целых чисел; также цифра 1 для обозначения этого числа; **2.** (или единичный элемент) — название нейтрального элемента в том случае, когда операция называется умножением; обозначается e, либо ε, либо 1; $\rightsquigarrow$ мультипликативная группа; **3.** $\twoheadrightarrow$ гиперкомплексное число; **4.** $\Rightarrow$ алгебраическая единица; **5.** $\Rightarrow$ делитель единицы.

единица мнимая (imaginary unit) — комплексное число i, операции с которым определены равенствами

$$1 \cdot i = i \cdot 1 = i, \quad i \cdot i = -1\,;$$

в матричной интерпретации комплексного числа

$$i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

единичная группа (или тривиальная группа; trivial group) — группа, состоящая только из нейтрального [единичного] элемента.

единичная матрица (unit matrix) — диагональная матрица, все элементы главной диагонали которой равны единице, т. е. матрица

$$E = (\delta_{ij}),$$

где δ_{ij} — символ Кронекера; ⇝ матриц кольцо.

единичная окружность (unit circle) — окружность, радиус которой равен единице.

единичная подстановка ⇛ тождественная подстановка.

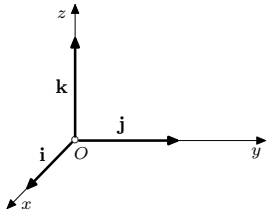
единичная сфера (unit sphere) — сфера, радиус которой равен единице.

единичное представление (unit representation) — представление группы, сопоставляющее любому элементу группы число 1.

единичное преобразование ⇛ тождественное преобразование.

единичный вектор (или орт; unit vector) — вектор, длина которого равна единице; единичным вектором направления, определенного вектором $\vec{x}$, считается

$$\vec{x}_0 \stackrel{\text{def}}{=\!=} \frac{1}{|\vec{x}|}\,\vec{x};$$



единичные векторы координатных осей обозначаются **i**, **j** и **k** или $\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{k}$.

единичный идеал (unit ideal) — идеал кольца, совпадающий с этим кольцом.

единичный квадрат (unit square) — квадрат, стороны которого являются единичными отрезками; ⇝ игра на единичном квадрате.

единичный куб (unit cube) — куб, грани которого являются единичными квадратами.

единичный оператор (или тождественный оператор; identity operator) — оператор $E : \mathcal{X} \to \mathcal{X}$, определяющий тождественное преобразование множества $\mathcal{X}$, т. е. такое преобразование, что при каждом $x \in \mathcal{X}$

$$Ex = x.$$

единичный отрезок (unit interval) ⇉ длина.

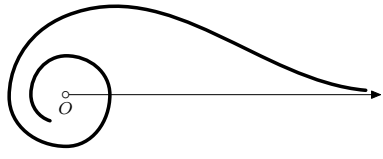
единичный элемент ⇛ единица.

единственность (uniqueness) — свойство объекта удовлетворять данным условиям, если не существует другого объекта, удовлетворяющего тем же условиям; напр., единственность решения уравнения; ⇝ точно один.

Ж

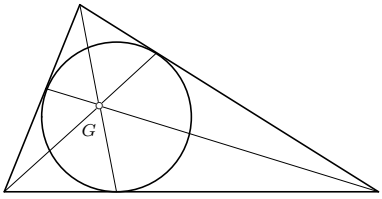
жезл (lituus) — плоская кривая, уравнение которой в полярных координатах имеет вид

$$\varrho = \frac{a}{\sqrt{\varphi}}.$$



Жергонна точка (Gergonne point) — точка пересечения прямых, соединяющих вершины треугольника с точками

касания вписанной окружности с противолежащими этим вершинам сторонами (на рисунке точка G); $\rightsquigarrow$ Нагеля точка.



Жордана кривая (или контур) $\Rrightarrow$ простая замкнутая кривая.

Жордана признак (Jordan criterion) — если функция f периода 2π имеет ограниченную вариацию на отрезке $[a, b]$, то ее тригонометрический ряд Фурье сходится в каждой точке x интервала (a, b) к

$$\frac{f(x+0)+f(x-0)}{2};$$

$\rightsquigarrow$ Дирихле теорема.

Жордана разложение (Jordan decomposition) — представление функции ограниченной вариации f в виде

$$f = g - h\,,$$

где g и h — монотонно возрастающие функции.

Жордана теорема (Jordan theorem) — плоская простая замкнутая кривая разбивает плоскость на два связных подмножества и является их общей границей; $\rightsquigarrow$ род поверхности.

жорданова дуга $\Rrightarrow$ дуга.

жорданова кривая (или линия) $\Rrightarrow$ кривая.

жорданова нормальная форма (Jordan normal form) — подобная данной квадратной матрице клеточно-диагональная матрица, в каждой клетке которой на главной диагонали элементы равны, непосредственно над ними стоят единицы и все остальные элементы равны нулю; напр.:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Жуковского преобразование (Zhukovskii mapping) — преобразование комплексной плоскости, осуществляемое функцией

$$w = z + \frac{1}{z}\,,$$

называемой *функцией Жуковского*.

Жуковского функция (Zhukovskii function) $\twoheadrightarrow$ Жуковского преобразование.

З

зависимое переменное (dependent variable) — устаревшее название функции; $\rightsquigarrow$ функциональная зависимость.

зависимость $\twoheadrightarrow$ линейная [обратно пропорциональная, пропорциональная, статистическая, функциональная] зависимость.

задача (problem) — ситуация, в которой требуется найти *решение* задачи, т. е. объект с некоторыми заданными свойствами, ответ на некоторый вопрос и т. п.; $\rightsquigarrow$ дискретная [корректная, Коши, краевая, линейная, нелинейная, смешанная, экстремальная] задача, проблема.

задача линейного [математического, нелинейного] программирования $\Rrightarrow$ линейного [математического, нелинейного] программирования задача.

задача на построение (construction problem) — геометрическая задача, которую следует решить при помощи заданных средств (напр., циркуля и линейки); классическими задачами на построение являются: Аполлония задача,

деление круга, квадратура круга, трисекция угла, удвоение куба; ⇝ геометрические построения, гиппократовы луночки.

задача на условный экстремум (conditional extremum problem) ↠ условный максимум [минимум, экстремум].

задача о назначениях (assignment problem) — задача о таком распределении n работ между n лицами, чтобы каждый занимался одной работой и суммарная трата времени оказалась минимальной (предполагается, что при всех k и j задано время c_{kj}, затрачиваемое лицом k на работу j).

задача о рюкзаке (или задача о ранце; knapsack problem) — задача дискретного программирования в виде: найти такие натуральные числа $x_1, x_2, \dots, x_n$, удовлетворяющие ограничению

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \leqslant b\,,$$

при которых целевая функция

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

принимает максимальное значение (предполагается, что постоянные a_k, c_k и b неотрицательны); в *обобщенной задаче о рюкзаке* ограничений приведенного вида может быть больше одного.

задача о собственных значениях (eigenvalue problem) — найти собственные значения данного оператора и соответствующие собственные элементы.

заказ (call) ↠ массового обслуживания система.

заключение (conclusion) — **1.** ↠ вывода правило; **2.** ↠ теорема; **3.** (или консеквент) ↠ импликация.

закон ассоциативности [дистрибутивности, коммутативности] (associative [distributive, commutative] law) — устаревшее название для ассоциативности [дистрибутивности, коммутативности].

законы де Моргана (de Morgan laws) — **1.** дополнение объединения множеств равно пересечению дополнений этих множеств, т. е.

$$\Big(\bigcup_k \mathcal{M}_k\Big)^C = \bigcap_k \mathcal{M}_k^C;$$

дополнение пересечения множеств равно объединению дополнений этих множеств, т. е.

$$\Big(\bigcap_k \mathcal{M}_k\Big)^C = \bigcup_k \mathcal{M}_k^C;$$

2. отрицание конъюнкции равносильно дизъюнкции отрицаний, т. е.

$$\neg\big(A \,\&\, B\big) \equiv \neg A \vee \neg B\,;$$

отрицание дизъюнкции равносильно конъюнкции отрицаний, т. е.

$$\neg\big(A \vee B\big) \equiv \neg A \,\&\, \neg B\,.$$

замена переменного (или подстановка; change of variable) — способ, используемый при решении уравнений, а также при вычислении пределов функций или интегралов; напр., *интегрирование подстановкой* $x = g(y)$ основывается на формуле

$$\int f(x)\,dx = \int f\big(g(y)\big)g'(y)\,dy;$$

⇝ Чирнгаузена преобразование.

замкнутая кривая [поверхность] (closed curve [surface]) — компактное одномерное [двумерное] многообразие с пустой границей; ⇝ простая замкнутая кривая, род поверхности.

замкнутая ломаная линия (closed broken line) ↠ ломаная линия.

замкнутая область (closed domain) ↠ область.

замкнутая система (closed system) — система элементов $\{\mathbf{x}_k\}$ нормированного пространства $\mathcal{X}$, такая, что любой элемент $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ можно сколь угодно точно приблизить конечной линейной комбинацией элементов $\mathbf{x}_k$, т. е. для всякого

$\varepsilon > 0$ найдутся такие скаляры $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ $\ldots, \lambda_n$, что имеет место неравенство

$$\Big\| \mathbf{x} - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \mathbf{x}_k \Big\| < \varepsilon\,;$$

$\rightsquigarrow$ Вейерштрасса теорема.

замкнутая формула (или предложение; closed formula) — формула, не содержащая свободных переменных.

замкнутое множество (closed set) — **1.** множество топологического пространства, являющееся дополнением открытого множества; содержит все свои предельные точки; $\rightsquigarrow$ каноническое замкнутое множество; **2.** (*множество, замкнутое относительно операции*) — множество, для которого заданная алгебраическая операция над любыми элементами этого множества дает результат из того же множества; **3.** $\twoheadrightarrow$ алгебраически замкнутое поле.

замкнутое отображение (closed mapping) — отображение одного топологического пространства на другое, при котором образ всякого замкнутого множества является замкнутым множеством (или малый образ всякого открытого множества является открытым множеством); $\rightsquigarrow$ открытое отображение.

замкнутый маршрут (closed edge-sequence) — маршрут в графе, соединяющий некоторую вершину с ней же; $\rightsquigarrow$ цикл.

замкнутый оператор (closed operator) — **1.** оператор, определяющий замкнутое отображение; $\rightsquigarrow$ открытый оператор; **2.** оператор P, при любой последовательности $\{x_k\}$ элементов области определения которого из существования пределов

$$\lim_{k\to\infty} x_k = x \quad \text{и} \quad \lim_{k\to\infty} P(x_k) = y$$

следует принадлежность элемента x области определения этого оператора, причем $P(x) = y$.

замкнутый путь (или петля; loop) — путь, начало и конец которого совпадают; $\rightsquigarrow$ нулевой путь, фундаментальная группа.

замкнутый шар (closed ball) $\twoheadrightarrow$ шар.

замыкание (closure) — **1.** (*замыкание множества*) — пересечение всех замкнутых множеств, содержащих данное множество $\mathcal{M}$ топологического пространства; множество всех точек прикосновения данного множества $\mathcal{M}$; обозначается $\overline{\mathcal{M}}$ или $[\mathcal{M}]$, или $\operatorname{cl}\mathcal{M}$; $\rightsquigarrow$ линейное замыкание, производное множество; **2.** $\twoheadrightarrow$ транзитивное замыкание; **3.** (*операция замыкания*) — унарная операция в частично упорядоченном множестве $\mathcal{M}$, ставящая каждому элементу $x \in \mathcal{M}$ в соответствие его *замыкание* $\overline{x} \in \mathcal{M}$ так, что при всех x, y

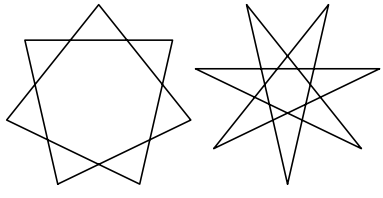
$$x \leqslant \overline{x}, \quad \overline{\overline{x}} = \overline{x}, \quad \text{а если } x \leqslant y, \quad \text{то } \overline{x} \leqslant \overline{y}\,.$$

заострения точка $\Rrightarrow$ возврата точка.

запас (store) $\twoheadrightarrow$ управление запасами.

запятая (comma) $\twoheadrightarrow$ позиционная система счисления.

звездчатый многоугольник (или звездчато-правильный многоугольник; regular star polygon) — самопересекающийся многоугольник, все стороны и все углы которого конгруэнтны (на рисунке два варианта звездчатого семиугольника, или гептаграммы).



звено — **1.** (или неполное частное; partial quotient) $\twoheadrightarrow$ непрерывная дробь; **2.** (или сторона; link) $\twoheadrightarrow$ ломаная линия.

знак интеграла (integral sign) — используемая для обозначения разных интегралов стилизованная буква S в виде

$$\int.$$

знак корня $\Rrightarrow$ радикал.

знак неравенства (inequality sign) — знак $\lessgtr$, означающий один из символов $<$, $\leqslant$, $\geqslant$ или $>$.

знак операции (operator) $\twoheadrightarrow$ бинарная операция.

знак произведения (multiplication sign) — буква Π (пи) греческого алфавита, при помощи которой сокращенно обозначается произведение однотипных величин; напр.:

$$\prod_{k=m}^{n} a_k \stackrel{\text{def}}{=} a_m \cdot a_{m+1} \cdots a_n;$$

$\rightsquigarrow$ бесконечное произведение.

знак равенства (equality sign) — символ $=$, используемый для обозначения равенства [равенства объектов].

знак суммы (summation sign) — буква Σ (сигма) греческого алфавита, при помощи которой сокращенно обозначается сумма однотипных величин; напр.:

$$\sum_{k=m}^{n} a_k \stackrel{\text{def}}{=} a_m + a_{m+1} + \cdots + a_n\,,$$

где a_k — *общий член* суммы, k — *индекс суммирования*, а m и n — *пределы суммирования*; по типографским причинам такая сумма иногда печатается в виде

$$\sum\nolimits_{k=m}^{k=n} a_k;$$

если пределы суммирования известны из контекста, то пишут

$$\sum_{k} a_k;$$

используется также обозначение

$$\sum_{k\in\mathcal{A}} a_k\,,$$

где $\mathcal{A}$ — область изменения индекса суммирования; $\rightsquigarrow$ двойная сумма, ряд, Эйнштейна правило суммирования.

знаки математические (mathematical symbols) — символы, предназначенные для обозначения математических понятий, напр., объектов (∞, e, $\varnothing$, x), операций ($+$, $-$, $\&$, $\neg$), отношений ($>$, $\neq$, $\in$) и т. п.

знакопеременная группа (alternating group) — подгруппа симметрической группы, состоящая из всех четных подстановок.

знакочередующийся ряд (или знакопеременный ряд; alternating series) — числовой ряд, члены которого попеременно положительны и отрицательны; напр., ряд Лейбница

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots;$$

$\rightsquigarrow$ Лейбница признак.

знаменатель — **1.** (denominator) $\twoheadrightarrow$ дробь; **2.** (common ratio) $\twoheadrightarrow$ геометрическая последовательность.

значащие цифры (significant digits) — цифры числа, записанного в позиционной системе счисления, начиная с первой ненулевой цифры и кончая последней верной цифрой.

значение (value) — **1.** конкретный элемент области изменения, который в рассматриваемых рассуждениях заменяет данное переменное; $\rightsquigarrow$ допустимое значение; **2.** $\twoheadrightarrow$ оператор; **3.** (или результат) $\twoheadrightarrow$ операция; **4.** $\twoheadrightarrow$ сходящееся произведение; **5.** $\twoheadrightarrow$ истинностное значение; **6.** $\twoheadrightarrow$ асимптотическое значение; **7.** $\twoheadrightarrow$ собственное значение.

значимости уровень (significance level) — максимальная допустимая вероятность, которую не может превысить вероятность ошибочного принятия проверяемой гипотезы.

значность (или валентность; valency) $\twoheadrightarrow$ истинностное значение.

золотое сечение (или гармоническое деление, или деление в крайнем и среднем отношении; golden section) — такое деление отрезка a на части b и $a-b$, что

бóльшая часть b является геометрическим средним всего отрезка a и меньшей части $a-b$, т. е.

$$a : b = b : (a - b);$$

из этого равенства следует, что

$$b = \frac{a}{2}\left(\sqrt{5} - 1\right) \approx 0{,}618\, a.$$

зона (или шаровой пояс; zone of a sphere) $\twoheadrightarrow$ шаровой слой.

И

игр теория (game theory) — раздел математики, изучающий методы принятия оптимальных решений в конфликтных ситуациях.

игра (game) — математическая модель конфликтной ситуации, в которой определены участники конфликта (*игроки*), их возможные действия, получаемая ими информация, условия окончания игры и правила измерения заинтересованности каждого игрока; $\rightsquigarrow$ антагонистическая [дифференциальная, конечная, кооперативная, матричная, позиционная, приведенная, симметрическая, трансферабельная] игра, выигрыша функция, дуэль, стратегия.

игра в нормальной форме (или нормальная форма игры; game in normal form) — игра, заданная множествами стратегий $X_1, X_2, \ldots, X_n$ игроков $1, 2, \ldots, n$ и определенной на прямом произведении этих множеств функцией выигрыша f; $\rightsquigarrow$ позиционная игра.

игра двух лиц (two-person game) — игра, в которой участвуют два игрока; $\rightsquigarrow$ антагонистическая [матричная] игра.

игра на графе (game on a graph) — обобщение позиционной игры на случай, когда граф позиций произволен.

игра на единичном квадрате (game on the unit square) — антагонистическая игра, в которой множеством чистых стратегий игроков является отрезок $[0, 1]$; $\rightsquigarrow$ дуэль.

игра нескольких лиц (n-person game) — игра, в которой участвуют более двух игроков; $\rightsquigarrow$ коалиция, кооперативная игра, характеристическая функция.

игра с выбором момента времени $\Rightarrow$ дуэль.

игра с ненулевой суммой (non-zero-sum game) — игра, значение функции выигрыша $(f_1, f_2, \ldots, f_n)$ которой по крайней мере в одной конечной позиции [точке прямого произведения множеств стратегий] удовлетворяет условию

$$f_1 + f_2 + \cdots + f_n \neq 0\,.$$

игра с нулевой суммой (zero-sum game) — игра, значение функции выигрыша $(f_1, f_2, \ldots, f_n)$ которой в каждой конечной позиции [точке прямого произведения множеств стратегий] удовлетворяет условию

$$f_1 + f_2 + \cdots + f_n = 0\,.$$

игра с полной информацией (game with perfect information) — игра, в которой каждый игрок в любой момент полностью знает возникшую ситуацию; позиционная игра, в которой каждое информационное множество состоит точно из одной позиции.

игрок (player) $\twoheadrightarrow$ игра.

идеал (ideal) — подкольцо [подполугруппа] $\mathcal{I}$ кольца [полугруппы] $\mathcal{R}$, замкнутое относительно умножения на произвольные элементы из $\mathcal{R}$: $\mathcal{I} \subset \mathcal{R}$ называется *левым идеалом*, если при любых $x \in \mathcal{R}$ и $y \in \mathcal{I}$ имеет место $xy \in \mathcal{I}$, *правым идеалом*, если $yx \in \mathcal{I}$, и *двусторонним идеалом*, или просто *идеалом*, если как $xy \in \mathcal{I}$, так и $yx \in \mathcal{I}$; $\rightsquigarrow$ главный [единичный] идеал, нуль-идеал, простое кольцо, смежный класс.

идеальная точка (или несобственная точка) $\Rightarrow$ бесконечно удаленная точка.

идеальный ряд (ideal series) — кортеж подполугрупп $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \ldots, \mathcal{P}_n$ полугруппы $\mathcal{P}$, где

$$\mathcal{P}_1 \subset \mathcal{P}_2 \subset \cdots \subset \mathcal{P}_n = \mathcal{P}\,,$$

а $\mathcal{P}_k$ при любом $k = 1, 2, \ldots, n-1$ является идеалом в $\mathcal{P}_{k+1}$.

идемпотент (или идемпотентный элемент; idempotent) — элемент x, для которого при рассматриваемой бинарной алгебраической операции $*$ выполняется равенство

$$x * x = x;$$

единственным идемпотентом группы является ее нейтральный элемент; $\rightsquigarrow$ булево кольцо.

идентификатор (identifier) — название, используемое для идентификации конкретного объекта; обычно слово из букв и цифр, начинающееся с буквы; $\rightsquigarrow$ метка.

идентичность $\Rightarrow$ равенство.

Иенсена неравенство (Jensen inequality) — **1.** для выпуклой в области $\mathcal{D}$ функции f имеет место неравенство

$$f\Big(\sum_{k=1}^{n} \lambda_k x_k\Big) \leqslant \sum_{k=1}^{n} \lambda_k f(x_k)$$

при любых $x_k \in \mathcal{D}$, $\lambda_k \geqslant 0$ и

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n = 1;$$

2. для выпуклой в области $\mathcal{D}$ функции f имеет место интегральное неравенство

$$f\Big(\int\limits_{\mathcal{D}} \lambda(t) x(t)\, dt\Big) \leqslant \int\limits_{\mathcal{D}} \lambda(t) f\big(x(t)\big)\, dt\,,$$

если $\lambda(t) \geqslant 0$ и

$$\int\limits_{\mathcal{D}} \lambda(t)\, dt = 1.$$

избыток (excess) $\twoheadrightarrow$ округление, приближенное значение.

избыток треугольника (или сферический избыток, или эксцесс; excess of a triangle) — разность между суммой углов сферического треугольника и двумя прямыми углами; избыток треугольника пропорционален его площади; $\rightsquigarrow$ дефект треугольника.

избыточное число (abundant number) — натуральное число, которое меньше суммы своих собственных делителей; напр., избыточным является число 18, так как $18 < 1 + 2 + 3 + 6 + 9$; $\rightsquigarrow$ недостаточное [совершенное] число.

извлечение корня (taking the root) — одна из операций, обратных операции возведения в степень: нахождение основания степени по данной степени и показателю степени; $\rightsquigarrow$ иррациональность, логарифмирование.

изгибание (bending) — переход от одной поверхности к другой в однопараметрическом семействе изометричных поверхностей; $\rightsquigarrow$ внутренняя геометрия, развертка.

излома точка (или угловая точка; corner point) — особая точка плоской кривой, в которой две ее ветви имеют разные полукасательные; $\rightsquigarrow$ возврата точка.

измерение (measurement) $\twoheadrightarrow$ параллелепипед.

измеримая функция (measurable function) — функция f действительного переменного, для которой множество

$$\big\{\, x : f(x) > a \,\big\}$$

измеримо при любом фиксированном a.

измеримое множество (measurable set) — множество, входящее в сигма-алгебру, на которой определена рассматриваемая мера; $\rightsquigarrow$ эргодическое преобразование.

измеримость (measurability) — свойство множества [функции] быть измеримым [измеримой]; $\rightsquigarrow$ квадрируемость.

изобарный полином (isobaric polynomial) — полином от n переменных, в каждом члене

$$a x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_n^{k_n}$$

которого сумма

$$k_1 + 2k_2 + \cdots + nk_n$$

(*вес* этого члена) имеет одинаковое значение; $\rightsquigarrow$ цикловой индикатор.

изогон (isogon) — выпуклый многогранник, все многогранные углы которого конгруэнтны, причем группа поворотов изогона вокруг центра тяжести переводит любую его вершину в любую другую его вершину; ⇝ изоэдр, равноугольный многоугольник.

изогональная траектория (isogonal trajectory) — кривая, пересекающая кривые заданного однопараметрического семейства под одним и тем же углом; ⇝ локсодрома, ортогональная траектория.

изогональное отображение ⇛ конформное отображение.

изоклина (isocline) — кривая, в каждой точке которой наклон поля направлений один и тот же.

изолированная вершина (isolated vertex) — вершина графа, степень которой равна нулю; ⇝ пустой граф.

изолированная особая точка (isolated singular point) — особая точка, в некоторой окрестности которой нет других особых точек; изолированная особая точка функции комплексного переменного является или устранимой особой точкой, или полюсом, или существенно особой точкой; ⇝ ветвления точка, вычет.

изолированная точка (isolated point) — точка множества топологического пространства, в некоторой окрестности которой нет других точек этого множества; ⇝ дискретное множество.

изометрический оператор (isometric operator) — оператор, определяющий изометрическое отображение, т. е. такой оператор $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ из одного метрического пространства в другое, который при любых $x, x' \in \mathcal{X}$ удовлетворяет условию

$$d(x, x') = d\big(P(x),\, P(x')\big)\,,$$

где буквой d обозначаются расстояния в соответствующих пространствах.

изометрическое отображение (isometric mapping) — отображение метрического пространства в другое метрическое пространство, сохраняющее расстояние между любыми двумя точками; ⇝ изометрия.

изометрическое преобразование (или перемещение) ⇛ изометрия.

изометричные поверхности (isometric surfaces) — поверхности, между которыми можно установить биекцию так, что каждая спрямляемая кривая одной из поверхностей имеет своим образом спрямляемую кривую той же длины на другой поверхности; поверхности, одна из которых является образом другой при некоторой изометрии; ⇝ изгибание.

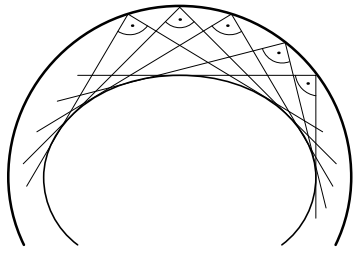
изометрия (или изометрическое преобразование, или перемещение; isometry) — биективное изометрическое отображение метрического пространства на себя; ⇝ винтовое движение, движение, отражение, симметрия.

изоморфизм (isomorphism) — биекция одной системы на другую систему такого же типа, сохраняющая структуру этих систем, т. е. операции, упорядоченность, топологию и т. п.; ⇝ автоморфизм, гомеоморфизм, гомоморфизм.

изоморфизма проблема (isomorphism problem) — задача отыскания алгоритма, позволяющего по любой паре алгебраических систем из данного класса установить, изоморфны они или нет.

изоморфные системы (isomorphic systems) — системы, между которыми можно указать изоморфизм.

изооптическая кривая (iso-optic curve) — плоская кривая, описываемая вершиной данного угла, который перемещается



в плоскости так, что его стороны при любом положении угла касаются заданной кривой; если данный угол прямой, то кривая называется *ортооптической* (на рисунке ортооптическая кривая эллипса — окружность).

изопериметрическая задача (isoperimetric problem) — задача в виде: среди кривых с заданной длиной найти кривую, на которой заданный функционал принимает минимальное [максимальное] значение.

изопериметрическое неравенство (isoperimetric inequality) — неравенство между площадью S и периметром $2p$ плоской фигуры:

$$S \leqslant \frac{p^2}{\pi};$$

равенство достигается здесь только в случае круга.

изотонное отображение (или монотонное отображение; isotone mapping) — отображение частично упорядоченного множества в частично упорядоченное множество, сохраняющее порядок, т. е. из $x \leqslant y$ следует $x' \leqslant y'$, где x', y' — образы элементов x, y; $\rightsquigarrow$ антитонное отображение.

изотропии группа (isotropy group) — такая подгруппа данной группы преобразований некоторого множества, элементы которой оставляют неподвижной рассматриваемую точку этого множества.

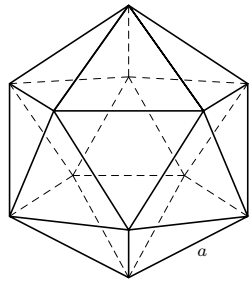
изотропная кривая $\Rrightarrow$ минимальная кривая.

изоэдр (isohedron) — выпуклый многогранник, все грани которого конгруэнтны, причем группа поворотов изоэдра вокруг центра тяжести переводит любую его грань в любую другую его грань; $\rightsquigarrow$ изогон.

икосаэдр (или двадцатигранник; icosahedron) — многогранник с двадцатью гранями; грани правильного икосаэдра (на рисунке) являются равносторонними треугольниками; правильный икосаэдр имеет 30 ребер и 12 вершин, его объем

$$V = \frac{5a^3}{12}\left(3 + \sqrt{5}\right),$$

где a — длина ребра.



именованное число (concrete number) — число вместе с наименованием единицы измерения рассматриваемых величин; напр., 1,7 см, 5 человек, 3 %; $\rightsquigarrow$ отвлеченное число.

импликация (implication) — бинарная логическая операция: импликация $A \rightarrow B$, или $A \supset B$, или $A \Rightarrow B$ высказываний A (*посылки*, или *антецедента*) и B (*заключения*, или *консеквента*) ложна тогда и только тогда, когда посылка A истинна, а заключение B ложно; $\rightsquigarrow$ теорема.

инвариант (*инвариант относительно преобразований*; invariant) — свойство, напр., значение величины, вид выражения и т. п., не меняющееся при рассматриваемых преобразованиях; $\rightsquigarrow$ дифференциальный [топологический] инвариант.

инвариантная подгруппа (или нормальная подгруппа) $\Rrightarrow$ нормальный делитель.

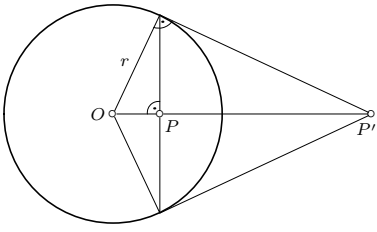
инвариантный элемент $\Rrightarrow$ неподвижная точка.

инверсия — **1.** (или беспорядок; displacement) — перестановка, в которой ни один элемент не занимает своей первоначальной позиции; $\rightsquigarrow$ субфакториал;

2. (inversion) — преобразование плоскости [пространства], переводящее каждую точку P в такую точку P', лежащую на луче OP, что

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OP'} = c\,,$$

где O — фиксированная точка (*центр*, или *полюс инверсии*) и $c \neq 0$ — постоянная (*коэффициент*, или *степень инверсии*); $\rightsquigarrow$ отражение.



инверсия отношения $\Rrightarrow$ обратное отношение.

инверсия соответствия (inversion of a correspondence) — соответствие или частичное соответствие между множествами $\mathcal{Y}$ и $\mathcal{X}$, определенное данным соответствием между множествами $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$: элемент $x \in \mathcal{X}$ соответствует элементу $y \in \mathcal{Y}$ тогда и только тогда, когда в исходном соответствии элемент y соответствует элементу x; $\rightsquigarrow$ обратное соответствие.

инволюта $\Rrightarrow$ эвольвента.

инволюция (involution) — **1.** преобразование, совпадающее со своим обратным преобразованием; **2.** преобразование алгебры $\mathcal{A}$ (над полем $\mathbb{C}$ комплексных чисел), удовлетворяющее при всех $x, y \in \mathcal{A}$ и $\lambda \in \mathbb{C}$ условиям

$$(x^*)^* = x^*\,, \quad (x+y)^* = x^* + y^*\,,$$
$$(\lambda x)^* = \overline{\lambda} x^*, \quad (xy)^* = y^* x^*\,,$$

где x^* и y^* — образы элементов x и y, а $\overline{\lambda}$ обозначает комплексно сопряженное число к λ; $\rightsquigarrow$ C^*-алгебра.

индекс (index) — **1.** добавляемое к символу объекта численный или буквенный указатель для различения вариантов этого объекта; $\rightsquigarrow$ верхний [ковариантный, контравариантный, нижний] индекс; **2.** (*индекс числа a по модулю m*) — натуральное число n, определенное сравнением

$$a \equiv g^n \pmod{m}\,,$$

где a и m взаимно просты, а g — фиксированный первообразный корень по модулю m; обозначается $n = \operatorname{ind}_g a$; **3.** $\twoheadrightarrow$ композиционный индекс.

индекс столбца [строки] (column [row] index) — второй [первый] индекс j [i] элемента a_{ij} матрицы.

индекс суммирования (summation index) $\twoheadrightarrow$ знак суммы.

индивидное переменное $\Rrightarrow$ предметное переменное.

индикатор множества (или характеристическая функция; characteristic function) — функционал, принимающий в точках рассматриваемого множества значение 1, а вне этого множества — значение 0; $\rightsquigarrow$ Урысона лемма.

индикатриса — **1.** (indicatrix) — кривая [поверхность], характеризующая изменение некоторой величины, зависящей от направления; **2.** $\twoheadrightarrow$ Банаха индикатриса.

индуктивное доказательство (proof by induction) — доказательство теоремы при помощи математической [трансфинитной] индукции.

индуктивное определение (inductive definition) — способ определения множества, при котором задаются некоторые элементы определяемого множества и некоторые правила, позволяющие из имеющихся получать другие элементы этого множества; в частном случае определение понятия $P(n)$, зависящего от натурального параметра n, протекает по следующей схеме: задаются $P(0)$ и правило получения $P(n+1)$ от n и $P(n)$; напр., факториал $n!$ определяется так:

$$0! \stackrel{\text{def}}{=} 1\,, \quad (n+1)! \stackrel{\text{def}}{=} (n+1) \cdot n!\,;$$

$\rightsquigarrow$ исчисление.

индукции аксиома (или принцип математической индукции; induction axiom) $\twoheadrightarrow$ математическая индукция, Пеано аксиомы.

индукционный шаг (induction step) $\twoheadrightarrow$ математическая индукция.

индукция — **1.** $\twoheadrightarrow$ математическая [неполная, трансфинитная] индукция; **2.** (induction) — умозаключение, в котором на основании частных случаев выводятся общие суждения; $\rightsquigarrow$ дедукция.

инерции закон (или Сильвестра теорема, *закон инерции квадратичных форм*; law of inertia) — число положительных [отрицательных] коэффициентов в каноническом виде квадратичной формы не зависит от линейного преобразования, приводящего квадратичную форму к каноническому виду; $\rightsquigarrow$ сигнатура.

интеграл — **1.** $\twoheadrightarrow$ Лебега [неопределенный, определенный, Римана, Стильтьеса] интеграл; **2.** (integral) — решение дифференциального уравнения; **3.** $\twoheadrightarrow$ криволинейный [поверхностный] интеграл; **4.** $\twoheadrightarrow$ двойной [кратный, повторный, тройной] интеграл; **5.** $\twoheadrightarrow$ несобственный интеграл; **6.** $\twoheadrightarrow$ абелев [Валле Пуссена сингулярный, гиперэллиптический, Коши типа, Фурье, эллиптический] интеграл; **7.** $\twoheadrightarrow$ общий [первый, промежуточный, частный] интеграл.

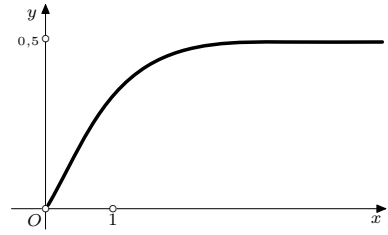
интеграл вероятности — **1.** (или интеграл ошибок; probability integral) — специальная функция

$$\operatorname{erf}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^x e^{-t^2}\, dt\,;$$

2. (или Лапласа функция; Laplace function) — специальная функция

$$\Phi_0(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^x e^{-t^2/2}\, dt\,,$$

выражающая вероятность $\mathsf{P}(0 < X < x)$, где случайная величина X имеет стандартное нормальное распределение.



интегральная кривая (integral curve) — **1.** такая кривая в поле направлений, в каждой точке которой направление касательной совпадает с направлением поля в этой точке; **2.** график функции, являющейся решением обыкновенного дифференциального уравнения; **3.** график системы функций, являющейся решением нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

интегральная показательная функция (integral exponential function) — специальная функция, определяемая для $x < 0$ в виде

$$\operatorname{Ei}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \int\limits_{-\infty}^x \frac{e^t}{t}\, dt\,.$$

интегральная сумма (integral sum) — сумма, через предел от которой определяется интеграл; $\rightsquigarrow$ двойной [Лебега, Римана, Стильтьеса, тройной] интеграл, криволинейные [поверхностные] интегралы второго рода, криволинейный [поверхностный] интеграл первого рода.

интегральное исчисление (integral calculus) — раздел математического анализа, изучающий свойства, методы вычисления и приложения интегралов.

интегральное представление (integral representation) — представление аналитической функции в виде интеграла, зависящего от параметра; $\rightsquigarrow$ Коши типа интеграл.

интегральное преобразование (integral transform) — преобразование, ставящее функции f в соответствие функцию

$$g(x) = \int\limits_{\mathcal{C}} K(x,t) f(t)\, dt\,,$$

где K — заданная функция и $\mathcal{C}$ — контур в комплексной плоскости; $\rightsquigarrow$ Гильберта [Лапласа, Фурье] преобразование.

интегральное среднее (mean value of a function) — среднее значение функции в рассматриваемой области: определенный интеграл от функции по этой области, деленный на меру области; напр., интегральное среднее функции f на отрезке $[\,a,\,b\,]$ определено выражением

$$\frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\, dx\,.$$

интегральное уравнение (integral equation) — уравнение, содержащее искомую функцию под знаком интеграла; $\rightsquigarrow$ Абеля [линейное] интегральное уравнение, Винера – Хопфа [Вольтерра, интегро-дифференциальное, Фредгольма] уравнение, механических квадратур [кубатур] метод.

интегральный гиперболический косинус (integral hyperbolic cosine) — специальная функция, определяемая через интегральный косинус Ci в виде

$$\operatorname{Chi}(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} i\frac{\pi}{2} + \operatorname{Ci}(ix)\,;$$

обозначается также $\operatorname{chi}(x)$.

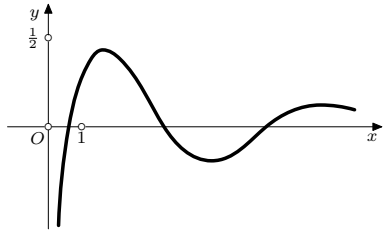
интегральный гиперболический синус (integral hyperbolic sine) — специальная функция, определяемая через интегральный синус Si в виде

$$\operatorname{Shi}(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} i\operatorname{Si}(ix) = \int\limits_0^x \frac{\operatorname{sh} t}{t}\, dt\,;$$

обозначается также $\operatorname{shi}(x)$.

интегральный косинус (integral cosine) — специальная функция, определяемая для $x > 0$ в виде

$$\operatorname{Ci}(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} -\int\limits_x^\infty \frac{\cos t}{t}\, dt\,.$$



интегральный логарифм (integral logarithm) — специальная функция, определяемая для $x \neq 0$ в виде

$$\operatorname{li}(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \int\limits_0^x \frac{dt}{\ln t}\,;$$

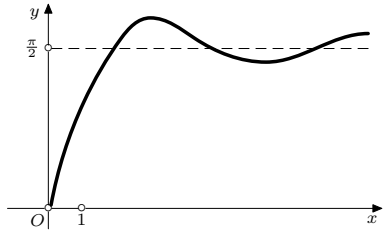
обозначается также $\operatorname{Li}(x)$.

интегральный оператор (integral operator) — оператор, заданный с помощью интеграла; напр.:

$$P\big(x(s)\big) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \int\limits_{\mathcal{D}} K\big(s,\,t,\,x(t)\big)\, dt\,.$$

интегральный синус (integral sine) — специальная функция, определяемая для $x > 0$ в виде

$$\operatorname{Si}(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \int\limits_0^x \frac{\sin t}{t}\, dt\,.$$



интегранд (или подынтегральная функция; integrand) $\twoheadrightarrow$ кратный [неопределенный, определенный] интеграл.

интегрирование (integration) — **1.** операция отыскания определенного [неопределенного] интеграла; **2.** решение дифференциального уравнения.

интегрирование по частям (integration by parts) — **1.** способ вычисления неопределенного интеграла, основанный на соотношении

$$\int f(x)\,dg(x) = f(x)g(x) - \int g(x)\,df(x)\,;$$

2. способ вычисления определенного интеграла, основанный на соотношении

$$\int_a^b f(x)\,dg(x) = f(x)g(x)\Big|_a^b - \int_a^b g(x)\,df(x)\,.$$

интегрирование подстановкой (integration by substitution) $\twoheadrightarrow$ замена переменного.

интегрирование численное (numerical integration) — нахождение приближенного значения определенного [кратного] интеграла при помощи квадратурной [кубатурной] формулы.

интегрируемая с квадратом функция (square-integrable function) — функция действительного переменного, квадрат которой интегрируем на рассматриваемом отрезке $[a, b]$; множество всех таких (в общем случае комплекснозначных) функций обозначается символом $\mathcal{L}^2$, или $\mathcal{L}^2[a, b]$; это множество превращается в гильбертово [унитарное] пространство, если определить скалярное произведение как интеграл

$$(x,\ y) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \int_a^b x(t)\,\overline{y(t)}\,dt\,;$$

$\rightsquigarrow$ Бесселя [Буняковского] неравенство, Лузина [Парсеваля] теорема, пространство функций с интегрируемой p-й степенью, средняя сходимость.

интегрируемая функция (или суммируемая функция; summable function) — **1.** функция f действительного переменного, для которой на отрезке $[a, b]$ существует интеграл Лебега

$$\int_a^b f(x)\,dx\,;$$

множество всех таких функций обозначается символом $\mathcal{L}$, или $\mathcal{L}[a, b]$; $\rightsquigarrow$ абсолютно [локально] интегрируемая функция, интегрируемых функций пространство; **2.** функция от нескольких переменных, для которой в рассматриваемой области существует соответствующий интеграл Лебега.

интегрируемость (integrability) — **1.** свойство дифференциального уравнения допускать выражение общего решения через элементарные функции и неопределенные интегралы от них; **2.** свойство функции быть интегрируемой.

интегрируемых функций пространство (summable functions space) — нормированное пространство $\mathcal{L}[a, b]$ интегрируемых на отрезке $[a, b]$ функций f действительного переменного, где норма определена как интеграл

$$\|\,f\,\| \stackrel{\text{def}}{=\!=} \int_a^b |\,f(x)\,|\,dx\,;$$

$\rightsquigarrow$ пространство функций с интегрируемой p-й степенью.

интегрирущий множитель (или Эйлера мультипликатор; integrating factor) — функция, после умножения на которую пфаффова форма

$$f(x, y)\,dx + g(x, y)\,dy$$

обращается в полный дифференциал некоторой функции от двух переменных.

интегро-дифференциальное уравнение (integro-differential equation) — уравнение, содержащее искомую функцию под знаками дифференциальных и интегральных операций.

интервал (или промежуток; interval) — **1.** множество точек прямой, заключенных между двумя фиксированными точками, причем сами эти точки не причисляются к множеству; ⇝ отрезок; **2.** (или числовой интервал) — множество действительных чисел, состоящее из чисел x, удовлетворяющих неравенствам $a < x < b$, где a и b — фиксированные числа; обозначается (a, b), или иногда $]a, b[$; ⇝ бесконечный интервал, отрезок, полуинтервал; **3.** подмножество всех таких элементов x данного частично упорядоченного множества, которые удовлетворяют неравенствам $a \leqslant x \leqslant b$, где a и b — фиксированные элементы; обозначается $[a, b]$.

интервал сходимости (convergence interval) — числовой интервал $(a - R, a + R)$, в каждой точке которого рассматриваемый степенной ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - a)^k$$

действительного переменного x сходится, а в точках вне отрезка $[a - R, a + R]$ — расходится; величина R называется *радиусом сходимости* этого степенного ряда; ⇝ Коши – Адамара формула, круг сходимости.

интервальная оценка ⇛ доверительный интервал.

интервальный анализ (interval analysis) — методика учета арифметической погрешности при проведении расчетов на вычислительных машинах.

интерполирование (или интерполяция; interpolation) — **1.** исследование поведения функции между такими точками, в которых значения этой функции (или ее производной) известны; ⇝ экстраполирование; **2.** построение функции определенного класса, принимающей в заданных точках (*узлах*, или *полюсах интерполяции*) заданные значения; **3.** аппроксимация функции при помощи подходящей интерполяционной формулы.

интерполяции узел [полюс] (interpolation node) ↠ интерполирование.

интерполяционная формула (interpolation formula) — формула построения полинома $y = p(x)$, принимающего в заданных $(n + 1)$ точках $x_0, x_1, \ldots, x_n$ заданные значения $y_0, y_1, \ldots, y_n$; ⇝ Гаусса [Лагранжа, Ньютона, Эрмита] интерполяционная формула, линейное интерполирование.

интерполяция ⇛ интерполирование.

интерпретация (interpretation) — **1.** (или истолкование) — задание конкретного значения [смысла] элемента формальной аксиоматической системы; **2.** (или модель) — комплект конкретных значений, придаваемых элементам формальной аксиоматической системы; ⇝ Бельтрами [Бельтрами – Клейна, Пуанкаре] интерпретация.

интранзитивность (intransitivity) — свойство бинарного отношения: отношение $\mathcal{R}$ интранзитивно, если не найдется таких трех элементов x, y, z, чтобы было $x\mathcal{R}y$, $y\mathcal{R}z$ и $x\mathcal{R}z$; напр., интранзитивным окажется отношение «элемент x непосредственно следует элементу y»; ⇝ нетранзитивность, транзитивность.

инфимум (или точная нижняя грань) ⇛ нижняя грань.

инфинитезимальный (infinitesimal) — бесконечно малый.

инфинитный (infinite) — бесконечный.

информации теория (information theory) — раздел математики и кибернетики, изучающий закономерности измерения, передачи и преобразования информации.

информационное множество (information set) — в позиционной игре такое множество позиций, с точностью до которого игрок знает свою действительную позицию; некоторое множество позиций, имеющих одинаковые комплекты альтернатив, причем выбрать из них одну должен один и тот же игрок; ⇝ дерево игры.

инцидентности матрица (incidence matrix) — способ определения инцидентности между элементами двух конечных множеств $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$ и $\mathcal{Y} = \{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ в виде $(m \times n)$-матрицы $A = (a_{ij})$, где

$$a_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, \text{ если } x_i \text{ и } y_j \text{ инцидентны,} \\ 0, \text{ если } x_i \text{ и } y_j \text{ не инцидентны;} \end{cases}$$

напр., в матрице инцидентности графа этими множествами являются множество вершин $\mathcal{V}$ и множество ребер $\mathcal{E}$.

инцидентность (incidence) — общее название для различных отношений принадлежности: точка и прямая инцидентны ≡ точка находится на прямой ≡ прямая проходит через точку; вершина и ребро графа инцидентны ≡ вершина содержится в паре, образующей ребро.

инъективное соответствие (injective correspondence) — такое соответствие между множествами $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$, при котором различным элементам из $\mathcal{X}$ соответствуют различные элементы в $\mathcal{Y}$.

инъекция (или взаимно однозначное отображение, или вложение, или инъективное отображение; injection) — отображение $\mathcal{X} \to \mathcal{Y}$, при котором различные элементы из $\mathcal{X}$ имеют различные образы в $\mathcal{Y}$.

иррациональное выражение (irrational expression) — алгебраическое выражение, содержащее операцию извлечения корня; алгебраическое выражение, не являющееся рациональным выражением; ⇝ исключение иррациональности.

иррациональное уравнение (irrational equation) — уравнение, содержащее неизвестное под знаком радикала; напр., уравнение

$$3x + 2\sqrt{5x^2 - 3} = \sqrt{2x^2 - 3}\,.$$

иррациональное число (irrational number) — действительное число, не являющееся рациональным числом; ⇝ Дирихле функция, Лиувилля число.

иррациональность — **1.** (irrationality) — вхождение операции извлечения корня в алгебраическое выражение; **2.** ↠ квадратическая [кубическая] иррациональность.

исключение иррациональности (или освобождение от иррациональности; rationalization) — преобразование иррационального выражения к виду, не содержащему операции извлечения корня; исключение иррациональности из знаменателя достигается умножением числителя и знаменателя на т. н. дополнительный множитель, напр.:

$$\frac{\sqrt{x} + 2a}{a - \sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x} + 2a)(a + \sqrt{x})}{(a - \sqrt{x})(a + \sqrt{x})} = \\ = \frac{2a^2 + x + 3a\sqrt{x}}{a^2 - x}\,.$$

исключение неизвестных (elimination) — переход от системы уравнений к эквивалентной системе уравнений, содержащей меньшее число неизвестных; ⇝ Сильвестра метод.

исключения метод — **1.** (elimination method) — метод косвенного доказательства, проходящий по следующей схеме: доказывают, что одно из условий теоремы может быть истинным только тогда, когда истинным окажется одно из утверждений $A_1, A_2, \ldots, A_n$, далее доказывают, что из-за других условий теоремы утверждения $A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}$ не могут быть истинными, чем доказывается истинность утверждения A_n; **2.** ⇛ Гаусса метод.

исключенного третьего закон (law of excluded middle) — закон классической логики: одно и только одно из двух высказываний «A» и «не A» является истинным, третьего не дано; в математической (двузначной) логике задается аксиомой $A \vee \neg A$.

искомое ⇛ неизвестное.

испытание (или опыт) ⇛ эксперимент.

исследование операций (operations research) — раздел математики, изучающий модели принятия оптимальных решений.

истина (truth) — одно из возможных истинностных значений; $\rightsquigarrow$ ложь.

истинное надмножество [подмножество] $\Rightarrow$ собственное надмножество [подмножество].

истинности область (truth set) — область, в которой рассматриваемый предикат принимает значение «истина».

истинностная таблица (truth table) — таблица, выражающая истинностное значение сложного высказывания через истинностные значения входящих в него высказываний; напр., таблица в виде

A	B	C	$(A \vee B) \to (\neg B \,\&\, C)$
И	*И*	*И*	*Л*
И	*И*	*Л*	*Л*
И	*Л*	*И*	*И*
И	*Л*	*Л*	*Л*
Л	*И*	*И*	*Л*
Л	*И*	*Л*	*Л*
Л	*Л*	*И*	*И*
Л	*Л*	*Л*	*И*

,

где *И* и *Л* обозначают соответственно «истина» и «ложь».

истинностное значение (или логическое значение; truth value) — значение, которое могут принимать рассматриваемые в математической логике высказывания; число различных истинностных значений определяет *значность*, или *валентность* логики; $\rightsquigarrow$ двузначная [многозначная, трехзначная] логика, истина, ложь.

истинный нормальный делитель (или собственный нормальный делитель; proper normal subgroup) — нормальный делитель группы, не совпадающий с этой группой.

истолкование $\Rightarrow$ интерпретация.

исходные данные (или начальные данные; initial data) — численные значения, задаваемые для конкретизации решаемой задачи фиксированного типа.

исчерпывания метод (exhaustion method) — метод нахождения площадей и объемов в древней математике.

исчисление — **1.** (или дедуктивная система; deductive system) — способ задания множества путем указания исходных элементов и *правил вывода*, каждое из которых описывает, как строить новые элементы из исходных и уже построенных; **2.** (calculus) $\twoheadrightarrow$ вариационное [векторное, высказываний, дифференциальное, интегральное, конечных разностей, логическое, операционное, предикатов, тензорное] исчисление.

итерационный метод (или последовательных приближений метод; iteration method) — метод приближенного решения уравнений, экстремальных задач и т. п., в котором по *начальному приближению* x_0 строится последовательность приближений $x_0, x_1, \ldots, x_k, \ldots$, где при вычислении следующего приближения x_k используется предыдущее приближение x_{k-1}; $\rightsquigarrow$ градиентный [Ньютона, Пикара, простой итерационный, релаксации, секущих] метод.

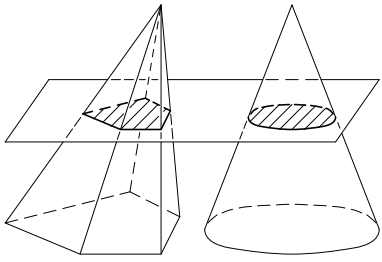
итерационный процесс (iterative process) — процесс, состоящий в повторном применении фиксированного комплекта операций.

итерация (iteration) — **1.** суперпозиция функции с той же функцией; **2.** операция перехода от приближения x_{k-1} к следующему приближению x_k в итерационном методе; **3.** (или итерирование) — повторное применение одной и той же операции или фиксированного комплекта операций.

К

Кавальери теорема (или Кавальери принцип; Cavalieri principle) — объемы [площади] двух тел [фигур] равны, если равны между собой площади [длины]

любых соответствующих сечений, проведенных параллельно данной плоскости [прямой].



каналовая поверхность (canal surface) — огибающая однопараметрического семейства сфер; ⇝ трубчатая поверхность.

каноническая корреляция (canonical correlation) — корреляция между линейными функциями двух множеств случайных величин, характеризуемая максимально возможными значениями коэффициентов корреляции.

канонические уравнения прямой (canonical equations) — уравнения

$$\frac{x-a}{k}=\frac{y-b}{l}=\frac{z-c}{m}$$

прямой в пространстве, в которых x, y, z — координаты любой и a, b, c — координаты одной фиксированной точки этой прямой, а вектор $(k,\, l,\, m)$ определяет направление прямой; ⇝ параметрические уравнения прямой.

канонический вид (canonical form) — простейший (в некотором смысле) общий вид выражения, формулы, задачи и т. п.; ⇝ нормальная форма.

канонический вид квадратичной формы (canonical form of a quadratic form) — результат такого перехода к новым переменным $\mathbf{y}=C^{-1}\mathbf{x}$ в квадратичной форме $\mathbf{x}^TA\mathbf{x}$, что матрица $B=C^TAC$ полученной квадратичной формы $\mathbf{y}^TB\mathbf{y}$ является диагональной, т. е. квадратичная форма принимает вид

$$b_{11}y_1^2+b_{22}y_2^2+\cdots+b_{nn}y_n^2\,;$$

⇝ инерции закон, конгруэнтные матрицы, Лагранжа метод.

канонический репер (canonical frame) — репер, однозначно связанный с исследуемой фигурой или ее точкой.

каноническое замкнутое множество (canonically closed set) — множество топологического пространства, являющееся замыканием открытого множества.

каноническое открытое множество (canonically open set) — множество топологического пространства, являющееся дополнением к каноническому замкнутому множеству.

каноническое отображение (canonical mapping) — такое отображение множества в его фактормножество, что образом любого элемента является класс эквивалентности, содержащий этот элемент.

каноническое разложение ⇛ разложение на простые множители.

каноническое уравнение кривой [поверхности] второго порядка (canonical equation for a quadric curve [surface]) — уравнение кривой [поверхности] второго порядка в системе координат, определенной каноническим репером, геометрически связанным с этой кривой [поверхностью]; напр., каноническое уравнение гиперболы или эллипса в декартовых прямоугольных координатах получается тогда, когда начало координат находится в центре кривой, а ось Ox содержит фокальную ось.

Кантора аксиома (Cantor axiom) — одна из форм аксиомы непрерывности: любая последовательность вложенных отрезков

$$[\,a_0,\,b_0\,]\supset[\,a_1,\,b_1\,]\supset\cdots\supset[\,a_k,\,b_k\,]\supset\cdots\,,$$

длины которых стремятся к нулю, т. е.

$$\lim_{k\to\infty}(b_k-a_k)=0\,,$$

имеет точно одну общую точку.

Кантора теорема (Cantor theorem) — **1.** если функция непрерывна в ограниченной замкнутой области, то она равномерно непрерывна в этой области;

2. множество, состоящее из всех подмножеств данного непустого множества $\mathcal{M}$ (булеан), не эквивалентно ни самому $\mathcal{M}$, ни его подмножеству.

канторово множество (или канторов дисконтинуум; Cantor set) — совершенное нигде не плотное множество мощности континуума, состоящее из тех точек отрезка $[0, 1]$, которые остаются, если из него выбрасывается его средняя треть — интервал $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$, затем средние трети каждого из оставшихся отрезков и т. д.

Капелли теорема ↠ Кронекера – Капелли теорема.

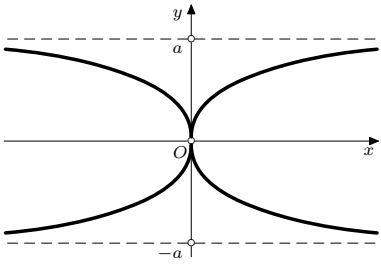
каппа (kappa) — плоская кривая (напоминающая греческую букву каппа), уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$x^2y^2 + y^4 = a^2x^2\,,$$

а в полярных координатах вид

$$\varrho = a\operatorname{ctg}\varphi\,;$$

⇝ узлы.



Кардано формула (Cardano formula) — корни кубического уравнения

$$x^3 + px + q = 0$$

выражаются в виде

$$x_{1,2,3} = u - \frac{p}{3u}\,,$$

где u — любое из трех комплексных чисел, для которых

$$u^3 = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}\,;$$

⇝ неприводимый случай.

кардинальное число (cardinal number) — символ, обозначающий мощность множества; в случае конечного множества натуральное число: число элементов в множестве; ⇝ алеф-нуль, континуума мощность.

кардиоида (cardioid) — плоская кривая, описываемая точкой окружности радиуса a, катящейся по неподвижной окружности такого же радиуса; уравнение в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

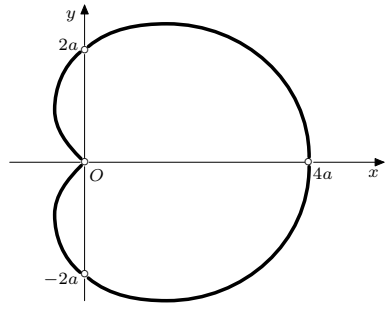
$$(x^2 + y^2 - 2ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)\,,$$

а в полярных координатах вид

$$\varrho = 2a(1 + \cos\varphi)\,;$$

частный случай эпициклоиды при $a = b$; длина кардиоиды равна $16a$, площадь S фигуры, ограниченной кардиоидой, вычисляется по формуле

$$S = 6\pi a^2\,.$$



Карлемана неравенство (Carleman inequality) — **1.** для любой неотрицательной последовательности $\{a_k\}$ имеет место неравенство

$$\sum_{k=0}^{\infty} \sqrt[k+1]{a_0a_1\cdots a_k} < e\sum_{k=0}^{\infty} a_k\,;$$

коэффициент e (основание натуральных логарифмов) нельзя уменьшить; **2.** для любой неотрицательной функции f, интегрируемой на бесконечном полуинтервале $[0, \infty)$, имеет место неравенство

$$\int_0^\infty e^{1/x \cdot \int_0^x \ln f(t)\,dt}\,dx < e \int_0^\infty f(x)\,dx\,.$$

карта (или локальная параметризация; chart) — гомеоморфизм открытой области $\mathcal{U}$ топологического пространства на область евклидова пространства, при помощи которого в $\mathcal{U}$ (область карты) вводятся координаты; $\rightsquigarrow$ атлас.

касание (или соприкосновение; tangency) — две кривые [поверхности] касаются (или имеют касание) в их общей точке, если они имеют в этой точке общую касалельную [касательную плоскость]; кривая касается поверхности в их общей точке, если в этой точке касательная к кривой лежит в касательной плоскости к поверхности; $\rightsquigarrow$ касания порядок.

касания линия (tangent curve) — кривая, образуемая точками касания двух поверхностей.

касания порядок (order of tangency) — кривая имеет с множеством $\mathcal{M}$ в точке $P \in \mathcal{M}$ *касание порядка* n, если кривая проходит через точку P и при движении точки K по кривой к точке P выполняются условия

$$\lim_{K \to P} \frac{d(K, \mathcal{M})}{\overline{KP}^{\,n}} = 0 \quad \text{и} \quad \lim_{K \to P} \frac{d(K, \mathcal{M})}{\overline{KP}^{\,n+1}} \neq 0\,,$$

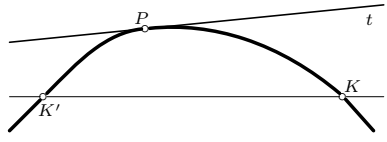
где $\overline{KP}$ обозначает длину хорды KP, а $d(K, \mathcal{M})$ — расстояние точки K до множества $\mathcal{M}$; $\rightsquigarrow$ окружность кривизны, соприкасающаяся плоскость.

касания точка (или соприкосновения точка; tangency point) — **1.** точка, в которой прямая [плоскость] является касательной [касательной плоскостью] к кривой [поверхности]; **2.** точка, в которой две кривые [поверхности, кривая и поверхность] касаются; $\rightsquigarrow$ самоприкосновения точка.

касательная (*касательная к кривой в точке* P; tangent line) — предельное положение t секущей KK' при движении точек K и K' по кривой к фиксированной точке P; если $K' = P$ и движущаяся точка K должна находиться по одну сторону от P, то предельное положение секущей называется *односторонней касательной*; если уравнение плоской кривой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид $y = f(x)$ и f дифференцируема в точке x_0, то уравнение касательной к этой кривой в точке $P\big(x_0,\, f(x_0)\big)$ имеет вид

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)\,;$$

если здесь f' заменить на левую [правую] производную, то получается соответственно уравнение *левой* [*правой*] *касательной*; $\rightsquigarrow$ внутренняя касательная, перегиба точка, полукасательная.



касательная плоскость (*касательная плоскость к поверхности в точке* P; tangent plane) — плоскость, в которой расположены касательные в данной точке P ко всем кривым на поверхности, проходящим через эту точку; если уравнение поверхности в декартовых прямоугольных координатах имеет вид $z = f(x, y)$ и f дифференцируема в точке (x_0, y_0), то уравнение касательной плоскости к этой поверхности в точке $P\big(x_0, y_0, f(x_0, y_0)\big)$ имеет вид

$$z - f(x_0, y_0) = \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x}(x - x_0) + \\ + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y}(y - y_0)\,.$$

касательное пространство (tangent space) — векторное пространство, образованное из всех касательных векторов в данной точке многообразия.

касательный вектор (tangent vector) — **1.** вектор, имеющий направление касательной к данной кривой [поверхности]; **2.** оператор X, ставящий каждому функционалу f, определенному в окрестности точки P многообразия, в соответствие действительное число Xf так, что при всех таких функционалах f, g и действительных числах λ, μ имеют место

$$X(\lambda f + \mu g) = \lambda Xf + \mu Xg\,,$$
$$X(f \cdot g) = Xf \cdot g(P) + f(P) \cdot Xg\,;$$

Xf обобщает понятие производной по направлению.

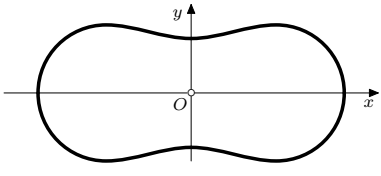
касательных метод $\Rrightarrow$ Ньютона метод.

касательных поверхность (tangent surface) — линейчатая поверхность, образованная всеми касательными фиксированной пространственной кривой.

Кассини овал (Cassini oval) — плоская кривая, произведение расстояний любой точки которой до двух фиксированных точек (*фокусов*) постоянно; уравнение в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$\big((x+a)^2 + y^2\big)\big((x-a)^2 + y^2\big) = k^4$$

(на рисунке $k^2 > a^2$); $\rightsquigarrow$ Бернулли лемниската.



катакаустика $\Rrightarrow$ каустика.

Каталана поверхность (Catalan surface) — линейчатая поверхность, образующие которой параллельны одной фиксированной плоскости; $\rightsquigarrow$ коноид.

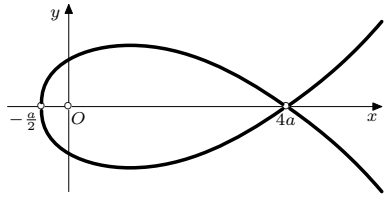
Каталана постоянная (Catalan constant) — трансцендентное число

$$G \overset{\text{def}}{=} \int\limits_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x}\,dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2} = 0{,}915965594\ldots$$

Каталана трисектриса (или Чирнгаузена кубика; trisectrix of Catalan) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$2(2a+x)^3 = 27a(x^2+y^2)\,;$$

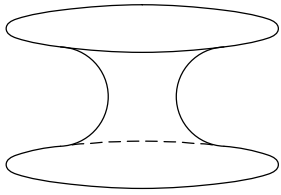
$\rightsquigarrow$ Маклорена трисектриса.



категория (category) — система объектов, в которой каждой упорядоченной паре объектов (a, b) сопоставлено множество *морфизмов* $\mathcal{M}(a, b)$ так, что при любых $\alpha \in \mathcal{M}(a, b)$ и $\beta \in \mathcal{M}(b, c)$ однозначно определено произведение $\alpha\beta \in \mathcal{M}(a, c)$, причем такое умножение ассоциативно, а для каждого объекта a найдется морфизм $\varepsilon_a \in \mathcal{M}(a, a)$, такой, что при любых $\alpha \in \mathcal{M}(a, b)$ и $\gamma \in \mathcal{M}(b, a)$ имеют место $\varepsilon_a\alpha = \alpha$ и $\gamma\varepsilon_a = \gamma$; *двойственная*, или *дуальная категория* к описанной получается тогда, когда паре (a, b) сопоставляется множество морфизмов $\mathcal{M}(b, a)$; $\rightsquigarrow$ множеств категория, мономорфизм, функтор, эпиморфизм.

категория множества (category of a set) — множество называется *множеством первой категории*, если оно представимо в виде не более чем счетного объединения нигде не плотных множеств; в противном случае множество называется *множеством второй категории*.

катеноид (catenoid) — поверхность вращения, образуемая вращением цепной линии вокруг ее директрисы.

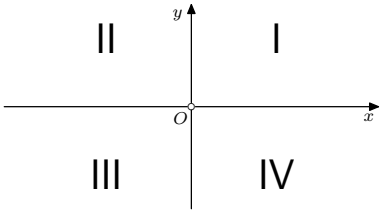


катет (leg of a right triangle) — сторона прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу; также длина этой стороны; ⇝ гипотенуза, Пифагора теорема.

каустика (или катакаустика, *каустика кривой относительно точки* O; caustic) — огибающая семейства лучей, в которое преобразуется пучок лучей, исходящий из фиксированной точки O, при отражении от данной плоской кривой.

качественные методы (qualitative methods) — методы изучения свойств решений задач данного класса без нахождения самих решений.

квадрант (quadrant) — **1.** (*квадрант круга*) — круговой сектор с центральным углом в 90°; **2.** (или четверть, *квадрант плоскости*) — одна из четырех областей, на которые плоскость делится двумя взаимно перпендикулярными прямыми; если эти прямые приняты за оси координат, то квадранты нумеруются так, как указано на рисунке; ⇝ октант.



квадрат — **1.** (square) — вторая степень, т. е. произведение $a^2 \stackrel{\text{def}}{=} a \cdot a$; **2.** (или квадратное число) $\Rrightarrow$ полный квадрат; **3.** (square) — правильный четырехугольник, или равносторонний прямоугольник; апофема r, радиус описанной окружности R и площадь S квадрата вычисляются по формулам

$$r = \frac{a}{2}\,, \quad R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

и

$$S = a^2\,,$$

где a — длина стороны; ⇝ единичный квадрат; **4.** ↠ прямой [скалярный] квадрат; **5.** ↠ греко-латинский [латинский, магический] квадрат.

квадратическая иррациональность (quadratic irrationality) — **1.** иррациональное число, являющееся корнем квадратного уравнения с целочисленными коэффициентами; каждая квадратическая иррациональность представима в виде

$$a + b\sqrt{c}\,,$$

где a и $b \neq 0$ — рациональные числа, а c — натуральное число, не являющееся полным квадратом; ⇝ квадратичное поле, Лагранжа теорема; **2.** иррациональное число, получаемое из рациональных чисел в результате выполнения конечного множества арифметических операций и извлечений квадратного корня; напр.,

$$\sqrt{a - \sqrt{b + \sqrt{c}}}\,.$$

квадратичная погрешность (quadratic error) — квадратичное среднее погрешностей.

квадратичная форма (quadratic form) — **1.** однородный полином второй степени

$$\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j\,,$$

или в матричной символике

$$\mathbf{x}^T A\,\mathbf{x}\,,$$

где $A = (a_{ij})$ — матрица квадратичной формы, $\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — вектор переменных, а символ T обозначает транспонирование; ⇝ билинейная

форма, гессиан, инерции закон, канонический вид квадратичной формы, определенная [полуопределенная, распадающаяся, регулярная] квадратичная форма, сигнатура; **2.** дифференциальная форма второй степени; **3.** ⇉ эрмитова форма.

квадратичная форма поверхности (fundamental form of a surface) ⇉ вторая [первая] квадратичная форма поверхности.

квадратичная функция (или квадратный полином; quadratic function) — функция, выраженная в виде полинома второй степени; квадратичная функция f от одного переменного x имеет вид

$$f(x) = ax^2 + bx + c\,,$$

где $a \neq 0$.

квадратичное отклонение (или квадратичное уклонение; quadratic deviation) — квадратичное среднее отклонений величин x_1, x_2, …, x_n от заданной величины a, т. е. величина

$$\sqrt{\frac{(x_1-a)^2+(x_2-a)^2+\cdots+(x_n-a)^2}{n}}\,.$$

квадратичное поле (quadratic field) — расширение $\mathbb{Q}(\sqrt{d}\,)$ поля $\mathbb{Q}$ рациональных чисел, полученное путем присоединения к полю $\mathbb{Q}$ элемента $\sqrt{d}$, где d — натуральное число, не являющееся полным квадратом; любой элемент поля $\mathbb{Q}(\sqrt{d}\,)$ выражается в виде

$$a + b\sqrt{d}\,,$$

где a и b — рациональные числа, а операции сохраняют обычный смысл; напр., в случае $d = 2$ имеем

$$(1+2\sqrt{2}\,)\cdot(1+\sqrt{2}\,) = 5+3\sqrt{2}\,,$$
$$(1+2\sqrt{2}\,):(1+\sqrt{2}\,) = 3-\sqrt{2}\,.$$

квадратичное программирование (quadratic programming) — раздел математического программирования, изучающий теорию и методы решения задач минимизации выпуклых квадратичных функций на множествах, задаваемых системами линейных неравенств и равенств.

квадратичное среднее (quadratic mean) — арифметический квадратный корень из арифметического среднего квадратов данных величин a_1, a_2, …, a_n, т. е.

$$\overline{a} \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2}{n}}\,;$$

⇝ степенное среднее.

квадратичное уклонение ⇛ квадратичное отклонение.

квадратичный вычет (*квадратичный вычет по модулю* m; quadratic residue) — целое число, которое по фиксированному модулю m сравнимо с некоторым полным квадратом, т. е. целое число a, для которого разрешимо сравнение

$$x^2 \equiv a \pmod{m}\,;$$

если это сравнение неразрешимо, то число a называется *квадратичным невычетом* по модулю m; ⇝ Лежандра символ.

квадратичный закон взаимности (quadratic reciprocity law) — соотношение

$$\left(\frac{p}{q}\right)\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{(p-1)/2\cdot(q-1)/2}\,,$$

связывающее символы Лежандра для различных нечетных простых чисел p и q.

квадратичный невычет (quadratic nonresidue) ⇉ квадратичный вычет.

квадратичный сплайн (quadratic spline) — непрерывно дифференцируемая функция, определенная на отрезке $[a, b]$, которая при некотором разбиении

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$$

окажется квадратичной функцией на каждом интервале (x_k, x_{k+1}).

квадратная матрица (square matrix) — матрица, число строк которой равно числу столбцов; ⇝ вырожденная [диагональная, клеточно-диагональная, мономиальная, невырожденная, нормальная,

обратная, прямоугольная, характеристическая] матрица, матриц кольцо, определитель.

квадратное сравнение (quadratic congruence) — алгебраическое сравнение вида

$$x^2 \equiv a \pmod{m},$$

где a и $m > 0$ — фиксированные целые числа.

квадратное уравнение (quadratic equation) — алгебраическое уравнение второй степени; общее квадратное уравнение с одним неизвестным x имеет вид

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

где a, b, c — действительные [комплексные] числа, причем $a \neq 0$; в поле комплексных чисел это уравнение имеет два корня:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

⇝ биквадратное [неполное [приведенное] квадратное] уравнение.

квадратное число (perfect square) — название полного квадрата в случае натуральных чисел, т. е. натуральное число, равное квадрату другого натурального числа; частный случай многоугольного числа: натуральное число вида k^2.

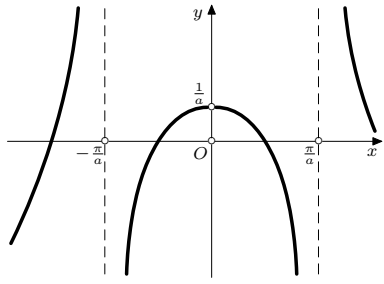
квадратные скобки (или прямоугольные скобки; square brackets) ↠ скобки.

квадратный корень (square root) — **1.** (*арифметический квадратный корень*) — неотрицательное число $\sqrt{a}$, квадрат которого равен заданному неотрицательному числу a; **2.** число, квадрат которого равен заданному числу.

квадратный полином ⇛ квадратичная функция.

квадратриса (или Диностратa квадратриса; Dinostratus quadratrix) — плоская кривая, используемая при решении задачи о квадратуре круга; уравнение в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$y = x \operatorname{ctg} ax.$$



квадратура (quadrature) — **1.** вычисление площади фигуры; **2.** вычисление определенного интеграла; **3.** построение квадрата, равновеликого данной фигуре; **4.** ↠ решение в квадратурах.

квадратура круга (squaring the circle) — классическая задача о построении квадрата, равновеликого данному кругу; ⇝ квадратриса, циркулятура квадрата.

квадратурная формула (quadrature formula) — приближенная формула для вычисления определенного интеграла; ⇝ кубатурная [Ньютона – Котеса квадратурная, прямоугольников, Симпсона, трапеций] формула.

квадрика (quadric) — множество таких точек n-мерного евклидова [аффинного, проективного] пространства, координаты которых удовлетворяют квадратному уравнению; в случае $n = 2$ квадрикой является кривая второго порядка, в случае $n = 3$ — поверхность второго порядка; ⇝ абсолют.

квадриллион (quadrillion) ↠ десятичный разряд.

квадрируемость (squarability) — измеримость множества на плоскости.

квазигруппа (quasi-group) — такой группоид с бинарной операцией $*$, в котором уравнения $a * x = b$ и $y * a = b$ имеют единственные решения для любых фиксированных элементов a и b; ⇝ Кэли таблица, лупа.

квазикомпактное пространство (quasi-compact space) — топологическое пространство, в котором всякий ультрафильтр сходится; ⇝ компактное пространство.

квазилинеаризация (quasi-linearization) — совокупность различных методов численного решения нелинейных задач путем сведения их к последовательности линейных задач; ⇝ линеаризации метод.

квазилинейное уравнение (quasi-linear equation) — дифференциальное уравнение с частными производными, линейное относительно старших производных от искомой функции; напр.:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\Big(\frac{\partial u}{\partial y}\Big)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + au^2 = 0\,.$$

квазинорма (quasi-norm) — определенный на векторном пространстве функционал $\|\mathbf{x}\|$, удовлетворяющий тем же аксиомам, что и норма, только вместо условия $\|\mathbf{x}+\mathbf{y}\| \leqslant \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$ требуется существование постоянной $c > 0$, такой, что при всех $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ имеет место

$$\|\mathbf{x}+\mathbf{y}\| \leqslant c\big(\|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|\big)\,.$$

квазинормированное пространство (quasi-normal space) — векторное пространство, в котором определена квазинорма; ⇝ нормированное пространство.

квазипериодическая функция (quasi-periodic function) — функция f от одного переменного, такая, что при любом x

$$f(x) = F(x,\, x,\, \ldots,\, x)$$

для некоторой непрерывной функции F от n переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$, периодической по каждому из них с периодами $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ соответственно.

квазипорядок (или квазиупорядоченность) ⇛ предпорядок.

квазифакториал ⇛ полуфакториал.

квантиль (*квантиль порядка* α; quantile) — числовая характеристика распределения вероятностей: значение функции, обратной к функции распределения рассматриваемой случайной величины, в фиксированной точке $\alpha \in (0,\, 1)$; ⇝ выборочная квантиль, децили, квартили, медиана, процентили.

квантор (quantifier) — оператор, ставящий предикату в соответствие высказывание, характеризующее область истинности этого предиката; ⇝ всеобщности [ограниченный, существования] квантор.

квартили (quartiles) — квантили порядков $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{4}$.

кватернарная форма (quaternary form) — однородный полином от четырех переменных.

кватернион (quaternion) — гиперкомплексное число вида

$$z = a\cdot 1 + b\,i + c\,j + d\,k\,,$$

где умножение гиперкомплексных единиц 1, i, j и k определено таблицей

$\times$	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	-1	k	$-j$
j	j	$-k$	-1	i
k	k	j	$-i$	-1

;

множество всех кватернионов образует тело; ⇝ сопряженные кватернионы.

квинтиллион (quintillion) ↠ десятичный разряд.

Кельвина функции (или Томсона функции; Kelvin functions) — цилиндрические функции bei_p, ber_p, hei_p, her_p, kei_p и ker_p, определенные соотношениями

$$\mathrm{ber}_p(z) \pm i\,\mathrm{bei}_p(z) = J_p\big(ze^{\pm 3\pi i/4}\big)\,,$$

$$\mathrm{her}_p(z) + i\,\mathrm{hei}_p(z) = H_p^{(1)}\big(ze^{3\pi i/4}\big)\,,$$

$$\mathrm{her}_p(z) - i\,\mathrm{hei}_p(z) = H_p^{(2)}\big(ze^{-3\pi i/4}\big)\,,$$

$$\mathrm{ker}_p(z) \pm i\,\mathrm{kei}_p(z) = e^{\mp p\pi i/2}K_p\big(ze^{\pm \pi i/4}\big)\,,$$

где J_p — функция Бесселя, K_p — функция Макдональда и $H_p^{(k)}$ — функции

Ганкеля; в случае $p = 0$ индекс у знака функции опускается, напр.:

$$\mathrm{ber}\,(z) \stackrel{\mathrm{def}}{=\!=} \mathrm{ber}_0(z)\,.$$

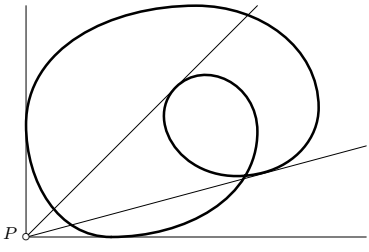
кирпич (или параллелотоп; brick) — параллелепипед, измерения которого находятся в отношении $1 : 2 : 4$; $\rightsquigarrow$ гильбертов кирпич.

китайская теорема об остатках (Chinese remainder theorem) — для любого набора попарно простых чисел $m_1, m_2, \ldots, m_n$ найдется целое число x, дающее заданные остатки $a_1, a_2, \ldots, a_n$ при делении на $m_1, m_2, \ldots, m_n$, т. е. при каждом k

$$x \equiv a_k \pmod{m_k}\,.$$

класс — **1.** (class) — синоним термина «множество»; **2.** $\twoheadrightarrow$ Бэра классы; **3.** $\twoheadrightarrow$ вычетов [эквивалентности] класс.

класс алгебраической кривой (class of the algebraic curve) — максимальное число касательных, которые можно провести к данной алгебраической кривой из произвольной точки P плоскости, не лежащей на этой кривой.



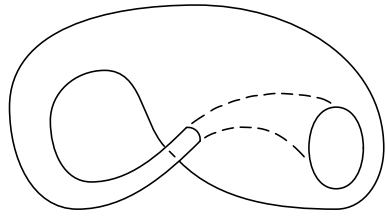
класс смежности $\Rrightarrow$ смежный класс.

классификация (classification) — разбиение множества на непересекающиеся классы.

классическая вероятность (classical probability) — отношение числа элементарных событий, благоприятствующих данному событию, к общему числу равновозможных элементарных событий.

Клейна интерпретация $\twoheadrightarrow$ Бельтрами – Клейна интерпретация.

Клейна поверхность (или Клейна бутылка; Klein surface) — замкнутая односторонняя поверхность, получаемая склеиванием двух листов Мёбиуса вдоль их границ; в трехмерном пространстве реализуема лишь самопересечением.



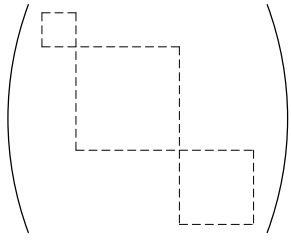
Клейна пространство — **1.** $\Rrightarrow$ однородное пространство; **2.** (Klein space) — проективное пространство, в котором фиксирована некоторая квадрика (*абсолют* этого пространства) и допустимыми преобразованиями считаются только такие коллинеации, которые переводят абсолют в самого себя.

Клеро уравнение (Clairaut equation) — обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$y = xy' + f(y')\,,$$

где f — заданная нелинейная функция; частный случай уравнения Лагранжа.

клеточно-диагональная матрица (block-diagonal matrix) — квадратная матрица, у которой отличными от нуля могут быть только элементы «клеток» на главной диагонали; $\rightsquigarrow$ жорданова нормальная форма.



клин (wedge) — множество $\mathcal{K}$ действительного векторного пространства,

содержащее вместе с элементами $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \in \mathcal{K}$ также элементы вида

$$\lambda\,\mathbf{x} + \mu\,\mathbf{y}$$

при всех $\lambda, \mu \geqslant 0$; если из $\mathbf{x}, -\mathbf{x} \in \mathcal{K}$ следует $\mathbf{x} = \theta$, то клин называется *конусом*.

Клиффорда параллель (Clifford parallel) — прямая эллиптического пространства, отстоящая от данной прямой на постоянном расстоянии; $\rightsquigarrow$ эквидистанта.

клотоида $\Rrightarrow$ Корню спираль.

коалиция (coalition) — набор игроков в игре нескольких лиц, члены которого согласуют выбор своих стратегий в целях увеличения своего суммарного выигрыша; $\rightsquigarrow$ кооперативная игра, противокоалиция, характеристическая функция.

ковариантный индекс (covariant index) — такой индекс тензора, по которому компоненты тензора преобразуются так же, как и базисные векторы; такие индексы обычно пишут в качестве нижних индексов; $\rightsquigarrow$ контравариантный индекс.

ковариантный тензор (covariant tensor) — тензор, все индексы которого ковариантны; $\rightsquigarrow$ смешанный тензор.

ковариационная матрица (covariance matrix) — квадратная матрица, образованная из попарных ковариаций нескольких случайных величин; напр., для случайного вектора $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ это симметричная матрица $\Sigma = (\sigma_{ij})$, где

$$\sigma_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{cov}(X_i,\, X_j)\,.$$

ковариационная функция $\Rrightarrow$ корреляционная функция.

ковариация (covariance) — центральный смешанный момент второго порядка для случайных величин X и Y, т. е.

$$\operatorname{cov}(X,\, Y) \stackrel{\text{def}}{=} \mathsf{E}\big(X - \mathsf{E}X\big)\big(Y - \mathsf{E}Y\big)\,.$$

код (code) — условный символ, заменяющий единицу реального текста; также система таких символов.

колебание $\twoheadrightarrow$ гармоническое колебание.

колебание функции (oscillation of a function) — разность между верхней и нижней гранями значений функции f на заданном множестве $\mathcal{D}$:

$$\omega_{\mathcal{D}}(f) \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{x',\, x'' \in \mathcal{D}} \big\{\, |f(x') - f(x'')| \,\big\}\,.$$

коллинеарность (collinearity) — **1.** свойство точек находиться на одной и той же прямой; **2.** свойство векторов быть параллельными одной и той же прямой, т. е. отличаться только скалярными множителями; обозначается $\vec{x} \parallel \vec{y}$; $\rightsquigarrow$ компланарность, направление.

коллинеация (или проективное преобразование; collineation) — преобразование проективной плоскости [проективного пространства], при котором каждая прямая отображается в прямую; $\rightsquigarrow$ аффинное отображение, корреляция, перспективная коллинеация.

коллокации метод (collocation method) — метод решения краевых задач, интегральных уравнений и др., в котором приближенное решение ищется в виде линейной комбинации заданных координатных функций, а коэффициенты этой комбинации определяют из условия удовлетворения уравнению в некоторых заданных точках (*узлах коллокации*).

Колмогорова аксиома (Kolmogorov axiom) — аксиома отделимости в виде: для любых двух различных точек топологического пространства найдется открытое множество, содержащее одну из этих точек, но не содержащее другую.

Колмогорова пространство (Kolmogorov space) — топологическое пространство, удовлетворяющее аксиоме Колмогорова.

кольцевая область (annular domain) — плоская область между двумя простыми замкнутыми кривыми без общих точек, из которых одна охватывает другую.

кольцо — **1.** (annulus) — часть плоскости между двумя концентрическими

окружностями; **2.** (ring) — аддитивная абелева группа, в которой определена еще операция умножения так, что умножение дистрибутивно относительно сложения; напр., кольцо $\mathbb{Z}$ всех целых чисел; $\rightsquigarrow$ алгебра, альтернативное [ассоциативное, булево, главных идеалов, евклидово, коммутативное, матриц, некоммутативное, нильпотентное, полиномов, простое] кольцо, аннулятор кольца, нилькольцо, область целостности, подкольцо, поле.

кольцо классов вычетов (или факторкольцо; residue class ring) — **1.** кольцо, элементами которого являются классы вычетов кольца целых чисел по фиксированному модулю m; обозначается $\mathbb{Z}_m$; $\rightsquigarrow$ поле классов вычетов; **2.** множество всех смежных классов данного кольца по фиксированному идеалу, в котором операции над классами определены как операции исходного кольца над представителями этих классов.

кольцо множеств $\Rrightarrow$ алгебра множеств.

кольцо с делением (ring with division) — кольцо, в котором уравнения

$$ax = b \quad \text{и} \quad ya = b$$

разрешимы при любых $a \neq \theta$ и b, где θ — нулевой элемент; $\rightsquigarrow$ алгебра с делением.

кольцо с единицей (ring with a unit element) — кольцо, в котором имеется единичный элемент; $\rightsquigarrow$ область целостности.

комбинаторика (или комбинаторный анализ; combinatorics) — раздел дискретной математики, изучающий методы решения задач, связанных с выбором и расположением элементов дискретного множества, в соответствии с заданными правилами; классическими в комбинаторике являются задачи определения числа подмножеств, различимых в некотором смысле; $\rightsquigarrow$ перестановки, произведения [суммы] правило, размещения, сочетания.

комбинаторная топология (combinatorial topology) — раздел топологии, изучающий свойства геометрических фигур при помощи их разбиений на более простые фигуры или при помощи покрытий системами множеств.

комбинаторный анализ $\Rrightarrow$ комбинаторика.

комбинаторный метод (combinatorial method) — метод решения дискретной задачи, при котором к решению приходят путем просмотра сравнительно небольших подмножеств данного множества; $\rightsquigarrow$ ветвей и границ метод.

коммивояжера задача (travelling-salesman problem) — задача о нахождении кратчайшего из путей [циклов], проходящих в точности один раз через каждую из заданных точек, расстояния между которыми известны.

коммутант (commutant) — подгруппа, системой образующих которой является множество всех коммутаторов рассматриваемой группы.

коммутативная группа $\Rrightarrow$ абелева группа.

коммутативное кольцо (commutative ring) — кольцо, умножение в котором является коммутативным; напр., кольцо целых чисел $\mathbb{Z}$; $\rightsquigarrow$ некоммутативное кольцо.

коммутативность (или перестановочность; commutativity) — свойство бинарной алгебраической операции: операция $*$ коммутативна, если при всех x и y имеет место равенство

$$x * y = y * x\,;$$

$\rightsquigarrow$ антикоммутативность.

коммутатор (commutator) — элемент c группы, коммутирующий рассматриваемые элементы a и b в том смысле, что

$$(a * b) * c = b * a\,,$$

где через $*$ обозначена групповая операция; в мультипликативной группе

$$c = b^{-1}a^{-1}ba\,,$$

а в аддитивной группе

$$c = -b - a + b + a\,;$$

$\rightsquigarrow$ коммутант.

коммутирующие элементы $\Rightarrow$ перестановочные элементы.

компакт (или бикомпакт; compact) — компактное хаусдорфово пространство.

компактное множество (compact set) — такое множество топологического пространства, в каждом открытом покрытии которого содержится конечное подпокрытие; $\rightsquigarrow$ Бореля – Лебега теорема, континуум, ограниченно компактное множество.

компактное пространство (или бикомпактное пространство; compact space) — топологическое пространство, являющееся компактным множеством; $\rightsquigarrow$ квазикомпактное [счетно компактное] пространство.

компланарность (complanarity) — **1.** свойство точек находиться на одной и той же плоскости; **2.** свойство векторов лежать в одной плоскости или в параллельных плоскостях; $\rightsquigarrow$ коллинеарность.

комплексная плоскость (complex plane) — координатная плоскость, каждой точке (x, y) которой ставится в соответствие комплексное число $z = x + yi$; ось абсцисс в этом случае называется *действительной осью* (обозначается Re), а ось ординат — *мнимой осью* (обозначается Im); точка (x, y) называется *аффиксом* комплексного числа $x + yi$; $\rightsquigarrow$ риманова поверхность.

комплексно сопряженная матрица $\Rightarrow$ сопряженная матрица.

комплексно сопряженное число (или сопряженное число; conjugate complex number) — комплексное число

$$\overline{z} = \overline{a + bi} \stackrel{\text{def}}{=\!=} a - bi\,,$$

отличающееся от данного комплексного числа $z = a + bi$ только знаком при коэффициенте мнимой части.

комплексное векторное пространство (complex vector space) — векторное пространство над полем $\mathbb{C}$ комплексных чисел; $\rightsquigarrow$ унитарное пространство.

комплексное переменное (complex variable) — переменное, областью изменения которого является некоторое множество комплексных чисел, обычно $\mathbb{C}$.

комплексное число (complex number) — гиперкомплексное число вида

$$z = a + bi\,,$$

где a и b — действительные числа, а i — мнимая единица (такой вид записи называется *алгебраической*, или *декартовой формой* комплексного числа); множество (поле) всех комплексных чисел обозначается через $\mathbb{C}$; арифметические операции над комплексными числами

$$z_1 = a_1 + b_1 i \quad \text{и} \quad z_2 = a_2 + b_2 i$$

определяются равенствами

$$z_1 \pm z_2 \stackrel{\text{def}}{=\!=} (a_1 \pm a_2) + (b_1 \pm b_2)\, i\,,$$

$$z_1 z_2 \stackrel{\text{def}}{=\!=} (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)\, i\,,$$

$$\frac{z_1}{z_2} \stackrel{\text{def}}{=\!=} \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{a_2\, b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}\, i\,;$$

$\rightsquigarrow$ алгебры основная теорема, действительная [мнимая] часть, матричная интерпретация [тригонометрическая форма] комплексного числа.

комплект (complex) — синоним термина «множество».

композиционный индекс (composition index) — отношение порядков двух последовательных нормальных делителей в композиционном ряду.

композиционный ряд (composition series) — нормальный ряд группы, в котором каждая подгруппа является максимальным нормальным делителем предыдущей.

композиция отношений (или произведение отношений; composite of relations) — бинарное отношение

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_2\,,$$

определенное двумя бинарными отношениями $\mathcal{R}_1$ и $\mathcal{R}_2$ на одном и том же множестве $\mathcal{M}$: $x\mathcal{R}y$ тогда и только тогда, когда найдется такой элемент $z \in \mathcal{M}$, что $x\mathcal{R}_1 z$ и $z\mathcal{R}_2 y$; $\rightsquigarrow$ степень отношения.

композиция преобразований [отображений] (composition of mappings) — последовательное применение двух преобразований [отображений]; также полученное таким образом преобразование [отображение] — *композиция*, или *произведение* двух исходных преобразований [отображений]; $\rightsquigarrow$ преобразований группа.

композиция функций $\Rrightarrow$ сложная функция.

компонента (component) — **1.** $\twoheadrightarrow$ кортеж, пара, прямое произведение, связная компонента, тензор, тройка, четверка; **2.** (или координата) $\twoheadrightarrow$ вектор.

компонента связности (connected component) — максимальный связный подграф данного графа; $\rightsquigarrow$ цикломатическое число графа.

компонентный анализ (principal components method) — метод многомерного статистического анализа для точного представления исходных признаков в виде линейной комбинации независимых новых признаков, т. н. *главных компонент*.

конгруэнтность (congruence) — отношение эквивалентности на множестве геометрических фигур: две фигуры конгруэнтны, если найдется движение, переводящее одну фигуру в другую; конгруэнтность фигур обозначается либо символом $\equiv$, либо $\cong$.

конгруэнтные матрицы (congruent matrices) — квадратные матрицы A и B, для которых существует такая невырожденная матрица C, что имеет место равенство

$$B = C^T A\, C\,,$$

где символ T обозначает транспонирование матрицы; $\rightsquigarrow$ канонический вид квадратичной формы, подобные [соединенные, эквивалентные] матрицы.

конгруэнция (congruence) — **1.** отношение эквивалентности $\mathcal{R}$ на алгебраической системе, сохраняющееся во всех операциях этой системы: если $x_k \mathcal{R} y_k$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$, то при любой операции ω также

$$\omega(x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_n)\, \mathcal{R}\, \omega(y_1,\, y_2,\, \ldots,\, y_n)\,;$$

2. множество прямых [кривых] трехмерного пространства, зависящее от двух параметров.

конденсации точка (condensation point) — точка множества евклидова пространства, в любой окрестности которой содержится несчетное множество точек рассматриваемого множества; $\rightsquigarrow$ накопления [прикосновения] точка.

конец (end) $\twoheadrightarrow$ вектор, дуга, отрезок, путь.

конечная группа (finite group) — группа, являющаяся конечным множеством; число элементов конечной группы $\mathcal{G}$ называется *порядком группы* и обозначается $|\,\mathcal{G}\,|$; $\rightsquigarrow$ Лагранжа теорема.

конечная десятичная дробь (terminating decimal) — десятичная дробь, не являющаяся бесконечной.

конечная игра (finite game) — позиционная игра, в которой множество позиций конечно, или игра в нормальной форме, в которой все множества стратегий конечны.

конечная математика (или дискретный анализ) $\Rrightarrow$ дискретная математика.

конечная непрерывная дробь (finite continued fraction) — непрерывная дробь, имеющая конечное множество звеньев.

конечная позиция (terminal position) — такая позиция в позиционной игре, для которой не существует позиции, непосредственно следующей за ней.

конечная последовательность $\Rightarrow$ кортеж.

конечная разность (или разность; finite difference) — разность двух значений рассматриваемой функции f; обозначается

$$\Delta f(x) \stackrel{\text{def}}{=} f(x+\Delta x) - f(x)$$

или

$$\Delta f(x_k) = \Delta f_k \stackrel{\text{def}}{=} f(x_{k+1}) - f(x_k)\,,$$

где $x_k = x_0 + kh$; наряду с такими *разностями вперед* употребляются и *разности назад*

$$\nabla f_k \stackrel{\text{def}}{=} f(x_k) - f(x_{k-1})\,;$$

в дискретной математике обычно

$$\Delta f(x) \stackrel{\text{def}}{=} f(x+1) - f(x)\,;$$

$\rightsquigarrow$ приращение, разности оператор.

конечная разность высшего порядка (finite difference of order n) — результат повторного нахождения конечной разности или повторного применения оператора разности:

$$\Delta^1 f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \Delta f(x)\,,$$

$$\Delta^n f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \Delta\big(\Delta^{n-1} f(x)\big) =$$

$$= \Delta^{n-1} f(x+\Delta x) - \Delta^{n-1} f(x)\,;$$

при необходимости используется также обозначение $\Delta^0 f(x)$ в значении $f(x)$; конечная разность порядка n выражается формулой

$$\Delta^n f(x_0) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} f(x_{n-k})\,,$$

где $x_k = x_0 + kh$ и $\binom{n}{k}$ — биномиальный коэффициент; $\rightsquigarrow$ разностная схема.

конечная сторона (terminal side of an angle) $\twoheadrightarrow$ угол.

конечно аддитивная функция (finitely-additive set function) — функция множеств f, удовлетворяющая при любых непересекающихся множествах $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \ldots, \mathcal{A}_n$ из своей области определения условию

$$f\Big(\bigcup_{k=1}^{n} \mathcal{A}_k\Big) = \sum_{k=1}^{n} f\big(\mathcal{A}_k\big)\,;$$

$\rightsquigarrow$ счетно аддитивная функция.

конечно порожденная алгебра [группа] (finitely-generated algebra [group]) — алгебра [группа], обладающая конечной системой образующих; $\rightsquigarrow$ циклическая группа.

конечное множество (finite set) — множество, которое не эквивалентно ни одному из своих собственных подмножеств; множество, мощность которого можно выразить натуральным числом — числом элементов в множестве; мощность конечного множества $\mathcal{M}$ обозначается через $|\mathcal{M}|$, или $\overline{\overline{\mathcal{M}}}$.

конечное поле $\Rightarrow$ Галуа поле.

конечномерное пространство (finite-dimensional space) — пространство, для которого найдется такое натуральное число n, что пространство является n-мерным; $\rightsquigarrow$ бесконечномерное пространство.

конечный автомат (finite automaton) — математическая модель преобразователя дискретной информации, имеющего конечную память; представляется обычно как система $(\mathcal{A}, \mathcal{Q}, \mathcal{B}, \varphi, \psi)$, где $\mathcal{A}$, $\mathcal{Q}$ и $\mathcal{B}$ — конечные алфавиты (соответственно входных символов, *состояний* и выходных символов), а φ и ψ — операторы, отображающие множество $\mathcal{A} \times \mathcal{Q}$ соответственно в $\mathcal{Q}$ и $\mathcal{B}$.

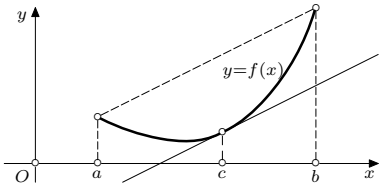
конечный граф (finite graph) — граф, множество вершин которого является конечным.

конечный предел (finite limit) — название предела в том случае, когда одновременно имеют дело с бесконечным пределом.

конечных приращений формула (или Лагранжа формула; finite-increments formula) — если функция f непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b), то существует такая точка $c \in (a, b)$, что

$$f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)\,;$$

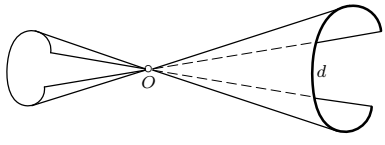
$\rightsquigarrow$ Коши теорема.



конечных разностей исчисление (finite-difference calculus) — раздел математики, изучающий функции при изменении аргумента в дискретном множестве.

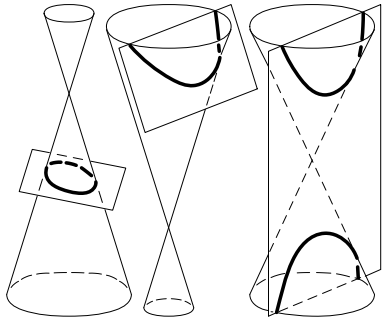
коника $\Rrightarrow$ кривая второго порядка.

коническая поверхность (или конус; conical surface) — линейчатая поверхность, образованная движением прямой (*образующей*, или *прямолинейной образующей*), проходящей через фиксированную точку O (*вершину* конической поверхности) и пересекающей фиксированную кривую d (*направляющую*); вершина O делит коническую поверхность на две *полости*; $\rightsquigarrow$ асимптотический конус, пирамидальная поверхность.



коническая поверхность вращения (или прямой круговой конус; conical surface of rotation) — коническая поверхность, направляющая которой является окружностью, а вершина находится на прямой, проходящей через центр этой окружности перпендикулярно ее плоскости; поверхность, образуемая вращением прямой вокруг пересекающей ее оси.

коническое сечение (conic section) — кривая (окружность, эллипс, парабола или гипербола), которая получается при сечении конической поверхности вращения плоскостью, не проходящей через вершину этой поверхности; отличное от окружности коническое сечение является множеством таких точек плоскости, для каждой из которых отношение ее расстояния до фиксированной точки (*фокуса*) к расстоянию до фиксированной прямой (*директрисы*) равно заданному положительному числу (*эксцентриситету* конического сечения); $\rightsquigarrow$ вершина [ось, полярное уравнение] конического сечения.



конкатенация (или сцепление; catenation) — некоммутативная бинарная алгебраическая операция на множестве слов, ставящая словам (*множителям*, или *сомножителям*) $a_1a_2\ldots a_n$ и $b_1b_2\ldots b_m$ в соответствие слово

$$a_1a_2\ldots a_nb_1b_2\ldots b_m\,.$$

конкуррентные прямые $\Rrightarrow$ пересекающиеся прямые.

коноид (conoid) — поверхность Каталана, все образующие которой пересекают фиксированную прямую (*ось* коноида).

консеквент (или заключение; consequence) $\twoheadrightarrow$ импликация.

консервативный метод суммирования (или сохраняющий сходимость метод суммирования; conservative summation method) — метод суммирования, которым суммируются все сходящиеся ряды

[последовательности]; $\rightsquigarrow$ регулярный метод суммирования.

константа $\Rrightarrow$ постоянная.

константная функция $\Rrightarrow$ постоянная функция.

конструктивная логика (constructive logic) — раздел математической логики, изучающий рассуждения о конструктивных объектах и конструкциях.

конструктивная математика (constructive mathematics) — направление в математике, признающее идею потенциальной осуществимости и использующее только т. н. конструктивные объекты и рассуждения, но отвергающее абстракцию актуальной бесконечности, а также универсальный характер закона исключенного третьего.

конструктивная теория функций (constructive function theory) — раздел теории функций действительного переменного, изучающий свойства функций по их приближениям.

контекстно-свободная грамматика (или бесконтекстная грамматика; context-free grammar) — порождающая грамматика, в каждой продукции $\alpha \to \beta$ которой левая часть α состоит из одного нетерминального символа.

континуум — **1.** $\Rrightarrow$ континуума мощности множество; **2.** (continuum) — связное компактное множество.

континуума мощности множество (или континуум; continuum) — множество, эквивалентное булеану множества натуральных чисел; напр., множество точек отрезка $[0, 1]$ или множество всех точек евклидова пространства $\mathbb{R}^n$.

континуума мощность (cardinality of the continuum) — кардинальное число

$$c \stackrel{\text{def}}{=} 2^{\aleph_0},$$

где $\aleph_0$ — алеф-нуль; $\rightsquigarrow$ булеан.

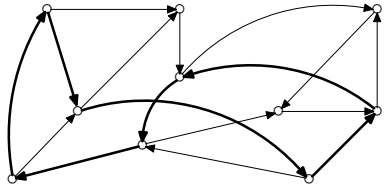
континуум-гипотеза (continuum hypothesis) — гипотеза (Г. Кантор, 1878) о том, что не существует несчетного множества, мощность которого меньше мощности континуума (независимость этой гипотезы от аксиоматики теории множеств доказана в 1963 г.).

контравариантный индекс (contravariant index) — такой индекс тензора, по которому компоненты тензора преобразуются так, как базисные векторы при обратном преобразовании; такие индексы обычно пишут в качестве верхних индексов; $\rightsquigarrow$ ковариантный индекс.

контравариантный тензор (contravariant tensor) — тензор, все индексы которого контравариантны; $\rightsquigarrow$ смешанный тензор.

контрольный столбец (check column) — столбец, прибавляемый к матрице [таблице] в целях проверки правильности проводимых преобразований.

контур — **1.** (или Жордана кривая) $\Rrightarrow$ простая замкнутая кривая; **2.** (или ориентированный цикл; contour) — замкнутый ориентированный маршрут, в котором все вершины различны, кроме первой и последней; $\rightsquigarrow$ простой цикл.



конус — **1.** $\Rrightarrow$ коническая поверхность; **2.** (cone) — множество $\mathcal{K}$ действительного векторного пространства, содержащее вместе с элементом $\mathbf{x} \in \mathcal{K}$ также все элементы вида $\lambda\mathbf{x}$ при любом $\lambda > 0$; $\rightsquigarrow$ клин; **3.** (cone) — тело, ограниченное одной полостью замкнутой конической поверхности (*боковой поверхностью* конуса) и плоскостью, не проходящей через вершину этой поверхности (*вершину* конуса); часть плоскости внутри конической поверхности называется

основанием конуса; объем V конуса вычисляется по формуле

$$V = \frac{1}{3} S\, h\,,$$

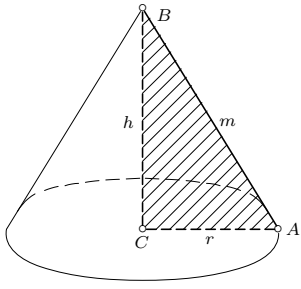
где S — площадь основания и h — *высота* конуса (расстояние вершины от плоскости основания); $\rightsquigarrow$ усеченный конус; **4.** (или прямой круговой конус; cone) — тело, образуемое вращением прямоугольного треугольника (на рисунке $\triangle ABC$) вокруг одного катета; длина h этого катета называется *высотой* конуса, длина r другого катета — *радиусом основания* конуса, а длина m гипотенузы — *образующей* конуса; площадь $S_{\text{б}}$ боковой поверхности, площадь $S_{\text{п}}$ полной поверхности и объем V конуса вычисляются по формулам

$$S_{\text{б}} = \pi r m\,, \quad S_{\text{п}} = \pi r(m + r)$$

и

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h\,;$$

$\rightsquigarrow$ равносторонний [удвоенный] конус.



конфигурация (configuration) — конечное множество точек и прямых некоторой плоскости, или же точек, прямых и плоскостей пространства, каждый элемент которого инцидентен с некоторым другим элементом этого множества; $\rightsquigarrow$ полный четырехвершинник [четырехсторонник], трехвершинник.

конфликтная ситуация (или конфликт; conflicting situation) — ситуация, в которой по крайней мере два участника могут активно воздействовать на нее и по-разному заинтересованы в ее исходе; $\rightsquigarrow$ игра.

конфокальные кривые $\Rrightarrow$ софокусные кривые.

конформная геометрия (conformal geometry) — геометрия плоскости [пространства], определенная группой круговых преобразований.

конформное отображение (или изогональное отображение; conformal mapping) — непрерывное отображение области в другую область, сохраняющее углы между кривыми, пересекающимися во внутренних точках области.

конхоида (*конхоида кривой относительно точки* O; conchoid) — плоская кривая, описываемая концами отрезка, центр которого движется по заданной плоской кривой, а продолжение проходит через фиксированную точку O; $\rightsquigarrow$ Никомеда [Слюза] конхоида, Паскаля улитка.

концевая вершина $\Rrightarrow$ висящая вершина.

концентрические окружности (concentric circles) — окружности, имеющие общий центр и лежащие в одной плоскости; $\rightsquigarrow$ кольцо, эксцентрические окружности.

конъюнктивная нормальная форма (conjunctive normal form) — формула, логически эквивалентная данной формуле и имеющая вид конъюнкции элементарных дизъюнкций; напр., одна из конъюнктивных нормальных форм импликации

$$A \to (B \,\&\, C)$$

имеет вид

$$(\neg A \vee B) \,\&\, (\neg A \vee C)\,;$$

$\rightsquigarrow$ дизъюнктивная [совершенная конъюнктивная] нормальная форма.

конъюнктивный член (conjunctive term) $\twoheadrightarrow$ конъюнкция.

конъюнкция (или логическое умножение; conjunction) — бинарная логическая операция: конъюнкция $A \,\&\, B$, или

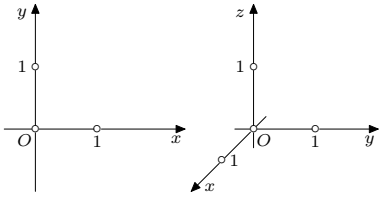
$A \wedge B$ высказываний A и B (*конъюнктивных членов*) истинна тогда и только тогда, когда члены A и B оба истинны; $\rightsquigarrow$ элементарная конъюнкция.

кооперативная игра (cooperative game) — игра нескольких лиц, в которой образование коалиций возможно и допустимо.

координатная плоскость (coordinate plane) — **1.** плоскость, на которой фиксированы две координатные оси, определяющие аффинные координаты ее точек; **2.** плоскость, проходящая через две координатные оси из трех, определяющих систему аффинных координат в пространстве: через оси Ox и Oy проходит *плоскость* Oxy, через оси Ox и Oz — *плоскость* Oxz, а через оси Oy и Oz — *плоскость* Oyz; $\rightsquigarrow$ комплексная плоскость.

координатные линии (coordinate curves) $\twoheadrightarrow$ криволинейные координаты.

координатные оси (coordinate axes) — числовые прямые, имеющие общую нулевую точку O (*начало координат*), которыми можно заменить репер при определении аффинных координат на плоскости или в пространстве; первая координатная ось называется *осью абсцисс*, или *осью* Ox, вторая — *осью ординат*, или *осью* Oy, и третья — *осью аппликат*, или *осью* Oz (на рисунке системы координатных осей, определяющие декартовы прямоугольные координаты соответственно на плоскости и в пространстве); $\rightsquigarrow$ координатная плоскость, поворот осей.



координатные функции (coordinate functions) — система таких функций $\{f_k\}$, в виде линейной комбинации которых строятся исследуемые функции; $\rightsquigarrow$ коллокации метод.

координаты (coordinates) — **1.** числа, определяющие положение точки на плоскости [в пространстве, на поверхности, на многообразии]; $\rightsquigarrow$ аффинные [барицентрические, биполярные, декартовы, косоугольные, криволинейные, линейные, однородные, полярные, проективные, прямоугольные, сферические, цилиндрические, эллиптические] координаты, метод [преобразование, система] координат; **2.** (или компоненты) $\twoheadrightarrow$ вектор.

корень — **1.** (*корень степени* n *из числа* a; root) — число, n-я степень которого равна заданному числу a; обозначается

$$\sqrt[n]{a}\,,$$

где натуральное число $n > 1$ называется *показателем корня* и a — *подкоренным выражением*; в области комплексных чисел этот символ обозначает множество всех n корней, в области действительных чисел — действительный корень, а при четном n — арифметический корень; напр.,

$$\sqrt{i} \stackrel{\text{def}}{=} \pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)\,,$$

$$\sqrt[3]{-27} \stackrel{\text{def}}{=} -3\,, \quad \sqrt[4]{16} \stackrel{\text{def}}{=} 2\,;$$

$\rightsquigarrow$ извлечение корня, квадратный [кубический] корень; **2.** $\twoheadrightarrow$ цифровой корень; **3.** (root) $\twoheadrightarrow$ корневое дерево.

корень из единицы (*корень степени* n *из единицы*; root of unity) — комплексное число x, которое при фиксированном натуральном числе $n > 1$ удовлетворяет уравнению $x^n = 1$; все корни степени n из единицы можно представить формулой

$$x = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\,\sin\frac{2k\pi}{n}\,,$$

где $k = 0, 1, \ldots, n-1$; напр., корнями третьей степени из единицы являются

$$1\,, \quad -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \quad \text{и} \quad -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\,;$$

$\rightsquigarrow$ первообразный корень.

корень полинома (или нуль полинома; root of a polynomial) — такое значение переменного, при котором значение рассматриваемого полинома от одного переменного равно нулю: x^* является корнем полинома p, если $p(x^*) = 0$; полином p делится без остатка на двучлен $x - x^*$, т. е. найдется такой полином q, что

$$p(x) = (x - x^*)q(x)\,;$$

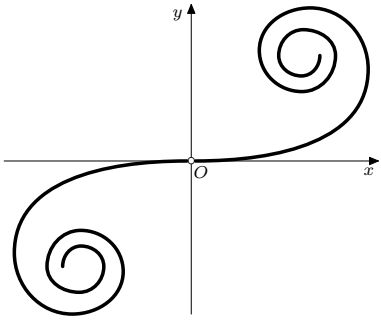
⇝ алгебраически замкнутое поле, Виета теорема, Декарта правило, дискриминант, кратный [простой] корень, Маклорена формула, результант.

корень уравнения (или решение уравнения; root of an equation) — значение неизвестного, обращающее данное уравнение с одним неизвестным в тождество; ⇝ Банаха индикатриса, Бернулли [Штурма] метод, кратный [посторонний] корень.

корневое дерево (rooted tree) — дерево, в котором фиксирована одна вершина (*корень* дерева) и ребра можно ориентировать так, что имеется путь от корня до любого листа; ⇝ дерево игры.

Корню спираль (или клотоида; Cornu spiral) — плоская кривая, кривизна которой растет пропорционально длине дуги; параметрические уравнения можно представить при помощи интегралов Френеля в виде

$$x = aC(t)\,, \quad y = aS(t)\,.$$



корректная задача (well-posed problem) — задача, имеющая единственное решение, которое устойчиво в том смысле, что оно мало меняется при малых изменениях исходных данных задачи; если это условие не выполнено, то задача называется *некорректной*.

корреляции коэффициент (или линейной корреляции коэффициент; correlation coefficient) — числовая характеристика $r(X, Y)$, выражающая линейную взаимосвязь двух случайных величин X и Y; равен отношению ковариации этих случайных величин к произведению их стандартных отклонений, т. е.

$$r(X,Y) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)} = \frac{\mathsf{E}(X - \mathsf{E}X)(Y - \mathsf{E}Y)}{\sqrt{\mathsf{D}X\,\mathsf{D}Y}}\,;$$

⇝ множественный [частный] коэффициент корреляции.

корреляционная зависимость ⇛ корреляция.

корреляционная матрица (correlation matrix) — квадратная матрица $R = (r_{ij})$, выражающая статистическую зависимость между случайными величинами $X_1, X_2, \ldots, X_n$; в этой матрице

$$r_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} r(X_i, X_j)$$

является коэффициентом корреляции случайных величин X_i и X_j, а $r_{ii} = 1$.

корреляционная функция (или ковариационная функция; correlation function) — функция

$$r(t_1, t_2) \stackrel{\text{def}}{=} \mathsf{E}(X(t_1) - \mathsf{E}X(t_1))(X(t_2) - \mathsf{E}X(t_2))\,,$$

характеризующая взаимосвязь между состояниями случайного процесса $X(t)$; ⇝ взаимная корреляционная функция.

корреляционное отношение (или регрессионное отношение; correlation ratio) — показатель точности регрессии случайной величины Y по случайной величине X:

$$\eta(Y,X) \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{1 - \frac{\mathsf{D}\mathsf{E}^X Y}{\mathsf{D}Y}}\,,$$

где $\mathsf{E}^X Y$ — условное математическое ожидание величины Y при данном значении X, а D обозначает дисперсию случайной величины.

корреляционное поле (correlation field) — графическое представление совместного распределения двух случайных величин [признаков].

корреляционный анализ (correlation analysis) — метод многомерного статистического анализа для исследования и оценки зависимостей между случайными величинами [признаками] по соответствующим коэффициентам корреляции.

корреляция (correlation) — **1.** (или корреляционная зависимость) — статистическая зависимость между случайными величинами X и Y, которую с некоторой точностью можно выразить линейной функциональной зависимостью

$$Y = aX + b;$$

⇝ автокорреляция, каноническая корреляция; **2.** (или дуальное преобразование) — преобразование проективного пространства, при котором из включения $\mathcal{M}_1 \subset \mathcal{M}_2$ следует обратное включение образов этих множеств.

кортеж (или конечная последовательность; finite sequence) — отображение отрезка натурального ряда или вообще конечного множества натуральных чисел в некоторое множество; обозначается

$$\langle a_0, a_1, \ldots, a_n \rangle, \text{ или } (a_0, a_1, \ldots, a_n),$$

$$\text{или } a_0, a_1, \ldots, a_n, \text{ или } a_0 a_1 \ldots a_n$$

(последнее в случае слова); элементы кортежа называются также его *компонентами*; ⇝ пара, прямая степень, тройка, четверка.

косвенное доказательство (indirect proof) ↠ доказательство.

косеканс (cosecant) — тригонометрическая функция, значение которой равно обратной величине синуса того же аргумента, т. е.

$$\operatorname{cosec} x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\sin x};$$

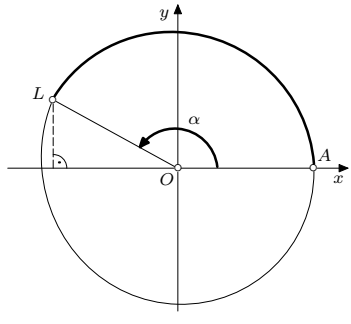
обозначается также $\operatorname{cosc} x$, или $\operatorname{csc} x$.

косекансоида (cosecant curve) — график функции $y = \operatorname{cosec} x$.

косинус (cosine) — тригонометрическая функция, значение $\cos\alpha$ которой при центральном угле α или длине соответствующей дуги $\widehat{AL}$ единичной окружности равно абсциссе точки L в декартовых прямоугольных координатах, где начальной точкой дуги является $A = (1, 0)$; косинус от действительного [комплексного] аргумента x выражается степенным рядом

$$\cos x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!};$$

⇝ арккосинус, интегральный косинус.

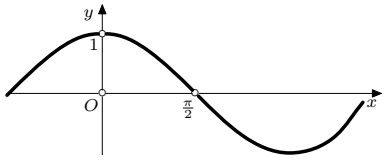


косинус амплитуды (cosine amplitude) ↠ Якоби эллиптические функции.

косинусов теорема (cosine theorem) — квадрат одной стороны (напр., a) треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон (b и c) без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла (α) между ними, т. е.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha.$$

косинусоида (cosine curve) — график функции $y = \cos x$.



кососимметрическая билинейная форма (или антисимметрическая билинейная форма; skew-symmetric bilinear form) — билинейная форма f, удовлетворяющая при всех $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ условию

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -f(\mathbf{y}, \mathbf{x})\,;$$

⇝ симметрическая билинейная форма.

кососимметрическая матрица (или антисимметрическая матрица; skew-symmetric matrix) — квадратная матрица $A = (a_{ij})$, противоположная к своей транспонированной матрице, т. е. при всех i и j имеет место равенство

$$a_{ij} = -a_{ji}\,;$$

⇝ косоэрмитова [симметрическая] матрица.

косоугольная аксонометрия (skew axonometry) ↠ аксонометрия.

косоугольные координаты (oblique coordinates) — аффинные координаты, определяемые при помощи аффинного репера, базис которого не является ортогональной системой; ⇝ прямоугольные координаты.

косоэрмитова матрица (или альтернирующая матрица; skew-Hermitian matrix) — квадратная матрица $A = (a_{ij})$, для которой при всех i и j имеет место равенство

$$a_{ij} = -\overline{a_{ji}}\,.$$

котангенс (cotangent) — тригонометрическая функция, значение которой равно отношению косинуса к синусу того же аргумента, т. е.

$$\operatorname{ctg} x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\cos x}{\sin x}\,;$$

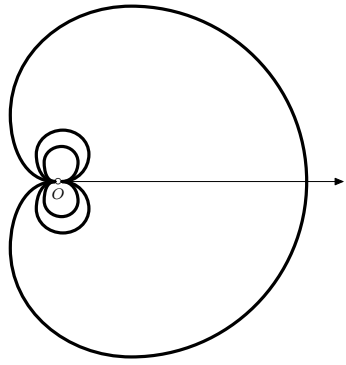
обозначается также $\cot x$, или $\operatorname{cotg} x$; ⇝ арккотангенс.

котангенсоида (cotangent curve) — график функции $y = \operatorname{ctg} x$.

Котеса квадратурная формула ↠ Ньютона – Котеса квадратурная формула.

кохлеоида (cochleoid) — плоская кривая, уравнение которой в полярных координатах имеет вид

$$\varrho = a\,\frac{\sin\varphi}{\varphi}\,.$$



Коши главное значение ⇛ главное значение несобственного интеграла.

Коши задача (Cauchy problem) — найти такое решение обыкновенного дифференциального уравнения

$$y^{(n)} = f(x,\, y,\, y',\, \ldots,\, y^{(n-1)})\,,$$

которое удовлетворяет *начальным условиям*

$$y(x_0){=}y_0,\ y'(x_0){=}y'_0,\ \ldots,\ y^{(n-1)}(x_0){=}y_0^{(n-1)},$$

где x_0, y_0, y'_0, …, $y_0^{(n-1)}$ — фиксированные *начальные значения*; также аналогичная задача в случае дифференциального уравнения с частными производными или системы дифференциальных уравнений; ⇝ Адамса формулы, Коши формула, краевая [смешанная] задача, Пикара метод, Рунге – Кутта методы.

Коши интегральная теорема (Cauchy integral theorem) — если f — аналитическая функция комплексного переменного в области $\mathcal{D}$, то при каждой замкнутой спрямляемой кривой $\mathcal{L} \subset \mathcal{D}$ имеет место равенство

$$\int_{\mathcal{L}} f(z)\,dz = 0\,;$$

$\rightsquigarrow$ Мореры теорема.

Коши интегральная формула (Cauchy integral formula) — если f — аналитическая функция комплексного переменного в области $\mathcal{D}$, то при замкнутой спрямляемой кривой $\mathcal{L} \subset \mathcal{D}$

$$f(c) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\mathcal{L}} \frac{f(z)}{z-c}\,dz\,,$$

где c — внутренняя точка области, ограниченной $\mathcal{L}$, и интеграл берется по кривой $\mathcal{L}$ против часовой стрелки.

Коши критерий (Cauchy criterion) $\twoheadrightarrow$ фундаментальная последовательность.

Коши неравенство (Cauchy inequality) — для любых конечных сумм имеет место неравенство

$$\Big(\sum_{k=1}^{n} a_k b_k\Big)^2 \leqslant \sum_{k=1}^{n} a_k^2 \cdot \sum_{k=1}^{n} b_k^2\,;$$

интегральный аналог этого неравенства называется *неравенством Буняковского*.

Коши последовательность $\Rrightarrow$ фундаментальная последовательность.

Коши признак (Cauchy criterion) — если существует (конечный) предел

$$a = \lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{a_k}\,,$$

то числовой ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k$$

с неотрицательными членами сходится при $a < 1$ и расходится при $a > 1$.

Коши произведение $\Rrightarrow$ свертка рядов.

Коши распределение (Cauchy distribution) — распределение непрерывной случайной величины с функцией плотности

$$f(x) = \frac{\sigma}{\pi}\big(\sigma^2 + (x-\mu)^2\big)^{-1},$$

где μ и $\sigma > 0$ — постоянные.

Коши теорема (Cauchy theorem) — **1.** $\twoheadrightarrow$ Больцано – Коши теорема; **2.** (*теорема Коши о среднем значении*) — если функции f и g непрерывны на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемы на интервале (a, b), причем $g'(x) \neq 0$ для всех $x \in (a, b)$, то существует такая точка $c \in (a, b)$, что

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}\,;$$

$\rightsquigarrow$ конечных приращений формула; **3.** если в нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$y_k' = f_k(x,\, y_1,\, y_2,\, \ldots,\, y_n)$$

(где $k = 1, 2, \ldots, n$) функции f_k и их частные производные по $y_1, y_2, \ldots, y_n$ определены и непрерывны в некоторой области $\mathcal{D}$, то через каждую точку этой области проходит точно одна интегральная кривая.

Коши типа интеграл (integral of Cauchy type) — интеграл вида

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\mathcal{L}} \frac{f(z)}{z-c}\,dz\,,$$

где f — непрерывная на гладкой кривой $\mathcal{L}$ функция комплексного переменного, а фиксированная точка c не лежит на $\mathcal{L}$.

Коши фильтр (Cauchy filter) — фильтр в топологическом векторном пространстве, содержащий для каждой окрестности нуля $\mathcal{U}$ такое множество $\mathcal{M}$, что $\mathbf{x} - \mathbf{y} \in \mathcal{U}$ при любых $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathcal{M}$; $\rightsquigarrow$ полное пространство.

Коши форма остаточного члена (Cauchy form of the remainder) — остаточный член формулы Тейлора в виде

$$R_n(x) = \frac{(1-t)^n (x-a)^{n+1}}{n!}\, f^{(n+1)}\big(a + t(x-a)\big)\,,$$

где $0 < t < 1$; $\rightsquigarrow$ Лагранжа форма остаточного члена.

Коши формула (Cauchy formula) — решение дифференциального уравнения $y^{(n)} = f(x)$ при начальных условиях $y^{(k)}(x_0) = 0$ (где $k = 0, 1, \ldots, n-1$) выражается в виде

$$y(x) = \frac{1}{(n-1)!} \int_{x_0}^{x} (x-t)^{n-1} f(t)\, dt\,.$$

Коши – Адамара формула (Cauchy – Hadamard formula) — радиус R круга [интервала] сходимости степенного ряда

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$$

от комплексного [действительного] переменного z выражается формулой

$$R = \frac{1}{A}\,,$$

где A определяется верхним пределом

$$A \stackrel{\text{def}}{=} \limsup_{k\to\infty} \sqrt[k]{|a_k|}\,,$$

причем считают $R = \infty$, если $A = 0$, и $R = 0$, если $A = \infty$.

Коши – Буняковского неравенство (или Шварца неравенство; Cauchy – Bunyakovskii inequality) — при любых элементах $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ гильбертова пространства имеет место неравенство

$$|\,(\mathbf{x}, \mathbf{y})\,| \leqslant \|\,\mathbf{x}\,\| \cdot \|\,\mathbf{y}\,\|\,.$$

Коши – Римана условия (или Д'Аламбера – Эйлера условия, или моногенности условия; Cauchy – Riemann conditions) — для того, чтобы функция

$$f(z) = u(x, y) + v(x, y)i$$

комплексного переменного $z = x + yi$ была моногенной в рассматриваемой точке, необходимо и достаточно, чтобы функции u и v были дифференцируемы в этой точке и выполнялись условия

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}\,, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}\,;$$

$\rightsquigarrow$ обобщенная аналитическая функция.

коэффициент — 1. (coefficient) — числовой или постоянный множитель одночлена; иногда произведение всех множителей одночлена, кроме одного: в одночлене $3a^2bx$ можно считать $3a^2b$ коэффициентом переменного x; $\rightsquigarrow$ линейное уравнение, линейных уравнений система, полином, степенной [тригонометрический] ряд; **2.** $\twoheadrightarrow$ угловой коэффициент; **3.** $\twoheadrightarrow$ биномиальный [корреляции, мультиномиальный] коэффициент.

коэффициент гомотетии (homothety ratio) $\twoheadrightarrow$ гомотетия.

коэффициент доверия (или доверительный уровень; confidence level) $\twoheadrightarrow$ доверительное множество.

коэффициент инверсии (или степень инверсии; coefficient of the inversion) $\twoheadrightarrow$ инверсия.

коэффициент мнимой части (или мнимая часть, *коэффициент мнимой части комплексного числа*; imaginary part) — действительный коэффициент мнимой части комплексного числа $z = a + bi$; обозначается

$$\mathrm{Im}\,(z) \stackrel{\text{def}}{=} b\,;$$

$\rightsquigarrow$ действительная часть.

коэффициент подобия (similarity coefficient) — отношение расстояния между двумя точками фигуры к расстоянию между соответствующими точками подобной ей фигуры; $\rightsquigarrow$ подобия преобразование.

коэффициент пропорциональности [обратной пропорциональности] (coefficient of direct [inverse] proportionality) $\twoheadrightarrow$ пропорциональная [обратно пропорциональная] зависимость.

коэффициент регрессии (regression coefficient) $\twoheadrightarrow$ линейная регрессия.

коэффициент сжатия (contraction coefficient) $\twoheadrightarrow$ сжатие.

краевая задача (boundary value problem) — задача нахождения функции, удовлетворяющей в заданной области данному дифференциальному уравнению, а на границе этой области еще некоторым дополнительным условиям, т. н. *краевым*, или *граничным условиям*; $\rightsquigarrow$ Грина функция, Дирихле [Коши, Неймана, смешанная] задача.

краевое условие (или граничное условие; boundary condition) $\twoheadrightarrow$ краевая задача.

край $\Rightarrow$ граница.

крайние члены пропорции (extremes of the proportion) $\twoheadrightarrow$ пропорция.

Крамера основной случай ("Cramer's case") — такая система линейных уравнений, в которой число неизвестных равно числу уравнений, а определитель системы отличен от нуля.

Крамера формулы (или Крамера правило; Cramer formulae) — при основном случае Крамера единственное решение $x_1, x_2, \ldots, x_n$ системы линейных уравнений выражается в виде

$$x_1 = \frac{D_1}{D},\ \ x_2 = \frac{D_2}{D},\ \ldots,\ \ x_n = \frac{D_n}{D},$$

где D — определитель системы, а определители D_k получаются из D заменой в нем k-го столбца на столбец свободных членов системы уравнений.

кратная последовательность (multiple sequence) — отображение прямой степени множества натуральных чисел в некоторое множество; член n-кратной последовательности обозначается $a_{k_1 k_2 \ldots k_n}$; $\rightsquigarrow$ двойная последовательность.

кратная точка (*n-кратная точка*; multiple point) — особая точка плоской кривой $F(x, y) = 0$, в которой обращаются в нуль частные производные от F до порядка n включительно и не равна нулю хотя бы одна из частных производных $(n+1)$-го порядка (в случае $n = 2$ — двойная точка).

кратного угла формулы (multiple-angle formulae) — формулы, позволяющие по значениям тригонометрических функций от данного угла найти значения тригонометрических функций от кратных этому углу; напр.:

$$\sin 3\alpha = 3\,\sin\alpha - 4\sin^3\alpha\,,$$
$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha\,;$$

$\rightsquigarrow$ двойного угла формулы.

кратное (multiple) — **1.** (*кратное натурального числа n*) — натуральное число kn, которое через данное натуральное число n выражается в виде суммы

$$kn \stackrel{\text{def}}{=} \underbrace{n + n + \cdots + n}_{k}\,;$$

$\rightsquigarrow$ общее кратное; **2.** (*k-кратное элемента a*) — сумма одинаковых элементов кольца [аддитивной абелевой группы]:

$$ka \stackrel{\text{def}}{=} \underbrace{a + a + \cdots + a}_{k}\,.$$

кратное ребро (multiple edge) $\twoheadrightarrow$ мультиграф.

кратный интеграл (multiple integral) — обобщение понятия двойного и тройного интеграла: определенный интеграл функции от n переменных; обозначение

$$\int\!\!\int_{\mathcal{D}}\!\!\ldots\int f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\,dx_1 dx_2 \ldots dx_n\,,$$

где f называется *интеграндом*, или *подынтегральной функцией* и $\mathcal{D}$ — *областью интегрирования*; $\rightsquigarrow$ повторный интеграл.

кратный корень (multiple root) — **1.** (*кратный корень полинома*) — такой корень полинома от одного переменного, который является также корнем производной этого полинома: x^* является

k-кратным корнем полинома p, если найдется такой полином q, что

$$p(x) = q(x)(x - x^*)^k,$$

но $q(x^*) \neq 0$; $\rightsquigarrow$ простой корень; **2.** (*кратный корень уравнения*) — такой корень уравнения $f(x) = 0$ с одним неизвестным, который является также корнем уравнения $f'(x) = 0$; $\rightsquigarrow$ Банаха индикатриса.

кратный ряд (*n-кратный ряд*; multiple series) — ряд

$$\sum_{k_1,k_2,\ldots,k_n=0}^{\infty} a_{k_1 k_2 \ldots k_n},$$

члены которого образуют n-кратную последовательность (в случае $n = 2$ — двойной ряд).

кривая (или линия; curve) — **1.** (*плоская кривая*) — множество таких точек плоскости, координаты x и y которых удовлетворяют при некоторой функции F от двух переменных уравнению этой кривой

$$F(x, y) = 0;$$

$\rightsquigarrow$ алгебраическая кривая; **2.** (или жорданова кривая) — множество таких точек пространства [плоскости], координаты которых являются непрерывными функциями действительного параметра, заданными на отрезке; множество точек топологического пространства, являющееся непрерывным образом отрезка; $\rightsquigarrow$ аналитическая [гладкая, замкнутая] кривая, параметрические уравнения; **3.** одномерный континуум.

кривая второго порядка (или коника; second-order curve) — алгебраическая кривая, порядок которой равен двум; квадрика в двумерном пространстве; уравнение кривой второго порядка имеет в декартовых прямоугольных координатах общий вид

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{10}x + 2a_{20}y + a_{00} = 0;$$

$\rightsquigarrow$ диаметр, каноническое уравнение кривой второго порядка, нераспадающаяся [распадающаяся] кривая второго порядка.

кривая линия (curve) — кривая, не являющаяся прямой (или ломаной линией).

кривая третьего порядка (или кубика; third-order curve) — алгебраическая кривая, порядок которой равен трем; $\rightsquigarrow$ Аньези локон, декартов лист, Каталана [Маклорена] трисектриса, кубическая дупликатриса, кубическая [полукубическая] парабола, Ньютона серпантина, офиурида, параболическая гипербола, Слюза конхоида, строфоида, циссоида.

кривизна (curvature) — величина, характеризующая в окрестности рассматриваемой точки отклонение кривой [поверхности, риманова пространства] от прямой [плоскости, евклидова пространства]; $\rightsquigarrow$ гауссова [геодезическая, главная, нормальная, средняя] кривизна.

кривизна кривой (curvature of a curve) — мера отклонения кривой от ее касательной: кривизной кривой в ее точке P называется предел k отношения угла между касательными кривой в точках P и K к длине дуги кривой между этими точками, если точка K движется по кривой до точки P; кривизна графика функции $y = f(x)$ в точке $P = \big(x_0, f(x_0)\big)$ выражается формулой

$$k = \frac{|f''(x_0)|}{\Big(\sqrt{1 + \big(f'(x_0)\big)^2}\Big)^3};$$

$\rightsquigarrow$ вершина, натуральные уравнения кривой, окружность кривизны, спрямления точка.

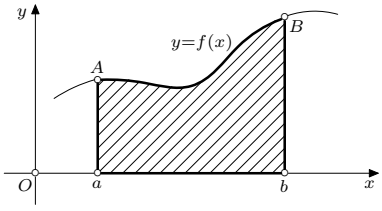
кривизны вектор (vector of curvature) — вектор, длина которого равна кривизне данной кривой в рассматриваемой точке, а направление совпадает с направлением главной нормали кривой в этой же точке; $\rightsquigarrow$ геодезическая [нормальная] кривизна.

кривизны линия (curvature line) — кривая на поверхности, в каждой точке которой касательная имеет одно из главных направлений поверхности.

кривизны тензор (curvature tensor) — тензор, описывающий в данной точке

кривизну риманова пространства или его обобщения.

криволинейная трапеция (area under graph) — плоская фигура, ограниченная отрезком $[a, b]$ оси Ox, дугой $\widehat{AB}$ графика функции $y = f(x)$, где $A = \big(a, f(a)\big)$, $B = \big(b, f(b)\big)$, и отрезками aA, bB, перпендикулярными оси Ox.



криволинейные интегралы второго рода (curvilinear integrals of the second kind) — **1.** величины, характеризующие функцию f, заданную вдоль дуги $\widehat{AB}$ плоской кривой $x = x(t)$, $y = y(t)$:

$$\int\limits_{AB} f(x,y)dx \stackrel{\text{def}}{=} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max s_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} f\big(x(\tau_k), y(\tau_k)\big)\Delta x_k\,,$$

$$\int\limits_{AB} f(x,y)dy \stackrel{\text{def}}{=} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max s_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} f\big(x(\tau_k), y(\tau_k)\big)\Delta y_k\,,$$

где $A = \big(x(a), y(a)\big)$, $B = \big(x(b), y(b)\big)$, значениями t_k параметра при $a = t_0 < t_1 < \cdots < t_n = b$ задают разбиение дуги $\widehat{AB}$ на части, $\Delta x_k \stackrel{\text{def}}{=} x(t_k) - x(t_{k-1})$, $\Delta y_k \stackrel{\text{def}}{=} y(t_k) - y(t_{k-1})$, s_k является длиной той части дуги, концы которой определены значениями параметра t_{k-1} и t_k, а $\tau_k \in [t_{k-1}, t_k]$; если f — функция комплексного переменного $z = x + iy$, т. е.

$$f(z) = u(x,y) + i\,v(x,y)\,,$$

то

$$\int\limits_{AB} f(z)\,dz \stackrel{\text{def}}{=} \int\limits_{AB} u\,dx - v\,dy + i\int\limits_{AB} v\,dx + u\,dy\,;$$

2. величины, характеризующие функцию f от трех переменных, заданную вдоль дуги $\widehat{AB}$ пространственной кривой $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$:

$$\int\limits_{AB} f(x,y,z)\,dx \stackrel{\text{def}}{=} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max s_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} f\big(x(\tau_k), y(\tau_k), z(\tau_k)\big)\Delta x_k\,,$$

$$\int\limits_{AB} f(x,y,z)\,dy \stackrel{\text{def}}{=} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max s_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} f\big(x(\tau_k), y(\tau_k), z(\tau_k)\big)\Delta y_k\,,$$

$$\int\limits_{AB} f(x,y,z)\,dz \stackrel{\text{def}}{=} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max s_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} f\big(x(\tau_k), y(\tau_k), z(\tau_k)\big)\Delta z_k\,,$$

где t_k, Δx_k, Δy_k, Δz_k, s_k и τ_k определены аналогично двумерному случаю; сумма таких интегралов пишется в виде

$$\int\limits_{AB} f\,dx + g\,dy + h\,dz\,;$$

$\rightsquigarrow$ Грина [Стокса] формула.

криволинейные координаты (или гауссовы координаты; curvilinear coordinates) — локальные координаты в некоторой области $\mathcal{D}$ поверхности, определенные при помощи таких двух семейств кривых (*координатных линий*), что любая кривая одного семейства пересекает любую кривую другого семейства точно в одной точке области $\mathcal{D}$: координатами этой точки считаются соответствующие значения параметров семейств; $\rightsquigarrow$ линейные [эллиптические] координаты.

криволинейный интеграл (curvilinear integral) — обобщение определенного интеграла, в котором интеграл берется от функции, определенной в точках некоторой кривой (*пути интегрирования*); $\rightsquigarrow$ криволинейные интегралы второго рода, криволинейный интеграл

первого рода, поверхностный интеграл, циркуляция.

криволинейный интеграл первого рода (curvilinear integral of the first kind) — **1.** величина, характеризующая функцию f, заданную вдоль дуги $\overset{\frown}{AB}$ плоской кривой $x = x(t),\ y = y(t)$:

$$\int\limits_{AB} f(x,y)ds \overset{\text{def}}{=} \lim_{\max s_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} f\Big(x(\tau_k), y(\tau_k)\Big)s_k\,,$$

где $A = \big(x(a), y(a)\big),\ B = \big(x(b), y(b)\big)$, значениями t_k параметра при $a = t_0 < t_1 < \cdots < t_n = b$ задают разбиение дуги $\overset{\frown}{AB}$ на части, s_k является длиной той части дуги, концы которой определены значениями параметра t_{k-1} и t_k, а $\tau_k \in [t_{k-1}, t_k]$; **2.** величина, характеризующая функцию f от трех переменных, заданную вдоль дуги $\overset{\frown}{AB}$ пространственной кривой $x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t)$:

$$\int\limits_{AB} f(x,y,z)\,ds \overset{\text{def}}{=}$$

$$\overset{\text{def}}{=} \lim_{\max s_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} f\big(x(\tau_k), y(\tau_k), z(\tau_k)\big)s_k\,,$$

где t_k, s_k и τ_k определены аналогично двумерному случаю.

криптология (cryptology) — раздел дискретной математики, изучающий как методы создания систем безопасной передачи дискретных сообщений (криптография), так и методы раскрытия таких систем (криптоанализ).

Кристоффеля символы (Christoffel symbols) ⇀ аффинная связность.

критерий — **1.** ⇛ необходимое и достаточное условие; **2.** (criterion) — признак, по которому происходит отождествление или упорядочение объектов; **3.** (*статистический критерий*; criterion) — индикатор такого множества, при вхождении в которое рассматриваемой выборки принимается некоторая гипотеза; ⇝ пустых ящиков критерий.

критерий оптимальности (optimality criterion) ⇀ оптимальность.

критическая точка (critical point) — точка области определения функции, в которой производная [градиент] функции равна [равен] нулю или в которой функция не имеет производной [градиента]; ⇝ стационарная точка.

критический путь (critical path) — такой путь из входа сетевого графика к выходу, сумма длин дуг которого окажется максимальной.

Кронекера метод (Kronecker method) — метод разложения полинома с рациональными коэффициентами на неприводимые множители.

Кронекера символ (Kronecker symbol) — величина δ_{ij}, зависящая от двух индексов следующим образом:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j\,, \\ 0, & \text{если } i \neq j\,. \end{cases}$$

Кронекера – Капелли теорема (Kronecker – Capelli theorem) — система линейных уравнений имеет решение тогда и только тогда, когда ранг матрицы этой системы равен рангу расширенной матрицы.

круг (disc) — часть плоскости, ограниченная окружностью; центр и радиус этой окружности называются соответственно *центром* и *радиусом* круга; площадь S круга радиуса r вычисляется по формуле $S = \pi r^2$; ⇝ большой круг, полукруг.

круг кривизны (или соприкасающаяся окружность) ⇛ окружность кривизны.

круг сходимости (disc of convergence) — круг $|z - a| < R$, в каждой точке которого рассматриваемый степенной ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k (z-a)^k$$

комплексного переменного z сходится, а вне этого круга, при $|z - a| > R$,

расходится; величина R называется *радиусом сходимости* этого степенного ряда; $\rightsquigarrow$ Абеля теорема, интервал сходимости, Коши – Адамара формула.

круга проблема (disc problem) — проблема наилучшей оценки числа целых точек в круге $x^2 + y^2 \leqslant r^2$; в трехмерном случае аналогичная проблема называется *проблемой шара*.

круглое число (round number) — целое число, делящееся на некоторую степень основания рассматриваемой позиционной системы счисления.

круглые скобки (parentheses) $\twoheadrightarrow$ скобки.

круговая точка (или округления точка) $\Rrightarrow$ омбилическая точка.

круговое поле (cyclotomic field) — расширение $\mathbb{Q}(\xi_n)$ поля $\mathbb{Q}$ рациональных чисел, полученное путем присоединения к полю $\mathbb{Q}$ первообразного корня ξ_n степени n из единицы, где $n > 2$ — фиксированное натуральное число.

круговое преобразование (или Мёбиуса преобразование; circle transformation) — преобразование плоскости [пространства], дополненной [-ого] одной бесконечно удаленной прямой [плоскостью], переводящее окружности [сферы] в окружности [сферы]; $\rightsquigarrow$ конформная геометрия.

круговой сегмент (segment of a circle) — часть круга, ограниченная хордой и стягиваемой ею дугой; площадь S кругового сегмента вычисляется по формуле

$$S = \frac{1}{2}\, r^2(\alpha - \sin\alpha)\,,$$

где r — радиус круга и α — центральный угол (в радианах), опирающийся на рассматриваемую хорду.

круговой сектор (sector of a circle) — часть круга, ограниченная двумя его радиусами; площадь S кругового сектора вычисляется по формуле

$$S = \frac{1}{2}\, r^2\alpha\,,$$

где r — радиус круга и α — центральный угол (в радианах) между рассматриваемыми радиусами; $\rightsquigarrow$ квадрант.

круговой цилиндр (circular cylinder) — эллиптический цилиндр, сечение которого плоскостью, перпендикулярной к образующим, является окружностью; $\rightsquigarrow$ прямой круговой цилиндр.

кручение (или вторая кривизна; torsion) — величина, характеризующая отклонение пространственной кривой от ее соприкасающейся плоскости: абсолютная величина кручения $|\varkappa|$ в точке P равна пределу отношения угла между соприкасающимися плоскостями в точках P и K к длине дуги между этими точками, если точка K движется по кривой до точки P; кручение считается положительным, если вращение соприкасающейся плоскости при движении вдоль кривой в сторону возрастания параметра от вектора бинормали к вектору главной нормали происходит против часовой стрелки при наблюдении из точки P; $\rightsquigarrow$ натуральные уравнения кривой.

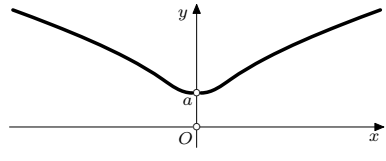
куб (cube) — **1.** третья степень; $\rightsquigarrow$ полный куб; **2.** правильный гексаэдр; $\rightsquigarrow$ единичный куб; **3.** $\twoheadrightarrow$ прямой куб.

кубатура (cubature) — **1.** объем тела; **2.** вычисление объема тела; **3.** вычисление двойного интеграла; **4.** построение куба, равновеликого данному телу.

кубатурная формула (cubature formula) — приближенная формула для вычисления двойного или вообще кратного интеграла; $\rightsquigarrow$ квадратурная формула.

кубика $\Rrightarrow$ кривая третьего порядка.

кубическая дупликатриса (или токсоида; cubic duplicatrix) — плоская кривая,



уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$y^3 = a(x^2 + y^2)$$

(изолированная точка в начале координат).

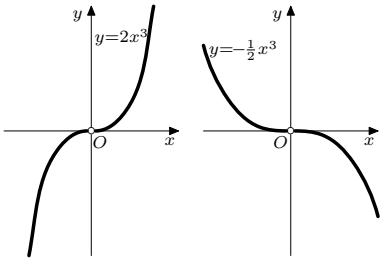
кубическая иррациональность (cubic irrationality) — иррациональное число, являющееся корнем кубического уравнения с целочисленными коэффициентами.

кубическая норма (cubic norm) $\twoheadrightarrow$ норма.

кубическая парабола (cubic parabola) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$y = c\,x^3;$$

$\rightsquigarrow$ полукубическая парабола.



кубическая форма (cubic form) — однородный полином третьей степени.

кубический вычет (*кубический вычет по модулю* m; cubic residue) — целое число a, для которого разрешимо сравнение

$$x^3 \equiv a \pmod{m}.$$

кубический корень (cube root) — корень третьей степени, т. е. число $\sqrt[3]{a}$, куб которого равен заданному числу a.

кубический полином (cubic polynomial) — полином третьей степени; кубический полином от одного переменного x имеет общий вид

$$ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

где $a \neq 0$.

кубический сплайн (cubic spline) — дважды непрерывно дифференцируемая функция, определенная на отрезке $[a, b]$, которая при некотором разбиении

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$$

выражается кубическим полиномом на каждом интервале (x_k, x_{k+1}).

кубическое уравнение (cubic equation) — алгебраическое уравнение третьей степени; кубическое уравнение с одним неизвестным имеет общий вид

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0,$$

где $a \neq 0$; $\rightsquigarrow$ Кардано формула, неприводимый случай.

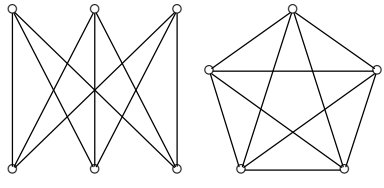
Куранта – Гильберта полиномы (Courant – Hilbert polynomials) — полиномы P_k и Π_k от одного переменного, определенные соответственно рекуррентными дифференциальными уравнениями

$$(2k+1)P_k(x) = xP'_{k-1}(x) + (2k+1+x)P_{k-1}(x),$$

$$2k\Pi_k(x) = x\Pi'_{k-1}(x) + (2k-1+x)\Pi_{k-1}(x)$$

и дополнительными условиями $P_0(x) = \Pi_0(x) = 1$, $P_k(0) = 1$, $\Pi_k(0) + \Pi'_k(0) = 1$.

Куратовского – Понтрягина теорема (Kuratowski – Pontryagin theorem) — граф является плоским тогда и только тогда, когда он не содержит подграфа, совпадающего (гомеоморфного) с одним из двух, указанных на рисунке.



кусочно-линейная функция (или линейный сплайн; linear spline) — непрерывная функция, определенная на отрезке $[a, b]$, которая при некотором разбиении

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$$

окажется линейной на каждом интервале (x_k, x_{k+1}).

кусочно-непрерывная функция (step-continuous function) — функция, определенная на отрезке $[a,b]$, которая при некотором разбиении

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$$

окажется непрерывной на каждом интервале (x_k, x_{k+1}), причем в точках x_1, x_2, …, x_n существуют пределы слева, а в точках x_0, x_1, …, x_{n-1} — пределы справа; напр., функция $y = \{x\}$, где $\{\ \}$ обозначает дробную часть.

кусочно-полиномиальная функция $\Rightarrow$ сплайн.

кусочно-постоянная функция (или ступенчатая функция; step-constant function) — функция, определенная на отрезке $[a,b]$, которая при некотором разбиении

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$$

окажется постоянной на каждом интервале (x_k, x_{k+1}); $\rightsquigarrow$ ступенчатая линия.

Кутта методы $\twoheadrightarrow$ Рунге – Кутта методы.

Кэли таблица (Cayley table) — таблица умножения конечного группоида; напр., таблица Кэли квазигруппы является латинским квадратом.

Кэли число (или октонион; Cayley number) — гиперкомплексное число, являющееся элементом 8-мерной алгебры над полем действительных чисел (т. н. алгебры Кэли); умножение таких чисел альтернативно, но неассоциативно и некоммутативно.

Кэли – Гамильтона теорема (Hamilton – Cayley theorem) — если $p(\lambda)$ — характеристический полином матрицы A, то $p(A)$ является нулевой матрицей.

Л

Лагерра полиномы (или Чебышёва – Лагерра полиномы; Laguerre polynomials) — полиномы L_k^{α}, ортогональные на интервале $(0,\infty)$ с весовой функцией $p(x) = e^{-x}x^{\alpha}$, где $\alpha > -1$; по формуле Родрига выражаются в виде

$$L_k^{\alpha}(x) = a_k e^x x^{-\alpha} \frac{d^k}{dx^k}\left(e^{-x}x^{k+\alpha}\right),$$

причем обычно принимается

$$a_k = 1 \quad \text{или} \quad a_k = \sqrt{\frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma(k+1+\alpha)}}\,,$$

где Γ — гамма-функция; напр., $L_0^0(x) = 1$, $L_1^0(x) = -x+1$, $L_2^0(x) = x^2 - 4x + 2$, $L_3^0(x) = -x^3 + 9x^2 - 18x + 6$.

Лагерра уравнение (Laguerre equation) — однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$xy'' + (\alpha - x + 1)y' + ny = 0\,,$$

где $\alpha > -1$ и n — натуральное число.

Лагранжа задача (Lagrange problem) — одна из основных задач вариационного исчисления: минимизировать функционал

$$F(y) = \int_a^b f(x, y, y')\,dx$$

при наличии некоторых ограничений и граничных условий, накладываемых на искомую функцию y; подынтегральная функция f в такой задаче называется *лагранжианом*, или *функцией Лагранжа*; $\rightsquigarrow$ Эйлера уравнение.

Лагранжа интерполяционная формула (Lagrange interpolation formula) — формула для построения полинома $y = p(x)$ степени n, принимающего в различных узлах интерполяции $x_0, x_1, \ldots, x_n$ заданные значения $y_0, y_1, \ldots\ \ldots, y_n$:

$$y = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)\cdots(x_0-x_n)}\,y_0 +$$
$$+ \frac{(x-x_0)(x-x_2)\cdots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\cdots(x_1-x_n)}\,y_1 +$$
$$+ \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1)\cdots(x_n-x_{n-1})}\,y_n\,;$$

в случае равноотстоящих узлов $x_k = x_0 + kh$ формула принимает вид

$$y = \sum_{k=0}^{n} (-1)^{n-k} \binom{n}{k} \frac{t(t-1)\cdots(t-n)}{(t-k)\,n!} y_k\,,$$

где $t \stackrel{\text{def}}{=} (x - x_0)/h$, а $\binom{n}{k}$ — биномиальный коэффициент; $\rightsquigarrow$ Ньютона [Эрмита] интерполяционная формула.

Лагранжа метод (Lagrange method) — **1.** метод решения задач на условный экстремум; $\rightsquigarrow$ Лагранжа функция; **2.** метод приведения квадратичной формы к сумме квадратов; **3.** $\Rrightarrow$ произвольных постоянных вариации метод.

Лагранжа теорема (Lagrange theorem) — **1.** порядок любой конечной группы делится на порядок каждой ее подгруппы; **2.** непрерывная дробь, представляющая квадратическую иррациональность, является периодической; **3.** любое натуральное число можно представить в виде суммы четырех квадратов целых чисел; $\rightsquigarrow$ Варинга проблема.

Лагранжа уравнение (или Д'Аламбера уравнение; Lagrange equation) — обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$xf(y') + y\,g(y') = h(y')\,,$$

где f, g и h — заданные функции; $\rightsquigarrow$ Клеро уравнение.

Лагранжа форма остаточного члена (Lagrange form of the remainder) — остаточный член формулы Тейлора в виде

$$R_n(x) = \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!}\, f^{(n+1)}\big(a + t(x-a)\big)\,,$$

где $0 < t < 1$; $\rightsquigarrow$ Коши форма остаточного члена.

Лагранжа формула $\Rrightarrow$ конечных приращений формула.

Лагранжа функция — 1. (или лагранжиан; Lagrangian) $\twoheadrightarrow$ Лагранжа задача; **2.** (или ядро; Lagrange function) — функция вида

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \stackrel{\text{def}}{=} f(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{m} y_k f_k(\mathbf{x})\,,$$

к нахождению точек экстремума которой сводятся задача на условный экстремум и задача математического программирования.

лагранжиан (или Лагранжа функция; Lagrangian) $\twoheadrightarrow$ Лагранжа задача.

Ламберта ряд (Lambert series) — функциональный ряд вида

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k x^k}{1 - x^k}\,,$$

где a_k — постоянные.

Ламе кривая (Lamé curve) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{p/q} + \left(\frac{y}{b}\right)^{p/q} = 1\,,$$

где $a, b > 0$, а p и q — взаимно простые натуральные числа; напр., при $p/q = 2/1$ Ламе кривая является эллипсом, а при $a = b$ и $p/q = 2/3$ — астроидой.

Ламе уравнение (Lamé equation) — однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$y'' + \frac{1}{2}\Big(\frac{1}{x-a_1} + \frac{1}{x-a_2} + \frac{1}{x-a_3}\Big)y' + \\ + \frac{bx + c}{4(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)}\, y = 0\,,$$

где a_1, a_2, a_3, b и c — постоянные.

Ландау символы (Landau symbols) — символы o и O для обозначения величин [функций], являющихся соответственно бесконечно малыми высшего порядка или же ограниченными по сравнению с рассматриваемой бесконечно малой величиной x: запись

$$y = o(x)$$

обозначает ситуацию, когда в данном предельном процессе

$$\lim \frac{y}{x} = 0\,;$$

запись

$$y = O(x)$$

для $x > 0$ обозначает ситуацию, когда величина y/x ограничена; $\rightsquigarrow$ асимптотическая формула.

Лапласа оператор (или лапласиан; Laplace operator) — оператор Δ, определенный на множестве дважды дифференцируемых функций от нескольких переменных: в декартовых прямоугольных координатах

$$\Delta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \cdots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}\,;$$

напр., в случае функции $u = f(x, y)$ от двух переменных

$$\Delta u = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\,.$$

Лапласа преобразование (Laplace transform) — интегральное преобразование, ставящее функции f в соответствие функцию

$$g(x) = \int\limits_0^\infty f(t)\, e^{-xt} dt\,.$$

Лапласа распределение (Laplace distribution) — распределение непрерывной случайной величины с функцией плотности

$$f(x) = \frac{\alpha}{2}\, e^{-\alpha|x-\beta|}\,,$$

где $\alpha > 0$ и β — постоянные.

Лапласа теорема $\Rightarrow$ Муавра – Лапласа теорема.

Лапласа уравнение (Laplace equation) — однородное дифференциальное уравнение с частными производными вида

$$\Delta u = 0\,,$$

где Δ — оператор Лапласа, а u — искомая функция; $\rightsquigarrow$ гармоническая функция, Пуассона уравнение.

Лапласа формула (Laplace theorem) — представление определителя в виде суммы произведений миноров на их алгебраические дополнения:

$$\det A = \sum M_k A_k\,,$$

где сумма берется по всем минорам M_k порядка k матрицы A, соответствующим k фиксированным строкам [столбцам] матрицы A; напр.:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}\,.$$

Лапласа функция $\Rightarrow$ интеграл вероятности.

лапласиан $\Rightarrow$ Лапласа оператор.

латинский квадрат (Latin square) — квадратная матрица порядка n, каждая строка и каждый столбец которой являются перестановкой заданного n-элементного множества; напр.:

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 & -1 & 5 \\ 5 & -1 & 7 & 3 \\ 3 & 7 & 5 & -1 \\ -1 & 5 & 3 & 7 \end{pmatrix};$$

$\rightsquigarrow$ греко-латинский квадрат.

латинский прямоугольник (Latin rectangle) — $(m \times n)$-матрица с элементами из заданного p-элементного множества (где $p \geqslant \max(m, n)$), встречающимися в каждой строке и каждом столбце не более одного раза.

Лебега интеграл (Lebesgue integral) — обобщение интеграла Римана: величина, характеризующая функцию f в заданной области $\mathcal{D}$:

$$\int\limits_{\mathcal{D}} f(x)\, dx \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max \Delta y_k \to 0} \sum_k c_k m(\mathcal{D}_k)\,,$$

где точки $\cdots < y_{-1} < y_0 < y_1 < \cdots$ разбивают множество значений функции f на отрезки, $\Delta y_k \stackrel{\text{def}}{=} y_k - y_{k-1}$, $c_k \in [y_{k-1}, y_k)$,

$$\mathcal{D}_k \stackrel{\text{def}}{=} \{\, x : x \in \mathcal{D} \ \text{ и } \ f(x) \in [y_{k-1}, y_k) \,\},$$

а $m(\mathcal{D}_k)$ обозначает меру множества $\mathcal{D}_k$; $\rightsquigarrow$ интегрируемая функция.

Лебега теорема — **1.** $\twoheadrightarrow$ Бореля – Лебега теорема; **2.** (Lebesgue theorem) — если последовательность $\{f_k\}$ измеримых функций сходится почти всюду на множестве $\mathcal{D}$ к функции f и найдется такая интегрируемая функция F, что при всех k и $x \in \mathcal{D}$

$$|f_k(x)| \leqslant F(x)\,,$$

то функции f_k и f интегрируемы, причем

$$\lim_{k\to\infty} \int\limits_{\mathcal{D}} f_k(x)\,dx = \int\limits_{\mathcal{D}} f(x)\,dx\,.$$

левая касательная (tangent on the left) $\twoheadrightarrow$ касательная.

левая окрестность (*левая ε-окрестность числа a*; left-hand neighbourhood) — смежный с данным действительным числом a интервал $(a-\varepsilon, a)$ или полуинтервал $(a-\varepsilon, a]$ при любом фиксированном $\varepsilon > 0$; $\rightsquigarrow$ правая окрестность.

левая производная (*левая производная функции f в точке a*; left-hand derivative) — предел слева отношения приращения функции f действительного переменного к приращению аргумента Δx при Δx, стремящемся к нулю слева, т. е.

$$f'(a-) = f'(a-0) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\Delta x \to 0-} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}\,;$$

напр., если $f(x) = |\,x\,|$, то $f'(0-) = -1$; $\rightsquigarrow$ правая производная, производная.

левая часть (left member) $\twoheadrightarrow$ неравенство, равенство.

левый идеал (left ideal) $\twoheadrightarrow$ идеал.

левый нейтрализирующий элемент (или левый обратный элемент; left neutralizing element) — соответствующий данному элементу a относительно рассматриваемой бинарной операции $*$ элемент $a_{\text{л}}^{-1}$, удовлетворяющий условию

$$a_{\text{л}}^{-1} * a = e\,,$$

где e — нейтральный элемент относительно операции $*$; $\rightsquigarrow$ правый нейтрализирующий элемент.

левый предел $\Rightarrow$ предел слева.

левый смежный класс (left coset) $\twoheadrightarrow$ смежный класс.

Лежандра полиномы (или сферические полиномы; Legendre polynomials) — полиномы L_k, ортогональные на отрезке $[-1, 1]$ с весовой функцией $p(x) = 1$; частный случай полиномов Якоби при $\alpha = \beta = 0$; по формуле Родрига выражаются в виде

$$L_k(x) = a_k \frac{d^k}{dx^k}\,(x^2-1)^k,$$

где обычно принимается

$$a_k = \frac{1}{2^k k!} \quad \text{или} \quad a_k = \frac{1}{2^k k!}\sqrt{\frac{2k+1}{2}}\,;$$

напр., в первом случае $L_0(x) = 1$, $L_1(x) = x$, $L_2(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}$, $L_3(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{2}x$, $L_4(x) = \frac{35}{8}x^4 - \frac{30}{8}x^2 + \frac{3}{8}$.

Лежандра символ (Legendre symbol) — арифметическая функция

$$\left(\frac{a}{p}\right)$$

(читается: a по отношению к p), определенная для простых нечетных p и целых a, не делящихся на p:

$$\left(\frac{a}{p}\right) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & \text{если } a \text{ — квадратичный} \\ & \text{вычет по модулю } p\,, \\ -1, & \text{если } a \text{ — квадратичный} \\ & \text{невычет по модулю } p\,; \end{cases}$$

напр.: $\left(\frac{6}{19}\right) = 1$, $\left(\frac{39}{47}\right) = -1$; $\rightsquigarrow$ квадратичный закон взаимности, Якоби символ.

Лежандра уравнение (Legendre equation) — однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$(1-x^2)\,y''-2xy'+n(n+1)\,y=0\,,$$

где n — натуральное число.

Лежандра формула (Legendre formula) — формула удвоения для гамма-функции в виде

$$\Gamma(z)\,\Gamma\left(z+\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2z-1}}\Gamma(2z)\,.$$

Лежандра функции (Legendre functions) ↠ эллиптический интеграл.

Лейбница признак (Leibniz criterion) — если числовая последовательность $\{a_k\}$ с положительными членами монотонно сходится к нулю, то знакочередующийся ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k a_k$$

сходится.

Лейбница ряд (Leibniz series) — **1.** расходящийся числовой ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k=1-1+1-1+\cdots;$$

2. знакочередующийся ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2k+1}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots,$$

сходящийся к $\frac{\pi}{4}$.

Лейбница формула — **1.** ↠ Ньютона – Лейбница формула; **2.** (Leibniz formula) — формула для вычисления производных высших порядков от произведения двух функций:

$$\frac{d^n}{dx^n}\,(f(x)g(x))=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\frac{d^{n-k}f(x)}{dx^{n-k}}\cdot\frac{d^k g(x)}{dx^k}\,,$$

где $\binom{n}{k}$ — биномиальный коэффициент; ⇝ биномиальная формула.

лексикографическая запись полинома (lexicographically ordered polynomial) — способ упорядочения членов полинома, при котором каждый член (без коэффициента!) считается «словом», состоящим из букв, обозначающих переменные (степень соответствует кратной букве), а эти «слова» пишут в порядке (латинского) алфавита, как в словарях; напр.:

$$bx^3y^2-2ax^2y^3+x^2yz^2+7cy^4z-y^2z^3,$$

или в случае переменных с индексами:

$$x_1^3x_2-2x_1^3x_3^2-x_1x_3^2+4x_2x_3^3\,.$$

лексикографический порядок (lexicographic order) — отношение порядка в множестве векторов данной размерности [кортежей, последовательностей], при котором вектор считается *лексикографически положительным* тогда и только тогда, когда первая его ненулевая компонента положительна; вектор $\mathbf{x}$ *лексикографически больше* вектора $\mathbf{y}$, если разность $\mathbf{x}-\mathbf{y}$ лексикографически положительна.

лемма (или вспомогательная теорема; lemma) — теорема, не имеющая самостоятельного значения, но используемая для доказательства других теорем.

лемниската (lemniscate) — алгебраическая кривая порядка $2n$, произведение расстояний любой точки которой до заданных n точек (*фокусов*) равно заданному числу a^n; ⇝ Бернулли [Бута] лемниската.

лемнискатные функции (или лемнискатические функции; lemniscate functions) — функции

$$\mathrm{sl}\,(z)\stackrel{\text{def}}{=}\frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{\mathrm{sn}(z\sqrt{2}\,)}{\mathrm{dn}(z\sqrt{2}\,)}$$

и

$$\mathrm{cl}\,(z)\stackrel{\text{def}}{=}\mathrm{cn}(z\sqrt{2}\,),$$

где sn, cn, dn — эллиптические функции Якоби.

лес (forest) — граф, каждая компонента связности которого является деревом; ⇝ цикломатическое число графа.

Ли алгебра (Lie algebra) — алгебра, в которой умножение антикоммутативно

и при любых элементах x, y, z выполняется *тождество Якоби*

$$(xy)z + (yz)x + (zx)y = \theta\,,$$

где θ — нулевой элемент.

Ли группа (Lie group) — группа, обладающая такой структурой многообразия, что отображение, ставящее паре (x, y) в соответствие элемент xy^{-1} [элемент $x + (-y)$], непрерывно; $\rightsquigarrow$ топологическая группа.

линеар — **1.** $\Rrightarrow$ гиперплоскость; **2.** (linear manifold) гиперплоскость в двумерном или трехмерном пространстве, т. е. прямая на плоскости или плоскость в пространстве.

линеаризации метод (linearization method) — метод, позволяющий свести решение нелинейной задачи к последовательному решению родственных линейных задач; $\rightsquigarrow$ квазилинеаризация.

линейка (ruler) — инструмент для вычерчивания отрезков прямых (и измерения их длин).

линейная алгебра (linear algebra) — раздел математики, изучающий конечномерные векторные пространства при помощи алгебраических методов.

линейная группа (linear group) — группа линейных преобразований конечномерного векторного пространства.

линейная дифференциальная форма $\Rrightarrow$ пфаффова форма.

линейная зависимость (linear dependence) — **1.** свойство конечной совокупности $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ элементов векторного пространства, при котором найдется нетривиальная линейная комбинация этих элементов, равная нулевому элементу, т. е.

$$\lambda_1\mathbf{x}_1 + \lambda_2\mathbf{x}_2 + \cdots + \lambda_n\mathbf{x}_n = \theta\,;$$

если такое равенство имеет место только в случае тривиальной линейной комбинации, то элементы $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ называются *линейно независимыми*; бесконечное множество элементов векторного пространства называется *линейно независимым*, если любое его конечное подмножество линейно независимо; $\rightsquigarrow$ Грама определитель; **2.** свойство конечной совокупности $x_1, x_2, \ldots, x_n$ элементов аддитивной абелевой группы, при котором найдутся такие целые числа $k_1, k_2, \ldots, k_n$, не все равные нулю, что

$$k_1x_1 + k_2x_2 + \cdots + k_nx_n = \theta\,.$$

линейная задача (linear problem) — задача, в постановке которой все встречающиеся функции [операторы, уравнения] являются линейными.

линейная комбинация (linear combination) — выражение, составленное из элементов векторного пространства при помощи конечной совокупности сложений и умножений на скаляры: линейная комбинация элементов $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ имеет вид

$$\lambda_1\mathbf{x}_1 + \lambda_2\mathbf{x}_2 + \cdots + \lambda_n\mathbf{x}_n\,,$$

где λ_k — скаляры; линейная комбинация называется *тривиальной*, если все λ_k равны нулю [нулевому элементу поля скаляров] и *нетривиальной*, если хотя бы один λ_k отличен от нуля [нулевого элемента поля скаляров]; $\rightsquigarrow$ базис векторного пространства, выпуклая комбинация.

линейная независимость (linear independence) $\twoheadrightarrow$ линейная зависимость.

линейная оболочка (*линейная оболочка множества*; linear hull) — пересечение всех линейных подпространств, содержащих рассматриваемое множество векторного пространства.

линейная регрессия (linear regression) — описание зависимости условного математического ожидания случайной величины [случайного вектора] Y от случайного вектора $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ в виде линейного выражения

$$a_0 + \sum_{k=1}^{n} a_kX_k\,,$$

где a_k — *коэффициенты регрессии*; $\rightsquigarrow$ авторегрессия.

линейная форма — 1. (linear form) — однородный полином первой степени

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n\,,$$

где a_k — скаляры и x_k — переменные; $\rightsquigarrow$ билинейная [полуторалинейная, пфаффова] форма, линейный полином; **2.** $\Rrightarrow$ линейный функционал.

линейная функция (linear function) — **1.** аддитивная и однородная функция; $\rightsquigarrow$ билинейная функция; **2.** функция f от n переменных вида

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n\,,$$

где a_k — постоянные; линейная функция f от одного переменного x имеет вид

$$f(x) = ax + b\,,$$

где $a \neq 0$; $\rightsquigarrow$ дробно-линейная [кусочно-линейная, полилинейная] функция.

линейная шкала (uniform scale) — прямая, разбитая на отрезки равной длины.

линейно независимое множество (linearly independent system) — такое подмножество векторного пространства, что все нетривиальные линейные комбинации элементов из этого множества отличны от нулевого элемента; $\rightsquigarrow$ линейная зависимость.

линейно связное пространство (linearly connected space) — топологическое пространство, для любых точек x и y которого существует такое непрерывное отображение единичного отрезка $[0, 1]$ в это пространство, что образами чисел 0 и 1 являются соответственно точки x и y (т. е. существует путь с началом x и концом y).

линейно упорядоченная группа (linearly ordered group) — группа (со знаком операции $*$), являющаяся линейно упорядоченным множеством, причем для любых элементов x, y, z из $x \leqslant y$ следуют как $x * z \leqslant y * z$, так и $z * x \leqslant z * y$; $\rightsquigarrow$ упорядоченная группа.

линейно упорядоченное множество (или упорядоченное множество, или цепь; chain) — множество, в котором определено линейное упорядочение; $\rightsquigarrow$ вполне упорядоченное множество, перестановки.

линейного программирования задача (linear programming problem) — задача математического программирования, в которой как функции f_k, определяющие ограничения, так и целевая функция f являются линейными функциями, т. е. задача нахождения максимума линейной функции

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

при ограничениях

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \leqslant b_i \quad (i=1, \ldots, m),$$

$$x_j \geqslant 0 \quad (j=1, \ldots, n),$$

где a_{ij}, b_i, c_j — заданные числа; $\rightsquigarrow$ двойственные задачи, размещения [транспортная] задача, симплексный метод.

линейное выражение (*линейное выражение относительно рассматриваемых переменных*; linear expression) — выражение вида

$$c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n\,,$$

где x_1, x_2, …, x_n — рассматриваемые переменные; в случае одного переменного x линейное выражение имеет вид

$$ax + b\,,$$

где a и b не зависят от x.

линейное дифференциальное уравнение (linear differential equation) — **1.** обыкновенное дифференциальное уравнение, линейное относительно искомой функции и ее производных, т. е. уравнение вида

$$p_0(x)\,y^{(n)} + p_1(x)\,y^{(n-1)} + \cdots$$

$$\cdots + p_{n-1}(x)\,y' + p_n(x)\,y = f(x)\,,$$

где y — искомая функция, а p_k и f — заданные функции; $\rightsquigarrow$ операторный полином; **2.** дифференциальное уравнение с частными производными, линейное относительно искомой функции и всех ее частных производных; $\rightsquigarrow$ квазилинейное уравнение.

линейное замыкание (linear closure) — замыкание линейной оболочки рассматриваемого множества топологического векторного пространства.

линейное интегральное уравнение (linear integral equation) — интегральное уравнение, в которое искомая функция x входит в качестве множителя; уравнение вида

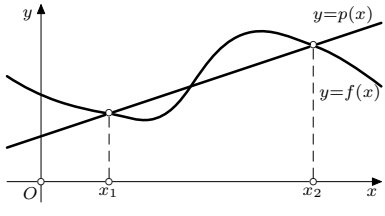
$$g(s)\,x(s) + \int\limits_{\mathcal{D}} K(s,t)\,x(t)\,dt = f(s)\,,$$

где g, f и K — заданные функции, а $\mathcal{D}$ — рассматриваемая область; $\rightsquigarrow$ Вольтерра [Фредгольма] уравнение.

линейное интерполирование (linear interpolation) — аппроксимация данной функции f линейной функцией p так, чтобы их значения совпадали в двух фиксированных точках x_1 и x_2; приближенное вычисление значений функции f в точках $x \in (x_1, x_2)$ происходит по формуле

$$f(x) \approx \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\big(f(x_2) - f(x_1)\big) + f(x_1)\,,$$

где $f(x_1)$ и $f(x_2)$ — заданные значения функции.



линейное неравенство (linear inequality) — **1.** неравенство вида

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix} a_0\,,$$

где x_k — переменные [неизвестные], a_k — постоянные и $\begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix}$ обозначает знак неравенства; **2.** неравенство вида

$$f(\mathbf{x}) \begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix} a\,,$$

где f — линейный функционал на действительном векторном пространстве и a — постоянная; $\rightsquigarrow$ полупространство.

линейное подпространство (или векторное подпространство; linear subspace) — непустое подмножество векторного пространства, которое само является векторным пространством по отношению к определенным в исходном пространстве операциям; подмножество $\mathcal{M}$ векторного пространства, которое вместе с элементами $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathcal{M}$ содержит и их любую линейную комбинацию $\lambda\mathbf{x} + \mu\mathbf{y}$.

линейное представление группы [алгебры, кольца] (linear representation of a group [algebra, ring]) — гомоморфизм группы [алгебры, кольца] в группу всех обратимых [алгебру всех, кольцо всех] линейных операторов, определенных в данном векторном пространстве.

линейное преобразование (linear transformation) — преобразование векторного пространства (или отображение векторного пространства в другое векторное пространство), при котором образом суммы $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ двух векторов является сумма $\mathbf{x}' + \mathbf{y}'$ их образов, а образом произведения $\lambda\mathbf{x}$ вектора на скаляр — произведение $\lambda\mathbf{x}'$ образа вектора на тот же скаляр; $\rightsquigarrow$ антилинейное [ортогональное, регулярное линейное, унимодулярное] преобразование, аффинное отображение, аффинор, линейная группа.

линейное приближение (linear approximation) — линейная функция, аппроксимирующая данную функцию; $\rightsquigarrow$ дифференциал.

линейное программирование (linear programming) — раздел математического программирования, изучающий теорию и методы решения задач о нахождении

экстремумов линейных функций на множествах конечномерного векторного пространства, определяемых системой линейных равенств и/или неравенств; $\rightsquigarrow$ линейного программирования задача.

линейное пространство $\Rrightarrow$ векторное пространство.

линейное сравнение (congruence of the first degree) — алгебраическое сравнение вида

$$ax \equiv b \pmod{m},$$

где a, b, m — фиксированные целые числа (обычно a, $m > 0$).

линейное топологическое пространство $\Rrightarrow$ топологическое векторное пространство.

линейное упорядочение (linear ordering) — отношение порядка $\mathcal{R}$ на множестве, такое, что любые два элемента этого множества сравнимы, т. е. для любых двух элементов x и y имеет место $x\mathcal{R}y$ или $y\mathcal{R}x$ (или $x = y$, если $\mathcal{R}$ — отношение строгой упорядоченности); $\rightsquigarrow$ линейно упорядоченное множество, перестановка.

линейное уравнение (linear equation) — **1.** алгебраическое уравнение первой степени

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + a_0 = 0,$$

где x_k — неизвестные [переменные] и a_k — *коэффициенты* этого уравнения; **2.** операторное уравнение вида

$$A\mathbf{x} = \mathbf{a},$$

где A — линейный оператор из векторного пространства $\mathcal{X}$ в векторное пространство $\mathcal{Y}$, $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ — неизвестный и $\mathbf{a} \in \in \mathcal{Y}$ — заданный элемент; **3.** $\twoheadrightarrow$ линейное дифференциальное [интегральное] уравнение.

линейной корреляции коэффициент $\Rrightarrow$ корреляции коэффициент.

линейные координаты (или прямолинейные координаты; linear coordinates) — название криволинейных координат в том случае, когда координатными линиями служат прямые.

линейный оператор (linear operator) — аддитивный и однородный оператор из одного векторного пространства в другое; значение линейного оператора A в точке $\mathbf{x}$ вместо $A(\mathbf{x})$ обозначается обычно через $A\mathbf{x}$; $\rightsquigarrow$ норма оператора, сопряженный оператор, спектр.

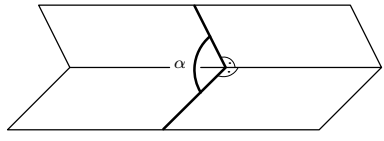
линейный полином (linear polynomial) — полином вида

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + a_0,$$

где a_k — скаляры и x_k — переменные; $\rightsquigarrow$ линейная форма.

линейный сплайн $\Rrightarrow$ кусочно-линейная функция.

линейный угол (plane angle) — угол (на рисунке α), образованный пересечением двугранного угла плоскостью, перпендикулярной к ребру этого двугранного угла.



линейный функционал (или линейная форма; linear functional) — аддитивный и однородный функционал из векторного пространства в поле скаляров этого пространства, т. е. функционал f, удовлетворяющий при всех $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ и скаляре λ условиям

$$f(\mathbf{x}+\mathbf{y}) = f(\mathbf{x}) + f(\mathbf{y}), \quad f(\lambda\mathbf{x}) = \lambda f(\mathbf{x});$$

$\rightsquigarrow$ аддитивный [однородный] оператор, алгебраическое сопряженное пространство, билинейная [полуторалинейная] форма.

линейный член (linear term) — член с первой степенью переменного [неизвестного].

линейных уравнений система (*система линейных алгебраических уравнений*; system of linear equations) — система уравнений вида

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m\,, \end{aligned}$$

где x_1, x_2, ..., x_n являются неизвестными, a_{ij} называются *коэффициентами* системы и b_i — *свободными членами*; часто предполагают, что *число уравнений* m не превосходит *число неизвестных* n; систему линейных уравнений можно в матричной символике представить в виде

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}\,,$$

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

являются соответственно *матрицей системы*, или *матрицей коэффициентов*, вектором неизвестных и вектором свободных членов; $\rightsquigarrow$ базисное решение, Гаусса [окаймления] метод, Крамера основной случай, Кронекера – Капелли теорема, неоднородная [однородная] система линейных уравнений.

линейчатая поверхность (ruled surface) — поверхность, образованная движением прямой; каждое конкретное положение этой прямой называется *образующей*, или *прямолинейной образующей* линейчатой поверхности; $\rightsquigarrow$ гиперболоид, горловая точка, касательных [Каталана, коническая, цилиндрическая] поверхность, параболоид, цилиндроид.

линия (или жорданова кривая) $\Rrightarrow$ кривая.

линия тока (streamline) — кривая, направление касательной к которой в каждой точке совпадает с направлением векторного поля в этой точке.

линия уровня (*линия уровня функции* f; level line) — множество точек, в которых данная функция f от двух переменных принимает фиксированное значение; уравнение линии уровня имеет вид

$$f(x, y) = c\,,$$

где c — фиксированная постоянная; $\rightsquigarrow$ поверхность уровня.

Липшица константа (Lipschitz constant) $\twoheadrightarrow$ Липшица условие.

Липшица условие (Lipschitz condition) — **1.** ограничение на поведение приращения функции: для рассматриваемой функции f найдется постоянная M, такая, что при любых x, $y \in [a, b]$ имеет место неравенство

$$|f(x) - f(y)| \leqslant M|x - y|\,;$$

2. (или Гёльдера условие, *условие Липшица порядка* α) — для функции f найдется постоянная M, такая, что при любых x, $y \in [a, b]$ имеет место неравенство

$$|f(x) - f(y)| \leqslant M|x - y|^{\alpha},$$

где $0 < \alpha < 1$; нижняя грань постоянных M называется *константой Липшица* для функции f в интервале (a, b); **3.** (или Гёльдера условие, *интегральное условие Липшица порядка* α) — для функции f из пространства $\mathcal{L}^p[a, b]$ найдется постоянная M, такая, что при любом $h \in (0, b - a)$ имеет место неравенство

$$\left(\int_a^{b-h} |f(x + h) - f(x)|^p \, dx \right)^{1/p} \leqslant Mh^{\alpha},$$

где $\alpha > 0$.

лист — 1. (leaf) — висящая вершина дерева; **2.** $\twoheadrightarrow$ риманова поверхность; **3.** $\twoheadrightarrow$ декартов лист; **4.** $\twoheadrightarrow$ Мёбиуса лист.

Лиувилля поверхность (Liouville surface) — поверхность, первую квадратичную форму которой можно (путем выбора подходящих параметров) представить в виде

$$ds^2 = \big(f(u) + g(v)\big)(du^2 + dv^2)\,.$$

Лиувилля теорема (Liouville theorem) — если целая функция ограничена, то она постоянна.

Лиувилля уравнение ↠ Штурма – Лиувилля уравнение.

Лиувилля функция (Liouville function) — арифметическая функция λ, определенная на множестве положительных целых чисел: $\lambda(1) \stackrel{\text{def}}{=\!=} 1$, а если $n = p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_r^{e_r}$ (p_k — простые числа), то

$$\lambda(n) \stackrel{\text{def}}{=\!=} (-1)^{e_1+e_2+\cdots+e_r};$$

⇝ Мёбиуса функция.

Лиувилля число (Liouville number) — иррациональное число a, для которого при каждом фиксированном натуральном числе n можно найти такое рациональное приближение $\frac{p}{q}$, что $q > 1$ и

$$\left| a - \frac{p}{q} \right| < q^{-n};$$

⇝ Дирихле теорема.

личный ход (personal move) — ход, проводимый одним из игроков; ⇝ случайный ход.

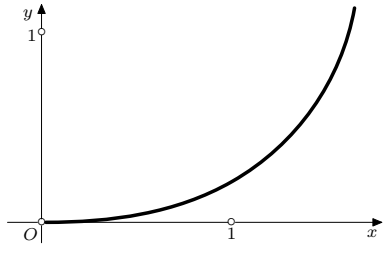
Лобачевского геометрия (или гиперболическая геометрия; Lobachevskii geometry) — неевклидова геометрия, основанная на тех же аксиомах, что и евклидова геометрия, за исключением аксиомы о параллельных, которая заменяется на следующую: если точка P не лежит на прямой s, то на их плоскости найдутся по крайней мере две прямые, проходящие через точку P и не пересекающие прямой s; ⇝ абсолютная геометрия, параллельности угол.

Лобачевского метод (или Греффе метод; Lobachevskii method) — метод для одновременного вычисления всех (действительных и комплексных) корней алгебраического уравнения; метод сводится к последовательному образованию уравнений, корнями которых являются степени $x_k^{2^n}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ корней x_k исходного уравнения.

Лобачевского плоскость [пространство] (Lobachevskii plane [space]) — плоскость [пространство], геометрия которой [-ого] определяется аксиомами геометрии Лобачевского; ⇝ Бельтрами [Бельтрами – Клейна, Пуанкаре] интерпретация, гиперболическая тригонометрия.

Лобачевского функция (Lobachevskii function) — **1.** ↠ параллельности угол; **2.** функция действительного переменного

$$L(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} -\int_0^x \ln\cos t\, dt\,.$$



логарифм (*логарифм числа x по основанию a*; logarithm) — показатель степени y, в которую следует возвести (положительное) *основание* логарифмов $a \neq 1$, чтобы получить рассматриваемое число x, т. е.

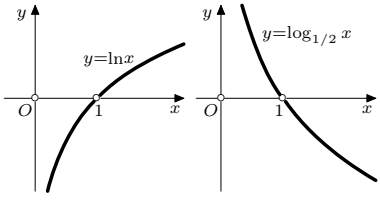
$$\text{если} \quad a^y = x\,, \quad \text{то} \quad y = \log_a x\,;$$

напр.,

$$\log_2 8 = 3, \quad \log_4 \sqrt{2} = 0{,}25\,;$$

⇝ антилогарифм, десятичный [интегральный, натуральный] логарифм, модуль.

логарифмика (logarithmic curve) — график логарифмической функции $y = \log_a x$ (на рисунке слева приведен график для случая $a > 1$, а справа для случая $0 < a < 1$).



логарифмирование (taking the logarithm) — **1.** одна из операций, обратных операции возведения в степень: нахождение показателя степени по данной степени и основанию степени; ⇝ извлечение корня, потенцирование; **2.** нахождение логарифма выражения; логарифмирование одночлена опирается на основные свойства логарифма:

$$\log_a |x \cdot y| = \log_a |x| + \log_a |y|,$$
$$\log_a |x : y| = \log_a |x| - \log_a |y|,$$
$$\log_a |x^n| = n \cdot \log_a |x|,$$
$$\log_a \left| \sqrt[n]{x} \right| = \frac{1}{n} \log_a |x|.$$

логарифмическая бумага (logarithmic coordinate paper) — бумага, разграфленная прямоугольной сеткой, прямые которой параллельны осям прямоугольной системы координат и пересекают оси в точках логарифмических шкал; ⇝ полулогарифмическая бумага.

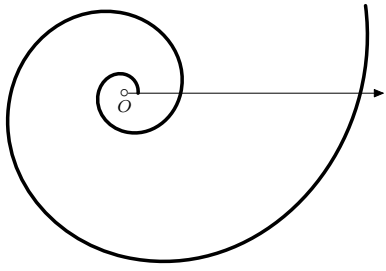
логарифмическая линейка (или счетная линейка; slide rule) — снабженный логарифмическими шкалами инструмент для решения простых вычислительных задач.

логарифмическая производная (logarithmic derivative) — производная натурального логарифма абсолютной величины функции f от одного переменного, т. е.

$$\big(\ln |f(x)|\big)' = \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

логарифмическая спираль (logarithmic spiral) — плоская кривая, уравнение которой в полярных координатах имеет вид

$$\log_a \varrho = c\,\varphi.$$



логарифмическая функция (logarithmic function) — функция, обратная показательной функции: если $x = a^y$, то

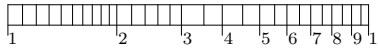
$$y = \log_a x,$$

где $a > 0$ $(a \neq 1)$ — основание логарифмов; логарифмическая функция определена при $x > 0$; в случае комплексного переменного z логарифмическая функция выражается через натуральный логарифм в виде

$$\operatorname{Log}_a z \stackrel{\text{def}}{=\!=} \frac{\operatorname{Ln} z}{\ln a};$$

⇝ интегральный логарифм, логарифмика.

логарифмическая шкала (logarithmic scale) — прямая, на которой отмечены значения логарифмической функции для некоторого набора значений аргумента (на рисунке часть логарифмической шкалы по основанию 10); ⇝ логарифмическая линейка.



логарифмически выпуклая функция (logarithmically convex function) — функция f, которая при любых x', x'' из своей области определения и при каждом $\lambda \in (0, 1)$ удовлетворяет условию

$$f\big(\lambda x' + (1-\lambda)x''\big) \leqslant \big(f(x')\big)^{\lambda} f(x'')\big)^{1-\lambda};$$

положительная функция f, для которой $\ln f$ является выпуклым.

логарифмически нормальное распределение (logarithmically normal distribution) — распределение вероятностей непрерывной случайной величины с функцией плотности

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}}\, e^{-(\ln x-\mu)^2/(2\sigma^2)}\,,$$

где μ и $\sigma > 0$ — постоянные; случайная величина, логарифм которой имеет нормальное распределение.

логарифмический признак (logarithmic convergence criterion) — положительный ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k$$

сходится, если существует число $\alpha > 0$, такое, что при каждом $k > k_0$ имеет место неравенство

$$\frac{\ln\dfrac{1}{a_k}}{\ln k} \geqslant 1 + \alpha\,,$$

и расходится, если при каждом $k > k_0$ имеет место неравенство

$$\frac{\ln\dfrac{1}{a_k}}{\ln k} \leqslant 1\,.$$

логарифмический ряд (logarithmic series) — степенной ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}\frac{x^k}{k} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots\,,$$

сходящийся в полуинтервале $x \in (-1, 1]$ к сумме $\ln(1 + x)$; также степенной ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x^k}{k} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \cdots\,,$$

сходящийся в полуинтервале $x \in [-1, 1)$ к сумме $-\ln(1 - x)$.

логарифмическое среднее (logarithmic mean) — среднее величин a_0, a_1, a_2, … …, a_n, вычисляемое по формуле

$$\overline{a} \stackrel{\text{def}}{=\!=} a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \cdots + \frac{a_n}{n+1}\,.$$

логарифмическое уравнение (logarithmic equation) — уравнение, содержащее неизвестное под знаком логарифма или в основании логарифмов; напр.,

$$\log_x(x^2 - 2) = \log_3(x + 4)\,.$$

логика (logic) — наука о законах и формах мышления, об условиях истинности наших знаний; ⇝ математическая [модальная] логика.

логическая операция (logical operation) — алгебраическая операция построения *сложного высказывания* из данных высказываний; в математической логике определяются следующие основные логические операции: дизъюнкция, конъюнкция, импликация, эквивалентность, отрицание и квантор.

логическая формула (или формула; logical formula) — выражение, составленное из элементарных формул при помощи логических операций; ⇝ общезначность.

логическая функция (logical function) — функция, определенная на прямой степени множества истинностных значений и принимающая значения в этом множестве; ⇝ булева функция.

логически равносильные формулы (logically equivalent formulae) — логические формулы A и B, при которых формула

$$(A \to B)\,\&\,(B \to A)$$

окажется общезначимой; обозначается либо $A \equiv B$, либо $A \Leftrightarrow B$.

логическое значение ⇛ истинностное значение.

логическое исчисление (logical calculus) — формализация содержательной логической теории.

логическое следствие (logical consequence) — высказывание, являющееся истинным при любой интерпретации символов, при которой истинны посылки.

логическое сложение $\Rrightarrow$ дизъюнкция.

логическое умножение $\Rrightarrow$ конъюнкция.

ложного положения правило (или хорд метод) $\Rrightarrow$ секущих метод.

ложь (false) — одно из возможных истинностных значений; $\rightsquigarrow$ истина.

локальная параметризация $\Rrightarrow$ карта.

локальная степень вершины $\Rrightarrow$ степень вершины.

локально выпуклое пространство (locally convex space) — топологическое векторное пространство (над полем действительных или комплексных чисел), в котором каждая окрестность нуля содержит выпуклую окрестность нуля; $\rightsquigarrow$ Монтеля пространство.

локально интегрируемая функция (locally integrable function) — функция, интегрируемая в каждой ограниченной измеримой области.

локального максимума [минимума] точка (local maximum [minimum] point) $\twoheadrightarrow$ максимума [минимума] точка.

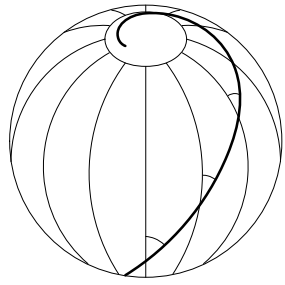
локальный (local) — имеющий место в рассматриваемой точке или в ее некоторой окрестности; $\rightsquigarrow$ глобальный.

локальный максимум (local maximum) — максимум функции [функционала] в некоторой окрестности соответствующей точки максимума; $\rightsquigarrow$ абсолютный максимум.

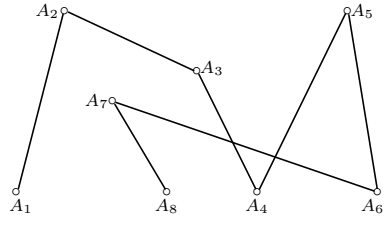
локальный минимум (local minimum) — минимум функции [функционала] в некоторой окрестности соответствующей точки минимума; $\rightsquigarrow$ абсолютный минимум.

локальный экстремум (local extremum) — локальный минимум или локальный максимум функции [функционала]; $\rightsquigarrow$ абсолютный экстремум.

локсодрома (loxodrome) — кривая на поверхности вращения (на рисунке: на сфере), пересекающая все меридианы под постоянным углом; $\rightsquigarrow$ обобщенная винтовая линия.



ломаная линия (или ломаная; broken line) — совокупность отрезков A_1A_2, A_2A_3, …, $A_{n-1}A_n$ (*сторон*, или *звеньев* ломаной линии), где точки $A_1, A_2, \ldots, A_n$ (*вершины* ломаной линии) различны и никакие последовательные три из них не лежат на одной прямой; если же точки A_1 и A_n совпадают, то ломаная линия называется *замкнутой*; $\rightsquigarrow$ вписанная ломаная, многоугольник, простая ломаная линия.



ломаные скобки (curly brackets) $\twoheadrightarrow$ скобки.

Лопиталя правило (l'Hospital rule) — правило раскрытия неопределенностей вида $\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$: если

$$\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = 0$$

или

$$\lim_{x\to a} |f(x)| = \lim_{x\to a} |g(x)| = +\infty$$

и существует предел отношения соответствующих производных, то

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)};$$

правило имеет место и в случае односторонних пределов.

Лорана ряд (Laurent series) — обобщение степенного ряда в виде

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}a_k(z-a)^k;$$

ряд Лорана считается сходящимся в точке $z=z_0$ тогда и только тогда, когда сходятся его *правильная часть*

$$\sum_{k=0}^{\infty}a_k(z_0-a)^k$$

и *главная часть*

$$\sum_{k=1}^{\infty}a_{-k}(z_0-a)^{-k}.$$

Лузина теорема (Luzin theorem) — тригонометрический ряд Фурье функции, интегрируемой с квадратом, сходится почти всюду к этой функции.

луночки $\twoheadrightarrow$ гиппократовы луночки.

лупа (loop) — квазигруппа, в которой имеется нейтральный элемент; $\rightsquigarrow$ моноид.

луч (или полупрямая; ray) — одна из двух частей прямой, на которые разбивается эта прямая своей фиксированной точкой (*началом* луча).

M

магический квадрат (magic square) — квадратная матрица порядка n, элементами которой являются целые числа от 1 до n^2, такая, что все суммы элементов в строках, в столбцах, на главной и побочной диагоналях равны между собой:

$$\sum_{i=1}^{n}a_{ij}=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}=\sum_{i=1}^{n}a_{ii}=\sum_{i=1}^{n}a_{i,n-i+1}=s,$$

где $2s=n(n^2+1)$; напр., в случае $n=4$ одна из таких матриц имеет вид

$$\begin{pmatrix}1&14&15&4\\12&7&6&9\\8&11&10&5\\13&2&3&16\end{pmatrix}.$$

мажоранта — **1.** $\Rightarrow$ верхняя граница; **2.** (или мажорантная функция; majorant) — такая функция F для данной функции f, которая при всех x из рассматриваемой области удовлетворяет условию $F(x)\geqslant f(x)$; **3.** (или мажорантная последовательность; majorant) — такая последовательность $\{b_k\}$ для данной последовательности $\{a_k\}$, которая при всех k удовлетворяет условию $b_k\geqslant a_k$ или $b_k\geqslant|\,a_k\,|$; **4.** (или мажорантный ряд; majorant) — такой ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty}b_k$$

для данного ряда

$$\sum_{k=0}^{\infty}a_k\,,$$

в котором последовательность $\{b_k\}$ является мажорантной последовательностью для данной последовательности $\{a_k\}$, или же при каждом k функция b_k является мажорантной функцией для функции a_k в рассматриваемой области; $\rightsquigarrow$ миноранта.

Мазура теорема $\twoheadrightarrow$ Гельфанда – Мазура теорема.

Макдональда функции (или модифицированные функции Бесселя; Macdonald functions) — цилиндрические функции вида

$$I_p(z)\overset{\text{def}}{=}i^{-p}J_p(iz)\,,$$

$$K_p(z)\overset{\text{def}}{=}\frac{\pi}{2\sin p\pi}\big(I_{-p}(z)-I_p(z)\big)\,,$$

где J_p — функция Бесселя.

Маклорена ряд (MacLaurin series) — частный случай ряда Тейлора при $a = 0$, т. е. степенной ряд

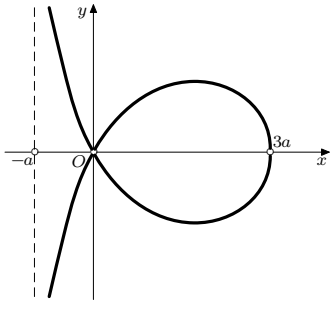
$$f(0)+\frac{x}{1!}f'(0)+\frac{x^2}{2!}f''(0)+\cdots+\frac{x^k}{k!}f^{(k)}(0)+\cdots,$$

представляющий (при определенных условиях) функцию f в некоторой окрестности точки 0.

Маклорена трисектриса (trisectrix of MacLaurin) — плоская кривая (подера параболы), уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$x^3 + xy^2 + ay^2 - 3ax^2 = 0\,;$$

частный случай конхоиды Слюза, если $k^2 = 4a^2$; ⇝ Каталана трисектриса.



Маклорена формула (MacLaurin formula) — верхняя граница M положительных корней нормированного полинома $x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n$ выражается в виде

$$M = 1 + \sqrt[k]{A}\,,$$

где A — максимальная из абсолютных величин отрицательных коэффициентов этого полинома и a_k — первый отрицательный коэффициент.

максимального правдоподобия метод (maximum-likelihood method) — статистический метод построения оценок для неизвестных параметров распределения.

максимальное значение ⇛ максимум.

максимальное множество (maximal set) — множество, удовлетворяющее некоторым фиксированным условиям и содержащее любое множество, удовлетворяющее тем же условиям; ⇝ минимальное множество.

максимальный нормальный делитель (maximal normal subgroup) — такой нормальный делитель группы, для которого не существует другого, содержащего его истинного нормального делителя; ⇝ композиционный ряд.

максимальный элемент (maximal element) — элемент частично упорядоченного множества $\mathcal{M} = \{a, b, \ldots\}$, которому не следует ни один элемент этого множества; обозначается

$$\max \mathcal{M} \quad \text{или} \quad \max(a, b, \ldots)\,;$$

⇝ максимум, Цорна лемма.

максимизация функции (maximization of functions) — нахождение максимума и/или точек максимума данной функции; ⇝ экстремальная задача.

максимизирующая последовательность (maximizing sequence) — последовательность $\{x_k\}$ элементов множества $\mathcal{M}$, для которой соответствующая последовательность значений рассматриваемого функционала f стремится к верхней грани его значений на $\mathcal{M}$, т. е.

$$\lim_{k\to\infty} f(x_k) = \sup_{x\in\mathcal{M}} f(x)\,.$$

максимин (maximin) — повторный экстремум типа

$$\max_{x\in\mathcal{X}} \min_{y\in\mathcal{Y}} f(x, y) \quad \text{или} \quad \sup_{x\in\mathcal{X}} \inf_{y\in\mathcal{Y}} f(x, y)$$

функции f от двух переменных; ⇝ минимакс, седловая точка.

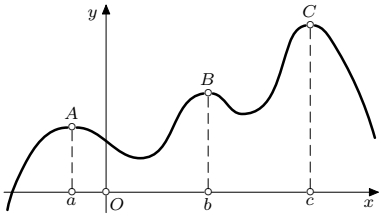
максимум (или максимальное значение; maximum) — наибольшее значение функции [функционала] f в рассматриваемой области $\mathcal{X}$; обозначается

$$\max_{x\in\mathcal{X}} f(x)$$

(читается: максимум функции [функционала] f в области [множестве] $\mathcal{X}$); ⇝ абсолютный [локальный, условный] максимум, минимум.

максимума модуля принцип (maximum-modulus principle) — модуль аналитической функции, отличной от постоянной, не может достигать своего максимума во внутренней точке рассматриваемой области.

максимума точка (maximum point) — **1.** (*точка максимума функции* [*функционала*]) — точка, в которой функция [функционал] принимает свое наибольшее значение на области определения (*точка абсолютного максимума*) или же в некоторой окрестности этой точки: точка x_0 является *точкой локального максимума* функции [функционала] f, если существует такая окрестность $\mathcal{U}(x_0)$, что для всех $x \in \mathcal{U}(x_0)$ выполнено неравенство $f(x) \leqslant f(x_0)$ (точка *нестрогого максимума*) или неравенство $f(x) < f(x_0)$ при $x \neq x_0$ (точка *строгого максимума*); напр., точками локального максимума функции, изображенной на рисунке, являются a, b и c, из них c — точка абсолютного максимума; **2.** (*точка максимума графика функции*) — точка на графике функции, соответствующая точке максимума этой функции; напр., точки A, B и C на рисунке.



малая ось (minor axis) — длина хорды эллипса, расположенной на оси, перпендикулярной к фокальной оси; $\rightsquigarrow$ большая ось.

малая полуось (semiminor axis) — половина малой оси эллипса.

малого параметра метод (method of the small parameter) — метод построения приближенных решений дифференциальных уравнений и систем, зависящих от параметра.

малый образ (small image) — множество таких образов элементов рассматриваемого множества $\mathcal{M} \subset \mathcal{X}$, которые при фиксированном отображении $\mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ не имеют прообразов вне множества $\mathcal{M}$; если отображение определяется оператором $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$, то малый образ множества $\mathcal{M}$ выражается как множество

$$P(\mathcal{X}) \setminus P(\mathcal{X} \setminus \mathcal{M}) .$$

мантисса (mantissa) — дробная часть десятичного логарифма числа; $\rightsquigarrow$ полуотрицательная форма, характеристика.

маргинальное распределение (или частное распределение; marginal distribution) — распределение компоненты случайного вектора.

Маркова неравенство (Markov inequality) — производная полинома p_n степени не выше n удовлетворяет при любом $x \in [a, b]$ неравенству

$$|\, p_n'(x) \,| \leqslant \frac{2n^2 M}{b - a} ,$$

где

$$M \stackrel{\text{def}}{=} \max_{x \in [a,b]} |\, p_n(x) \,| .$$

Маркова цепь (Markov chain) — марковский процесс с не более чем счетным множеством состояний.

марковский процесс (Markov process) — случайный процесс, поведение которого после момента t зависит лишь от состояния процесса в момент t и не зависит от его поведения до момента t.

мартингал (martingale) — **1.** временной ряд $\{X_k\}$, в котором при известных первых n элементах $X_1, X_2, \ldots, X_n$ условное математическое ожидание следующего элемента X_{n+1} равно X_n; **2.** система игры, по которой при проигрыше ставку увеличивают вдвое, а при выигрыше начинают с исходной ставки.

маршрут (walk) — кортеж попарно смежных ребер графа

$$(a_0, a_1), (a_1, a_2), \ldots, (a_{n-1}, a_n) ,$$

соединяющий вершины a_0 и a_n; маршрут, состоящий из дуг графа, называется *ориентированным маршрутом*; $\rightsquigarrow$ замкнутый маршрут, путь, цепь.

массовая проблема (или алгоритмическая проблема; mass problem) — проблема нахождения алгоритма для решения бесконечного множества однотипных задач, зависящих от некоторого параметра; $\rightsquigarrow$ изоморфизма проблема.

массового обслуживания система (service system) — модель массового явления, связанного с двумя случайными процессами: поступающие в систему случайным потоком *заказы* случайным образом обслуживаются имеющимися в системе механизмами; при отсутствии свободных от обслуживания механизмов поступающие заказы образуют *очередь*; число находящихся в данный момент в системе заказов (обслуживаемых и ожидающихся в очереди) называется *состоянием* системы в этот момент; $\rightsquigarrow$ размножения и гибели процесс.

массового обслуживания теория (или очередей теория; queueing theory) — раздел теории вероятностей и исследования операций, изучающий свойства систем массового обслуживания и методы наиболее разумной организации таких систем.

масштаб (scale) — отношение длины отрезка на рисунке к действительной длине этого отрезка.

масштабные векторы (или базис; basis) $\twoheadrightarrow$ аффинный репер.

математика (mathematics) — наука о структурах множеств и разных соотношениях между множествами; $\rightsquigarrow$ высшая [вычислительная, дискретная, конструктивная, прикладная, чистая, элементарная] математика, метаматематика.

математики основные структуры (mathematical structures) — основные типы связей, определяющих структуру множеств, рассматриваемых в математике:
1) *алгебраическая структура*, в которой связи задаются операциями,
2) *топологическая структура*, в которой связи относятся к предельному процессу и задаются при помощи открытых [замкнутых] множеств,
3) *структура порядка*, в которой связи задаются отношениями порядка.

математическая индукция (или полная индукция; mathematical induction) — метод доказательства, основанный на *принципе математической индукции*, или *аксиоме индукции*: утверждение, зависящее от натурального параметра n, считается доказанным для всех $n \geqslant k$, если оно доказано при $n = k$ (*базис индукции*) и из предположения, что оно верно при $n = m \geqslant k$, вытекает его справедливость также при $n = m + 1$ (*индукционный шаг*); $\rightsquigarrow$ Пеано аксиомы, трансфинитная индукция.

математическая логика (или символическая логика, или теоретическая логика; mathematical logic) — раздел математики, изучающий логические проблемы на базе формальных языков; $\rightsquigarrow$ двузначная [конструктивная, многозначная, трехзначная] логика.

математическая модель (mathematical model) — описание какого-либо явления [класса явлений] с помощью математической символики; $\rightsquigarrow$ автомат, динамическая модель.

математическая статистика (mathematical statistics) — раздел математики, изучающий методы использования статистических данных для научных и практических выводов.

математическая экономика (mathematical economics) — раздел математики, изучающий модели экономических объектов и процессов.

математический анализ (mathematical analysis) — раздел математики, изучающий функции и их обобщения методом пределов.

математического программирования задача (mathematical programming problem) — основная задача математического

программирования в виде: среди неотрицательных векторов $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, удовлетворяющих *ограничениям*

$$f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqslant 0\,,$$
$$f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqslant 0\,,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$f_m(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqslant 0\,,$$

найти такой, который минимизирует *целевую функцию*

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\,;$$

$\rightsquigarrow$ альтернативные ограничения, выпуклая [параметрическая, регулярная] задача математического программирования, допустимое множество, Лагранжа функция, линейного [нелинейного] программирования задача, методы оптимизации, оптимальный план, штрафная функция.

математическое ожидание (или среднее значение; mathematical expectation) — числовая характеристика $\mathsf{E}X$ распределения вероятностей случайной величины X: если X имеет дискретное распределение с возможными значениями x_k и соответствующими вероятностями p_k, то

$$\mathsf{E}X \stackrel{\text{def}}{=} \sum_k p_k x_k\,,$$

если же X — непрерывная случайная величина с функцией плотности f, то

$$\mathsf{E}X \stackrel{\text{def}}{=} \int\limits_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx\,;$$

обозначается также $\mathsf{M}X$; $\rightsquigarrow$ условное математическое ожидание.

математическое программирование (mathematical programming) — раздел исследования операций, изучающий свойства и методы решения задач о нахождении экстремумов функций на множествах конечномерного векторного пространства, определяемых равенствами и/или неравенствами; $\rightsquigarrow$ выпуклое [динамическое, дискретное, квадратичное, линейное, нелинейное] программирование, математического программирования задача.

математической физики уравнения (equations of mathematical physics) — уравнения, описывающие математические модели физических явлений, в частности, дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка или соответствующие краевые задачи.

матриц векторное пространство (vector space of matrices) — векторное пространство (над полем $\mathcal{K}$), элементами которого являются $(m \times n)$-матрицы над полем $\mathcal{K}$ при фиксированных m и n, причем операции сложения и умножения на скаляры определены в виде

$$(a_{ij}) + (b_{ij}) \stackrel{\text{def}}{=} (a_{ij} + b_{ij})\,,$$
$$\lambda(a_{ij}) \stackrel{\text{def}}{=} (\lambda a_{ij})\,.$$

матриц кольцо (matrix ring) — кольцо всех квадратных матриц фиксированного порядка над кольцом $\mathcal{R}$; если $\mathcal{R}$ — кольцо с единицей 1, то единицей кольца матриц является единичная матрица; $\rightsquigarrow$ сложение [умножение] матриц.

матрица (или $(m \times n)$-матрица, *матрица над кольцом* $\mathcal{R}$; matrix) — прямоугольная таблица

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

или

$$\left\| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{matrix} \right\|,$$

состоящая из m строк и n столбцов; *элементы* матрицы a_{ij} (где $i = 1, 2, \ldots, m$, $j = 1, 2, \ldots, n$) принадлежат некоторому фиксированному ассоциативному (обычно и коммутативному) кольцу $\mathcal{R}$; пользуются также краткими обозначениями (a_{ij}), или $\|a_{ij}\|$; $\rightsquigarrow$ Адамара

[вырожденная, двоякостохастическая, диагональная, единичная, инцидентности, квадратная, клеточно-диагональная, ковариационная, корреляционная, кососимметрическая, косоэрмитова, мономиальная, невырожденная, нормальная, нулевая, обратная, ортогональная, перестановки, полиномиальная, присоединенная, прямоугольная, разреженная, расширенная, симметрическая, сопряженная, стохастическая, транспонированная, унимодулярная, унитарная, фундаментальная, функциональная, характеристическая, эрмитова] матрица, биматрица, конгруэнтные [жорданова нормальная форма, подобные, порядок, ранг, след, соединенные, эквивалентные] матрицы, определитель, перманент, подматрица, сложение [умножение] матриц, элементарные операции над матрицами.

матрица коэффициентов (или матрица системы; matrix of coefficients) $\twoheadrightarrow$ линейных уравнений система.

матричная алгебра (matrix algebra) — раздел алгебры, изучающий операции над матрицами.

матричная игра (matrix game) — конечная антагонистическая игра, в которой стратегии обозначаются натуральными числами, т. е.

$$\mathfrak{X}_1 \stackrel{\text{def}}{=} \{1, 2, \ldots, m\}, \;\; \mathfrak{X}_2 \stackrel{\text{def}}{=} \{1, 2, \ldots, n\},$$

а функция выигрыша f задается в виде $(m \times n)$-матрицы (a_{ij}), где

$$a_{ij} = f(i, j)$$

является математическим ожиданием выигрыша первого игрока при стратегиях $i \in \mathfrak{X}_1$, $j \in \mathfrak{X}_2$; $\rightsquigarrow$ доминирование.

матричная интерпретация комплексного числа (matrix interpretation of a complex number) — отождествление комплексного числа $z = a + bi$ с квадратной матрицей второго порядка

$$z \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix};$$

при такой интерпретации сложение и умножение комплексных чисел сводится к сложению и умножению матриц.

матричная символика (matrix notation) — способ обозначений, при котором кортежи и таблицы обозначаются соответственно как векторы и матрицы, а связи между ними интерпретируются с помощью операций и отношений, определенных в матричной алгебре; $\rightsquigarrow$ квадратичная форма, линейных уравнений система.

Матьё уравнение (Mathieu equation) — однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$y'' + (a + b\cos 2x)y = 0,$$

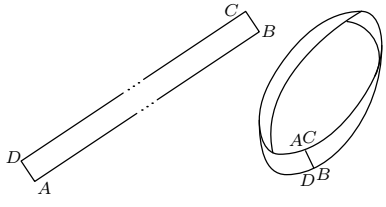
где a и b — постоянные.

маятника колебаний уравнение (pendulum equation) — обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$y'' = -a \sin y,$$

где a — положительная постоянная.

Мёбиуса лист (Möbius strip) — односторонняя поверхность, которая может быть получена таким отождествлением двух противоположных сторон AD и CB прямоугольника $ABCD$, что точки A и D совмещаются соответственно с точками C и B; $\rightsquigarrow$ Клейна поверхность.



Мёбиуса преобразование $\Rrightarrow$ круговое преобразование.

Мёбиуса функция (Möbius function) — арифметическая функция μ, определенная на множестве положительных целых чисел:

$$\mu(1) \stackrel{\text{def}}{=} 1,$$

а если

$$n = p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_r^{e_r},$$

где p_k — различные простые числа, то

$$\mu(n) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 0, & \text{если найдется } e_k > 1, \\ (-1)^r, & \text{если все } e_k = 1; \end{cases}$$

$\rightsquigarrow$ Лиувилля функция.

медиана (median) — **1.** отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны; также длина этого отрезка; $\rightsquigarrow$ центроид; **2.** (или срединное значение) — квантиль порядка $\frac{1}{2}$, т. е. число m, для которого значение и правый предел функции распределения F рассматриваемой случайной величины удовлетворяют условиям

$$F(m) \leqslant \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad F(m+) \geqslant \frac{1}{2};$$

3. выборочная квантиль порядка $\frac{1}{2}$.

медианта (*медианта двух дробей*; mediant) — дробь

$$\frac{a+c}{b+d}$$

для двух данных дробей $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ с положительными знаменателями b и d; напр., для дробей $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{5}$ медиантой является дробь $\frac{3}{4}$; $\rightsquigarrow$ Фарея ряд.

медиатриса (или срединный перпендикуляр; midperpendicular) — прямая, перпендикулярная к данному отрезку и проходящая через его середину.

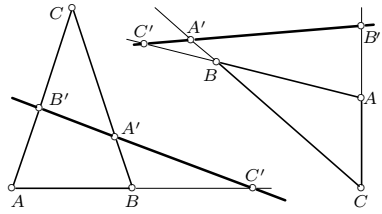
медиатрисная плоскость (midperpendicular plane) — плоскость, перпендикулярная к данному отрезку и проходящая через его середину.

между (between) $\twoheadrightarrow$ аксиомы порядка.

Менелая теорема (Menelaus theorem) — точки C', A' и B', выбранные на сторонах AB, BC и CA треугольника ABC (или на продолжениях этих сторон), принадлежат одной прямой тогда и только тогда, когда соответствующие простые отношения удовлетворяют условию

$$(ACB') \cdot (BAC') \cdot (CBA') = -1;$$

теорему можно обобщить на случай любого многоугольника; $\rightsquigarrow$ Чевы теорема.



меньше (less) — традиционное название отношения порядка, определяющего в множестве строгую упорядоченность (обратное отношение в таком случае называется «больше»); обозначается символом $<$.

меньше или равно (less or equal) — традиционное название отношения порядка, определяющего в множестве нестрогую упорядоченность (обратное отношение в таком случае называется «больше или равно»); обозначается символом $\leqslant$.

мера — **1.** (measure) — определенная на некоторой сигма-алгебре фиксированного множества неотрицательная счетно аддитивная функция множеств m, такая, что $m(\varnothing) = 0$; $\rightsquigarrow$ вероятностная мера, длина, измеримое множество, объем, площадь, сходимость по мере; **2.** $\twoheadrightarrow$ градусная [радианная] мера; **3.** $\twoheadrightarrow$ общая мера.

меридиан (meridian) — линия пересечения поверхности вращения и плоскости, проходящей через ось вращения; $\rightsquigarrow$ параллель.

мероморфная функция (meromorphic function) — функция комплексного переменного, аналитическая во всех точках рассматриваемой области, у которой особые точки, отличные от $z = \infty$, могут быть только полюсами; $\rightsquigarrow$ автоморфная функция.

Мерсенна число (Mersenne number) — натуральное число вида $2^p - 1$, где p — простое число; первые пять из них 3, 7, 31, 127 и 2047.

метаматематика (meta-mathematics) — метатеория математики, изучающая основания, структуру и методы математики.

метатеория (meta-theory) — теория для описания и определения некоторой формальной аксиоматической (дедуктивной) теории.

метаязык (meta-language) — язык, используемый для формулировки метатеории или определения другого, т. н. *объектного языка*.

метка (label) — имя, символ или число, присваиваемое объекту для его идентификации.

метод (method) — совокупность приемов и операций, необходимых для достижения поставленной цели, напр., для решения конкретной задачи или любой задачи из конкретного класса задач.

метод координат (coordinate method) — основной метод аналитической и дифференциальной геометрии, при котором исследование геометрических фигур сводится к исследованию связей между координатами точек этих фигур.

метод решения (solution method) — метод для нахождения точного или приближенного решения задач некоторого типа; ⇝ качественные методы.

методика (methods) — **1.** набор методов; **2.** учение о методах и закономерностях преподавания некоторого конкретного предмета, напр., математики.

методы оптимизации (optimization methods) — раздел вычислительной математики, изучающий методы решения задач на условный экстремум и задач математического программирования.

метризуемое пространство (metrizable space) — пространство, топология которого порождается некоторой метрикой по правилу: множество является открытым тогда и только тогда, когда оно вместе с любой своей точкой содержит и некоторый шар с центром в этой точке (или: точка принадлежит замыканию множества лишь тогда, когда ее расстояние до этого множества равно нулю).

метрика — **1.** (или расстояние; metric) — определенный на прямом квадрате множества $\mathcal{M}$ неотрицательный функционал d, удовлетворяющий при любых $x, y, z \in \mathcal{M}$ т. н. *аксиомам Фреше*: $d(x,y) = 0$ тогда и только тогда, когда $x = y$ (*аксиома тождества*), $d(x,y) = d(y,x)$ (*аксиома симметрии*), $d(x,y) \leqslant d(x,z) + d(z,y)$ (*аксиома треугольника*); ⇝ евклидово пространство, изометрия; **2.** ↠ проективная метрика.

метрическое пространство (metric space) — множество вместе с некоторой метрикой на нем, т. е. множество, для любых двух точек которого определено расстояние между ними; напр., унитарное пространство превращается в метрическое пространство, если определить расстояние формулой

$$d(\mathbf{x},\mathbf{y}) \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{(\mathbf{x}-\mathbf{y},\mathbf{x}-\mathbf{y})}\,;$$

⇝ метризуемое [нормированное, полное] пространство.

метрическое тензорное поле (metric tensor field) — тензорное поле, определенное функциями $g_{ij}(x_1,\ x_2, \ldots, x_n)$, удовлетворяющими условиям

$$g_{ij} = g_{ji}\,, \qquad \det(g_{ij}) \neq 0\,;$$

задает структуру риманова пространства; обычно требуется, чтобы квадратичная форма

$$\sum_{i,j} g_{ij} x^i x^j$$

была положительно определенной во всех точках; ⇝ евклидово [псевдоевклидово] пространство.

механических квадратур [кубатур] метод (method of mechanical quadrature [cubature]) — метод приближенного решения интегральных уравнений, основывающийся на замене интеграла суммой при помощи квадратурных [кубатурных] формул.

миллиард (или биллион; milliard) $\twoheadrightarrow$ десятичный разряд.

миллион (million) $\twoheadrightarrow$ десятичный разряд.

минимакс (minimax) — повторный экстремум типа

$$\min_{x\in\mathcal{X}}\max_{y\in\mathcal{Y}} f(x,y) \quad \text{или} \quad \inf_{x\in\mathcal{X}}\sup_{y\in\mathcal{Y}} f(x,y)$$

функции f от двух переменных; $\rightsquigarrow$ максимин, седловая точка.

минимальная кривая (или изотропная кривая; isotropic curve) — кривая, дифференциал ds длины дуги которой тождественно равен нулю.

минимальная поверхность (minimal surface) — поверхность, средняя кривизна которой равна нулю во всех точках; площадь части такой поверхности внутри замкнутой кривой достаточно малой длины оказывается минимальной по сравнению с другими поверхностями, проходящими через эту же кривую; $\rightsquigarrow$ Плато задача.

минимальная последовательность (minimal sequence) — последовательность элементов векторного пространства, любой член которой лежит вне замыкания линейной оболочки остальных членов этой последовательности.

минимальное значение $\Rrightarrow$ минимум.

минимальное множество (minimal set) — множество, удовлетворяющее некоторым фиксированным условиям и принадлежащее любому множеству, удовлетворяющему тем же условиям; $\rightsquigarrow$ максимальное множество.

минимальный геликоид (или прямой геликоид; minimal helicoid) $\twoheadrightarrow$ геликоид.

минимальный элемент (minimal element) — элемент частично упорядоченного множества $\mathcal{M}=\{a,b,\ldots\}$, которому не предшествует ни один элемент этого множества; обозначается

$$\min\mathcal{M} \quad \text{или} \quad \min(a,b,\ldots)\,;$$

$\rightsquigarrow$ минимум.

минимизаций оператор (или наименьшего числа оператор) $\Rrightarrow$ мю-оператор.

минимизация функции (minimization of functions) — нахождение минимума и/или точек минимума данной функции; $\rightsquigarrow$ экстремальная задача.

минимизирующая последовательность (minimizing sequence) — последовательность $\{x_k\}$ элементов множества $\mathcal{M}$, для которой соответствующая последовательность значений рассматриваемого функционала f стремится к нижней грани его значений на $\mathcal{M}$, т. е.

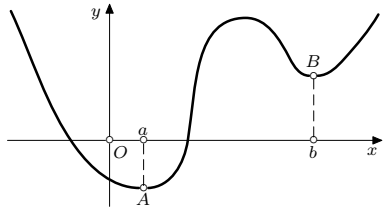
$$\lim_{k\to\infty} f(x_k)=\inf_{x\in\mathcal{M}} f(x)\,.$$

минимум (или минимальное значение; minimum) — наименьшее значение функции [функционала] f в рассматриваемой области $\mathcal{X}$; обозначается

$$\min_{x\in\mathcal{X}} f(x)$$

(читается: минимум функции [функционала] f в области [множестве] $\mathcal{X}$); $\rightsquigarrow$ абсолютный [локальный, условный] минимум, максимум.

минимума точка (minimum point) — **1.** (*точка минимума функции* [*функционала*]) — точка, в которой функция [функционал] принимает свое наименьшее значение на области определения (*точка абсолютного минимума*) или же в некоторой окрестности этой точки: точка x_0 является *точкой локального минимума* функции [функционала] f, если существует такая окрестность $\mathcal{U}(x_0)$, что для всех $x\in\mathcal{U}(x_0)$ выполнено неравенство $f(x)\geqslant f(x_0)$ (точка *нестрогого минимума*) или неравенство $f(x)>f(x_0)$ при $x\neq x_0$ (точка *строгого минимума*); напр., точками локального



минимума функции, изображенной на рисунке, являются a и b, из них a — точка абсолютного минимума; **2.** (*точка минимума графика функции*) — точка на графике функции, соответствующая точке минимума этой функции; напр., точки A и B на рисунке.

Минковского неравенство (Minkowski inequality) — **1.** неравенство

$$\Big(\sum_{k=1}^{n}|a_k+b_k|^p\Big)^{1/p}\leqslant \leqslant\Big(\sum_{k=1}^{n}|a_k|^p\Big)^{1/p}+\Big(\sum_{k=1}^{n}|b_k|^p\Big)^{1/p},$$

имеющее место при любых комплексных числах a_k, b_k и действительном числе $p\geqslant 1$; **2.** неравенство

$$\Big(\int\limits_a^b|\,f(x)+g(x)\,|^p\,dx\Big)^{1/p}\leqslant$$
$$\leqslant\Big(\int\limits_a^b|\,f(x)\,|^p\,dx\Big)^{1/p}+\Big(\int\limits_a^b|\,g(x)\,|^p\,dx\Big)^{1/p},$$

имеющее место при любых интегрируемых на отрезке $[a,b]$ функциях f, g и действительном числе $p\geqslant 1$.

Минковского пространство (Minkowski space) — четырехмерное псевдоевклидово пространство, в котором сигнатура скалярного квадрата равна двум, т. е. скалярный квадрат имеет простейший канонический вид

$$(\mathbf{x},\mathbf{x})=x_1^2+x_2^2+x_3^2-x_4^2\,.$$

минор (minor) — определитель квадратной матрицы порядка k, полученной из заданной $(m\times n)$-матрицы путем удаления некоторых $(m-k)$ строк и $(n-k)$ столбцов; говорят, что такой *минор порядка* k соответствует оставшимся строкам и столбцам исходной матрицы; напр., номерам строк $i_1<i_2<\cdots<i_k$ и номерам столбцов $j_1<j_2<\cdots<j_k$ матрицы (a_{ij}) соответствует минор

$$\begin{vmatrix} a_{i_1j_1} & a_{i_1j_2} & \dots & a_{i_1j_k}\\ a_{i_2j_1} & a_{i_2j_2} & \dots & a_{i_2j_k}\\ \dots\dots\dots\dots & & & \\ a_{i_kj_1} & a_{i_kj_2} & \dots & a_{i_kj_k}\end{vmatrix};$$

$\rightsquigarrow$ главный [дополнительный] минор, Лапласа формула, ранг матрицы.

миноранта — **1.** $\Rightarrow$ нижняя граница; **2.** (или минорантная функция; minorant) — такая функция f для данной функции F, которая при всех x из рассматриваемой области удовлетворяет условию $f(x)\leqslant F(x)$; **3.** (или минорантная последовательность; minorant) — такая последовательность $\{b_k\}$ для данной последовательности $\{a_k\}$, которая при всех k удовлетворяет условию $b_k\leqslant a_k$ или $b_k\leqslant|\,a_k\,|$; **4.** (или минорантный ряд; minorant) — такой ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty}b_k$$

для данного ряда

$$\sum_{k=0}^{\infty}a_k\,,$$

в котором последовательность $\{b_k\}$ является минорантной последовательностью для данной последовательности $\{a_k\}$, или же при каждом k функция b_k является минорантной функцией для функции a_k в рассматриваемой области; $\rightsquigarrow$ мажоранта.

минус (minus) — символ $-$, используемый в качестве знака операции вычитания и для обозначения противоположного элемента [отрицательного числа].

минута (minute) — единица измерения дуг окружности и соответствующих центральных углов, равная $\frac{1}{60}$ части градуса; обозначается знаком $'$, напр., $22^\circ\,30'$; $\rightsquigarrow$ секунда.

мнимая единица $\Rightarrow$ единица мнимая.

мнимая ось (imaginary axis) — **1.** $\twoheadrightarrow$ комплексная плоскость; **2.** ось, сопряженная действительной оси гиперболы; **3.** длина отрезка касательной к гиперболе в ее вершине, с концами на асимптотах.

мнимая полуось (imaginary semiaxis) — **1.** половина мнимой оси гиперболы; **2.** полуось c однополостного гиперболоида; **3.** полуоси a и b двуполостного гиперболоида; $\rightsquigarrow$ действительная полуось.

мнимая прямая [плоскость] (imaginary line [plane]) — геометрическая интерпретация уравнения

$$x \pm y\sqrt{-a} = 0 \quad \text{или} \quad x \pm \sqrt{-a} = 0$$

(где $a > 0$) при рассмотрении распадающейся кривой [поверхности] второго порядка, заданной уравнением

$$x^2 + ay^2 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + a = 0\,;$$

первому уравнению удовлетворяют координаты одной действительной точки [прямой], второму уравнению не удовлетворяют координаты ни одной действительной точки.

мнимая часть — **1.** (*мнимая часть комплексного числа*; imaginary part) — недействительное слагаемое bi в комплексном числе $z = a + bi$; **2.** $\Rrightarrow$ коэффициент мнимой части.

мнимое число — **1.** (imaginary number) — комплексное число $z = a + bi$, в котором $b \neq 0$, т. е. комплексное число, не являющееся действительным числом; **2.** $\Rrightarrow$ чисто мнимое число.

мнимый эллипс (imaginary ellips) — нераспадающаяся кривая второго порядка, не имеющая ни одной действительной точки; соответствует случаю, когда уравнение кривой приводимо к виду

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1\,.$$

мнимый эллипсоид (imaginary ellipsoid) — нераспадающаяся поверхность второго порядка, не имеющая ни одной действительной точки; соответствует случаю, когда уравнение поверхности приводимо к виду

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1\,.$$

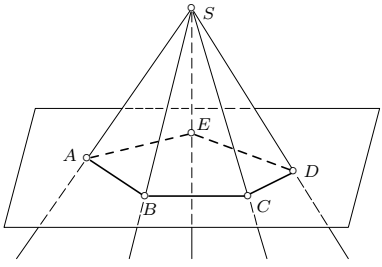
многогранная поверхность (или многогранник; polyhedral surface) — поверхность, образованная из многоугольников (*граней* поверхности) так, что каждая сторона любого из этих многоугольников (*ребро* поверхности) является стороной еще одного многоугольника (*смежного* с первым) или частью границы поверхности, а от каждой грани можно перейти к любой другой, проходя последовательно через смежные грани; $\rightsquigarrow$ вписанный многогранник.

многогранник — **1.** $\Rrightarrow$ многогранная поверхность; **2.** (или полиэдр; polyhedron) — тело, ограниченное конечным множеством многоугольников — *граней* многогранника; $\rightsquigarrow$ антипризма, вершина многогранника, вписанный [выпуклый, полуправильный, правильный] многогранник, гексаэдр, диагональ, диагональная плоскость, диэдр, додекаэдр, икосаэдр, октаэдр, параллелепипед, пирамида, призма, призматоид, призмоид, симплекс, тетраэдр, удвоенная [усеченная] пирамида; **3.** (polytope) ограниченное многогранное множество.

многогранное множество (или полиэдральное множество; polyhedral set) — непустое множество евклидова пространства, образованное пересечением конечной совокупности полупространств и гиперплоскостей.

многогранный угол (polyhedral angle) — часть пространства, ограниченная одной полостью пирамидальной поверхности; направляющая этой поверхности (на рисунке $ABCDEA$) называется также *направляющей* многогранного угла,

а вершина поверхности (на рисунке S) — *вершиной* многогранного угла; $\rightsquigarrow$ телесный [трехгранный] угол.



многозначная логика (many-valued logic) — раздел математической логики, изучающий логические проблемы, в которых число истинностных значений больше двух; $\rightsquigarrow$ трехзначная логика.

многозначная функция (many-valued function) — функция, некоторым значениям аргумента которой соответствует более одного значения функции (если под функцией понимать правило, определяющее произвольное соответствие); обычно многозначную функцию рассматривают как комплект однозначных функций — *ветвей* многозначной функции; напр., обратная функция к $y = x^2$ имеет две ветви:

$$x = \sqrt{y} \quad \text{и} \quad x = -\sqrt{y}\ .$$

многолистная функция (multivalent function) — функция f комплексного переменного, в области аналитичности которой найдется хотя бы одна такая пара точек (z_1, z_2), что $z_1 \neq z_2$ и $f(z_1) = f(z_2)$; $\rightsquigarrow$ однолистная функция, риманова поверхность.

многомерное пространство (multi-dimensional space) — n-мерное пространство в случае $n \geqslant 4$.

многомерный статистический анализ (multi-dimensional statistical analysis) — раздел математической статистики, изучающий методы анализа случайного вектора по его выборкам.

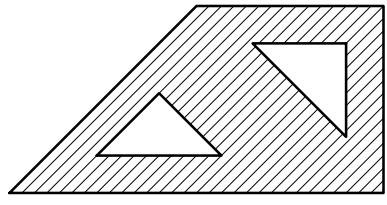
многообразие (manifold) — множество, в котором каждая точка имеет окрестность и в ней определены координаты $x_1, x_2, \ldots, x_n$ так, что в пересечениях окрестностей координаты по любым двум из этих окрестностей связаны формулами

$$x'_k = f_k(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

$(k = 1, 2, \ldots, n)$, где f_k — непрерывные функции; если f_k — дифференцируемые [аналитические] функции, то многообразие называется *дифференцируемым* [*аналитическим*]; $\rightsquigarrow$ алгебраическое [двумерное, одномерное] многообразие, атлас, карта, однородное пространство.

многосвязная область (multiply-connected domain) — область, не являющаяся односвязной областью; в случае плоской области определяется еще порядок связности, напр., кольцевая область является двусвязной; $\rightsquigarrow$ род поверхности.

многоугольная фигура (polygonal figure) — часть плоскости, граница которой состоит из нескольких замкнутых простых ломаных линий.

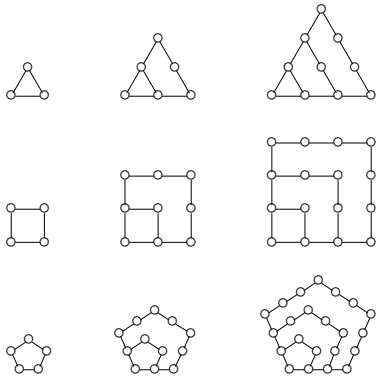


многоугольник (или полигон; polygon) — **1.** замкнутая ломаная линия; $\rightsquigarrow$ самопересекающийся мнугоугольник; **2.** часть плоскости, ограниченная замкнутой простой ломаной линией; вершины и стороны этой ломаной линии называются соответственно *вершинами* и *сторонами* многоугольника; $\rightsquigarrow$ вписанный [выпуклый, звездчатый, описанный, полуправильный, правильный, равноугольный, самопересекающийся] многоугольник, диагональ, одноименные многоугольники, треугольник, четырехугольник.

многоугольное число (или полигональное число, или фигурное число; polygonal number) — натуральное число, указывающее, сколько одинаковых шаров можно уложить на плоскости в виде правильного многоугольника: k-е (число шаров на стороне многоугольника равно k) *n-угольное число* выражается формулой

$$k + \frac{(n-2)k(k-1)}{2};$$

⇝ гексагональное [квадратное, пентагональное, тетраэдрическое, треугольное] число.



многочлен — **1.** (или алгебраический многочлен, или целая рациональная функция) ⇛ полином; **2.** (или мультином; multinomial) — алгебраическая сумма одночленов (называемых *членами* многочлена); напр.:

$$3axy + \frac{2y}{x} + b\sqrt{x};$$

⇝ бином, подобные члены, трехчлен.

многоэкстремальная задача (multi-extremum problem) — экстремальная задача, имеющая несколько или неизвестное число локальных экстремумов.

множеств категория (category of sets) — категория, объектами которой являются всевозможные множества, морфизмами — отображения множеств друг в друга, а умножение морфизмов определяется как последовательное выполнение (композиция) отображений.

множеств теория (set theory) — раздел математики, изучающий общие свойства множеств и операций над ними; ⇝ дескриптивная теория множеств, объемности аксиома.

множественный коэффициент корреляции (multiple-correlation coefficient) — коэффициент корреляции между случайной величиной и ее линейной регрессией.

множество (set) — одно из основных понятий математики: набор каких-либо различных объектов, или *элементов*, рассматриваемый как одно целое; если множество $\mathcal{M}$ задано перечислением его элементов, то оно обозначается в виде

$$\mathcal{M} \stackrel{\text{def}}{=} \{a, b, c, \ldots\},$$

если же имеется правило для определения принадлежности элементов множеству, то множество обозначается в виде

$$\{x : \ldots\} \quad \text{или} \quad \{x \mid \ldots\},$$

где за двоеточием или вертикальной чертой указываются условия, которым должен удовлетворять элемент x, чтобы принадлежать рассматриваемому множеству; синонимы: класс, набор, совокупность, комплект, система; ⇝ абстрактное [бесконечное, борелевское, Витали, выпуклое, дискретное, замкнутое, измеримое, информационное, канторово, компактное, конечное, континуума мощности, направленное, не более чем счетное, неограниченное, непустое, несчетное, ограниченное, открытое, плотное, пустое, размытое, разрешимое, связное, совершенное, счетное, универсальное, упорядоченное] множество, алгебра множеств, дополнение [индикатор, категория, непересекающиеся, отделенные, пересекающиеся, эквивалентные] множества, мультимножество, надмножество, подмножество, фактормножество.

***B*-множество** ⇛ борелевское множество.

множество второй [первой] категории (set of the second [first] category) ↠ категория множества.

множество значений функции $\Rrightarrow$ область значений функции.

множитель — **1.** (или сомножитель; factor) $\twoheadrightarrow$ бесконечное произведение, конкатенация, умножение; **2.** $\twoheadrightarrow$ Дирихле множитель; **3.** $\twoheadrightarrow$ интегрирующий [нормирующий, простой] множитель.

мода (mode) — **1.** значение случайной величины, встречающееся с наибольшей вероятностью; **2.** точка локального максимума гистограммы распределения или функции плотности; $\rightsquigarrow$ бимодальное [унимодальное] распределение.

модальная логика (modal logic) — раздел логики, в котором наряду с обычными высказываниями рассматриваются высказывания типа «возможно, что ...», «необходимо, чтобы ...» и т. п.

моделей теория (model theory) — раздел математической логики, изучающий связи между формализованными системами и их интерпретациями, а также математические модели.

модель — **1.** $\twoheadrightarrow$ математическая модель; **2.** $\Rrightarrow$ интерпретация.

модифицированные функции Бесселя $\Rrightarrow$ Макдональда функции.

модуль — **1.** (или абсолютная величина, *модуль комплексного числа*; modulus) $\twoheadrightarrow$ тригонометрическая форма комплексного числа; **2.** (*модуль перехода*; modulus of transition) — множитель

$$m \stackrel{\text{def}}{=} \log_a b$$

в формуле перехода от одного основания логарифмов к другому:

$$\log_a x = m \cdot \log_b x\,;$$

3. (или абсолютная величина, или абсолютное значение; modulus) — определенный на кольце неотрицательный функционал m, удовлетворяющий условиям:

$$\text{из } \; m(x) = 0 \; \text{ следует } \; x = \theta\,,$$

$$m(xy) = m(x)m(y)\,,$$

$$m(x+y) \leqslant m(x) + m(y)\,;$$

4. (*модуль над кольцом* $\mathcal{R}$; module) — аддитивная абелева группа, в которой определено умножение элементов на скаляры из некоторого ассоциативного кольца $\mathcal{R}$; $\rightsquigarrow$ алгебра, векторное пространство; **5.** (modulus) — объединение элемента $\mathbf{x}$ векторной решетки и его противоположного элемента:

$$|\,\mathbf{x}\,| \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{x} \cup (-\mathbf{x})\,;$$

$\rightsquigarrow$ банахова решетка; **6.** $\twoheadrightarrow$ вычетов класс, сравнение; **7.** $\twoheadrightarrow$ эллиптический интеграл; **8.** $\twoheadrightarrow$ непрерывности модуль.

модулярная группа (modular group) — группа дробно-линейных преобразований комплексной плоскости

$$w = \frac{az+b}{cz+d}\,,$$

где a, b, c, d — целые числа и

$$|ad - bc| = 1\,.$$

модулярная решетка $\Rrightarrow$ дедекиндова решетка.

модус поненс (или отделения правило; modus ponens) — правило вывода в виде: если истинны высказывание A и импликация $A \to B$, то истинно и высказывание B.

Мольвейде формулы (Mollweide formulae) — формулы, выражающие зависимость между сторонами a, b, c и углами α, β, γ треугольника:

$$(a+b)\sin\frac{\gamma}{2} = c\,\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\,,$$

$$(a-b)\cos\frac{\gamma}{2} = c\,\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\,.$$

момент (moment) — числовая характеристика распределения вероятностей: *момент порядка* k относительно числа a определяется для случайной величины X как математическое ожидание

$$\mathsf{E}(X-a)^k,$$

где k — натуральное число; $\rightsquigarrow$ абсолютный [смешанный, центральный] момент.

моментов метод (method of moments) — метод определения распределения вероятностей по его моментам.

Монжа метод (Monge method) — метод представления и исследования пространственной фигуры при помощи ее двукартинного чертежа.

моногенная полугруппа (или циклическая полугруппа; monogenic semigroup) — полугруппа, имеющая систему образующих, состоящую из одного элемента.

моногенная функция (monogenic function) — функция комплексного переменного, имеющая в каждой точке рассматриваемой области конечную производную; $\rightsquigarrow$ дифференцируемая функция.

моногенности условия (или Д'Аламбера – Эйлера условия) $\Rrightarrow$ Коши – Римана условия.

монодромия (monodromy) — свойство функции комплексного переменного быть однозначно аналитически продолжаемой.

моноид (или полугруппа с единицей; monoid) — полугруппа, в которой имеется нейтральный элемент соответствующей операции; напр., мультипликативная полугруппа $\mathbb{N}$ натуральных чисел или аддитивная полугруппа $\mathbb{N}$; $\rightsquigarrow$ группа, лупа.

моном $\Rrightarrow$ одночлен.

мономиальная матрица (monomial matrix) — квадратная матрица, в каждой строке и в каждом столбце которой содержится ровно один ненулевой элемент.

мономорфизм (monomorphism) — такой морфизм μ, при котором из равенства $\alpha\mu = \beta\mu$ следует равенство $\alpha = \beta$; $\rightsquigarrow$ эпиморфизм.

монотонная последовательность (monotone sequence) — числовая последовательность, являющаяся неубывающей или невозрастающей; $\rightsquigarrow$ строго монотонная последовательность.

монотонная функция (monotone function) — функция действительного переменного, являющаяся в каждом связном подмножестве своей области определения неубывающей (*монотонно возрастающая функция*) или невозрастающей (*монотонно убывающая функция*); $\rightsquigarrow$ строго монотонная функция.

монотонно возрастающая [убывающая] функция (monotonically increasing [decreasing] function) $\twoheadrightarrow$ монотонная функция.

монотонно сходящаяся последовательность (monotonically convergent sequence) — сходящаяся числовая последовательность $\{a_k\}$, которая (начиная с некоторого значения k) является неубывающей или невозрастающей; в случае неубывающей последовательности такая сходимость обозначается через

$$a_k \nearrow a, \text{ или } a_k \uparrow a\,,$$

а в случае невозрастающей последовательности через

$$a_k \searrow a, \text{ или } a_k \downarrow a\,,$$

где a — предел последовательности.

монотонное отображение $\Rrightarrow$ изотонное отображение.

монотонность (monotonicity) — свойство отображения сохранять упорядоченность; $\rightsquigarrow$ изотонное [антитонное] отображение.

монотонный оператор (monotone operator) — определенный в гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$ оператор $P : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$, для которого при всех $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathcal{H}$ имеет место неравенство

$$\big(P(\mathbf{x}) - P(\mathbf{y}), \mathbf{x} - \mathbf{y}\big) \geqslant 0\,.$$

Монте-Карло метод (или статистических испытаний метод; Monte-Carlo method) — метод решения математической задачи путем моделирования случайных величин и построения статистических оценок.

Монтеля пространство (Montel space) — локально выпуклое пространство, в котором каждое замкнутое ограниченное множество компактно.

Монтеля теорема (Montel theorem) — если f — аналитическая в открытом множестве $\mathcal{D}$ функция комплексного переменного, то существует последовательность полиномов $\{p_k\}$, такая, что при каждом $z \in \mathcal{D}$

$$\lim_{k\to\infty} p_k(z) = f(z)\,.$$

Моргана законы $\twoheadrightarrow$ законы де Моргана.

Мореры теорема (Morera theorem) — если функция f комплексного переменного непрерывна в односвязной области $\mathcal{D}$ и для любой замкнутой спрямляемой кривой $\mathcal{L} \subset \mathcal{D}$ выполняется условие

$$\int_{\mathcal{L}} f(z)\,dz = 0\,,$$

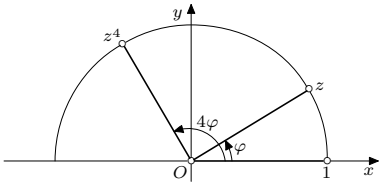
то f — аналитическая функция в $\mathcal{D}$; $\rightsquigarrow$ Коши интегральная теорема.

морфизм (morphism) $\twoheadrightarrow$ категория.

мощность множества (cardinality of a set) — класс эквивалентности равномощных множеств, которому принадлежит рассматриваемое множество $\mathcal{M}$; обозначается $\operatorname{card}\mathcal{M}$; $\rightsquigarrow$ кардинальное число, конечное [счетное] множество, континуума мощность.

Муавра формула (de Moivre formula) — формула возведения в степень комплексного числа, представленного в тригонометрической форме:

$$(\cos\varphi + i\sin\varphi)^n = \cos n\varphi + i\sin n\varphi\,.$$



Муавра – Лапласа теорема (или Лапласа теорема; de Moivre – Laplace theorem) — предельная теорема в виде: если в схеме Бернулли вероятность появления рассматриваемого события остается постоянной, а число экспериментов неограниченно растет, то соответствующее биномиальное распределение приближается к нормальному распределению.

мультиграф (multi-graph) — такое обобщение графа, в котором допускаются и *кратные ребра*, т. е. одна и та же пара (a, b) может содержаться в множестве ребер $\mathcal{E}$ несколько раз; $\rightsquigarrow$ псевдограф.

мультимножество (multiset) — такое обобщение множества, в котором элементы не обязательно все различны: мультимножеством называется множество $\mathcal{M}$ вместе с определенным на нем функционалом $m : \mathcal{M} \to \mathbb{N}$, значение которого задает число экземпляров соответствующего элемента (в обычном множестве $m(x) = 1$ при каждом $x \in \mathcal{M}$); мультимножество, в котором $\mathcal{M} = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ и $m(a_i) = m_i$, иногда обозначается в виде

$$\left\{ a_1^{m_1}, a_2^{m_2}, \ldots, a_k^{m_k} \right\};$$

$\rightsquigarrow$ перестановки с повторениями.

мультином $\Rightarrow$ многочлен.

мультиномиальная формула (или полиномиальная формула; multinomial formula) — формула разложения (натуральной) степени многочлена по степеням его одночленов:

$$(a_1 + a_2 + \cdots + a_k)^n = \\ = \sum_{\sum m_i = n} \frac{n!}{m_1!\,m_2!\cdots m_k!}\, a_1^{m_1} a_2^{m_2} \cdots a_k^{m_k}\,,$$

где сумма берется по всем возможностям представления числа n в виде суммы

натуральных слагаемых $m_1,\ m_2,\ \ldots,\ m_k$; напр., при $k=3$ получаем

$$(a+b+c)^2 = a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2\,,$$

$$(a+b+c)^3 = a^3+3a^2b+3a^2c+3ab^2+ \\ +6abc+3ac^2+b^3+3b^2c+3bc^2+c^3\,;$$

$\rightsquigarrow$ биномиальная формула.

мультиномиальное распределение (или полиномиальное распределение; multinomial distribution) — распределение вероятностей дискретного случайного вектора $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$, при котором вероятность значения $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$ выражается в виде

$$\mathsf{P}(X_1=k_1, X_2=k_2, \ldots, X_n=k_n) = \\ = \frac{N!}{k_1!\,k_2!\cdots k_n!} p_1^{k_1}\,p_2^{k_2}\cdots p_n^{k_n}\,,$$

где $k_j \geqslant 0$, $\sum\limits_{j=1}^{n} k_j = N$, $p_j \geqslant 0$, $\sum\limits_{j=1}^{n} p_j = 1$.

мультиномиальный коэффициент (или полиномиальный коэффициент; multinomial coefficient) — коэффициент общего члена в мультиномиальной формуле:

$$\binom{n}{m_1, m_2, \ldots, m_k} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{n!}{m_1!\,m_2!\cdots m_k!}\,;$$

$\rightsquigarrow$ биномиальный коэффициент, перестановки с повторениями.

мультипликативная группа (multiplicative group) — группа, операция которой называется *умножением*, нейтральный элемент *единицей*, или *единичным элементом* и нейтрализующий элемент *обратным элементом*; $\rightsquigarrow$ аддитивная группа.

мультипликативная функция (*мультипликативная арифметическая функция*; multiplicative function) — арифметическая функция f, удовлетворяющая при любых взаимно простых x и y условию

$$f(xy) = f(x)\cdot f(y)\,;$$

напр., мультипликативной является функция Мёбиуса; $\rightsquigarrow$ аддитивная функция.

мультипликатор (multiplicator) $\twoheadrightarrow$ интегрирующий множитель.

мю-оператор (или минимизации оператор, или наименьшего числа оператор; mu-operator) — оператор μ, ставящий арифметической функции g от $(n+1)$ переменных в соответствие арифметическую функцию f от n переменных по следующему правилу: для любого набора натуральных чисел $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ принимается

$$f(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n) = m\,,$$

где m — наименьшее из таких натуральных чисел, что

$$g(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ j)$$

определено при всех $j \in [0, m]$ и

$$g(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ m) = 0\,;$$

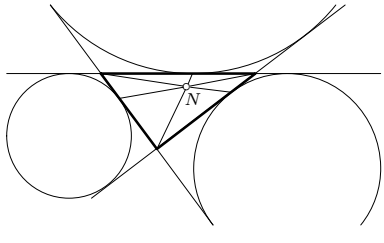
если такого m не существует, то функция f для этого набора $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ не определена; $\rightsquigarrow$ частично-рекурсивная функция.

H

набла-оператор (или гамильтониан) $\Rrightarrow$ Гамильтона оператор.

набор (collection) — синоним термина «множество».

Нагеля точка (Nagel point) — точка пересечения прямых, соединяющих вершины треугольника с точками касания вневписанных окружностей и соответствующих противоположных сторон (на рисунке точка N); $\rightsquigarrow$ Жергонна точка.



надмножество (superset) — множество $\mathcal{N}$, для которого рассматриваемое множество $\mathcal{M}$ является подмножеством; обозначается $\mathcal{N} \supset \mathcal{M}$ или $\mathcal{N} \supseteq \mathcal{M}$; $\rightsquigarrow$ собственное надмножество.

надполе $\Rrightarrow$ расширение поля.

назначение $\twoheadrightarrow$ задача о назначениях.

наибольший общий делитель (greatest common divisor) — такой общий делитель рассматриваемых целых чисел [полиномов], который делится на любой общий делитель этих чисел [полиномов]; наибольший общий делитель чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$ обозначается обычно в виде $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$; напр.:

$$(420,\, 462,\, 882) = 42\,;$$

$\rightsquigarrow$ взаимно простые числа [полиномы], Евклида алгоритм.

наилучшее приближение (best approximation) — расстояние данной функции f до заданного множества, напр., до множества $\mathcal{P}_n$ всех полиномов степени не выше n, т. е.

$$E_n(f) \stackrel{\text{def}}{=} \inf_{p \in \mathcal{P}_n} d(f, p)\,;$$

$\rightsquigarrow$ полином наилучшего приближения.

наименее опасная стратегия (least dangerous strategy) — в антагонистической игре такая чистая стратегия $x^\circ \in \mathcal{X}_1$ первого игрока, при которой

$$\max_{x \in \mathcal{X}_1} \min_{y \in \mathcal{X}_2} f(x, y) = \min_{y \in \mathcal{X}_2} f(x^\circ, y)\,,$$

или такая чистая стратегия $y^\circ \in \mathcal{X}_2$ второго игрока, при которой

$$\min_{y \in \mathcal{X}_2} \max_{x \in \mathcal{X}_1} f(x, y) = \max_{x \in \mathcal{X}_1} f(x, y^\circ)\,,$$

где $f(x, y)$ — математическое ожидание выигрыша первого игрока при стратегиях $x \in \mathcal{X}_1$, $y \in \mathcal{X}_2$; $\rightsquigarrow$ гарантированный выигрыш.

наименьшего числа оператор (или минимизации оператор) $\Rrightarrow$ мю-оператор.

наименьшее общее кратное (least common multiple) — такое общее кратное рассматриваемых целых чисел [полиномов], на которое делится любое общее кратное этих чисел [полиномов]; наименьшее общее кратное чисел a_1, $a_2, \ldots, a_n$ обозначается обычно в виде $[a_1, a_2, \ldots, a_n]$; напр.:

$$[14,\, 20,\, 30] = 420\,.$$

наименьших квадратов метод (method of least squares) — **1.** метод решения систем уравнений, при котором в качестве решения принимается точка минимума суммы квадратов отклонений; **2.** статистический метод оценки неизвестных величин по результатам измерений, содержащим случайные ошибки; $\rightsquigarrow$ регрессионная функция.

наискорейшего спуска метод (method of steepest descent) — градиентный метод нахождения точки локального минимума функции f от нескольких переменных [функционала], при котором последовательность приближений определяют по формуле

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \lambda_k \nabla f(\mathbf{x}_k)\,,$$

где λ_k — точка минимума функции

$$g_k(\lambda) \stackrel{\text{def}}{=} f\big(\mathbf{x}_k - \lambda \nabla f(\mathbf{x}_k)\big)\,.$$

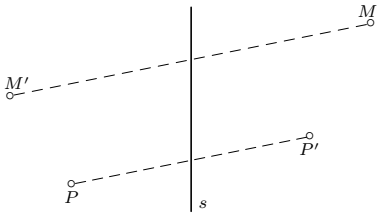
наклонная (*наклонная к прямой* [*плоскости*]; oblique line) — прямая, пересекающая данную прямую [плоскость] под углом, отличным от прямого; $\rightsquigarrow$ перпендикуляр.

наклонная асимптота (oblique asymptote) — асимптота плоской кривой, которая не параллельна ни оси Ox, ни оси Oy; $\rightsquigarrow$ вертикальная [горизонтальная] асимптота.

наклонная призма (oblique prism) — призма, не все боковые грани которой перпендикулярны плоскостям оснований; $\rightsquigarrow$ прямая призма.

наклонная проекция (oblique projection) $\twoheadrightarrow$ проекция.

наклонное отражение (oblique reflection) — преобразование плоскости [пространства], при котором каждая ее [его] точка отображается в фиксированном направлении по другую сторону, но на такое же расстояние от фиксированной прямой [плоскости] (на рисунке от прямой s).

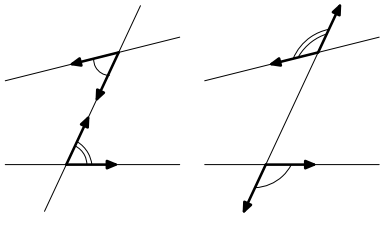


наклонный цилиндр (oblique cylinder) $\twoheadrightarrow$ прямой цилиндр.

накопление погрешности (accumulation of errors) — суммарное влияние округлений, сделанных на отдельных шагах вычислительного процесса, на точность полученного решения; $\rightsquigarrow$ арифметическая погрешность.

накопления точка (или предельная точка, *точка накопления множества*; acmulation point) — точка топологического пространства, в любой окрестности которой имеется отличная от нее точка рассматриваемого множества; $\rightsquigarrow$ конденсации [прикосновения] точка, производное [совершенное] множество.

накрест лежащие углы (alternate angles) — два угла из образованных при пересечении двух прямых третьей, такие, что их стороны на секущей имеют разные направления, а другие стороны расположены в разных полуплоскостях, определенных секущей; если стороны углов на секущей не имеют общего отрезка, то говорят о *внешних накрест лежащих углах* (на рисунке справа), при наличии же общего отрезка — о *внутренних накрест лежащих углах* (на рисунке слева); $\rightsquigarrow$ прилежащие [соответственные] углы.



накрывающий элемент (direct successor) $\twoheadrightarrow$ непосредственное следование.

накрытие (covering) — такое отображение топологического пространства $\mathcal{X}$ на топологическое пространство $\mathcal{Y}$, при котором любая точка $y \in \mathcal{Y}$ имеет окрестность $\mathcal{U}(y)$, прообраз которой распадается на открытые подмножества, тем же отображением гомеоморфно отображающиеся на $\mathcal{U}(y)$.

направление (direction) — **1.** одна из двух возможных упорядоченностей точек кривой; если одна упорядоченность фиксирована, то кривая (напр., прямая) наделена направлением; **2.** совокупность коллинеарных векторов, общая для всех параллельных между собой прямых (т. е. прямых, имеющих общее направление); $\rightsquigarrow$ асимптотическое [главное] направление, сопряженные направления; **3.** рефлексивное и транзитивное бинарное отношение $\leqslant$ на множестве $\mathcal{M}$, обладающее свойством: для любых двух элементов $\alpha, \beta \in \mathcal{M}$ существует элемент $\gamma \in \mathcal{M}$, такой, что $\alpha \leqslant \gamma$ и $\beta \leqslant \gamma$; $\rightsquigarrow$ направленное множество.

направление кривой (direction of the curve) — направление касательной, проведенной к кривой в рассматриваемой точке.

направлений поле (direction field) — область плоскости или пространства [многообразия], в каждой точке которой определено направление [касательное направление], непрерывно или дифференцируемо зависящее от точки; задается, напр., системой дифференциальных уравнений; $\rightsquigarrow$ изоклина, интегральная кривая.

направленное множество (directed set) — множество, на котором определено направление; напр., множество всех открытых покрытий данного пространства.

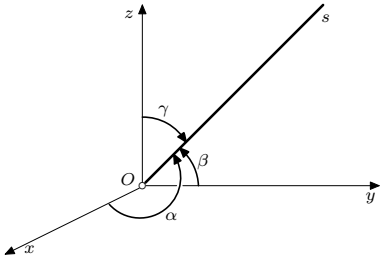
направленность (или обобщенная последовательность; net) — отображение направленного множества $\mathcal{A}$ в некоторое множество, напр., в топологическое пространство; обозначается $\{x_\alpha\}_{\alpha\in\mathcal{A}}$ или $\{x_\alpha : \alpha \in \mathcal{A}\}$; $\rightsquigarrow$ предельная точка.

направленный граф $\Rightarrow$ ориентированный граф.

направляющая (directrix) $\twoheadrightarrow$ коническая [цилиндрическая] поверхность, многогранный угол, цилиндроид.

направляющие косинусы (direction cosines) — косинусы направляющих углов.

направляющие углы (direction angles) — углы α, β и γ, образуемые положительными направлениями осей декартовой прямоугольной системы координат с положительным направлением рассматриваемой прямой s.



***n*-арная операция** (n-ary operation) $\twoheadrightarrow$ операция.

***n*-арное отношение** (или n-местное отношение; n-place relation) $\twoheadrightarrow$ отношение.

натуральное число (natural number) — число, выражающее мощность конечного множества, т. е. одно из чисел 0, 1, 2, ... (иногда натуральными числами считаются только 1, 2, 3, ...); множество всех натуральных чисел обозначается символом $\mathbb{N}$; $\rightsquigarrow$ дружественные числа, отрезок натурального ряда, Пеано аксиомы, простое [совершенное, составное, целое] число.

натуральные уравнения кривой (natural equations of a curve) — уравнения

$$k = f(s)\,, \quad \varkappa = g(s)\,,$$

задающие кривизну k и кручение $\varkappa$ кривой в виде функций от натурального параметра s кривой; определяют кривую с точностью до движения в пространстве.

натуральный логарифм (или неперов логарифм; natural logarithm) — логарифм по основанию $e = 2{,}718281828\ldots$; вместо $\log_e x$ используется обозначение $\ln x$; натуральный логарифм комплексного переменного z является бесконечнозначной функцией

$$\operatorname{Ln} z \stackrel{\text{def}}{=} \ln|z| + i \operatorname{Arg} z\,,$$

главное значение которой определяется как

$$\ln z \stackrel{\text{def}}{=} \ln|z| + i \arg z\,.$$

натуральный параметр кривой (natural parameter of a curve) — такой параметр в параметрических уравнениях кривой, который по абсолютной величине равен длине дуги до фиксированной точки кривой и имеет разные знаки в разных направлениях от этой точки; обычно обозначается через s; $\rightsquigarrow$ Френе формулы.

натуральный ряд (natural sequence) — последовательность всех натуральных чисел в порядке их возрастания; $\rightsquigarrow$ отрезок натурального ряда.

начало — **1.** (или начальная точка; origin) $\twoheadrightarrow$ вектор; **2.** (initial point) $\twoheadrightarrow$ луч, путь.

начало координат (origin of coordinates) $\twoheadrightarrow$ координатные оси.

начальная позиция (initial position) — такая позиция в позиционной игре, для которой не существует позиции, непосредственно предшествующей ей.

начальная сторона (initial side of an angle) $\twoheadrightarrow$ угол.

начальная точка — **1.** (или начало; origin) $\twoheadrightarrow$ вектор; **2.** (initial point) $\twoheadrightarrow$

аффинный репер; **3.** (или полюс; origin) $\twoheadrightarrow$ радиус-вектор.

начальная фаза (initial phase) $\twoheadrightarrow$ гармоническое колебание.

начальное значение [условие] (initial data [condition]) $\twoheadrightarrow$ Коши задача.

начальное приближение (initial approximation) $\twoheadrightarrow$ итерационный метод.

начальные данные $\Rightarrow$ исходные данные.

начальный символ (basic symbol) $\twoheadrightarrow$ порождающая грамматика.

начертательная геометрия (descriptive geometry) — раздел геометрии, изучающий методы построения изображений пространственных фигур на плоскости, а также методы решения пространственных задач при помощи таких изображений; $\rightsquigarrow$ аксонометрия, Монжа метод, проекция.

не более одного (at most one) — один или ни одного.

не более чем счетное множество (at most countable set) — конечное или счетное множество.

не ограничивая общности (without loss of generality) — выражение, используемое при опущении условий, которые в рассматриваемом случае всегда выполнены.

неархимедова геометрия (non-Archimedean geometry) — совокупность геометрических свойств прямой, на которой не верна аксиома Архимеда.

Неванлинны премия (Nevanlinna Prize) — учрежденная в 1982 г. международная премия за выдающиеся достижения по математическим аспектам теории обработки информации; $\rightsquigarrow$ Филдса премия.

невозможное событие (impossible event) — событие, которое в данных условиях не может произойти; пустое подмножество пространства элементарных событий рассматриваемого эксперимента; $\rightsquigarrow$ достоверное событие.

невозрастающая последовательность (non-decreasing sequence) — числовая последовательность $\{a_k\}$, в которой при всех $k \in \mathbb{N}$ выполняется неравенство

$$a_k \geqslant a_{k+1}\,;$$

$\rightsquigarrow$ монотонная [убывающая] последовательность.

невозрастающая функция (non-decreasing function) — функция f действительного переменного, для которой в рассматриваемой области из условия $x < y$ всегда следует неравенство

$$f(x) \geqslant f(y)\,;$$

$\rightsquigarrow$ монотонная [убывающая] функция.

невырожденная матрица (или неособенная матрица, или регулярная матрица; non-degenerate matrix) — квадратная матрица, определитель которой отличен от нуля, или является обратимым элементом того кольца, которому принадлежат элементы матрицы; $\rightsquigarrow$ вырожденная [обратная] матрица.

невычет (*невычет степени n по модулю m*; non-residue) — целое число a, взаимно простое с модулем m, для которого сравнение

$$x^n \equiv a \pmod{m}$$

не имеет решения (m и n — фиксированные натуральные числа); $\rightsquigarrow$ квадратичный [степенной] вычет.

невязка (discrepancy) — разность между рассматриваемой величиной и некоторой фиксированной величиной; напр., невязкой приближенного решения x_0 уравнения $f(x) = 0$ называется величина $f(x_0)$.

недостаток (deficiency) $\twoheadrightarrow$ округление, приближенное значение.

недостаточное число (deficient number) — натуральное число, которое

больше суммы своих собственных делителей; напр., недостаточным является число 50, так как

$$50 > 1 + 2 + 5 + 10 + 25\,;$$

⇝ избыточное [совершенное] число.

неевклидова геометрия (non-Euclidean geometry) — **1.** геометрия, в аксиоматике которой отрицается аксиома о параллельных; ⇝ Лобачевского [эллиптическая] геометрия; **2.** геометрия неевклидова пространства.

неевклидово пространство (non-Euclidean space) — риманово пространство с постоянной ненулевой кривизной.

независимое переменное (или аргумент; independent variable) ↠ оператор.

независимость (independence) — **1.** ↠ линейная зависимость; **2.** ↠ независимые события.

независимость аксиоматики (independence of an axiom system) — свойство аксиоматики, состоящее в том, что ни одна из ее аксиом не является логическим следствием из множества остальных аксиом.

независимые события (independent events) — события, вероятность совместного осуществления которых равна произведению вероятностей этих событий: события A и B независимы, если имеет место равенство

$$\mathsf{P}(AB) = \mathsf{P}(A)\,\mathsf{P}(B)\,.$$

неизвестное (или искомое; unknown) — объект, конкретные значения которого, подлежащие определению, заданы некоторыми косвенными условиями, напр., уравнениями.

Нейля парабола ⇛ полукубическая парабола.

Неймана задача (или вторая краевая задача; Neumann problem) — краевая задача в виде: найти в заданной области решение дифференциального уравнения эллиптического типа, если на границе этой области заданы производные искомой функции по нормали к границе; ⇝ Дирихле задача.

Неймана функция (Neumann function) — цилиндрическая функция вида

$$N_p(z) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{J_p(z)\cos p\pi - J_{-p}(z)}{\sin p\pi}\,,$$

где J_p — функция Бесселя.

нейтрализируемый элемент ⇛ обратимый элемент.

нейтрализирующий элемент (или обратный элемент, или симметричный элемент; inverse) — соответствующий данному элементу a относительно рассматриваемой бинарной алгебраической операции $*$ элемент a^{-1}, являющийся одновременно левым и правым нейтрализирующим элементом, т. е.

$$a^{-1} * a = a * a^{-1} = e\,,$$

где e — нейтральный элемент относительно операции $*$; ⇝ обратимый [односторонний нейтрализирующий, противоположный] элемент.

нейтральный элемент (neutral element) — такой элемент e относительно рассматриваемой бинарной алгебраической операции $*$, который при каждом элементе x удовлетворяет условиям

$$x * e = e * x = x\,;$$

если операция $*$ называется умножением, то нейтральный элемент называется *единицей*, или *единичным элементом*, если же операция $*$ называется сложением, то нейтральный элемент называется *нулевым элементом*, или *нулем*; ⇝ моноид.

некоммутативная группа (non-Abelian group) — группа, операция которой не является коммутативной; напр., симметрическая группа; ⇝ абелева группа.

некоммутативное кольцо (non-commutative ring) — кольцо, в котором умножение не является коммутативным; ⇝ коммутативное кольцо.

некорректная задача (ill-posed problem) $\twoheadrightarrow$ корректная задача.

нелинейная задача (non-linear problem) — задача, в постановке которой не все встречающиеся функции [операторы, уравнения] являются линейными; $\rightsquigarrow$ линеаризации метод.

нелинейного программирования задача (non-linear programming problem) — задача математического программирования, в которой целевая функция f или хотя бы одна из функций f_k, определяющих ограничения, не является линейной функцией.

нелинейное программирование (non-linear programming) — раздел математического программирования, изучающий теорию и методы решения нелинейных задач математического программирования.

нелинейное уравнение (non-linear equation) — **1.** уравнение вида $f(x) = 0$, где функция f не является линейной; **2.** операторное уравнение $P(\mathbf{x}) = \mathbf{a}$, где оператор P из одного векторного пространства в другое не является линейным оператором (такой оператор называется *нелинейным оператором*); **3.** дифференциальное уравнение, не являющееся линейным.

нелинейный оператор (non-linear operator) $\twoheadrightarrow$ нелинейное уравнение.

ненулевой элемент (non-zero element) — элемент, отличный от нулевого элемента θ.

необходимое и достаточное условие (или критерий; necessary and sufficient condition) — утверждение A, которое одновременно необходимо и достаточно для истинности некоторого другого утверждения B: A является необходимым и достаточным условием для B, если можно доказать как теорему $A \to B$, так и обратную теорему $B \to A$; $\rightsquigarrow$ тогда и только тогда.

необходимое условие (necessary condition) — утверждение (высказывание) A, истинность которого следует из истинности некоторого другого утверждения (высказывания) B: A является необходимым условием для B, если можно доказать теорему $B \to A$; $\rightsquigarrow$ достаточное условие.

неограниченная функция (unbounded function) — функция f, которая не ограничена в рассматриваемой области $\mathcal{D}$, т. е. для любого числа $M > 0$ можно найти такую точку $x \in \mathcal{D}$, что

$$| f(x) | > M .$$

неограниченно возрастающая [убывающая] последовательность (unboundedly increasing [decreasing] sequence) — возрастающая [убывающая] числовая последовательность $\{a_k\}$, в которой для любого числа $M > 0$ найдется натуральное число n, такое, что при всех $k > n$ имеет место неравенство

$$a_k > M \quad [a_k < -M] .$$

неограниченное множество (unbounded set) — множество метрического пространства, которое не является ограниченным множеством.

неограниченный оператор (unbounded operator) — оператор $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ из топологического векторного пространства $\mathcal{X}$ в другое топологическое векторное пространство $\mathcal{Y}$, такой, что существует ограниченное множество $\mathcal{M} \subset \mathcal{X}$, образ $P(\mathcal{M}) \subset \mathcal{Y}$ которого является неограниченным множеством.

неоднородная система линейных уравнений (non-homogeneous system of linear equations) — система линейных уравнений, в которой не все свободные члены равны нулю; $\rightsquigarrow$ однородная система линейных уравнений.

неопределенная система (indeterminate system) — **1.** система уравнений, в которой число неизвестных больше числа уравнений; $\rightsquigarrow$ переопределенная система; **2.** система уравнений, имеющая более одного решения.

неопределенное выражение (или неопределенность; indeterminate form) — выражение, представляющее функцию [последовательность], при вычислении предела которой нельзя непосредственно использовать основные свойства пределов; основные виды неопределенных выражений обозначаются символами

$$\frac{0}{0},\ \frac{\infty}{\infty},\ 0\cdot\infty,\ \infty-\infty,\ 0^0,\ 1^\infty \text{ и } \infty^0;$$

$\rightsquigarrow$ раскрытие неопределенностей.

неопределенное уравнение (indeterminate equation) — уравнение, содержащее более одного неизвестного; $\rightsquigarrow$ диофантово уравнение.

неопределенность — 1. $\Rightarrow$ неопределенное выражение; **2.** (indeterminacy) — ситуация, в которой значения некоторых встречающихся в задаче переменных и/или неизвестных можно произвольно фиксировать.

неопределенный интеграл (indefinite integral) — общее выражение $F(x)+c$ всех первообразных данной функции f в фиксированном интервале; при этом F — некоторая первообразная функции f в этом интервале и c — произвольная постоянная; обозначается

$$\int f(x)\,dx \stackrel{\text{def}}{=} F(x)+c,$$

где f называется *интеграндом*, или *подынтегральной функцией*, а $f(x)\,dx$ — *подынтегральным выражением*; напр., неопределенными интегралами некоторых элементарных функций являются

$$\int x^n\,dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c \quad (\text{если } n\neq -1),$$

$$\int\frac{dx}{x}=\ln|x|+c,\quad \int a^x\,dx=\frac{a^x}{\ln a}+c,$$

$$\int\sin x\,dx=-\cos x+c,$$

$$\int\operatorname{tg}x\,dx=-\ln|\cos x|+c;$$

$\rightsquigarrow$ Остроградского метод.

неопределенных коэффициентов метод (method of undetermined coefficients) — метод нахождения искомой функции в виде выражения фиксированной структуры, причем определению подлежат лишь неизвестные коэффициенты при заданных структурных компонентах.

неориентированный граф (undirected graph) — граф, в котором нет ориентированных ребер, т. е. каждое ребро представлено неупорядоченной парой вершин; $\rightsquigarrow$ ориентированный [смешанный] граф.

неориентируемая поверхность $\Rightarrow$ односторонняя поверхность.

неособенная матрица (или регулярная матрица) $\Rightarrow$ невырожденная матрица.

неотрицательное число (non-negative number) — действительное число r, равное нулю или большее нуля; обозначается $r\geqslant 0$.

неотрицательный вектор (non-negative vector) — вектор, все компоненты которого неотрицательны.

непересекающиеся множества (disjoint sets) — два множества, пересечение которых является пустым множеством; $\rightsquigarrow$ дизъюнктное семейство множеств, отделенные [попарно непересекающиеся] множества, Урысона лемма.

неперов логарифм $\Rightarrow$ натуральный логарифм.

неперово число (или число e) $\Rightarrow$ e.

неподвижная прямая (fixed line) — прямая, каждая точка которой при рассматриваемом преобразовании отображается в какую-либо точку той же прямой.

неподвижная точка (или инвариантный элемент; fixed point) — **1.** точка, которая при рассматриваемом преобразовании отображается в ту же точку; $\rightsquigarrow$ изотропии группа; **2.** (*неподвижная точка оператора*) — элемент $x^*\in\mathcal{X}$,

которому рассматриваемый оператор $P : \mathcal{X} \to \mathcal{X}$ сопоставляет его же, т. е.

$$P(x^*) = x^*;$$

$\rightsquigarrow$ Боля – Брауэра теорема.

неполная бета-функция (incomplete beta-function) — функция

$$I_x(p,q) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\mathrm{B}(p,q)} \int\limits_0^x t^{p-1}(1-t)^{q-1}\,dt\,,$$

определенная при $p > 0$, $q > 0$, $0 \leqslant x \leqslant 1$, где B — бета-функция.

неполная гамма-функция (incomplete gamma-function) — функция

$$I(x,z) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\Gamma(z)} \int\limits_0^x t^{z-1}e^{-t}\,dt\,,$$

определенная при $x \geqslant 0$, $z > 0$, где Γ — гамма-функция.

неполная индукция (incomplete induction) — индукция, в которой не пользуются математической [трансфинитной] индукцией.

неполное квадратное уравнение (pure quadratic) — квадратное уравнение с одним неизвестным

$$ax^2 + bx + c = 0\,,$$

в котором либо $b = 0$, либо $c = 0$, либо $b = c = 0$.

неполное частное — 1. (или частное; quotient) $\twoheadrightarrow$ деление с остатком; **2.** (или звено; partial quotient) $\twoheadrightarrow$ непрерывная дробь.

неположительное число (non-positive number) — действительное число r, равное нулю или меньшее нуля; обозначается $r \leqslant 0$.

непосредственная упорядоченность (immediate ordering) — антирефлексивное и антисимметричное бинарное отношение $\mathcal{V}$, при помощи которого можно определить строгую упорядоченность $\mathcal{R}$ следующим образом: $x_0 \mathcal{R} x_n$ означает, что либо $x_0 \mathcal{V} x_n$, либо найдутся такие элементы $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$, что при каждом $k = 1, 2, \ldots, n$ имеет место $x_{k-1} \mathcal{V} x_k$.

непосредственно выводимое слово (directly derivable string) $\twoheadrightarrow$ продукция.

непосредственное следование (immediate succession) — свойство элемента быть в отношении непосредственной упорядоченности с некоторым другим элементом: если $\mathcal{V}$ — непосредственная упорядоченность, то $x \mathcal{V} y$ означает, что элемент y непосредственно следует элементу x, или элемент x непосредственно предшествует элементу y; говорят также, что y *накрывает* x, или y является *непосредственным потомком* для x, или x является *непосредственным предком* для y.

непосредственный потомок [предок] (immediate successor [predecessor]) $\twoheadrightarrow$ непосредственное следование.

неправильная дробь (improper fraction) — **1.** дробь a/b, в которой $|\,a\,| \geqslant |\,b\,|$; **2.** рациональная функция от одного переменного

$$y = \frac{p(x)}{q(x)}\,,$$

где степень полинома p не меньше степени полинома q; $\rightsquigarrow$ правильная дробь.

непрерывная группа $\Rrightarrow$ топологическая группа.

непрерывная дробь (или цепная дробь; continued fraction) — выражение, представимое в виде «многоэтажной» дроби

$$a_0 + \cfrac{b_1}{a_1 + \cfrac{b_2}{a_2 + \cdots}}\,,$$

где a_0 — целое число и a_k, b_k — натуральные числа; отношения b_k/a_k называются *звеньями*, или *неполными частными* непрерывной дроби; значением непрерывной дроби считается предел последовательности *подходящих дробей* p_k/q_k,

где p_k и q_k вычисляются по рекуррентным формулам

$$p_k = a_k p_{k-1} + b_k p_{k-2}\,,$$
$$q_k = a_k q_{k-1} + b_k q_{k-2}\,,$$

$p_{-1} = 1,\ p_0 = a_0,\ q_{-1} = 0,\ q_0 = 1$; $\rightsquigarrow$ бесконечная [конечная] непрерывная дробь.

непрерывная операция (continuous operation) — операция, определенная непрерывным отображением.

непрерывная пропорция (continued proportion) — пропорция, в которой средние члены равны между собой, т. е. пропорция вида $a : b = b : d$.

непрерывная случайная величина (continuous random variable) — случайная величина с несчетным множеством возможных значений, причем существует функция плотности; $\rightsquigarrow$ дискретная случайная величина.

непрерывная функция (continuous function) — функция, для которой каждая точка рассматриваемой области является точкой непрерывности; множество функций действительного переменного, непрерывных на отрезке $[a, b]$, обозначается через $\mathcal{C}$, или $\mathcal{C}[a, b]$; $\rightsquigarrow$ абсолютная непрерывность, Больцано – Коши теорема, Бэра классы, кусочно-непрерывная [полунепрерывная, разрывная] функция, непрерывных функций пространство, односторонне [равномерно, слева, справа] непрерывная функция, равностепенно непрерывные функции.

непрерывно дифференцируемая функция (continuously differentiable function) — функция от одного переменного [нескольких переменных], имеющая в каждой точке рассматриваемой области непрерывную производную [непрерывные частные производные первого порядка].

непрерывное отображение (continuous mapping) — отображение, определяемое непрерывным оператором; отображение, при котором прообраз всякого открытого множества является открытым множеством; $\rightsquigarrow$ гомотопия, конформное отображение.

непрерывности аксиома (axiom of continuity) — **1.** любой точке числовой прямой соответствует некоторое действительное число; **2.** всякое непустое ограниченное сверху множество имеет конечную верхнюю грань; **3.** $\twoheadrightarrow$ Кантора аксиома.

непрерывности модуль (modulus of continuity) — функция

$$\omega_f(\delta) \stackrel{\text{def}}{=} \max_{|h|\leqslant\delta} \max_{x\in\mathcal{M}} |\, f(x+h) - f(x)\,|\,,$$

характеризующая непрерывную функцию f на рассматриваемом множестве $\mathcal{M}$.

непрерывности точка (*точка непрерывности функции*; continuity point) — такая точка a из области определения функции f, в которой предел функции удовлетворяет условию

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)\,;$$

$\rightsquigarrow$ гладкая [разрыва] точка.

непрерывность (continuity) — свойство функции [оператора, операции, отображения] быть непрерывной [-ым]; $\rightsquigarrow$ абсолютная непрерывность.

непрерывный образ (continuous image) — образ множества при непрерывном отображении.

непрерывный оператор (continuous operator) — оператор $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ из топологического пространства $\mathcal{X}$ в топологическое пространство $\mathcal{Y}$, удовлетворяющий при каждом $x \in \mathcal{X}$ условию: для любой окрестности $\mathcal{U}(y) \subset \mathcal{Y}$ точки $P(x) = y \in \mathcal{Y}$ найдется окрестность $\mathcal{U}(x) \subset \mathcal{X}$ точки x, такая, что из $x' \in \mathcal{U}(x)$ следует $P(x') \in \in \mathcal{U}(y)$; $\rightsquigarrow$ вполне непрерывный оператор, непрерывное отображение.

непрерывных функций пространство (space of continuous functions) — банахово пространство $\mathcal{C}[a, b]$ непрерывных на

отрезке $[a,b]$ функций f действительного переменного с нормой

$$\| f \| \stackrel{\text{def}}{=} \max_{x\in[a,b]} | f(x) | ;$$

$\rightsquigarrow$ ограниченных функций пространство.

неприводимое отображение (irreducible mapping) — непрерывное отображение $\mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ топологического пространства $\mathcal{X}$ на топологическое пространство $\mathcal{Y}$, такое, что образ любого замкнутого в $\mathcal{X}$ множества, отличного от $\mathcal{X}$, отличен от $\mathcal{Y}$.

неприводимый полином (irreducible polynomial) — полином, не представимый в виде произведения полиномов, отличных от постоянной; если при этом полиномы должны быть с коэффициентами из фиксированного поля $\mathcal{K}$, то говорят, что *полином неприводим в поле* $\mathcal{K}$; напр., бином $x^2 - 2$ неприводим в поле $\mathbb{Q}$ рациональных чисел, но приводим в поле $\mathbb{R}$ действительных чисел; $\rightsquigarrow$ абсолютно неприводимый полином, Кронекера метод.

неприводимый случай (casus irreducibiles) — кубическое уравнение, все три корня которого являются действительными числами, хотя не выражаются через действительные радикалы; напр., корни 1, 2 и -3 уравнения

$$x^3 - 7x + 6 = 0$$

по формуле Кардано получаются в виде

$$x_{1,2,3} = \frac{1}{3}\sqrt[3]{-81+30i\sqrt{3}} + \frac{1}{3}\sqrt[3]{-81-30i\sqrt{3}}\,.$$

непротиворечивая система $\Rightarrow$ совместная система.

непротиворечивость (consistency) — свойство формальной аксиоматической системы, состоящее в том, что не существует такой формулы, которая выводима вместе с ее отрицанием; $\rightsquigarrow$ Гёделя теорема.

непустое множество (non-empty set) — множество, содержащее по крайней мере один элемент; $\rightsquigarrow$ пустое множество.

неравенство (inequality) — **1.** формула, утверждающая, что значения двух выражений всегда связаны одним фиксированным знаком неравенства (или же знаком $\neq$); $\rightsquigarrow$ Абеля [Адамара, арифметическое, Бернулли, Бесселя, Буняковского, Гёльдера, Иенсена, изопериметрическое, Карлемана, Коши, Коши – Буняковского, линейное, Маркова, Минковского, нестрогое, строгое, Чебышёва, Янга] неравенство; **2.** формула вида

$$a \lesseqgtr b\,,$$

составленная при помощи знака неравенства $\lesseqgtr$ из выражений a и b (соответственно *левой* и *правой части* неравенства), содержащих неизвестные величины, причем указанное соотношение между значениями выражений имеет место лишь при некоторых (или ни при каких) значениях неизвестных; комплект таких значений неизвестных (как и процесс его нахождения) называется *решением* неравенства.

неразрешимость (unsolvability) — невозможность решения данной задачи заданными средствами (напр., при помощи линейки и циркуля); $\rightsquigarrow$ алгоритмическая неразрешимость.

нераспадающаяся кривая второго порядка (non-degenerate second-order curve) — кривая второго порядка, не распадающаяся на пару прямых: эллипс (а также окружность), гипербола, парабола или мнимый эллипс; $\rightsquigarrow$ распадающаяся кривая второго порядка.

нерефлексивность (non-reflexivity) — свойство бинарного отношения: отношение нерефлексивно, если оно не является ни рефлексивным, ни антирефлексивным.

несимметричность (non-symmetry) — свойство бинарного отношения: отношение несимметрично, если оно не является ни симметричным, ни антисимметричным.

несмещенная оценка (unbiased estimate) — статистическая оценка, математическое ожидание которой совпадает с оцениваемой величиной; $\rightsquigarrow$ смещенная оценка.

несобственная плоскость [прямая] $\Rrightarrow$ бесконечно удаленная плоскость [прямая].

несобственная точка (или идеальная точка) $\Rrightarrow$ бесконечно удаленная точка.

несобственный интеграл (improper integral) — определенный интеграл от неограниченной функции или от функции по неограниченному множеству; напр., интеграл

$$\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^3}} \quad \text{или же} \quad \int\limits_1^\infty \frac{\sqrt{x-1}}{x}\,dx\,;$$

$\rightsquigarrow$ главное значение несобственного интеграла, расходящийся [сходящийся] интеграл.

несобственный интервал [полуинтервал] $\Rrightarrow$ бесконечный интервал [полуинтервал].

несовместная система (или противоречивая система; inconsistent system) — система уравнений, множество решений которой пусто; $\rightsquigarrow$ совместная система.

несовместность — **1.** (inconsistency) — свойство системы уравнений не иметь решения; $\rightsquigarrow$ несовместная система; **2.** (inconsistency) — свойство формальной аксиоматической системы не быть непротиворечивой; **3.** $\twoheadrightarrow$ взаимно [попарно] несовместные события.

несоизмеримые величины (incommensurable quantities) — скалярные величины, отношение которых является иррациональным числом; $\rightsquigarrow$ соизмеримые величины.

несократимая дробь (irreducible fraction) — дробь, числитель и знаменатель которой взаимно просты.

нестрогая упорядоченность (non-strict order) $\twoheadrightarrow$ отношение порядка.

нестрогий максимум [минимум] (non-strict maximum [minimum]) $\twoheadrightarrow$ максимума [минимума] точка.

нестрогое неравенство (slack inequality) — неравенство, записанное при помощи знака $\geqslant$ или знака $\leqslant$; $\rightsquigarrow$ строгое неравенство.

несущественная игра (unessential game) $\twoheadrightarrow$ приведенная игра.

несчетное множество (non-countable set) — бесконечное множество, не являющееся счетным множеством; $\rightsquigarrow$ континуум-гипотеза.

нетерминальный символ (non-terminal symbol) $\twoheadrightarrow$ порождающая грамматика.

нетранзитивность (non-transitivity) — свойство бинарного отношения: отношение $\mathcal{R}$ нетранзитивно, если оно не является транзитивным, но найдутся такие элементы x, y, z, что $x\mathcal{R}y$, $y\mathcal{R}z$ и $x\mathcal{R}z$; $\rightsquigarrow$ интранзитивность.

нетривиальная линейная комбинация (non-trivial linear combination) $\twoheadrightarrow$ линейная комбинация.

нетривиальное решение (non-trivial solution) — решение однородного уравнения [системы однородных уравнений], не являющееся нулевым решением; $\rightsquigarrow$ собственное значение, собственный элемент.

неубывающая последовательность (non-decreasing sequence) — числовая последовательность $\{a_k\}$, в которой при всех $k \in \mathbb{N}$ выполняется неравенство

$$a_k \leqslant a_{k+1}\,;$$

$\rightsquigarrow$ возрастающая [монотонная] последовательность.

неубывающая функция (non-decreasing function) — функция f действительного

переменного, для которой в рассматриваемой области из условия $x < y$ всегда следует неравенство $f(x) \leqslant f(y)$; $\rightsquigarrow$ возрастающая [монотонная] функция.

нечеткое множество $\Rightarrow$ размытое множество.

нечетная подстановка (odd permutation) — подстановка, разлагаемая в произведение нечетного числа транспозиций.

нечетная функция (odd function) — функция f от одного переменного, удовлетворяющая при каждом x из своей области определения условию

$$f(-x) = -f(x)\,.$$

нечетное число (odd number) — целое число, не делящееся на два.

неявная функция (implicit function) — функция, заданная уравнением [системой уравнений]; напр., уравнение

$$F(x, y) = 0$$

определяет функцию $y = f(x)$, если при всех рассматриваемых x имеет место равенство $F\big(x, f(x)\big) = 0$; $\rightsquigarrow$ явная функция.

нигде не плотное множество (nowhere dense set) — множество топологического пространства, не плотное ни в каком непустом открытом множестве; множество, не имеющее внутренних точек; $\rightsquigarrow$ всюду плотное множество, категория множества.

нижний индекс (subscript) — индекс, написанный правее основного символа и на полстроки ниже; напр., n в обозначении x_n или i и j в обозначении a_{ij}; нижними индексами обычно пишут ковариантные индексы тензора; $\rightsquigarrow$ верхний индекс.

нижний класс (lower class) $\twoheadrightarrow$ дедекиндово сечение.

нижний предел (limit inferior) — **1.** (*нижний предел последовательности*) — наименьший частичный предел последовательности действительных чисел; обозначается

$$\liminf_{k\to\infty} a_k \quad \text{или} \quad \underline{\lim_{k\to\infty}}\, a_k\,;$$

напр., если $a_k = (-1)^k$, то

$$\liminf_{k\to\infty} a_k = -1\,;$$

2. (*нижний предел функции*) — наименьшее из чисел b, таких, что при любом $\varepsilon > 0$ найдется окрестность точки a, содержащая точку $x \neq a$, где рассматриваемая функция f удовлетворяет условию $f(x) < b + \varepsilon$; обозначается

$$\liminf_{x\to a} f(x) = b \quad \text{или} \quad \underline{\lim_{x\to a}}\, f(x) = b\,;$$

$\rightsquigarrow$ верхний предел, предел функции.

нижняя граница (или миноранта; lower bound) — **1.** такое число m для данного числового множества $\mathcal{M}$, что при любом $x \in \mathcal{M}$ имеет место неравенство $x \geqslant m$; **2.** такой элемент частично упорядоченного множества, который предшествует любому элементу данного подмножества; $\rightsquigarrow$ верхняя граница, ограниченное снизу множество.

нижняя грань (или инфимум; infimum) — **1.** (или точная нижняя грань) — наибольшая нижняя граница данного числового множества $\mathcal{M}$, которая обозначается через $\inf \mathcal{M}$ (читается: инфимум множества $\mathcal{M}$); $m = \inf \mathcal{M}$ означает, что $m \leqslant x$ при каждом $x \in \mathcal{M}$ и для любого $m' > m$ найдется $x' \in \mathcal{M}$, такое, что $x' < m'$; **2.** такая нижняя граница данного подмножества частично упорядоченного множества, которой предшествуют все другие нижние границы этого подмножества; **3.** (*нижняя грань функции*) — нижняя грань множества значений рассматриваемой функции; $\rightsquigarrow$ верхняя грань, колебание функции, минимизирующая последовательность.

нижняя цена (lower value of a game) $\twoheadrightarrow$ гарантированный выигрыш.

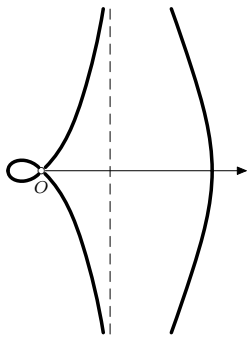
Никомеда конхоида (Nicomedes conchoid) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$(x-a)^2(x^2+y^2)=b^2x^2$$

(конхоида прямой $x=a$); уравнение в полярных координатах имеет вид

$$\varrho=\frac{a}{\cos\varphi}\pm b$$

(на рисунке $b>a$).



нилькольцо (nil-ring) — кольцо, все элементы которого являются нильпотентными элементами.

нильпотент $\Rightarrow$ нильпотентный элемент.

нильпотентное кольцо (nilpotent ring) — кольцо, для которого существует такое натуральное число n, что любое произведение n элементов кольца равно нулевому элементу.

нильпотентный элемент (или нильпотент; nilpotent element) — такой элемент кольца, некоторая степень которого равна нулевому элементу.

***n*-мерное пространство** (n-dimensional space) — пространство, в котором положение любой точки может быть определено n действительными координатами, где n — фиксированное натуральное число.

***n*-местное отношение** (или n-арное отношение; n-place relation) $\twoheadrightarrow$ отношение.

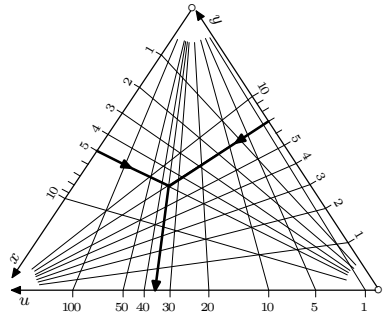
***n*-местный предикат** (n-place predicate) $\twoheadrightarrow$ предикат.

ноль (или нуль; zero) — цифра 0, обозначающая в позиционной системе счисления отсутствие единиц данного разряда.

номер альтернативы $\Rightarrow$ альтернатива.

номинальный признак (nominal variable) — признак, множество возможных значений которого по содержанию не упорядочивается; напр., если этими значениями являются метки.

номограмма (nomogram) — графическое представление функции от нескольких переменных в виде чертежа, снабженного шкалами, по которому приближенное решение соответствующей фиксированной задачи получается без вычислений, при помощи простых геометрических операций (на рисунке номограмма для нахождения произведения $u=xy$, где стрелками показано получение произведения $5\cdot 7$).



номография (nomography) — раздел математики, изучающий способы графического представления функций от нескольких переменных.

нониллион (nonillion) $\twoheadrightarrow$ десятичный разряд.

норма (norm) — определенная на векторном пространстве полунорма $\|\mathbf{x}\|$ (или длина вектора), которая равна нулю только тогда, когда $\mathbf{x}$ — нулевой элемент θ; в конечномерном векторном пространстве в качестве нормы вектора

$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ чаще всего используется его *сферическая норма*

$$\| \mathbf{x} \| \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\sum_{k=1}^{n} x_k^2} \,,$$

или *кубическая норма*

$$\| \mathbf{x} \| \stackrel{\text{def}}{=} \max_{1 \leqslant k \leqslant n} | x_k | \,,$$

или *октаэдральная норма*

$$\| \mathbf{x} \| \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^{n} | x_k | \,;$$

$\rightsquigarrow$ абсолютная величина, банахово [гильбертово, интегрируемых [непрерывных, ограниченных] функций, нормированное] пространство, квазинорма, пространство функций с интегрируемой p-й степенью, сходимость по норме.

норма кватерниона (norm of a quaternion) $\twoheadrightarrow$ сопряженные кватернионы.

норма оператора (norm of an operator) — число

$$\| A \| \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{\| \mathbf{x} \| = 1} \| A\mathbf{x} \| \,,$$

определенное для любого ограниченного линейного оператора A из нормированного пространства в нормированное пространство.

нормализатор (normalizer) — множество [подгруппа] элементов группы, перестановочных с фиксированным элементом [элементами фиксированной подгруппы].

нормаль (normal) — **1.** (*нормаль к кривой в точке P*) — прямая, проходящая через точку P данной кривой и перпендикулярная касательной к этой кривой в точке P; в случае плоской кривой та из нормалей, которая находится на одной плоскости с кривой; $\rightsquigarrow$ бинормаль, геодезическая [главная] нормаль, эволюта; **2.** (*нормаль к поверхности в точке P*) — прямая, проходящая через точку P данной поверхности и перпендикулярная касательной плоскости к этой поверхности в точке P; **3.** (*нормаль к плоскости*) $\Rrightarrow$ перпендикуляр.

нормальная аксонометрия (или ортогональная аксонометрия; normal axonometry) $\twoheadrightarrow$ аксонометрия.

нормальная кривизна (*нормальная кривизна поверхности в направлении данной кривой на поверхности*; normal curvature) — проекция вектора кривизны кривой на нормаль к поверхности; $\rightsquigarrow$ асимптотическое направление, Эйлера формула.

нормальная матрица (normal matrix) — квадратная матрица A, перестановочная со своей сопряженной матрицей, т. е.

$$AA^* = A^*A \,.$$

нормальная плоскость (*нормальная плоскость кривой в точке P*; normal plane) — плоскость, проходящая через точку P данной кривой перпендикулярно к касательной в этой точке.

нормальная подгруппа (или инвариантная подгруппа) $\Rrightarrow$ нормальный делитель.

нормальная производная (normal derivative) — производная функции по направлению нормали к заданной поверхности [кривой].

нормальная система (*система обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме*; normal system of ordinary differential equations) — система дифференциальных уравнений в виде

$$\begin{aligned} y_1' &= f_1(x, y_1, y_2, \ldots, y_n) \\ y_2' &= f_2(x, y_1, y_2, \ldots, y_n) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_n' &= f_n(x, y_1, y_2, \ldots, y_n) \,, \end{aligned}$$

где f_k — заданные функции от $(n+1)$ переменных и y_k — искомые функции от одного переменного x; $\rightsquigarrow$ Коши теорема, первый интеграл, симметрическая форма.

нормальная форма (normal form) — такая форма представления объекта,

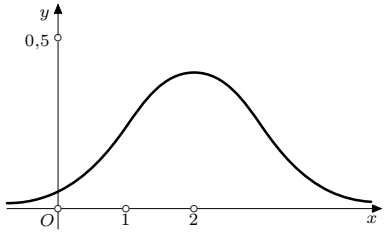
которая берется за основу в дальнейших исследованиях этого объекта; ⇝ дизъюнктивная [жорданова, конъюнктивная] нормальная форма, канонический вид.

нормальная форма игры ⇛ игра в нормальной форме.

нормальное распределение (или Гаусса закон; normal distribution) — распределение вероятностей непрерывной случайной величины с функцией плотности

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)},$$

где математическое ожидание μ и дисперсия σ^2 — постоянные (на рисунке $\mu = 2$, $\sigma^2 = 1$); ⇝ логарифмически [нормированное, стандартное] нормальное распределение, трех сигма правило, эксцесс.



нормальное сечение (normal section) — сечение поверхности плоскостью, проходящей через нормаль к этой поверхности в рассматриваемой точке; ⇝ омбилическая точка.

нормальное топологическое пространство (normal topological space) — топологическое пространство, в котором всякие два непересекающихся замкнутых множества имеют непересекающиеся окрестности; ⇝ регулярное топологическое пространство.

нормальное уравнение (или нормированное уравнение; normal equation) — **1.** (*нормальное уравнение прямой*) — уравнение прямой на плоскости, представленное в декартовых прямоугольных координатах в виде

$$x\,\cos\alpha + y\,\sin\alpha = p\,,$$

где $|p|$ — расстояние от начала координат до прямой, а α — угол между положительным направлением оси абсцисс и перпендикуляром к прямой, опущенным из начала координат; **2.** (*нормальное уравнение плоскости*) — уравнение плоскости, представленное в декартовых прямоугольных координатах в виде

$$x\,\cos\alpha + y\,\cos\beta + z\,\cos\gamma = p\,,$$

где $|p|$ — расстояние от начала координат до плоскости, а $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ — направляющие косинусы нормали к плоскости; ⇝ нормирующий множитель.

нормальный вектор (normal vector) — вектор, имеющий направление нормали к данной кривой [поверхности].

нормальный делитель (или инвариантная подгруппа, или нормальная подгруппа; normal subgroup) — такая подгруппа данной группы, по которой разложение группы на левые смежные классы совпадает с разложением на правые смежные классы; ⇝ истинный [максимальный] нормальный делитель, расширение группы, факторгруппа.

нормальный ряд (normal series) — такой кортеж подгрупп данной группы, который начинается этой группой и кончается единичной группой, причем каждая подгруппа кортежа является истинным нормальным делителем предыдущей; ⇝ композиционный ряд.

нормирование (normalization) — **1.** умножение элемента нормированного пространства на такой скаляр (*нормирующий множитель*), что норма произведения равна единице; **2.** приведение объекта к нормальной форме.

нормированная система (normalized system) — система элементов нормированного пространства, нормы которых равны единице.

нормированное кольцо ⇛ банахова алгебра.

нормированное нормальное распределение (normalized normal distribution) —

нормальное распределение с дисперсией 1, т. е. $\sigma^2 = 1$; $\rightsquigarrow$ стандартное нормальное распределение.

нормированное пространство (normed space) — векторное пространство, в котором определена норма; является также метрическим пространством, если определить расстояние d формулой

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \stackrel{\text{def}}{=} \| \mathbf{x} - \mathbf{y} \| ;$$

$\rightsquigarrow$ банахово [гильбертово, интегрируемых [непрерывных, ограниченных] функций, квазинормированное] пространство, пространство функций с интегрируемой p-й степенью.

нормированное уравнение $\Rrightarrow$ нормальное уравнение.

нормированный полином (или приведенный полином, или унитарный полином; monic polynomial) — полином от одного переменного, коэффициент старшего члена которого равен единице; $\rightsquigarrow$ Виета теорема, приведенное уравнение.

нормирующий множитель (normalizing factor) — **1.** множитель

$$\frac{\pm 1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \qquad \left[\frac{\pm 1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right] ,$$

умножением на который уравнение прямой [плоскости]

$$ax + by + c = 0 \qquad [ax + by + cz + d = 0]$$

приводится к нормальному уравнению; знак множителя выбирается обычно противоположным знаку c [d]; **2.** множитель, путем умножения на который объект приводится к нормальной форме или к нормированному виду; $\rightsquigarrow$ нормирование.

носитель функции (support of a function) — замыкание множества всех тех точек, в которых значение рассматриваемой функции f отлично от нуля; обозначается $\operatorname{supp} f$; $\rightsquigarrow$ финитная функция.

n-угольная пирамида [призма] (n-angular pyramid [prism]) — пирамида [призма], основание которой — n-угольник.

n-угольник (n-gon) — многоугольник, имеющий n вершин.

n-угольное число (n-gonal number) $\twoheadrightarrow$ многоугольное число.

нулевая матрица (null matrix) — матрица, все элементы которой равны нулю [нулевому элементу].

нулевая точка — 1. (zero point) — точка, все координаты которой равны нулю; **2.** (origin) $\twoheadrightarrow$ числовая прямая.

нулевое решение (zero solution) — такое решение уравнения [системы уравнений], в котором значения всех неизвестных равны нулю [нулевому элементу]; $\rightsquigarrow$ тривиальное решение.

нулевой вектор (или нуль-вектор; zero vector) — вектор, длина которого равна нулю, а направление не определено; нулевой элемент θ векторного пространства.

нулевой показатель степени (zero exponent) $\twoheadrightarrow$ возведение в степень.

нулевой путь (null path) — путь, отображающий весь отрезок [0, 1] в одну точку; $\rightsquigarrow$ односвязная область.

нулевой элемент (или нуль; zero element) — название нейтрального элемента в том случае, когда операция называется сложением; обозначается θ или 0; $\rightsquigarrow$ аддитивная группа, делитель [окрестность] нуля.

нуль — 1. (zero) — нулевой элемент 0 множества целых чисел; **2.** $\Rrightarrow$ нулевой элемент; **3.** $\Rrightarrow$ ноль.

нуль полинома $\Rrightarrow$ корень полинома.

нуль функционала (zero of a functional) — значение аргумента, при котором значение рассматриваемого функционала равно нулю.

нуль-вектор $\Rrightarrow$ нулевой вектор.

нуль-идеал (zero ideal) — идеал, состоящий только из нулевого элемента.

нульмерное множество (zero-dimensional set) — множество, в котором не

существует связного подмножества, содержащего более одной точки.

нульмерное пространство (zero-dimensional space) — топологическое пространство, обладающее базой из множеств, одновременно открытых и замкнутых в нем.

нуль-последовательность (null sequence) — **1.** последовательность, сходящаяся к нулю [нулевому элементу]; **2.** последовательность, все элементы которой равны нулю [нулевому элементу]; ⇝ стационарная последовательность.

нуль-функционал (zero-functional) — функционал, значение которого в каждой точке области определения равно нулю.

нумерация — **1.** (indexing) снабжение элементов множества порядковыми номерами; **2.** ⇛ система счисления.

Ньютона бином ⇛ биномиальная формула.

Ньютона интерполяционная формула (Newton interpolation formula) — **1.** формула для построения полинома $y = p(x)$ степени n, принимающего в равноотстоящих узлах интерполяции $x_k = x_0 + kh$ (где $k = 0, 1, \ldots, n$) заданные значения $y_0, y_1, \ldots, y_n$:

$$y = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \ldots$$

$$\ldots + \frac{t(t-1)\cdots(t-n+1)}{n!}\Delta^n y_0\,,$$

где $t = (x - x_0)/h$ и Δ — оператор разности; ⇝ Лагранжа интерполяционная формула; **2.** обобщение предыдущей формулы на случай любых узлов интерполяции.

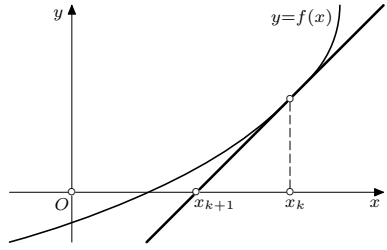
Ньютона метод (или касательных метод; Newton method) — итерационный метод решения операторного уравнения

$$P(\mathbf{x}) = \theta\,,$$

при котором последовательные приближения вычисляются по формуле

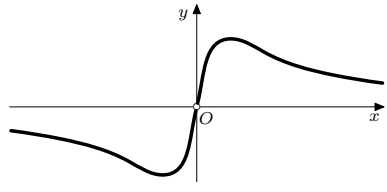
$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \Gamma(\mathbf{x}_k)P(\mathbf{x}_k)\,,$$

где $\Gamma(\mathbf{x}_k)$ — обратный оператор к производной Фреше $P'(\mathbf{x}_k)$ (рисунок иллюстрирует метод Ньютона в случае уравнения $f(x) = 0$, где f — функция действительного переменного).



Ньютона серпантина (serpentine) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$x^2y + b^2y - a^2x = 0\,.$$



Ньютона – Котеса квадратурная формула (Newton – Cotes quadrature formula) — квадратурная формула вида

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{k=0}^{n} H_n^k f(a + kh)\,,$$

где

$$H_n^k \overset{\text{def}}{=} (-1)^{n-k}(n+1)\int_0^n \frac{\binom{t}{n+1}}{t-k}\,dt\,,$$

$h = (b-a)/n$ и $\binom{n}{k}$ — биномиальный коэффициент.

Ньютона – Лейбница формула (Newton – Leibniz formula) — формула, выражающая значение определенного интеграла от заданной функции f в виде

разности значений любой первообразной F этой функции, т. е. формула

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b \stackrel{\text{def}}{=} F(b) - F(a)\,.$$

O

обвертывающий ряд (enveloping series) — числовой ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k\,,$$

для которого найдется число A, такое, что при всех $n \in \mathbb{N}$ имеет место неравенство

$$|\,A - (a_0 + a_1 + \cdots + a_n)\,| < |\,a_{n+1}\,|\,.$$

область (domain) — непустое связное открытое множество точек топологического пространства (*открытая область*), либо объединение такого множества с частью его границы, либо замыкание такого множества (*замкнутая область*); $\rightsquigarrow$ интервал, кольцевая [односвязная, многосвязная] область, отрезок, подобласть, полуинтервал.

область аналитичности (analyticity domain) $\twoheadrightarrow$ аналитическая функция.

область значений функции (или множество значений функции; range of values) — образ области определения функции, т. е. множество всех элементов, которые заданной функцией f поставлены в соответствие элементам из ее области определения; обозначается через $\operatorname{Im} f$.

область изменения (domain of variation) $\twoheadrightarrow$ переменное.

область интегрирования (set of integration) $\twoheadrightarrow$ кратный интеграл.

область определения функции (domain of definition of a function) — множество всех тех значений аргумента, при которых определено значение рассматриваемой функции; область изменения аргумента функции f; обозначается через $\operatorname{Dom}(f)$, или $\mathcal{D}(f)$; $\rightsquigarrow$ оператор.

область равномерной непрерывности (domain of uniform continuity) $\twoheadrightarrow$ равномерно непрерывная функция.

область сходимости (domain of convergence) — множество всех тех точек, в которых функциональный ряд [функциональная последовательность] сходится; $\rightsquigarrow$ интервал [круг] сходимости.

область целостности (или целостное кольцо; integral domain) — коммутативное кольцо с единицей и без делителей нуля; напр., область целостности $\mathbb{Z}$ всех целых чисел; $\rightsquigarrow$ евклидово кольцо.

обобщенная аналитическая функция (generalized analytic function) — функция

$$f(z) = u(x, y) + v(x, y)\,i$$

комплексного переменного $z = x + yi$, удовлетворяющая условиям

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} + au + bv = 0\,,$$
$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + cu + dv = 0$$

с действительными коэффициентами a, b, c, d, являющимися функциями действительных переменных x и y; $\rightsquigarrow$ Коши – Римана условия.

обобщенная винтовая линия (generalized helix) — кривая на цилиндрической поверхности, которая каждую из образующих этой поверхности пересекает под постоянным углом; $\rightsquigarrow$ локсодрома.

обобщенная задача о рюкзаке (generalized knapsack problem) $\twoheadrightarrow$ задача о рюкзаке.

обобщенная последовательность $\Rightarrow$ направленность.

обобщенная производная (*производная обобщенной функции*; generalized derivative) — результат распространения понятия производной на класс обобщенных функций.

обобщенная сумма (или сумма; generalized sum) $\twoheadrightarrow$ суммирования метод.

обобщенная функция (или распределение; generalized function) — непрерывный линейный функционал над пространством бесконечно дифференцируемых финитных функций; ⇝ дельта-функция.

обобщенное пространство ⇛ пространство.

обобщенное решение (generalized solution) — обобщенная функция, удовлетворяющая данному дифференциальному уравнению.

обобщенных функций пространство (space of generalized functions) — сопряженное к пространству $\mathcal{D}$ бесконечно дифференцируемых финитных функций пространство $\mathcal{D}'$, в котором определена слабая сходимость: последовательность обобщенных функций $\{\varphi_k\} \subset \mathcal{D}'$ сходится к обобщенной функции $\varphi \in \mathcal{D}'$ тогда и только тогда, когда при всех $f \in \mathcal{D}$ имеет место сходимость

$$\lim_{k\to\infty} \varphi_k f = \varphi f\,.$$

оболочка ↠ выпуклая [линейная] оболочка.

образ (image) — **1.** (*образ элемента* x) — элемент $y \in \mathcal{Y}$, который при фиксированном отображении $\mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ соответствует данному элементу $x \in \mathcal{X}$; ⇝ прообраз; **2.** (*образ множества* $\mathcal{M}$) — множество образов всех элементов рассматриваемого множества $\mathcal{M} \subset \mathcal{X}$ при фиксированном отображении $\mathcal{X} \to \mathcal{Y}$; если это отображение определяется оператором $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$, то образ множества $\mathcal{M}$ обозначается $P(\mathcal{M})$; ⇝ малый [непрерывный] образ.

образующая (generator) — **1.** ↠ конус; **2.** (или прямолинейная образующая) ↠ коническая [линейчатая, цилиндрическая] поверхность, цилиндроид; **3.** ↠ система образующих.

обратимый оператор (invertible operator) — оператор, для которого найдется обратный оператор.

обратимый элемент (или нейтрализируемый элемент; invertible element) — такой элемент моноида, для которого найдется нейтрализирующий (относительно операции моноида) элемент; ⇝ группа, делитель единицы.

обратная величина (или обратное число; reciprocal) — отношение единицы к рассматриваемому числу a, т. е.

$$a^{-1} \stackrel{\text{def}}{=\!=} \frac{1}{a}\,;$$

число, произведение которого на рассматриваемое число равно единице; обратный элемент числа относительно умножения.

обратная матрица (inverse matrix) — обратный элемент данной квадратной матрицы A по отношению к умножению матриц, т. е. матрица A^{-1}, для которой выполняются условия

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E\,,$$

где E — единичная матрица; если матрица $A = (a_{ij})$ является невырожденной, то обратная ей матрица существует и выражается в виде

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\,A'\,,$$

где A' — присоединенная матрица; ⇝ обращение матрицы, окаймления метод.

обратная операция (или обратное действие; inverse operation) — бинарная операция, которая ставит результату и одному операнду рассматриваемой бинарной операции в соответствие другой операнд; напр., обратной к сложению операцией является вычитание, обратной к умножению — деление, а обратными к возведению в степень — извлечение корня и логарифмирование.

обратная подстановка (inverse permutation) — обратное преобразование рассматриваемой подстановки; напр., обратной подстановке

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 1 & 4 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

является подстановка

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 1 & 4 & 7 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

обратная теорема (converse theorem) — теорема $B \to A$, в которой условием является заключение, а заключением — условие данной теоремы $A \to B$; обратная теорема равносильна противоположной теореме данной теоремы.

обратная функция (inverse function) — функция f^{-1}, ставящая каждому элементу y из области значений заданной функции f в соответствие все те элементы x из области определения функции f, при которых $f(x) = y$, т. е.

$$f^{-1}(y) \stackrel{\text{def}}{=} \{x : f(x) = y\};$$

если полный прообраз любого y состоит в точности из одного элемента, то обратная функция является однозначной, в противном случае — многозначной.

обратно пропорциональная зависимость (inverse proportionality) — такая зависимость между двумя скалярными величинами [переменными], при которой их произведение остается постоянным (эта постоянная называется *коэффициентом обратной пропорциональности*); $\rightsquigarrow$ пропорциональная зависимость.

обратное действие $\Rrightarrow$ обратная операция.

обратное отношение (или инверсия отношения; inverse of a relation) — бинарное отношение $\mathcal{R}^{-1}$, определенное данным бинарным отношением $\mathcal{R}$: $x\mathcal{R}^{-1}y$ тогда и только тогда, когда $y\mathcal{R}x$.

обратное отображение (inverse mapping) — определенное заданной биекцией $\mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ отображение $\mathcal{Y} \to \mathcal{X}$, в котором элемент $x \in \mathcal{X}$ является образом элемента $y \in \mathcal{Y}$ тогда и только тогда, когда в исходной биекции элемент y является образом элемента x.

обратное преобразование (inverse transformation) — обратный элемент рассматриваемого преобразования по отношению к композиции преобразований; $\rightsquigarrow$ инволюция.

обратное соответствие (inverse of a correspondence) — название инверсии соответствия в том случае, когда она является соответствием, т. е. когда исходное соответствие — сюръекция.

обратное число $\Rrightarrow$ обратная величина.

обратно-противоположная теорема (contrapositive of a theorem) — теорема $\neg B \to \neg A$, в которой условием является отрицание заключения, а заключением — отрицание условия данной теоремы $A \to B$; обратно-противоположная теорема равносильна данной теореме.

обратные гиперболические функции $\Rrightarrow$ ареа-функции.

обратные тригонометрические функции (или аркус-функции) $\Rrightarrow$ аркфункции.

обратный оператор (inverse operator) — такой оператор $P^{-1} : \mathcal{Y} \to \mathcal{X}$, который ставит каждому элементу множества $\mathcal{Y}$ в соответствие его прообраз в биекции, определенной заданным оператором $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$, т. е. $P^{-1}(y) = x$ тогда и только тогда, когда $y = P(x)$; $\rightsquigarrow$ обратимый оператор.

обратный элемент (inverse of an element) — название нейтрализирующего элемента главным образом в том случае, когда операция называется умножением; обратный элемент элемента a обозначается через a^{-1}; $\rightsquigarrow$ мультипликативная группа.

обращение матрицы (inversion of a matrix) — нахождение обратной матрицы к данной квадратной матрице; также алгоритм нахождения обратной матрицы.

обращение ряда (inversion of a series) — нахождение по данному степенному ряду

$$w = f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (z - a)^k$$

ряда для обратной функции g в виде

$$z = g(w) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k (w-b)^k,$$

где $b = f(a)$.

обращенное число (converted number) — натуральное число, которое в рассматриваемой позиционной системе счисления записывается теми же цифрами, что и данное натуральное число, но в обратном порядке; напр., обращенным числом по отношению к данному числу 1234567 является число 7654321; $\rightsquigarrow$ палиндром.

обращенный логарифм $\Rrightarrow$ антилогарифм.

обслуживание (service) $\twoheadrightarrow$ массового обслуживания система.

общая алгебра (general algebra) — раздел алгебры, изучающий свойства алгебраических систем (полугрупп, групп, колец, модулей, решеток).

общая мера (common measure) — величина, содержащаяся целое число раз в рассматриваемых величинах; $\rightsquigarrow$ соизмеримые величины.

общая часть (или произведение множеств) $\Rrightarrow$ пересечение.

общее кратное (common multiple) — целое число [полином], которое делится на все рассматриваемые целые числа [полиномы]; $\rightsquigarrow$ наименьшее общее кратное.

общее решение (general solution) — содержащее произвольные параметры выражение, из которого при соответствующем выборе значений этих параметров получается любое частное решение рассматриваемого уравнения [системы уравнений]; напр., общим решением дифференциального уравнения $y' = f(x,y)$ в области $\mathcal{D}$ является такое зависящее от произвольного параметра c решение $y = \varphi(x,c)$, для которого при любой точке $(x_0, y_0) \in \mathcal{D}$ найдется такое $c_0 = c_0(x_0, y_0)$, что $y = \varphi(x, c_0)$ удовлетворяет начальному условию $y(x_0) = y_0$; $\rightsquigarrow$ решение в квадратурах.

общезначимость (general validity) — свойство логической формулы быть истинной при любой интерпретации входящих в нее переменных; $\rightsquigarrow$ тавтология.

обще-рекурсивная функция (general recursive function) — частично-рекурсивная функция, определенная для всех натуральных значений своих аргументов.

общий делитель (common divisor) — целое число [полином], на которое [-ый] делятся все рассматриваемые целые числа [полиномы]; $\rightsquigarrow$ наибольший общий делитель.

общий знаменатель (common denominator) — общее кратное (обычно наименьшее общее кратное) знаменателей рассматриваемых дробей; $\rightsquigarrow$ приведение к общему знаменателю.

общий интеграл (general integral) — совокупность соотношений, содержащая произвольные параметры и в неявном виде представляющая семейство функций, составляющих общее решение рассматриваемой системы обыкновенных дифференциальных уравнений; $\rightsquigarrow$ дискриминантная кривая.

общий член (general term) — **1.** произвольный член a_k последовательности $\{a_k\}$; **2.** $\twoheadrightarrow$ знак суммы.

общности квантор (или универсальности квантор) $\Rrightarrow$ всеобщности квантор.

объединение (union) — **1.** (или соединение, или сумма множеств) — определенное двумя данными множествами $\mathcal{M}_1$ и $\mathcal{M}_2$ множество $\mathcal{M}_1 \cup \mathcal{M}_2$, состоящее из всех элементов объединяемых множеств, т. е. каждый из элементов множества $\mathcal{M}_1 \cup \mathcal{M}_2$ является элементом множества $\mathcal{M}_1$ или элементом множества $\mathcal{M}_2$:

$$\mathcal{M}_1 \cup \mathcal{M}_2 \stackrel{\text{def}}{=} \{\, x : x \in \mathcal{M}_1 \text{ или } x \in \mathcal{M}_2 \,\};$$

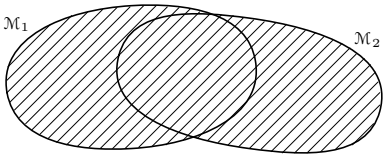
в случае более чем двух множеств их объединение

$$\bigcup_{k=1}^{n} \mathcal{M}_k \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{M}_1 \cup \mathcal{M}_2 \cup \cdots \cup \mathcal{M}_n$$

состоит из всех таких элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств $\mathcal{M}_k$; используется также обозначение

$$\bigcup_{k\in\mathcal{A}} \mathcal{M}_k\,,$$

где $\mathcal{A}$ — множество изменения индекса k; $\rightsquigarrow$ пересечение; **2.** $\twoheadrightarrow$ решетка.



объектный язык (object language) $\twoheadrightarrow$ метаязык.

объем (volume) — мера пространственных тел [областей евклидова пространства], ставящая конгруэнтным телам [областям] в соответствие равные числа и единичному кубу — число 1; объем тела [области] обозначается обычно буквой V; $\rightsquigarrow$ Кавальери принцип, Симпсона формула.

объемности аксиома (axiom of extensionality) — аксиома теории множеств, утверждающая равенство двух множеств, если они содержат одни и те же элементы.

обыкновенная дробь (или простая дробь) $\Rrightarrow$ дробь.

обыкновенная точка (ordinary point) — точка, не являющаяся особой точкой.

обыкновенное дифференциальное уравнение (ordinary differential equation) — дифференциальное уравнение, в котором искомыми являются функции от одного переменного; в случае одной искомой функции $y = y(x)$ обыкновенное дифференциальное уравнение порядка n имеет общий вид

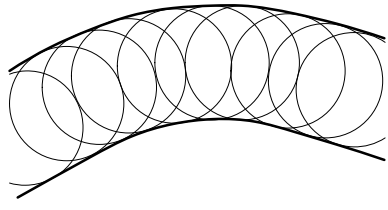
$$f(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0\,,$$

где f — заданная функция от $(n+2)$ переменных; $\rightsquigarrow$ Абеля [линейное, однородное] дифференциальное уравнение, [Бесселя, Вебера, гипергеометрическое, Дарбу, Клеро, Лагерра, Лагранжа, Ламе, Лежандра, Матьё, маятника колебаний, Риккати, Чебышёва, Штурма – Лиувилля, Эйлера, Эрмита] уравнение, дифференциальное уравнение в полных дифференциалах, интегральная кривая, Коши задача, нормальная система, особая точка, первый [промежуточный] интеграл, симметрическая форма.

обыкновенный ряд Дирихле $\Rrightarrow$ Дирихле ряд.

овал (oval) — **1.** замкнутая плоская кривая, являющаяся границей выпуклого множества; **2.** замкнутая ветвь алгебраической кривой, не имеющая точек самопересечения; **3.** $\twoheadrightarrow$ декартов [Кассини] овал.

огибающая (envelope) — кривая [поверхность], которая в каждой своей точке касается одной из кривых [поверхностей] заданного семейства, не имея при этом общей дуги [области] ни с одной кривой [поверхностью] этого семейства (на рисунке огибающая семейства окружностей одинакового радиуса); $\rightsquigarrow$ каналовая [спрямляющая, трубчатая] поверхность, каустика, эволюта.



ограничение (constraint) $\twoheadrightarrow$ альтернативные ограничения, математического программирования задача.

ограниченная последовательность (bounded sequence) — последовательность, члены которой образуют ограниченное множество; множество всех ограниченных числовых последовательностей обозначается символом m; $\rightsquigarrow$ банахово пространство, Больцано – Вейерштрасса теорема, равномерно ограниченная последовательность.

ограниченная функция (bounded function) — функция, область значений которой является ограниченным множеством; множество функций действительного переменного, ограниченных на отрезке $[a, b]$, обозначается через $\mathcal{M}$ или $\mathcal{M}[a, b]$; $\rightsquigarrow$ неограниченная функция, ограниченных функций пространство, равномерно ограниченные функции.

ограниченно компактное множество (boundedly compact set) — такое множество $\mathcal{M}$ топологического пространства, что замыкание $\overline{\mathcal{N}}$ всякого ограниченного множества $\mathcal{N} \subset \mathcal{M}$ компактно и содержится в $\mathcal{M}$; $\rightsquigarrow$ Монтеля [счетно компактное] пространство.

ограниченное множество (bounded set) — **1.** множество, ограниченное сверху и снизу; **2.** множество метрического пространства, диаметр которого конечен; $\rightsquigarrow$ неограниченное [вполне ограниченное] множество; **3.** множество топологического векторного пространства, которое поглощается каждой окрестностью нуля.

ограниченное сверху [снизу] множество (bounded from above [below] set) — подмножество частично упорядоченного множества, имеющее верхнюю [нижнюю] границу.

ограниченной вариации функция (function of bounded variation) — функция f, заданная на отрезке $[a, b]$, для которой найдется такая постоянная M, что при любом разбиении

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b\,,$$

где $n = 1, 2, \ldots$, имеет место неравенство

$$\sum_{k=1}^{n} |f(x_k) - f(x_{k-1})| \leqslant M\,;$$

$\rightsquigarrow$ Жордана разложение.

ограниченный квантор (restricted quantifier) — квантор, используемый для характеризации предикатов не на всей области изменения данного предметного переменного, а на ее части, выделяемой некоторым предикатом.

ограниченный оператор (bounded operator) — оператор $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ из топологического векторного пространства $\mathcal{X}$ в другое топологическое векторное пространство $\mathcal{Y}$, отображающий любое ограниченное множество $\mathcal{M} \subset \mathcal{X}$ в ограниченное множество $P(\mathcal{M}) \subset \mathcal{Y}$; $\rightsquigarrow$ норма оператора.

ограниченных функций пространство (space of bounded functions) — нормированное пространство $\mathcal{M}[a, b]$ ограниченных на отрезке $[a, b]$ функций f действительного переменного с нормой

$$\| f \| \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{x \in [a,b]} | f(x) |\,;$$

$\rightsquigarrow$ непрерывных функций пространство.

один и только один $\Rrightarrow$ точно один.

однозначная функция (single-valued function) — функция, для которой каждому значению аргумента из области определения соответствует одно значение функции; название используется обычно в том случае, когда под функцией понимают правило, определяющее произвольное соответствие, и одновременно имеют дело с многозначными функциями.

однозначное соответствие $\Rrightarrow$ отображение.

одноименные дроби (similar fractions) — дроби, знаменатели которых равны.

одноименные многоугольники (similar polygons) — многоугольники с одинаковым числом вершин.

однолистная функция (univalent function) — функция f комплексного переменного, принимающая в различных точках своей области аналитичности различные значения: при $z_1 \neq z_2$ всегда $f(z_1) \neq f(z_2)$; $\rightsquigarrow$ многолистная функция, риманова поверхность.

одномерное многообразие (one-dimensional manifold) — топологическое пространство, каждая точка которого обладает окрестностью, гомеоморфной прямой или полупрямой.

одномерное пространство (one-dimensional space) — пространство, в котором положение любой точки может быть определено одной действительной координатой.

одноместный предикат (или свойство; one-place predicate) — предикат, областью определения которого является предметная область; напр., предикат $P(x)$, означающий: «x является положительным числом».

однопериодическая функция (или простопериодическая функция; simply-periodic function) — периодическая функция комплексного [действительного] переменного, все периоды которой суть кратные единственного *основного*, или *примитивного периода*; $\rightsquigarrow$ двоякопериодическая функция.

однополостный гиперболоид (one-sheet hyperboloid) $\twoheadrightarrow$ гиперболоид.

однородная система линейных уравнений (homogeneous system of linear equations) — система линейных уравнений, в которой все свободные члены равны нулю; $\rightsquigarrow$ неоднородная система линейных уравнений.

однородная функция (homogeneous function) — **1.** функция f, область определения которой вместе с элементом x при любом скаляре λ содержит также элемент λx, причем выполнено условие

$$f(\lambda x) = \lambda f(x)\,;$$

в случае функции от нескольких переменных это условие принимает вид

$$f(\lambda x_1,\, \lambda x_2, \ldots, \lambda x_n) = \lambda f(x_1,\, x_2, \ldots, x_n)\,;$$

$\rightsquigarrow$ абсолютно однородная функция; **2.** (*однородная функция степени* k) — функция f, область определения которой элементом x при любом скаляре λ содержит также элемент λx, причем выполнено условие

$$f(\lambda x) = \lambda^k f(x)\,,$$

где k — фиксированное действительное число.

однородное дифференциальное уравнение (homogeneous differential equation) — **1.** обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка в виде

$$y' = f\Big(\frac{y}{x}\Big)\,,$$

где f — заданная функция; **2.** обыкновенное дифференциальное уравнение порядка n в виде

$$p\big(y,\, y',\, \ldots,\, y^{(n)}\big) = 0\,,$$

где p — однородный полином от $(n+1)$ переменных, коэффициенты которого являются функциями от независимого переменного x.

однородное пространство (или Клейна пространство; homogeneous space) — многообразие, в котором определена группа преобразований так, что для каждых двух точек найдется преобразование, переводящее одну точку в другую.

однородное уравнение (homogeneous equation) — **1.** уравнение вида

$$f(x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_n) = 0\,,$$

где f — однородная функция; **2.** операторное уравнение вида

$$P(\mathbf{x}) = \theta\,,$$

где P — однородный оператор и θ — нулевой элемент.

однородные координаты (homogeneous coordinates) — комплект чисел

$$(\xi_0,\, \xi_1,\, \ldots,\, \xi_n)\,,$$

при $\xi_0 \neq 0$ однозначно определяющий точку n-мерного аффинного пространства и связанный с аффинными координатами точки формулами

$$x_k = \xi_k/\xi_0\,,$$

а при $\xi_0 = 0$ определяющий бесконечно удаленную точку (если не все $\xi_1,\, \xi_2,\, \ldots\, \ldots,\, \xi_n$ равны нулю); такой комплект

обладает свойством однородности в том смысле, что каждый комплект

$$(\lambda\xi_0,\, \lambda\xi_1,\, \ldots,\, \lambda\xi_n)$$

определяет при любом $\lambda \neq 0$ одну и ту же точку; $\rightsquigarrow$ проективные координаты.

однородный оператор (homogeneous operator) — оператор P из одного векторного пространства в другое, который при каждом элементе $\mathbf{x}$ и скаляре λ удовлетворяет условию

$$P(\lambda\mathbf{x}) = \lambda P(\mathbf{x})\,;$$

$\rightsquigarrow$ линейный оператор [функционал].

однородный полином (или форма; homogeneous polynomial) — полином, степени всех членов которого равны; в *однородном полиноме степени* n все члены имеют степень n; $\rightsquigarrow$ билинейная [бинарная, дифференциальная, квадратичная, кватернарная, кубическая, линейная, тернарная, эрмитова] форма.

односвязная область (simply-connected domain) — область, в которой все замкнутые пути гомотопны нулевому пути; $\rightsquigarrow$ многосвязная область.

односторонне непрерывная функция (one-sidedly continuous function) — общее название для функции, слева или справа непрерывной; $\rightsquigarrow$ непрерывная функция.

односторонние углы $\Rightarrow$ прилежащие углы.

односторонний нейтрализирующий элемент (или односторонний обратный элемент; one-sided inverse) — левый или правый нейтрализирующий элемент рассматриваемого элемента.

односторонний предел (one-sided limit) — общее название для пределов функции слева и справа; $\rightsquigarrow$ двусторонний предел.

односторонняя касательная (one-sided tangent) $\twoheadrightarrow$ касательная.

односторонняя окрестность (one-sided neighbourhood) — левая или правая окрестность действительного числа или точки числовой оси.

односторонняя поверхность (или неориентируемая поверхность; one-sided surface) — поверхность (двумерное многообразие), которую нельзя реализовать двусторонней поверхностью; $\rightsquigarrow$ Клейна поверхность, Мёбиуса лист.

односторонняя производная (one-sided derivative) — общее название для левой и правой производных функции действительного переменного; такое понятие производной, в определении которого обычный предел заменяется односторонним пределом.

одночлен (или моном; monomial) — **1.** выражение, в котором последняя выполняемая операция не является сложением [вычитанием]; напр.:

$$\sin(x+y) \quad \text{или} \quad \Big(ax - \frac{b}{x}\Big)^3;$$

2. выражение, которое не содержит операций сложения и вычитания; напр.:

$$\frac{3\sqrt{x}}{y^2} \quad \text{или} \quad -2ax^3 \ln\sqrt{y}\,;$$

3. одночленный полином, т. е. произведение постоянной и натуральных степеней переменных в виде

$$ax_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n}.$$

окаймления метод (bordering method) — метод нахождения обратной матрицы и решения системы линейных алгебраических уравнений.

окно Вивиани $\Rightarrow$ Вивиани кривая.

окрестность (neighbourhood) — **1.** (*ε-окрестность числа a*) — содержащий данное действительное число a интервал $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ при любом фиксированном $\varepsilon > 0$; $\rightsquigarrow$ левая [правая] окрестность; **2.** (*ε-окрестность точки a*) — шар метрического пространства

$$\{\, x : d(x,a) < \varepsilon \,\}$$

с центром в данной точке a; **3.** (*открытая окрестность точки* [*множества*]) — открытое множество, содержащее данную точку [данное множество]

топологического пространства; **4.** множество $\mathcal{U}(a)$, содержащее данную точку a и открытую окрестность этой точки; множество, для которого данная точка является внутренней; $\rightsquigarrow$ многообразие.

окрестность нуля (neighbourhood of zero) — окрестность нулевого элемента θ топологического векторного пространства.

округление (rounding-off) — замена действительного числа (представленного в позиционной системе счисления) его приближенным значением путем замены последних цифр нулями или отбрасывания их в дробной части; если сохраняемые цифры при этом не меняют, то имеет место *округление с недостатком*, если же к последней сохраняемой цифре прибавляется единица, то — *округление с избытком*.

округления погрешность $\Rrightarrow$ арифметическая погрешность.

округления точка (или круговая точка) $\Rrightarrow$ омбилическая точка.

окружность (circle) — плоская кривая, все точки которой находятся на данном расстоянии r от фиксированной точки K (*центра* окружности); число r называется *радиусом* окружности; уравнение окружности в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

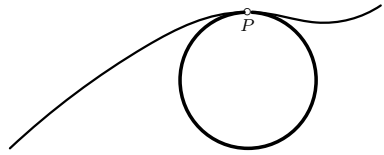
$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2,$$

где a, b — координаты центра K; уравнение в полярных координатах имеет вид

$$\varrho^2+\varrho_0^2-2\varrho\varrho_0\cos(\varphi-\varphi_0)=r^2,$$

где ϱ_0, φ_0 — полярные координаты центра K; длина окружности равна $2\pi r$; $\rightsquigarrow$ большая [вневписанная, вписанная, девяти точек, единичная, описанная] окружность, деление круга, диаметр, круг, полуокружность.

окружность кривизны (или круг кривизны, или соприкасающаяся окружность, *окружность кривизны кривой в точке* P; circle of curvature) — окружность, имеющая с данной кривой в их общей точке P касание не ниже второго порядка; предельное положение окружности, проходящей через три точки данной кривой, при движении этих точек по кривой к фиксированной точке P; $\rightsquigarrow$ радиус [центр] кривизны.



октагон (octagon) — восьмиугольник, обычно в значении правильного восьмиугольника; апофема r, радиус описанной окружности R и площадь S (правильного) октагона вычисляются по формулам

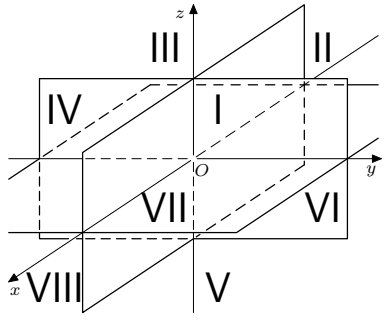
$$r=\frac{a}{2}(1+\sqrt{2}\,),\quad R=\frac{a}{2}\sqrt{4+2\sqrt{2}}$$

и

$$S=2a^2(1+\sqrt{2}\,),$$

где a — длина стороны.

октант (octant) — один из восьми трехгранных углов, на которые трехмерное евклидово пространство делится тремя взаимно перпендикулярными плоскостями; если эти плоскости приняты за координатные плоскости, то октанты нумеруются так, как указано на рисунке; $\rightsquigarrow$ квадрант.

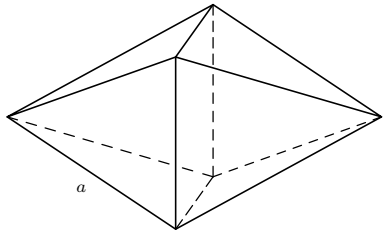


октаэдр (или восьмигранник; octahedron) — многогранник с восемью гранями; грани правильного октаэдра (на рисунке)

являются равносторонними треугольниками; правильный октаэдр имеет 12 ребер и 6 вершин, его объем

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3},$$

где a — длина ребра.



октаэдральная норма (octahedral norm) $\twoheadrightarrow$ норма.

октиллион (octillion) $\twoheadrightarrow$ десятичный разряд.

октонион $\Rrightarrow$ Кэли число.

омбилическая точка (или круговая точка, или округления точка; umbilical point) — точка поверхности, в которой все нормальные сечения имеют одну и ту же кривизну.

операнд (operand) $\twoheadrightarrow$ операция.

оператор (или отображение, или функция; operator) — правило P, определяющее отображение некоторого множества $\mathcal{X}$ в некоторое множество $\mathcal{Y}$; обозначается

$$P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$

(читается: оператор P из множества $\mathcal{X}$ в множество $\mathcal{Y}$); произвольный элемент x множества $\mathcal{X}$ (*области определения* оператора) называется *аргументом*, или *независимым переменным*, образ $P(x)$ элемента $x \in \mathcal{X}$ называется *значением* оператора в точке x; $\rightsquigarrow$ аддитивный [вполне непрерывный, Гамильтона, дифференциальный, дифференцирования, единичный, замкнутый, изометрический, интегральный, Лапласа, линейный, монотонный, неограниченный, непрерывный, обратный, ограниченный, однородный, открытый, положительный, проекционный, разности, самосопряженный, сдвига, сжатия, сопряженный, унитарный] оператор, график оператора, квантор, мю-оператор, предикат, продолжение, сужение, функционал.

операторное уравнение (operator equation) — уравнение вида

$$P(x) = a,$$

где P — некоторый оператор, x — неизвестный и a — заданный элемент; $\rightsquigarrow$ линейное уравнение.

операторный полином (operator-polynomial) — оператор вида

$$L(D) = \sum_{k=0}^{n} a_k D^{n-k},$$

где a_k — скаляры и D — оператор дифференцирования; напр., линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами можно представить в виде

$$L(D)y = 0.$$

операционное исчисление (operational calculus) — методика математического анализа для сравнительно простого решения некоторых типов дифференциальных уравнений; каждый из ее методов опирается на такое преобразование множества функций, при котором дифференцированию соответствует некоторая более простая алгебраическая операция.

операция — 1. (или действие; operation) — отображение прямого произведения некоторых множеств $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \ldots, \mathcal{M}_n$ в некоторое множество $\mathcal{M}$, т. е. отображение

$$\mathcal{M}_1 \times \mathcal{M}_2 \times \cdots \times \mathcal{M}_n \to \mathcal{M};$$

если число компонент этого прямого произведения равно n, то операция называется *n-арной операцией*; компоненты x_k оригинала

$$(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathcal{M}_1 \times \mathcal{M}_2 \times \cdots \times \mathcal{M}_n$$

называются *операндами* соответствующей операции ω, а образ

$$\omega(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

— *результатом*, или *значением* операции; ⇝ алгебра, алгебраическая [арифметическая, бинарная, логическая, непрерывная, теоретико-множественная, тернарная, унарная] операция; **2.** ↠ исследование операций.

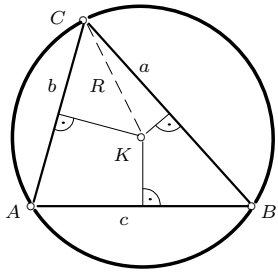
операция подстановки ⇛ подстановка.

опирающийся угол (subtended angle) ↠ вписанный [описанный, центральный] угол.

описанная окружность (circumcircle) — окружность, на которой расположены все вершины данного выпуклого многоугольника; напр., около всякого треугольника можно описать окружность: ее центр K находится в точке пересечения медиатрис сторон треугольника, а радиус R выражается через длины a, b, c сторон в виде

$$R = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}},$$

где $2p = a + b + c$ — периметр треугольника; ⇝ вписанный многоугольник, Птолемея теорема, Торричелли точка, Эйлера прямая.

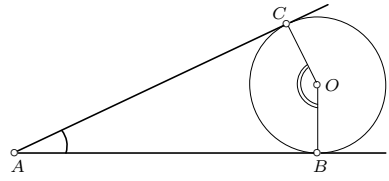


описанный многоугольник (circumscribed polygon) — каждая сторона которого (или ее продолжение) касается данной замкнутой кривой [окружности]; эта кривая [окружность] называется *вписанной* в многоугольник.

описанный угол (angle between tangents) — угол, образованный двумя касательными к данной окружности; указанный на рисунке описанный угол $\angle BAC$ *опирается* на более краткую из дуг $\overset{\frown}{BC}$; имеет место равенство

$$\angle BAC + \angle BOC = \pi;$$

⇝ вписанный угол.



опорная плоскость (supporting plane) — **1.** гиперплоскость, имеющая по крайней мере одну общую точку с данным выпуклым множеством $\mathcal{M}$, причем множество $\mathcal{M}$ целиком лежит в одном полупространстве, определенном этой гиперплоскостью; **2.** ↠ выпуклая поверхность.

опорная прямая (supporting line) — опорная плоскость в двумерном пространстве.

определение (или дефиниция; definition) — раскрытие содержания понятия путем сведения его к ранее известным понятиям; в сокращенной записи определения используется символ $\overset{\text{def}}{=\!=}$, или $=\!:$, или $\equiv$ в значении «есть по определению»; напр., $a^2 \overset{\text{def}}{=\!=} a \cdot a$, или $a^2 =\!: a \cdot a$, или $a^2 \equiv a \cdot a$; ⇝ индуктивное определение.

определенная квадратичная форма (или дефинитная квадратичная форма; definite quadratic form) — квадратичная форма, значение которой сохраняет знак и равно нулю только в нулевой точке; ⇝ полуопределенная [отрицательно [положительно] определенная] квадратичная форма.

определенная система (definite system) — система уравнений, имеющая единственное решение; ⇝ совместная система.

определенный интеграл (definite integral) — **1.** интеграл Римана [Лебега] функции f на отрезке $[a,b]$; обозначается

$$\int_a^b f(x)\,dx\,,$$

где f называется *интеграндом*, или *подынтегральной функцией*, $f(x)\,dx$ — *подынтегральным выражением*, а числа a и b — *пределами интегрирования* (читается: определенный интеграл от функции f в пределах от a до b); ⇝ квадратурная формула, кратный [криволинейный, поверхностный] интеграл, Ньютона – Лейбница формула; **2.** интеграл Стильтьеса функции f по функции g на отрезке $[a,b]$; обозначается

$$\int_a^b f(x)\,dg(x)\,.$$

определитель (или детерминант; determinant) — составленная из элементов квадратной матрицы

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}\end{pmatrix}$$

алгебраическая сумма произведений

$$\det A \stackrel{\text{def}}{=} \sum (-1)^p a_{1j_1}a_{2j_2}\dots a_{nj_n}\,,$$

где сумма берется по всем $n!$ перестановкам $(j_1, j_2, \dots, j_n)$ индексов $1, 2, \dots, n$, а p означает четность соответствующей подстановки; обозначается также

$$|\,A\,|\,,\quad \text{или}\quad \det(a_{ij})\,,$$

или

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}\end{vmatrix};$$

порядок n матрицы A называется также *порядком* определителя; напр., определитель третьего порядка имеет вид

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix} \stackrel{\text{def}}{=}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} a_{11}a_{22}\,a_{33} - a_{11}a_{23}\,a_{32} - a_{12}\,a_{21}a_{33} + a_{12}\,a_{23}\,a_{31} + a_{13}\,a_{21}a_{32} - a_{13}\,a_{22}\,a_{31}\,;$$

⇝ Адамара неравенство, Вандермонда [Грама] определитель, вронскиан, гессиан, Лапласа формула, минор, перманент, Саррюса правило, якобиан.

определитель системы уравнений (determinant of a system of equations) — определитель матрицы системы линейных уравнений, в которой число неизвестных равно числу уравнений.

оптимальная стратегия (optimal strategy) — такая смешанная стратегия в антагонистической игре, при использовании которой математическое ожидание выигрыша рассматриваемого игрока не хуже цены игры, независимо от выбранной другим игроком смешанной стратегии.

оптимального управления теория (optimal control theory) — раздел математики, изучающий методы моделирования и решения задач о выборе наилучшего способа управления динамическим процессом; ⇝ Понтрягина принцип максимума.

оптимальности принцип (optimality principle) — используемый при решении задач динамического программирования принцип, по которому план, оптимальный для начального состояния, остается оптимальным и для всех последующих состояний, возникающих при реализации этого плана.

оптимальность (optimality) — свойство элемента множества быть в этом множестве наибольшим [наименьшим] в смысле некоторого упорядочения; упорядочение в таких случаях обычно определяется по значениям некоторого функционала, т. н. *критерия оптимальности*.

оптимальный план (optimal plan) — решение задачи математического программирования, т. е. план, дающий целевой функции задачи минимальное значение.

оптимизация (optimization) — отыскание такого решения рассматриваемой задачи, которое дает экстремальное значение некоторому функционалу (*целевой функции*), т. е. окажется точкой экстремума этого функционала; ⇝ математического программирования задача, методы оптимизации.

опыт (или испытание) ⇛ эксперимент.

ординальное число (или порядковое число; ordinal number) — обозначение порядкового типа.

ординат ось (или ось Oy; ordinate axis) ↠ координатные оси.

ордината (ordinate) ↠ аффинные координаты.

ориентация (orientation) — свойство базисных векторов плоскости [пространства], определяющее направление поворота на плоскости [правую тройку векторов в пространстве]; также обобщение этого свойства на поверхности или многообразии.

ориентированная цепь ⇛ путь.

ориентированное ребро ⇛ дуга.

ориентированный граф (или направленный граф; directed graph) — граф, каждое ребро которого является ориентированным, т. е. упорядоченной парой вершин; ⇝ неориентированный [смешанный] граф.

ориентированный маршрут (directed edge-sequence) ↠ маршрут.

ориентированный цикл ⇛ контур.

ориентируемая поверхность ⇛ двусторонняя поверхность.

орисфера (или предельная поверхность; horosphere) — поверхность в пространстве Лобачевского, нормали к которой образуют семейство параллельных прямых; ⇝ эквидистантная поверхность.

орицикл (или предельная линия; horocycle) — ортогональная траектория пучка прямых, параллельных данной прямой на плоскости Лобачевского; предельное положение окружности, когда один конец фиксированного диаметра остается на месте, а другой конец бесконечно удаляется; ⇝ эквидистанта.

орт ⇛ единичный вектор.

ортогональная аксонометрия (или нормальная аксонометрия; orthogonal axonometry) ↠ аксонометрия.

ортогональная матрица (orthogonal matrix) — невырожденная матрица A, обратная к которой совпадает с ее транспонированной матрицей, т. е. имеет место равенство

$$A^{-1} = A^T.$$

ортогональная проекция (или прямоугольная проекция; orthogonal projection) ↠ проекция.

ортогональная система (orthogonal system) — система элементов гильбертова пространства, в которой любые два различных элемента ортогональны; ⇝ биортогональная [ортонормированная, полная] система.

ортогональная траектория (orthogonal trajectory) — кривая, пересекающая под прямым углом каждую из кривых заданного семейства; ⇝ изогональная траектория, орицикл.

ортогональное дополнение (*ортогональное дополнение подпространства*; orthogonal complement) — множество всех элементов унитарного [гильбертова] пространства, ортогональных к каждому элементу рассматриваемого линейного подпространства.

ортогональное преобразование (orthogonal transformation) — линейное преобразование, отображающее ортонормированный репер в ортонормированный репер.

ортогональность — **1.** $\Rightarrow$ перпендикулярность; **2.** (orthogonality) — свойство элементов унитарного [гильбертова] пространства быть ортогональными.

ортогональные полиномы (*полиномы, ортогональные на отрезке* $[a,b]$ *с весовой функцией* p; orthogonal polynomials) — последовательность $\{P_k\}$ полиномов от одного переменного, в которой полином P_k имеет степень k, а при $k \neq j$

$$\int_a^b P_k(x)P_j(x)p(x)\,dx = 0\,,$$

где отрезок $[a,\,b]$ и *весовая функция* p фиксированы; $\rightsquigarrow$ Лагерра [Лежандра, Чебышёва, Эрмита, Якоби] полиномы.

ортогональные элементы (orthogonal elements) — два элемента унитарного [гильбертова] пространства, скалярное произведение которых равно нулю.

ортогональный проектор (или ортопроектор; orthogonal projector) — непрерывный линейный оператор P из гильбертова пространства $\mathcal{H}$ на его линейное подпространство, такой, что при каждом $\mathbf{x} \in \mathcal{H}$ элементы $P\mathbf{x}$ и $\mathbf{x} - P\mathbf{x}$ ортогональны; $\rightsquigarrow$ проекционный оператор.

ортогональный ряд (orthogonal series) — функциональный ряд вида

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k f_k(x)\,,$$

где $\{f_k\}$ — ортогональная система некоторого функционального гильбертова пространства и a_k — скаляры; $\rightsquigarrow$ Фурье ряд.

ортонормированная система (orthonormal system) — ортогональная система, в которой норма каждого элемента [длина вектора] равна единице.

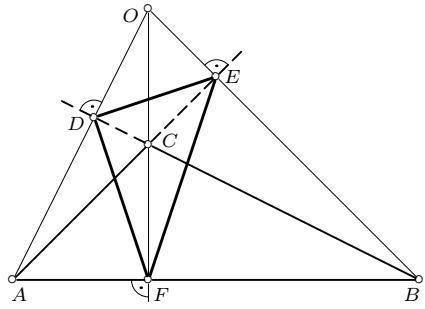
ортонормированный базис (orthonormal basis) — базис векторного пространства, являющийся ортонормированной системой.

ортонормированный репер (orthonormal frame) — аффинный репер, базис которого является ортонормированной системой; $\rightsquigarrow$ декартовы прямоугольные координаты.

ортооптическая кривая (orthoptic curve) $\twoheadrightarrow$ изооптическая кривая.

ортопроектор $\Rightarrow$ ортогональный проектор.

ортоцентр (orthocentre) — точка пересечения высот треугольника (на рисунке $\triangle ABC$) или их продолжений (на рисунке точка O); $\rightsquigarrow$ девяти точек окружность, Эйлера прямая.



ортоцентрический треугольник (orthocentric triangle) — треугольник (на последнем рисунке $\triangle DEF$), вершинами которого являются основания высот данного треугольника (ABC).

освобождение от иррациональности $\Rightarrow$ исключение иррациональности.

осевая симметрия (или аксиальная симметрия, *осевая симметрия порядка* k; axial symmetry) — такая симметрия пространственной фигуры, группа симметрии которой содержит вращение около некоторой фиксированной прямой (*оси симметрии*) на угол $2\pi/k$, где $k > 1$ — фиксированное натуральное число; $\rightsquigarrow$ центральная симметрия.

осевое сечение (axial cut) — сечение тела плоскостью, на которой лежит ось этого тела.

основание (base) — **1.** особо выделяемая сторона многоугольника; также длина этой стороны; ⇝ равнобедренный треугольник, трапеция; **2.** особо выделяемая грань многогранника; ⇝ пирамида, призма, призматоид, усеченная пирамида; **3.** ↠ конус, усеченный конус, цилиндр, шаровой слой; **4.** ↠ логарифм; **5.** ↠ позиционная система счисления.

основание степени (base) ↠ возведение в степень.

основание треугольника (base of a triangle) — любая из сторон треугольника, выделяемая по каким-либо соображениям, напр., для проведения высоты.

основания геометрии (foundations of geometry) — раздел математики, изучающий аксиоматики геометрии и соотношения между ними, а также общие концепции, объединяющие различные геометрии.

основная теорема (fundamental theorem) — теорема, часто используемая в доказательствах других теорем рассматриваемой теории; ⇝ алгебры [арифметики] основная теорема.

основное понятие (fundamental concept) — не подлежащее определению понятие, включенное в аксиоматику дедуктивной теории; ⇝ производное понятие.

основной линеар (basic linear) ↠ перспективная коллинеация.

основной период (или примитивный период; basic period) ↠ двоякопериодическая [однопериодическая] функция.

особая матрица (или сингулярная матрица) ⇛ вырожденная матрица.

особая точка (или сингулярная точка; singular point) — **1.** (*особая точка функции*) — точка на плоскости, в которой рассматриваемая функция не является аналитической и которая является препятствием для аналитического продолжения этой функции; ⇝ изолированная [существенно, устранимая] особая точка; **2.** (*особая точка кривой* [*поверхности, поля направлений*]) — точка кривой [поверхности, поля направлений], в которой не определена [-о] касательная [касательная плоскость, направление поля]; ⇝ возврата [двойная, излома, кратная, прекращения] точка; **3.** (*особая точка обыкновенного дифференциального уравнения*) — точка, в которой правая часть дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ или ее производная по y окажется разрывной; примерами изолированной особой точки этого уравнения являются фокус, седло, узел и центр.

особое решение (singular solution) — решение дифференциального уравнения, через каждую точку которого проходит в другом направлении еще одно решение этого уравнения; напр., особым решением окажется функция, график которой является огибающей семейства интегральных кривых, представляющего общее решение этого уравнения.

остаток (remainder) ↠ деление с остатком.

остаточный член (remainder term) — **1.** разность между точным значением математического выражения и значением, полученным по некоторой приближенной формуле; ⇝ Коши [Лагранжа] форма остаточного члена, Тейлора формула; **2.** разность между суммой ряда и его частичной суммой.

остовное дерево (spanning tree) — подграф данного графа, содержащий все его вершины и являющийся деревом.

остовной подграф (spanning subgraph) — такой подграф, множество вершин которого совпадает с множеством вершин данного графа, а множество ребер является подмножеством множества ребер данного графа.

Остроградского метод (Ostrogradskii method) — метод выделения рациональной части неопределенного интеграла.

Остроградского формула (или Грина формула; Ostrogradskii formula) — формула, связывающая тройной интеграл по области $\mathcal{D}$ и поверхностный интеграл второго рода по внешней стороне границы $\mathcal{S}$ этой области:

$$\iiint\limits_{\mathcal{D}} \Big(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z}\Big)\,dx\,dy\,dz = \iint\limits_{\mathcal{S}} f\,dy\,dz + g\,dz\,dx + h\,dx\,dy\,.$$

остроугольный треугольник (acute triangle) — треугольник, все внутренние углы которого — острые; ⇝ прямоугольный [тупоугольный] треугольник.

острый угол (acute angle) — угол, меньший прямого угла (и положительный, если угол истолковывать как число).

ось (axis) — **1.** ↠ большая [малая] ось эллипса, сопряженная [фокальная] ось; **2.** ↠ вращения поверхность [тело], коноид; **3.** ↠ сдвиг, сжатие; **4.** ↠ пучок плоскостей, связка сфер; **5.** ↠ координатные оси; **6.** ↠ радикальная ось.

ось вращения (axis of revolution) ↠ вращение.

ось конического сечения (axis of a conic section) — ось симметрии конического сечения; ⇝ сопряженная [фокальная] ось.

ось симметрии (axis of symmetry) ↠ осевая симметрия, симметричные точки.

ось Ox [Oy, Oz] (или абсцисс [ординат, аппликат] ось; abscissa [ordinate, applicate] axis) ↠ координатные оси.

отвлеченное число (или абстрактное число; abstract number) — число в качестве самостоятельного объекта, без указания единиц измерения; ⇝ именованное число.

отделения правило ⇛ модус поненс.

отделенные множества (separated sets) — два множества топологического пространства, никакое из которых не пересекается с замыканием другого.

отделимости аксиома (separation axiom) — аксиома, уточняющая структуру топологического пространства путем определения возможностей отделения точек пространства друг от друга; ⇝ Колмогорова [Хаусдорфа] аксиома, нормальное [регулярное] топологическое пространство.

отделимости теорема (separation theorem) — теорема, устанавливающая достаточные условия для того, чтобы существовала гиперплоскость, отделяющая некоторые два множества векторного пространства в том смысле, что множества принадлежат разным полупространствам, определенным этой гиперплоскостью.

отклонение (*отклонение случайной величины X относительно числа a*; deviation) — разность $X - a$ между случайной величиной X и фиксированным числом a как случайная величина; ⇝ абсолютное [вероятное, квадратичное, среднее абсолютное, стандартное] отклонение.

открытая область (open domain) ↠ область.

открытое множество (open set) — **1.** ↠ топологическое пространство; **2.** множество, каждая точка которого является внутренней; ⇝ каноническое открытое множество.

открытое отображение (open mapping) — отображение одного топологического пространства на другое, при котором образ всякого открытого множества является открытым множеством; ⇝ замкнутое отображение.

открытое покрытие (*открытое покрытие множества*; open covering) — покрытие, состоящее из открытых множеств; ⇝ Бореля – Лебега теорема, компактное множество.

открытый оператор (open operator) — оператор, определяющий открытое отображение; ⇝ замкнутый оператор.

отмеченный граф (labelled graph) — граф, все вершины которого снабжены метками.

относительная погрешность (relative error) — отношение абсолютной погрешности к абсолютной величине приближенного значения.

относительная частота $\Rrightarrow$ частота.

относительный максимум [минимум, экстремум] $\Rrightarrow$ условный максимум [минимум, экстремум].

отношение — **1.** (или частное; quotient) $\twoheadrightarrow$ деление; **2.** (relation) — подмножество $\mathcal{R}$ прямого произведения некоторых множеств, т. е. множество

$$\mathcal{R} \subset \mathcal{M}_1 \times \mathcal{M}_2 \times \cdots \times \mathcal{M}_n\,;$$

3. (relation) — подмножество $\mathcal{R}$ прямой степени некоторого множества $\mathcal{M}$, т. е.

$$\mathcal{R} \subset \mathcal{M}^n;$$

если число компонент этой прямой степени равно n, то отношение называется *n-местным*, или *n-арным отношением* в множестве $\mathcal{M}$; в случае

$$(x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_n) \in \mathcal{R}$$

говорят, что элементы $x_1, x_2, \ldots, x_n$ находятся в отношении $\mathcal{R}$, или удовлетворяют отношению $\mathcal{R}$; $\rightsquigarrow$ алгебраическая система; **4.** $\Rrightarrow$ бинарное отношение; **5.** $\twoheadrightarrow$ двойное [простое] отношение; **6.** $\twoheadrightarrow$ корреляционное отношение; **7.** $\twoheadrightarrow$ разностное отношение.

отношение порядка (или порядок, или упорядоченность; order relation) — бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности, антисимметричности и транзитивности (*нестрогая упорядоченность*), или же свойствами антирефлексивности и транзитивности (*строгая упорядоченность*); нестрогую упорядоченность обозначают обычно символом $\leqslant$, $\geqslant$, $\subseteq$ или $\supseteq$, а строгую упорядоченность — символом $<$, $>$ $\succ$, $\prec$, $\succ$, $\subset$ или $\supset$; $\rightsquigarrow$ больше, лексикографический порядок, линейное упорядочение, меньше, непосредственная упорядоченность, предпорядок, следование, сравнимые элементы.

отношение равенства (equality relation) — бинарное отношение, совпадающее с диагональю прямого квадрата рассматриваемого множества.

отношение эквивалентности (или эквивалентность; equivalence relation) — бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности; $\rightsquigarrow$ конгруэнтность, конгруэнция, эквивалентности класс.

отображение — **1.** (или однозначное соответствие; mapping) — такое соответствие между множествами $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$, при котором любому элементу $x \in \mathcal{X}$ (*прообразу*) соответствует точно один элемент $y \in \mathcal{Y}$ (*образ*); обозначается $\mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ (читается: отображение множества $\mathcal{X}$ в множество $\mathcal{Y}$; если соответствие сюръективно, то: отображение множества $\mathcal{X}$ на множество $\mathcal{Y}$); $\rightsquigarrow$ антилинейное [линейное] преобразование, антитонное [аффинное, замкнутое, изометрическое, изотонное, каноническое, конформное, непрерывное, неприводимое, обратное, открытое, перспективное, эквиареальное] отображение, гомоморфизм, инъекция, накрытие, сюръекция; **2.** (или функция) $\Rrightarrow$ оператор.

отправления множество (domain) $\twoheadrightarrow$ соответствие.

отражение (reflection) — **1.** изометрия плоскости [пространства], при которой все точки одной прямой [плоскости] и только они являются неподвижными; $\rightsquigarrow$ наклонное отражение; **2.** (*отражение относительно окружности* [*сферы*] *неподвижных точек*) — инверсия плоскости [пространства], коэффициент инверсии которой положителен.

отрезок (или сегмент; segment) — **1.** (*прямолинейный отрезок*) — множество точек прямой, заключенных между фиксированными точками A и B (*концами* отрезка), включающее эти

точки; обозначается AB; **2.** (или числовой отрезок) — множество действительных чисел, состоящее из чисел x, удовлетворяющих неравенствам $a \leqslant x \leqslant b$, где a и b — фиксированные числа; обозначается $[a, b]$; $\rightsquigarrow$ вложенные отрезки, интервал, полуинтервал; **3.** подмножество векторного пространства, состоящее из элементов вида

$$\lambda \mathbf{x} + (1 - \lambda)\mathbf{y}\,,$$

где $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ — фиксированные точки векторного пространства и λ — действительное число, такое, что $0 \leqslant \lambda \leqslant 1$.

отрезок натурального ряда (segment of natural numbers) — множество всех натуральных чисел, меньших или равных некоторому фиксированному числу n; обозначается $\overline{0, n}$ или $\mathbb{N}_n$.

отрицание (negation) — унарная логическая операция: отрицание $\neg A$, или $\overline{A}$ высказывания A истинно тогда и только тогда, когда A ложно; $\rightsquigarrow$ двойного отрицания закон, законы де Моргана.

отрицательная степень (power with negative exponent) — степень с отрицательным показателем степени.

отрицательно определенная квадратичная форма (negative-definite quadratic form) — квадратичная форма, значение которой отрицательно всюду, кроме нулевой точки.

отрицательно полуопределенная квадратичная форма (negative semi-definite quadratic form) — квадратичная форма, значение которой всюду неположительно.

отрицательное число (negative number) — действительное число r, меньшее нуля; обозначается $r < 0$.

отрицательности область (domain of negativity) — область, в которой некоторая величина [значение функционала] является отрицательной.

отрицательный показатель степени (negative exponent) $\twoheadrightarrow$ возведение в степень.

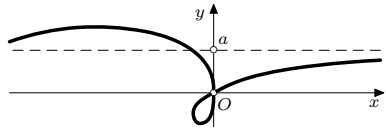
отрицательный угол (negative angle) — угол, образованный лучом, вращающимся по часовой стрелке.

отсечения метод (cutting method) — метод решения задач дискретного программирования, при котором от допустимого множества на каждом шагу отсекают некоторые части путем введения дополнительных ограничений.

офиурида (ophiuride) — плоская кривая (подера параболы), уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$y(x^2 + y^2) = x(ax - by)$$

(на рисунке $b = 2a$).



оценивающая функция (evaluation function) — функция, ставящая каждой выборке данного объема в соответствие статистическую оценку параметра [параметр-вектора], характеризующего распределение генеральной совокупности.

оценка — 1. $\Rightarrow$ статистическая оценка; **2.** $\twoheadrightarrow$ несмещенная [смещенная] оценка; **3.** $\twoheadrightarrow$ двусторонняя оценка.

оценка сверху [снизу] (upper [lower] bound) — неравенство вида

$$a \leqslant A \quad \text{или} \quad a \geqslant A\,,$$

в котором величиной A оценивается значение некоторой (трудновычисляемой) величины a; $\rightsquigarrow$ двусторонняя оценка.

очередей теория $\Rightarrow$ массового обслуживания теория.

очередь (queue) $\twoheadrightarrow$ массового обслуживания система.

ошибка $\Rightarrow$ погрешность.

П

палиндром (palindrome) — натуральное число, которое в рассматриваемой позиционной системе счисления совпадает со своим обращенным числом; напр., 3725273.

Паппа теорема (Pappus theorem) — если точки A_1, B_1, C_1 выбраны на прямой s_1 и точки A_2, B_2, C_2 — на прямой s_2, причем они отличны от точки пересечения этих прямых, то точки пересечения

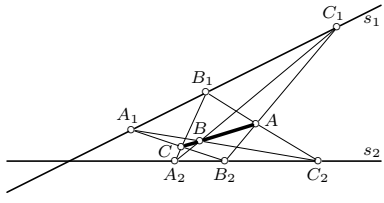
$$A = B_1C_2 \cap B_2C_1\,,$$

$$B = C_1A_2 \cap C_2A_1$$

и

$$C = A_1B_2 \cap A_2B_1$$

лежат на одной прямой; ⇝ Паскаля теорема.



Паппа – Гюльдена теорема (Pappus – Guldin theorem) — **1.** (*Паппа – Гюльдена первая теорема*) — площадь поверхности вращения, образованной вращением плоской кривой около прямой, лежащей в плоскости этой кривой и не пересекающей ее, равна произведению длины кривой на длину окружности, описанной центром тяжести этой кривой; **2.** (*Паппа – Гюльдена вторая теорема*) — объем тела вращения, образованного вращением плоской фигуры около прямой, лежащей в плоскости этой фигуры и не пересекающей ее, равна произведению площади фигуры на длину окружности, описанной центром тяжести этой фигуры.

пара (pair) — **1.** двухэлементное упорядоченное множество (a, b), где a и b — *компоненты* пары; ⇝ тройка, четверка; **2.** двухэлементное множество $\{a, b\}$.

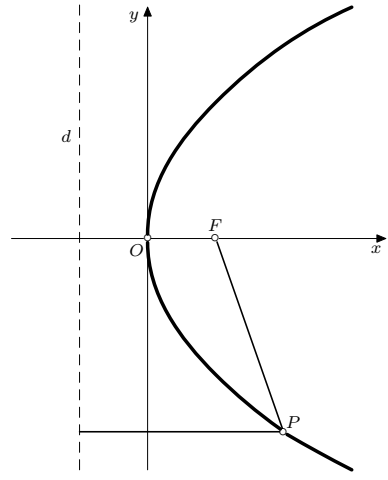
пара Бертрана ⇛ Бертрана кривые.

парабол формула ⇛ Симпсона формула.

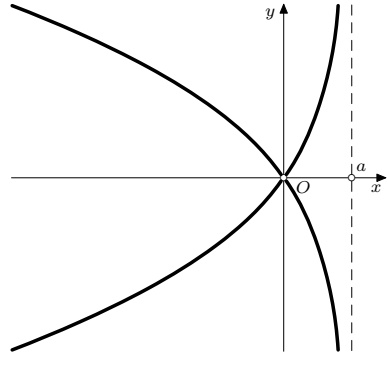
парабола (parabola) — плоская кривая, расстояние любой точки P которой до фиксированной точки F (*фокуса*) равно расстоянию от этой точки P до фиксированной прямой d (*директрисы*); коническое сечение, эксцентриситет которого равен единице; каноническое уравнение в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$y^2 = 2px\,,$$

где $2p$ — расстояние фокуса до директрисы; ⇝ кубическая [полукубическая] парабола.



параболическая гипербола (parabolic hyperbola) — плоская кривая, уравнение



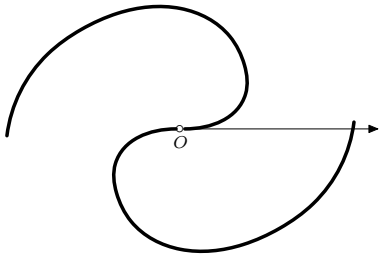
которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$xy^2 = bx^2 + ay^2$$

(на рисунке $b = -2a$).

параболическая спираль (или Ферма спираль; parabolic spiral) — плоская кривая, уравнение которой в полярных координатах имеет вид

$$\varrho^2 = c\,\varphi\,.$$



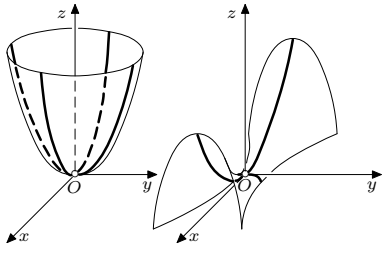
параболическая точка (parabolic point) — точка поверхности, в которой гауссова кривизна равна нулю; ⇝ гиперболическая [эллиптическая] точка.

параболический цилиндр (parabolic cylinder) — цилиндрическая поверхность, для которой направляющей служит парабола.

параболического типа уравнение (parabolic partial differential equatiion) ↠ дифференциальное уравнение с частными производными.

параболоид (paraboloid) — поверхность второго порядка, уравнению которой в декартовых прямоугольных координатах можно придать вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2cz$$



(т. н. *эллиптический параболоид*, на рисунке слева) или вид

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2cz$$

(т. н. *гиперболический параболоид*, на рисунке справа); гиперболический параболоид является линейчатой поверхностью.

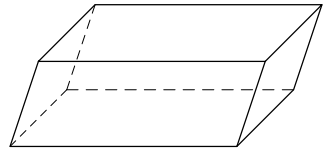
параболоид вращения (paraboloid of revolution) — поверхность второго порядка, образуемая вращением параболы вокруг ее оси; эллиптический параболоид, у которого величины a и b равны.

парадокс ⇛ антиномия.

параллелепипед (parallelepiped) — **1.** призма, основаниями которой служат параллелограммы; длины трех ребер, выходящих из одной вершины, называются *измерениями* параллелепипеда; ⇝ кирпич, прямой [прямоугольный] параллелепипед, ромбоэдр, смешанное произведение; **2.** множество таких точек $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ конечномерного векторного пространства, которые при каждом $k = 1, 2, \ldots, n$ удовлетворяют условию

$$a_k \leqslant x_k \leqslant b_k\,,$$

где a_k, b_k — заданные постоянные.



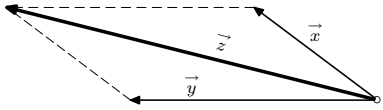
параллелепипеда правило (parallelepiped law) — графическое правило образования суммы векторов в пространстве; ⇝ параллелограмма правило.

параллелограмм (parallelogram) — четырехугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны; площадь S параллелограмма равна произведению длин смежных сторон на синус угла между ними:

$$S = ab\,\sin\alpha\,;$$

⇝ прямоугольник, ромб.

параллелограмма правило (parallelogram law) — графическое правило образования суммы $\vec{z}$ двух векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:



параллелотоп $\Rrightarrow$ кирпич.

параллелоэдры (parallelohedrons) — выпуклые многогранники, которыми можно заполнить пространство с помощью их параллельных переносов.

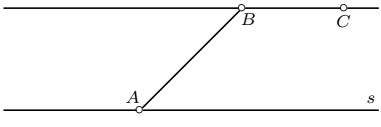
параллель — **1.** $\Rrightarrow$ параллельная прямая; **2.** (parallel) — линия пересечения поверхности плоскости, перпендикулярной оси вращения; $\rightsquigarrow$ меридиан; **3.** $\twoheadrightarrow$ Клиффорда параллель.

параллельная аксонометрия (parallel axonometry) $\twoheadrightarrow$ аксонометрия.

параллельная плоскость (parallel plane) — в евклидовой геометрии плоскость, не имеющая общей точки с данной плоскостью; $\rightsquigarrow$ пересекающиеся плоскости.

параллельная проекция (parallel projection) $\twoheadrightarrow$ проекция.

параллельная прямая (или параллель; parallel line) — **1.** (*прямая, параллельная данной прямой*) — в евклидовой геометрии прямая, лежащая в одной плоскости с данной прямой и не имеющая с ней общей точки; $\rightsquigarrow$ антипараллельные [пересекающиеся, скрещивающиеся] прямые; **2.** (*прямая, параллельная данной плоскости*) — в евклидовой геометрии прямая, не имеющая общей точки с данной плоскостью; **3.** (*прямая, параллельная данной прямой в направлении* BC) — в абсолютной [Лобачевского] геометрии прямая (на рисунке BC), лежащая в одной плоскости с данной прямой (s), не имеющая с ней общей точки и обладающая еще свойством, что при общей секущей AB любой луч, исходящий из точки B вовнутрь угла $\angle ABC$, пересекается с данной прямой s; $\rightsquigarrow$ аксиома о параллельных, расходящиеся прямые.



параллельное перенесение (parallel displacement) $\twoheadrightarrow$ аффинная связность.

параллельности признак (parallelism criterion) — теорема, устанавливающая необходимые и достаточные условия для того, чтобы две прямые [прямая и плоскость, две плоскости] были параллельными; напр., две прямые на плоскости, уравнения которых

$$a_1x + b_1y = c_1 \quad \text{и} \quad a_2x + b_2y = c_2\,,$$

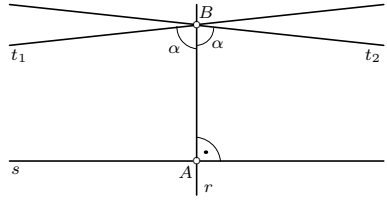
совпадают или параллельны тогда и только тогда, когда имеет место равенство

$$a_1b_2 - a_2b_1 = 0\,.$$

параллельности угол (angle of parallelism) — в геометрии Лобачевского острый угол α между перпендикуляром r и параллелью t к данной прямой s; зависимость угла параллельности α от расстояния $a = \overline{AB}$ данной точки B до данной прямой s выражается *функцией Лобачевского*

$$\alpha = \Pi(a) \stackrel{\text{def}}{=\!=} 2\operatorname{arctg} e^{-a/k},$$

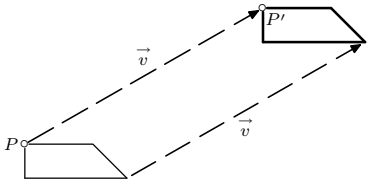
где k — постоянная, называемая *радиусом кривизны пространства* [*плоскости*] *Лобачевского*.



параллельность (parallelism) — свойство прямых [прямой и плоскости, плоскостей] в евклидовой или аффинной геометрии быть параллельными; обозначается символом $\|$.

параллельный перенос (или трансляция; parallel translation) — движение, при котором каждый отрезок параллелен своему образу; для любого параллельного переноса можно указать вектор $\vec{v}$ так, что всякая точка P и ее образ P' удовлетворяют соотношению

$$\overrightarrow{PP'} = \vec{v}.$$



параметр (parameter) — **1.** используемое при постановке или решении задачи вспомогательное переменное; **2.** величина, характеризующая однотипные объекты [процессы, состояния] в том смысле, что каждое ее значение определяет некоторый конкретный объект [процесс, состояние]; ⇝ натуральный параметр кривой, фокальный параметр.

параметрическая задача математического программирования (parametric programming problem) — задача математического программирования, в которой целевая функция f и/или функции f_k, определяющие ограничения, зависят от некоторых параметров, причем задачу следует решить для всех значений параметров из некоторой заданной области.

параметрические уравнения (parametric equations) — уравнения, выражающие координаты точки многообразия в виде функций от некоторых параметров; напр., параметрические уравнения кривой представляют в виде

$$x = x(t)\,, \quad y = y(t)\,, \quad z = z(t)\,,$$

а параметрические уравнения поверхности в виде

$$x = x(u,v)\,, \quad y = y(u,v)\,, \quad z = z(u,v)\,,$$

где t, u, v — действительные параметры.

параметрические уравнения прямой (parametric equations of a line) — уравнения

$$x = a + t\,k\,, \quad y = b + t\,l$$

(в пространстве еще $z = c + t\,m$), которым удовлетворяют координаты x и y (в пространстве еще z) любой точки рассматриваемой прямой; ⇝ канонические уравнения прямой.

параметрическое представление (parametric representation) — выражение функциональной зависимости с помощью переменных; напр., представление функции $y = f(x)$ в виде $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, где $\psi(t) \equiv f\big(\varphi(t)\big)$.

Парсеваля теорема (Parseval theorem) — коэффициенты Фурье a_k функции f, интегрируемой с квадратом, удовлетворяют равенству

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k^2 = \|f\|^2$$

тогда и только тогда, когда соответствующий ряд Фурье

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k f_k$$

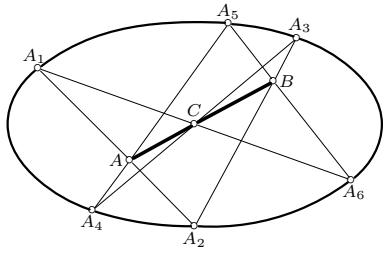
по ортогональной системе $\{f_k\}$ сходится в среднем к функции f; ⇝ Бесселя неравенство.

Паскаля теорема (Pascal theorem) — если шесть точек A_1, A_2, … , A_6 выбраны на кривой второго порядка, то точки пересечения

$$A = A_1A_2 \cap A_4A_5\,, \quad B = A_2A_3 \cap A_5A_6$$

и

$$C = A_3A_4 \cap A_6A_1$$



лежат на одной прямой; в случае распадающейся кривой второго порядка отсюда получается теорема Паппа; $\rightsquigarrow$ Брианшона теорема.

Паскаля треугольник (или арифметический треугольник; Pascal triangle) — треугольная таблица

$$
\begin{array}{ccccccccccccccccccc}
 & & & & & & & 1 & & & & & & & & & & & \\
 & & & & & & 1 & & 1 & & & & & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & & & & & & \\
 & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & & & & & & \\
 & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & & & & & & \\
 & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & & & & & & \\
 & 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 & & & & & \\
1 & & 7 & & 21 & & 35 & & 35 & & 21 & & 7 & & 1 & & & & \\
1 & & 8 & & 28 & & 56 & & 70 & & 56 & & 28 & & 8 & & 1 & & \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{array}
$$

биномиальных коэффициентов, составленная по формуле

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k},$$

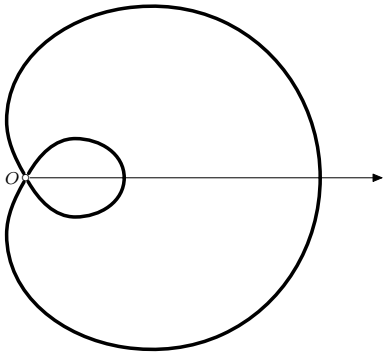
т. е. каждый элемент таблицы равен сумме двух над ним стоящих.

Паскаля улитка (Pascal limaçon) — конхоида окружности относительно фиксированной точки этой окружности; уравнение в полярных координатах имеет вид

$$\varrho = a + b\cos\varphi\,,$$

где b — диаметр окружности (на рисунке $a < b$); уравнение в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$(x^2 + y^2 - b\,x)^2 = a^2(x^2 + y^2)\,;$$



длина улитки Паскаля равна

$$4(a+b)E\Big(\frac{2\sqrt{ab}}{a+b},\,\frac{\pi}{2}\Big),$$

где E — эллиптический интеграл второго рода.

Пеано аксиомы (Peano axioms) — аксиомы дедуктивной теории чисел: множество $\mathbb{N}$ с фиксированным элементом 0 является множеством $\mathbb{N}$ натуральных чисел, если на нем задана унарная операция $s : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ (определяющая для $n \in \mathbb{N}$ его *потомок* $s(n)$) так, что:
1) $s(n) \neq 0$ при любом $n \in \mathbb{N}$,
2) если $s(n) = s(m)$, то $n = m$,
3) имеет место *принцип математической индукции*, или *аксиома индукции*: любое подмножество множества $\mathbb{N}$, содержащее число 0 и вместе с каждым своим элементом n также $s(n)$, совпадает с множеством $\mathbb{N}$.

Пеано кривая (Peano curve) — плоская кривая, заполняющая квадрат, т. е. каждая точка квадрата лежит на этой кривой.

Пелля уравнение (Pell equation) — диофантово уравнение

$$x^2 - n\,y^2 = 1\,,$$

где натуральное число n не является квадратным числом.

пентагон (pentagon) — пятиугольник, обычно в значении правильного пятиугольника; апофема r, радиус описанной окружности R и площадь S (правильного) пентагона вычисляются по формулам

$$r = \frac{a}{10}\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}\,,$$

$$R = \frac{a}{10}\sqrt{50 + 10\sqrt{5}}$$

и

$$S = \frac{a^2}{4}\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}\,,$$

где a — длина стороны.

пентагональное число (или пятиугольное число; pentagonal number) — частный случай многоугольного числа: натуральное число вида

$$\frac{k(3k-1)}{2};$$

последовательность пентагональных чисел

1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, 145, ...

образует арифметическую последовательность второго порядка.

пентаграмма (pentagram) — звездчатый пятиугольник.

пентаэдр $\Rightarrow$ пятигранник.

первая квадратичная форма поверхности (first fundamental form of a surface) — выражение квадрата дифференциала длины дуги в виде квадратичной формы от дифференциалов координат u и v поверхности, на которой расположена эта дуга, т. е. в виде

$$ds^2 = E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2,$$

где

$$E \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2,$$

$$F \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial x}{\partial u}\cdot\frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u}\cdot\frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial z}{\partial v},$$

$$G \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2,$$

а $x = x(u,v)$, $y = y(u,v)$, $z = z(u,v)$ — параметрические уравнения поверхности; определяет локальное строение поверхности во внутренней геометрии; $\rightsquigarrow$ вторая квадратичная форма поверхности, изометричные поверхности, Лиувилля поверхность.

первая краевая задача $\Rightarrow$ Дирихле задача.

первая производная (или производная первого порядка; first derivative) — название производной функции от одного переменного в том случае, когда одновременно имеют дело с производными высших порядков.

первичные функции (basic functions) — простейшие функции, определенные на множестве натуральных чисел: постоянные функции

$$c^n(x_1, x_2, \ldots, x_n) \stackrel{\text{def}}{=} const\,,$$

функции выбора аргумента

$$a_k^n(x_1, x_2, \ldots, x_n) \stackrel{\text{def}}{=} x_k$$

и *функция следования*

$$s(x) \stackrel{\text{def}}{=} x + 1\,;$$

$\rightsquigarrow$ примитивно-рекурсивная функция.

первообразная (или первообразная функция, или примитивная функция, *первообразная функции f в области $\mathcal{X}$*; primitive function) — функция F, производная которой в рассматриваемой области $\mathcal{X}$ равна данной функции f, т. е. при всех $x \in \mathcal{X}$ имеет место равенство

$$F'(x) = f(x)\,;$$

$\rightsquigarrow$ неопределенный интеграл.

первообразный корень (primitive root) — **1.** (или примитивный корень из единицы, *первообразный корень степени n из единицы*) — корень из единицы, в виде степеней которого выражаются все корни данной степени из единицы; число первообразных корней степени n равно $\varphi(n)$, где φ – функция Эйлера; $\rightsquigarrow$ круговое поле; **2.** (*первообразный корень по модулю m*) — число g, взаимно простое с фиксированным модулем m, для которого $x = \varphi(m)$ является наименьшим положительным решением сравнения

$$g^x \equiv 1 \pmod{m}\,;$$

$\rightsquigarrow$ индекс.

первый интеграл (first integral) — **1.** обыкновенное дифференциальное уравнение порядка $(n-1)$

$$F(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)}, c) = 0\,,$$

каждое решение которого при любом значении постоянной c является решением данного дифференциального уравнения порядка n

$$f(x,\, y,\, y',\, \ldots,\, y^{(n)}) = 0\,;$$

$\rightsquigarrow$ промежуточный интеграл; **2.** такая функция

$$F(x,\, y_1,\, y_2,\, \ldots,\, y_n)$$

для нормальной системы дифференциальных уравнений

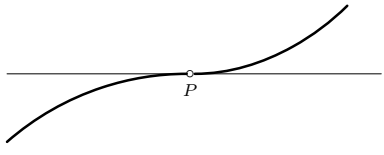
$$y_k' = f_k(x, y_1, y_2, \ldots, y_n)\ \ (k = 1, 2, \ldots, n)\,,$$

которая при подстановке любого решения

$$y_1 = y_1(x),\ y_2 = y_2(x),\ \ldots,\ y_n = y_n(x)$$

этой системы превращается в постоянную.

перегиба точка (point of inflection) — такая точка P плоской кривой, в которой кривая из одной полуплоскости, определенной касательной в этой точке, переходит в другую полуплоскость.



перемена знака (variation in sign) — ситуация в числовой последовательности, когда первый ненулевой элемент, следующий за положительным [отрицательным] элементом, оказывается отрицательным [положительным]; напр., в кортеже

$$1,\ 2,\ 0,\ -1,\ 0,\ 0,\ 2,\ -3$$

три перемены знака.

переменное (или переменная величина; variable) — символ для обозначения произвольного элемента некоторого фиксированного множества, т. н. *области изменения* этого переменного; обычно тем же самым символом обозначается и некоторый фиксированный элемент области изменения, т. е. конкретное значение переменного; $\rightsquigarrow$ алгебраическое [действительное, дискретное, комплексное, предметное, пропозициональное, свободное, связанное, числовое] переменное, замена переменного, параметр.

перемещение (или изометрическое преобразование) $\Rrightarrow$ изометрия.

перенос — **1.** (carry) — прибавление единиц к старшему разряду при сложении или умножении чисел в позиционной системе счисления; **2.** $\twoheadrightarrow$ параллельный перенос.

переопределенная система (overdetermined system) — система уравнений, в которой число уравнений больше числа неизвестных; $\rightsquigarrow$ система.

пересекающиеся множества (intersecting sets) — множества, пересечение которых не является пустым множеством.

пересекающиеся плоскости (intersecting planes) — две плоскости, общие точки которых образуют прямую (говорят, что плоскости пересекаются по этой прямой).

пересекающиеся прямые (или конкурентные прямые; intersecting lines) — две прямые, имеющие точно одну общую точку; $\rightsquigarrow$ параллельная прямая, скрещивающиеся прямые.

пересечение — **1.** (или общая часть, или произведение множеств; intersection) — определенное двумя данными множествами $\mathcal{M}_1$ и $\mathcal{M}_2$ множество $\mathcal{M}_1 \cap \mathcal{M}_2$, состоящее из всех элементов, принадлежащих как множеству $\mathcal{M}_1$, так и множеству $\mathcal{M}_2$, т. е.

$$\mathcal{M}_1 \cap \mathcal{M}_2 \stackrel{\text{def}}{=} \{\, x : x \in \mathcal{M}_1 \quad \text{и} \quad x \in \mathcal{M}_2 \,\}\,;$$

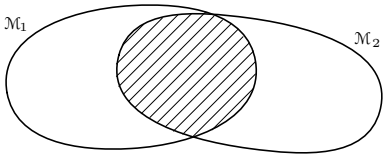
в случае более чем двух множеств их пересечение

$$\bigcap_{k=1}^{n} \mathcal{M}_k \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{M}_1 \cap \mathcal{M}_2 \cap \cdots \cap \mathcal{M}_n$$

состоит из всех таких элементов, которые принадлежат каждому из множеств $\mathcal{M}_k$; используется также обозначение

$$\bigcap_{k\in\mathcal{A}} \mathcal{M}_k\,,$$

где $\mathcal{A}$ — множество изменения индекса k; $\rightsquigarrow$ объединение; **2.** $\twoheadrightarrow$ решетка.



пересечения линия (curve of intersection) — кривая, являющаяся множеством общих точек двух поверхностей.

пересечения точка (point of intersection) — общая точка двух кривых [кривой и поверхности]; $\rightsquigarrow$ самопересечения точка.

перестановка (rearrangement) — определение нового линейного упорядочения в линейно упорядоченном множестве; применение подстановки к конечному линейно упорядоченному множеству.

перестановки (permutations) — различные линейно упорядоченные множества, состоящие из всех элементов некоторого заданного основного множества; если основное множество содержит n различных элементов, то число P_n всех перестановок выражается в виде факториала, т. е.

$$P_n = n!\,;$$

$\rightsquigarrow$ инверсия, размещения, сочетания, циклические перестановки.

перестановки матрица (permutation matrix) — квадратная матрица $P = (p_{ij})$ порядка n, определенная фиксированной подстановкой

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ k_1 & k_2 & \dots & k_n \end{pmatrix}$$

n-элементного множества так, что при каждом $j = 1, 2, \dots, n$

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = k_j\,, \\ 0, & \text{если } i \neq k_j\,. \end{cases}$$

перестановки с повторениями (permutations with repetitions) — перестановки такого мультимножества, среди n элементов которого имеется только k различных: первый элемент множества имеется в m_1 экземплярах, второй элемент в m_2 экземплярах и т. д., причем

$$m_1 + m_2 + \dots + m_k = n\,;$$

число $P_n^{m_1,m_2,\dots,m_k}$ всех перестановок с повторениями выражается в виде мультиномиального коэффициента, т. е.

$$P_n^{m_1,m_2,\dots,m_k} = \frac{n!}{m_1!\,m_2!\dots m_k!}\,.$$

перестановочность $\Rightarrow$ коммутативность.

перестановочные элементы (или коммутирующие элементы; commutative elements) — элементы a и b универсальной алгебры, для которых выполняется условие

$$a * b = b * a\,,$$

где $*$ — знак рассматриваемой бинарной операции; $\rightsquigarrow$ нормализатор, центр группы.

переход к пределу по натуральным числам (limit of a sequence) — нахождение предела последовательности (именуется так обычно в том случае, когда одновременно имеют дело с нахождением пределов функций).

перечень множества (inventory of a set) — сумма весов всех элементов множества, снабженного весами; $\rightsquigarrow$ включения и исключения принцип.

периметр (perimeter) — длина замкнутой кривой, ограничивающей плоскую фигуру; также сама эта кривая; $\rightsquigarrow$ изопериметрическая задача.

период (period) $\twoheadrightarrow$ периодическая функция [десятичная дробь].

периодическая десятичная дробь (periodic decimal fraction) — бесконечная десятичная дробь, в дробной части которой, начиная с фиксированного места, некоторый кортеж цифр (*период*) бесконечно и беспромежуточно повторяется; если повторение периода начинается непосредственно после запятой, то такая дробь называется *чисто периодической*, в противном случае — *смешанной периодической*; обозначаются соответственно, напр.:

$$7{,}(20) \stackrel{\text{def}}{=} 7{,}202020202020$$

и

$$0{,}5(141) \stackrel{\text{def}}{=} 0{,}5141141141141\ldots$$

периодическая функция (periodic function) — функция f от одного переменного, значение которой не меняется, если к аргументу прибавить некоторое фиксированное ненулевое число ω (*период* этой функции): при любом x имеет место равенство

$$f(x \pm \omega) = f(x)\,;$$

$\rightsquigarrow$ антипериодическая [двоякопериодическая, квазипериодическая, однопериодическая] функция, гармоника.

перициклоида (pericycloid) — название гипоциклоиды в случае $a > b$.

перманент (permanent) — составленная из произведений элементов $(m \times n)$-матрицы $A = (a_{ij})$ сумма

$$\operatorname{per} A \stackrel{\text{def}}{=} \sum a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{mj_m}\,,$$

где сумма берется по всем m-размещениям $(j_1, j_2, \ldots, j_m)$ из индексов $1, 2, \ldots, n$ (предполагается, что $m \leqslant n$); напр.:

$$\operatorname{per}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} = 0{\cdot}4{+}0{\cdot}5{+}1{\cdot}3{+}1{\cdot}5{+}2{\cdot}3{+}2{\cdot}4 = 22\,.$$

перпендикуляр (perpendicular) — **1.** (*перпендикуляр к прямой*) — прямая, пересекающая данную прямую под прямым углом, т. е. образующая с ней прямой угол; $\rightsquigarrow$ теорема о трех перпендикулярах; **2.** (*перпендикуляр* [*нормаль*] *к плоскости*) — прямая, пересекающая данную плоскость и образующая прямой угол с любой прямой этой плоскости, проходящей через точку пересечения; $\rightsquigarrow$ наклонная.

перпендикулярная плоскость (perpendicular plane) — в евклидовой геометрии плоскость, проходящая через перпендикуляр к данной плоскости.

перпендикулярное сечение (right section) — сечение фигуры прямой [плоскостью], перпендикулярной к некоторой фиксированной прямой, напр., оси симметрии этой фигуры; $\rightsquigarrow$ среднее сечение.

перпендикулярности признак (perpendicularity criterion) — теорема, устанавливающая необходимые и достаточные условия для того, чтобы две прямые [прямая и плоскость, две плоскости] были перпендикулярными; напр., две прямые на плоскости, уравнения которых

$$a_1 x + b_1 y = c_1 \quad \text{и} \quad a_2 x + b_2 y = c_2\,,$$

перпендикулярны тогда и только тогда, когда имеет место равенство

$$a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0\,.$$

перпендикулярность (или ортогональность; perpendicularity) — свойство прямых [плоскостей, прямой и плоскости] в евклидовой геометрии быть перпендикулярными; обозначается символом $\perp$; $\rightsquigarrow$ медиатриса, медиатрисная плоскость.

перпендикулярные прямые (perpendicular lines) — две пересекающиеся прямые (s и t), одна из которых является перпендикуляром к другой; обозначается $s \perp t$.

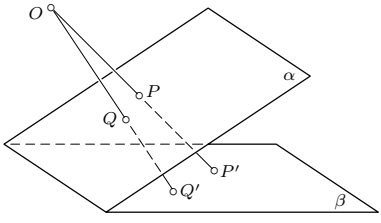
перпендикулярный отрезок (perpendicular) — отрезок перпендикуляра к прямой [плоскости], один конец которого принадлежит этой прямой [плоскости].

перспективная коллинеация (perspective collineation) — коллинеация, при которой найдется линеар (*основной линеар*), состоящий из неподвижных

точек, а прямые, соединяющие точки пространства с их образами, проходят через одну точку (*центр* коллинеации); ⇝ гомология, элация.

перспективная проекция (или центральная проекция; perspective projection) ↠ проекция.

перспективное отображение (perspective mapping) — отображение плоскости α на плоскость β, возникающее при проектировании из фиксированной точки O пространства: образом точки $P \in \alpha$ является точка P' пересечения прямой OP и плоскости β.



перцентили ⇛ процентили.

петля — **1.** (loop) ↠ псевдограф; **2.** ⇛ замкнутый путь.

пи (или число π; pi) — трансцендентное число

$$\pi = 3{,}14159265358979\ldots\,,$$

равное в евклидовой геометрии отношению длины окружности к ее диаметру; ⇝ Валлиса формула.

Пикара метод (Picard method) — итерационный метод

$$y_{k+1}(x) = y_0 + \int\limits_{x_0}^{x} f\big(t, y_k(t)\big)\,dt$$

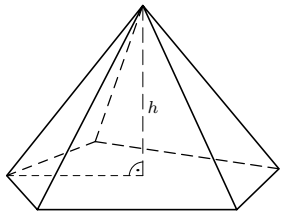
для решения задачи Коши

$$y' = f(x,y)\,, \quad y(x_0) = y_0\,.$$

пирамида (pyramid) — многогранник, одна из граней которого (*основание* пирамиды) — многоугольник, а остальные грани (*боковые грани* пирамиды) — треугольники, имеющие одну общую вершину; эта общая вершина называется *вершиной* пирамиды, ее расстояние h от плоскости основания называется *высотой* пирамиды; объем V пирамиды выражается в виде

$$V = \frac{1}{3}\,h\,S\,,$$

где S — площадь основания; ⇝ правильная [удвоенная, усеченная] пирамида.



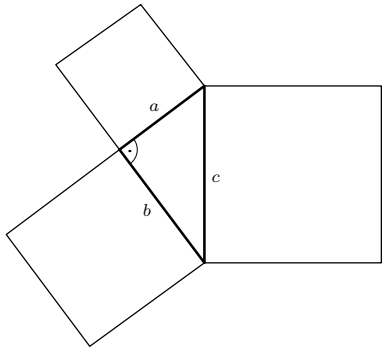
пирамидальная поверхность (pyramidal surface) — коническая поверхность, направляющая которой — многоугольник; ⇝ многогранный угол.

Пирсона распределение (Pearson distribution) — распределение непрерывной случайной величины, функция плотности f которого удовлетворяет условию

$$f'(x) = \frac{(x-a)f(x)}{a_0 + a_1 x + a_2 x^2}\,,$$

где a, a_0, a_1 и a_2 — постоянные.

Пифагора теорема (Pythagoras theorem) — теорема евклидовой геометрии: в прямоугольном треугольнике квадрат



гипотенузы равен сумме квадратов катетов, т. е.

$$c^2 = a^2 + b^2 .$$

пифагорово уравнение (Pythagorean equation) — диофантово уравнение вида

$$x^2 + y^2 = z^2.$$

пифагоровы числа (Pythagorean numbers) — тройка (a, b, c) положительных целых чисел, удовлетворяющая пифагорову уравнению, т. е.

$$a^2 + b^2 = c^2 ;$$

общая формула:

$$a = 2mn , \quad b = m^2 - n^2,$$
$$c = m^2 + n^2,$$

где $m > n$ — положительные целые числа.

план (или допустимое решение; plan) — неотрицательный вектор, удовлетворяющий ограничениям задачи математического программирования; ⇝ допустимое множество, оптимальный план.

планарный граф ⇛ плоский граф.

планиметрия (planimetry) — часть элементарной геометрии, в которой изучаются свойства фигур, расположенных в одной плоскости, без учета окружающего пространства; ⇝ стереометрия.

планирования эксперимента теория (experimental design) — раздел математической статистики, изучающий методы определения числа и характера экспериментов, необходимых для получения интересующей нас информации; ⇝ рандомизация.

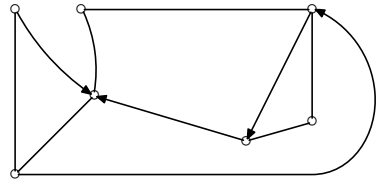
платежная функция ⇛ выигрыша функция.

Плато задача (Plateau problem) — найти минимальную поверхность, проходящую через данный контур.

Платона тело ⇛ правильный многогранник.

плоская кривая (plane curve) — кривая, полностью расположенная в одной плоскости; кривая, кручение которой равно нулю в каждой точке; ⇝ Аньези локон, архимедова [Галилея, гиперболическая, Корню, логарифмическая, параболическая] спираль, астроида, Бернулли [Бута] лемниската, брахистохрона, вогнутая [выпуклая, изооптическая, Ламе, Пеано, пространственная, экспоненциальная] кривая, гипербола, гипотрохоида, гипоциклоида, декартов лист [овал], жезл, каппа, кардиоида, Кассини овал, Каталана [Маклорена] трисектриса, квадратриса, конхоида, косинусоида, кохлеоида, кубическая дупликатриса, кубическая [полукубическая] парабола, лемниската, логарифмика, Никомеда [Слюза] конхоида, Ньютона серпантина, овал, окружность, офиурида, парабола, параболическая гипербола, Паскаля улитка, перициклоида, подера, розы, секансоида, синусоида, строфоида, тангенсоида, трактриса, трохоида, узлы, цепная линия, циклоида, циссоида, эллипс, эпитрохоида, эпициклоида.

плоский граф (или планарный граф; planar graph) — граф, для которого найдется такая инъекция на плоскость, что вершины отображаются в точки, ребра отображаются в кривые, соединяющие образы инцидентных им вершин, и эти кривые не имеют общих точек, кроме конечных (на рисунке образ плоского смешанного графа); ⇝ Куратовского – Понтрягина теорема.



плоский угол (plane angle) — название угла в том случае, когда одновременно имеют дело с телесными углами.

плоское сечение (planar cut) — сечение пространственной фигуры плоскостью.

плоскость (plane) — **1.** простейшая поверхность в евклидовой, неевклидовой, аффинной или проективной геометрии (при любых двух своих точках содержит проходящую через них прямую); гиперплоскость в трехмерном пространстве; в аксиоматическом изложении геометрии одно из основных понятий; ⇝ касательная [бесконечно удаленная, комплексная, координатная, Лобачевского, мнимая, проективная] плоскость, полуплоскость, уравнение плоскости; **2.** двумерное евклидово, неевклидово, аффинное или проективное пространство.

плоскость основания (plane of the base) ↠ цилиндр.

плоскость проекции (или экран; plane of projection) ↠ проекция.

плоскость симметрии (plane of the symmetry) ↠ симметричные точки.

плоскость *Oxy* [*Oxz*, *Oyz*] (Oxy [Oxz, Oyz]-plane) ↠ координатная плоскость.

плотное множество — **1.** ⇛ всюду плотное множество; **2.** (dense set) — множество $\mathcal{M}$, замыкание $\overline{\mathcal{M}}$ которого содержит некоторое другое множество $\mathcal{M}_1$: множество $\mathcal{M}$ плотное в множестве $\mathcal{M}_1$ тогда, когда $\overline{\mathcal{M}} \supset \mathcal{M}_1$; ⇝ нигде не плотное множество.

плотность ⇛ функция плотности.

площадь (area) — **1.** мера плоских фигур, ставящая конгруэнтным фигурам в соответствие равные числа и единичному квадрату — число 1; площадь фигуры обозначается обычно буквой S; ⇝ Кавальери принцип, квадратура; **2.** неотрицательное число, выражающее некоторую меру поверхности или ее части; получается как предел площадей вписанных многогранников (т. е. суммы площадей граней) при неограниченном увеличении числа вершин, причем предельными положениями всех плоскостей граней являются касательные плоскости к рассматриваемой поверхности.

плюс (plus) — символ $+$, используемый в качестве знака операции сложения и для обозначения положительного числа.

по модулю (modulo) ↠ вычет, вычетов класс, индекс, квадратичный [кубический, степенной] вычет, невычет, первообразный корень, сравнение.

по часовой стрелке (clockwise) — одно из двух возможных направлений вращения на плоскости (по солнцу в северном полушарии); ⇝ против часовой стрелки.

побочная диагональ (secondary diagonal) ↠ диагональ.

поверхностей теория (theory of surfaces) — раздел дифференциальной геометрии, изучающий свойства поверхностей и фигур на них; ⇝ внешняя [внутренняя] геометрия.

поверхностные интегралы второго рода (surface integrals of the second kind) — величины, характеризующие функцию f от трех переменных в области $\mathcal{S}$ поверхности, заданной параметрическими уравнениями

$$x = x(u,v)\,, \quad y = y(u,v)\,, \quad z = z(u,v)$$

и областью $\mathcal{U}$ параметров $(u,v) \in \mathcal{U}$:

$$\iint\limits_{\mathcal{S}} f(x,y,z)\,dx\,dy \stackrel{\text{def}}{=} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max d(\mathcal{S}_k)\to 0} \sum_{k=1}^{n} f(x_k,y_k,z_k)\,m(\mathcal{S}_k^{xy})\,,$$

$$\iint\limits_{\mathcal{S}} f(x,y,z)\,dx\,dz \stackrel{\text{def}}{=} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max d(\mathcal{S}_k)\to 0} \sum_{k=1}^{n} f(x_k,y_k,z_k)\,m(\mathcal{S}_k^{xz})\,,$$

$$\iint\limits_{\mathcal{S}} f(x,y,z)\,dy\,dz \stackrel{\text{def}}{=} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max d(\mathcal{S}_k)\to 0} \sum_{k=1}^{n} f(x_k,y_k,z_k)\,m(\mathcal{S}_k^{yz})\,,$$

где $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \ldots, \mathcal{S}_n$ — разбиение области $\mathcal{S}$ на подобласти, $m(\mathcal{S}_k^{xy})$, $m(\mathcal{S}_k^{xz})$ и $m(\mathcal{S}_k^{yz})$

обозначают площади проекций подобласти $\mathcal{S}_k$ соответственно на координатные плоскости Oxy, Oxz и Oyz, $d(\mathcal{S}_k)$ обозначает диаметр подобласти $\mathcal{S}_k$, а $(x_k, y_k, z_k) \in \mathcal{S}_k$; сумма таких интегралов пишется в виде

$$\int\limits_{\mathcal{S}}\int f\,dx\,dy + g\,dx\,dz + h\,dy\,dz\,;$$

$\rightsquigarrow$ Остроградского [Стокса] формула.

поверхностный интеграл (surface integral) — обобщение определенного интеграла, в котором интеграл берется от функции, определенной в точках некоторой поверхности; $\rightsquigarrow$ криволинейный интеграл, поверхностные интегралы второго рода, поверхностный интеграл первого рода.

поверхностный интеграл первого рода (surface integral of the first kind) — величина, характеризующая функцию f от трех переменных в области $\mathcal{S}$ поверхности, заданной параметрическими уравнениями

$$x = x(u, v)\,, \quad y = y(u, v)\,, \quad z = z(u, v)$$

и областью $\mathcal{U}$ параметров $(u, v) \in \mathcal{U}$:

$$\int\limits_{\mathcal{S}}\int f(x, y, z)\,d\mathcal{S} \stackrel{\text{def}}{=} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max d(\mathcal{S}_k)\to 0} \sum_{k=1}^{n} f(x_k, y_k, z_k)\,m(\mathcal{S}_k)\,,$$

где $\mathcal{S}_1$, $\mathcal{S}_2, \ldots, \mathcal{S}_n$ — разбиение области $\mathcal{S}$ на подобласти, $m(\mathcal{S}_k)$ обозначает площадь подобласти $\mathcal{S}_k$, $d(\mathcal{S}_k)$ — ее диаметр, а $(x_k, y_k, z_k) \in \mathcal{S}_k$.

поверхность (surface) — **1.** множество всех таких точек пространства, координаты которых в некоторой окрестности каждой точки являются непрерывными функциями от двух параметров, меняющихся в области плоскости; гиперповерхность в трехмерном пространстве; **2.** двумерное многообразие; $\rightsquigarrow$ алгебраическая [винтовая, вращения, выпуклая, гладкая, двусторонняя, замкнутая, каналовая, касательных, Каталана, коническая, линейчатая, Лиувилля, минимальная, многогранная, односторонняя, пирамидальная, полная, призматическая, развертывающаяся, седловая, трубчатая, цилиндрическая] поверхность, параметрические уравнения, уравнение поверхности.

поверхность второго порядка (surface of the second order) — алгебраическая поверхность, порядок которой равен двум; квадрика в трехмерном пространстве; $\rightsquigarrow$ гиперболоид, диаметральная плоскость, каноническое уравнение поверхности второго порядка, мнимый эллипсоид, параболоид, распадающаяся поверхность второго порядка, эллипсоид.

поверхность уровня (*поверхность уровня функции* f; level surface) — множество точек, в которых данная функция f от трех переменных принимает фиксированное значение; уравнение поверхности уровня имеет вид

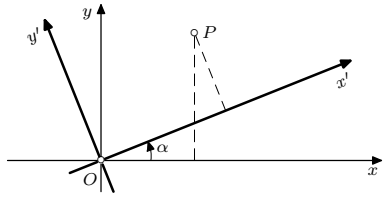
$$f(x, y, z) = c\,,$$

где c — фиксированная постоянная; $\rightsquigarrow$ линия уровня.

поворот осей (rotation of axes) — такое преобразование координат на плоскости, при котором начало координат остается на месте, а оси поворачиваются на некоторый угол α; исходные координаты x и y произвольной точки P выражаются через новые координаты x' и y' в виде

$$x = x' \cos\alpha - y' \sin\alpha\,,$$
$$y = x' \sin\alpha + y' \cos\alpha\,;$$

аналогичное преобразование в пространстве определяется эйлеровыми углами.



поворота угол (angle of rotation) — при вращении плоскости угол $\angle POP'$, где

P' — образ точки P, а O — центр вращения; при вращении пространства соответствующий угол на плоскости, перпендикулярной к оси вращения.

повторный интеграл (iterated integral) — выражение, в котором происходит интегрирование функции от нескольких переменных сперва по одному переменному, потом по другому переменному и т. д.; напр., если область $\mathcal{D}$ является прямоугольником с вершинами в точках $(0,0)$, $(0,b)$, (a,b) и $(a,0)$, то двойной интеграл по области $\mathcal{D}$ можно (при определенных предположениях, накладываемых на функцию f) вычислить в виде повторного интеграла:

$$\iint\limits_{\mathcal{D}} f(x,y)\,dx\,dy = \int\limits_0^b dy \int\limits_0^a f(x,y)\,dx\,;$$

⇝ кратный интеграл.

повторный предел (repeated limit) — предел функции от нескольких переменных, полученный путем повторного нахождения пределов функций от одного переменного; напр., из существования повторных пределов

$$\lim_{x\to a}\lim_{y\to b} f(x,y) \quad \text{и} \quad \lim_{y\to b}\lim_{x\to a} f(x,y)$$

в общем случае не следует их равенство или же существование двойного предела

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y)\,.$$

поглощение (absorption) — **1.** свойство бинарной алгебраической операции поглощать другую бинарную алгебраическую операцию: операция $*$ поглощает операцию $\circ$, если при всех x и y выполняется условие

$$(x \circ y) * y = y\,;$$

2. связь между подмножествами топологического векторного пространства: множество $\mathcal{N}$ *поглощается* множеством $\mathcal{M}$, если для любого $\mathbf{x} \in \mathcal{N}$ найдется такой скаляр λ_0, что $\lambda\mathbf{x} \in \mathcal{M}$ при всех $|\lambda| \geqslant |\lambda_0|$.

погрешностей теория (theory of errors) — раздел математической статистики, изучающий законы распределения погрешностей как случайных величин.

погрешность (или ошибка; error) — разность между некоторой величиной и ее приближенным значением, полученным в результате наблюдений, измерений или вычислений; ⇝ абсолютная [арифметическая, квадратичная, относительная] погрешность, накопление погрешности, точность.

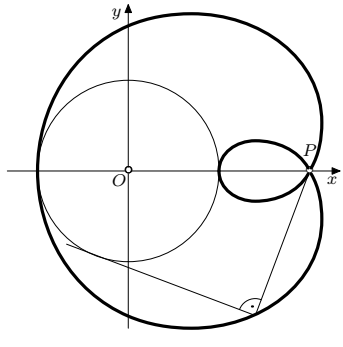
подграф (subgraph) — **1.** подмножество $\mathcal{V}'$ множества вершин $\mathcal{V}$ данного графа вместе с максимальным подмножеством $\mathcal{E}'$ множества ребер $\mathcal{E}$, т. е.

$$\mathcal{E}' \stackrel{\text{def}}{=} \{\,(a,b) : (a,b) \in \mathcal{E} \ \text{ и } \ a,b \in \mathcal{V}'\,\};$$

2. подмножество $\mathcal{V}'$ множества вершин данного графа вместе с некоторым таким подмножеством $\mathcal{E}'$ множества ребер, что каждое ребро из $\mathcal{E}'$ инцидентно только с вершинами из $\mathcal{V}'$; ⇝ компонента связности, остовной подграф.

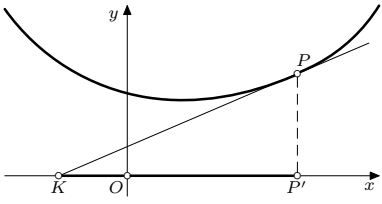
подгруппа (subgroup) — такое подмножество данной группы, которое само является группой относительно операции данной группы, т. е. подмножество группы, замкнутое относительно операции группы и содержащее для каждого своего элемента также нейтрализирующий элемент; напр., знакопеременная группа является подгруппой симметрической группы; ⇝ нормальный делитель, смежный класс.

подера (*подера плоской кривой относительно точки* P; pedal curve) — мно-



жество оснований перпендикуляров, опущенных из фиксированной точки на касательные к данной плоской кривой (на рисунке подера окружности относительно внешней точки); ⇝ Маклорена трисектриса, офиурида.

подкасательная (subtangent) — отрезок KP', заключенный между точкой пересечения касательной KP к данной плоской кривой в точке P с осью абсцисс и проекцией P' точки P на ось абсцисс; иногда подкасательной называется вектор $\overrightarrow{P'K}$.



подкольцо (subring) — такое подмножество данного кольца, которое само является кольцом относительно операций данного кольца; напр., кольцо всех четных чисел является подкольцом кольца целых чисел $\mathbb{Z}$; ⇝ идеал.

подкоренное выражение (radicand) ↠ корень.

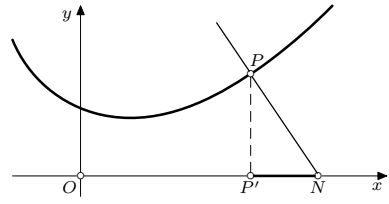
подматрица (submatrix) — матрица, полученная из данной матрицы путем удаления некоторых строк и/или столбцов.

подмножество (subset) — множество $\mathcal{N}$, все элементы которого принадлежат рассматриваемому множеству $\mathcal{M}$; обозначается

$$\mathcal{N} \subset \mathcal{M} \quad \text{или} \quad \mathcal{N} \subseteq \mathcal{M};$$

⇝ булеан, надмножество, собственное подмножество, функция множеств.

поднормаль (subnormal) — отрезок $P'N$, заключенный между точкой пересечения нормали PN к данной плоской кривой в точке P с осью абсцисс и проекцией P' точки P на ось абсцисс; иногда поднормалью называется вектор $\overrightarrow{P'N}$.



подобия преобразование (similarity transformation) — аффинное преобразование плоскости [пространства], при котором расстояние между любыми двумя точками умножается на фиксированное положительное число (*коэффициент подобия*); ⇝ гомотетия.

подобия признак (similarity criterion) — теорема, устанавливающая необходимые и достаточные условия для подобия двух треугольников [многоугольников].

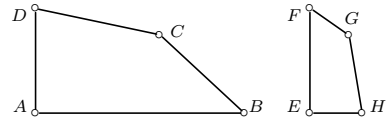
подобласть (subdomain) — подмножество рассматриваемой области, являющееся областью.

подобные матрицы (similar matrices) — эквивалентные квадратные матрицы, т. е. квадратные матрицы A и B, для которых найдется такая невырожденная матрица C, что

$$B = C^{-1}AC;$$

⇝ конгруэнтные [соединенные] матрицы.

подобные фигуры (similar figures) — две фигуры, одна из которых преобразуется в другую при некотором преобразовании подобия; подобие фигур обозначается символом $\sim$ (напр., в случае приведенных на рисунке четырехугольников $ABCD \sim EFGH$); ⇝ фрактал.



подобные члены (similar terms) — члены многочлена, отличающиеся друг от

друга только коэффициентом; $\rightsquigarrow$ приведение подобных членов.

подпокрытие (subcovering) — подмножество покрытия рассматриваемого множества, которое также является покрытием этого множества.

подполе (subfield) — такое подмножество данного поля, которое само является полем относительно операций данного поля; напр., поле рациональных чисел $\mathbb{Q}$ является подполем поля действительных чисел $\mathbb{R}$; $\rightsquigarrow$ расширение поля.

подполугруппа (subsemi-group) — такое подмножество данной полугруппы, которое само является полугруппой относительно операции данной полугруппы; $\rightsquigarrow$ идеал, идеальный ряд.

подпоследовательность (subsequence) — бесконечное подмножество

$$\{a_{k_0}, a_{k_1}, \ldots, a_{k_n}, \ldots\}$$

множества членов данной последовательности $\{a_k\}$, упорядоченное согласно порядку этой последовательности, т. е. $k_n < k_{n+1}$ при всех n.

подпространство (subspace) — такое подмножество данного пространства $\mathcal{R}$, которое само является пространством того же типа, что и $\mathcal{R}$; $\rightsquigarrow$ линейное подпространство.

подстановка — **1.** $\Rightarrow$ замена переменного; **2.** (substitution) — преобразование выражения [формулы] путем замены некоторого переменного во всех его вхождениях на фиксированное выражение; **3.** (permutation) — взаимно однозначное преобразование конечного множества; подстановка множества $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, переводящая элемент x_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$ в элемент x_{k_j}, обозначается $(2 \times n)$-матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ k_1 & k_2 & \ldots & k_n \end{pmatrix}$$

или кортежем $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$; $\rightsquigarrow$ нечетная [обратная, тождественная, циклическая, четная] подстановка, перестановки матрица, симметрическая группа, цикл; **4.** (или операция подстановки; superposition) — способ определения функции f от n переменных при помощи данных функций $g_1, g_2, \ldots, g_m$ (от n переменных) и h (от m переменных) в виде

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \stackrel{\text{def}}{=} h\big(g_1(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

$$g_2(x_1, x_2, \ldots, x_n), \ldots, g_m(x_1, x_2, \ldots, x_n)\big);$$

$\rightsquigarrow$ сложная функция.

подходящая дробь (convergent) $\twoheadrightarrow$ непрерывная дробь.

подынтегральная функция (или интегранд; integrand) $\twoheadrightarrow$ кратный [неопределенный, определенный] интеграл.

подынтегральное выражение (integrand) $\twoheadrightarrow$ неопределенный [определенный] интеграл.

позиционная игра (positional game) — игра, описанная в виде множества возможных *позиций*, в котором определена непосредственная упорядоченность так, что найдется точно одна начальная позиция, и дано разбиение множества позиций на информационные множества, непосредственные потомки позиций которых снабжены номерами альтернативы, а на множестве конечных позиций задана функция выигрыша; $\rightsquigarrow$ дерево игры, игра в нормальной форме [на графе], ход.

позиционная система счисления (или поместная система счисления; positional number system) — система счисления, основанная на принципе позиционного значения цифр, т. е. значение цифры зависит от ее позиции (*разряда*) в записи числа, причем некоторое фиксированное число $k > 1$ (называемое *основанием* системы счисления) единиц одного разряда дает одну единицу следующего, старшего разряда; запись

$$n_p n_{p-1} \ldots n_1 n_0, n_{-1} \ldots n_{-q}$$

в позиционной системе счисления с основанием k означает сумму

$$n_p k^p + n_{p-1}k^{p-1} + \cdots + n_1 k + n_0 + \\ + n_{-1}k^{-1} + \cdots + n_{-q}k^{-q},$$

где n_j — цифры этой системы (перед n_p можно еще писать знак числа + или −), а *запятая* отделяет целую часть от дробной; ⇝ восьмеричная [двенадцатеричная, двоичная, десятичная, шестнадцатеричная] система счисления.

позиция (position) ↠ позиционная игра.

показатель корня (index of a radical) ↠ корень.

показатель степени (или экспонента; exponent) ↠ возведение в степень.

показательная кривая ⇛ экспоненциальная кривая.

показательная форма комплексного числа (exponential form of a complex number) ↠ тригонометрическая форма комплексного числа.

показательная функция (или экспоненциальная функция; exponential function) — функция вида $y = a^x$, где $a \neq 1$ — фиксированное положительное число; используется также обозначение $y = \exp_a x$, а в случае $a = e$ соответственно $y = \exp x$; ⇝ возведение в степень, логарифмическая [интегральная показательная, степенно-показательная] функция, экспоненциальная кривая.

показательное уравнение (или экспоненциальное уравнение; exponential equation) — уравнение, содержащее неизвестное в показателе степени; напр.:

$$(3+x)^x = (3-x)^{2x}$$

или

$$2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0.$$

показательно-степенна́я функция ⇛ степенно-показательная функция.

покрытие (*покрытие множества*; covering) — система множеств, объединение которых включает рассматриваемое множество (*покрывает* это множество); ⇝ открытое покрытие, подпокрытие.

поле (field) — **1.** коммутативное кольцо, элементы которого, отличные от нулевого элемента, образуют мультипликативную группу; напр., поле $\mathbb{Q}$ всех рациональных чисел; ⇝ алгебраическое расширение, архимедово [алгебраически замкнутое, Галуа, евклидово, квадратичное, круговое, упорядоченное, числовое] поле, подполе, расширение поля, тело; **2.** оператор, определенный на пространстве [многообразии] и принимающий значения из множества величин некоторого фиксированного типа; ⇝ векторное [направлений, скалярное, тензорное] поле.

поле классов вычетов (residue class field) — кольцо $\mathbb{Z}_p$ классов вычетов целых чисел, когда модуль p является простым числом; напр., в поле $\mathbb{Z}_7$ имеют место равенства

$$\overline{1} + \overline{6} = \overline{0}, \quad \overline{3} \cdot \overline{5} = \overline{1}, \quad \overline{2} : \overline{4} = \overline{4}.$$

поле комплексных чисел (field of complex numbers) — минимальное поле, содержащее все действительные числа и еще число, квадрат которого равен -1; состоит из всех комплексных чисел; ⇝ Гельфанда – Мазура теорема, числовое поле.

полигон ⇛ многоугольник.

полигональное число (или фигурное число) ⇛ многоугольное число.

полилинейная функция (multi-linear function) — функция f от n переменных, линейная по каждому из них, т. е. при каждом $k = 1, 2, \ldots, n$

$$f(x_1, x_2, \ldots, x'_k + x''_k, \ldots, x_n) = \\ = f(x_1, x_2, \ldots, x'_k, \ldots, x_n) + \\ + f(x_1, x_2, \ldots, x''_k, \ldots, x_n),$$

$$f(x_1, x_2, \ldots, \lambda x_k, \ldots, x_n) = \\ = \lambda f(x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots, x_n).$$

полином (или алгебраический многочлен, или многочлен, или целая рациональная функция; polynomial) — многочлен, в котором каждое слагаемое (*член* полинома) является произведением постоянной (*коэффициента*) и натуральных степеней переменных в виде

$$a\,x_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n};$$

степенью такого члена называется сумма $k_1+k_2+\cdots+k_n$ показателей степеней при каждом переменном, а степенью полинома — максимальная из степеней его членов; *полином степени n от одного переменного x* имеет общий вид

$$p(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n\,,$$

где a_j — коэффициенты, причем $a_0\neq 0$; $\rightsquigarrow$ алгебра полиномов, Бернулли [Бернштейна, Куранта – Гильберта, ортогональные] полиномы, изобарный [кубический, линейный, неприводимый, нормированный, однородный, операторный, приводимый, примитивный, симметрический, тригонометрический, факториальный, характеристический] полином, корень [лексикографическая запись] полинома, сплайн.

полином над полем $\mathcal{K}$ (polynomial over a field $\mathcal{K}$) — полином от одного переменного [нескольких переменных], все коэффициенты которого являются элементами поля $\mathcal{K}$; $\rightsquigarrow$ алгебраически замкнутое поле.

полином наилучшего приближения (polynomial of best approximation) — полином p степени не выше n, который в рассматриваемой метрике наименее уклоняется от данной функции f, т. е.

$$d(f,p)=E_n(f)\,,$$

где d означает расстояние, а $E_n(f)$ — наилучшее приближение функции f.

полином от нескольких переменных (polynomial in several variables) — полином, содержащий по крайней мере два переменных.

полином от одного переменного (polynomial in one variable) $\twoheadrightarrow$ полином.

полиномиальная матрица (polynomial matrix) — матрица, элементы которой являются полиномами; $\rightsquigarrow$ функциональная матрица.

полиномиальная производящая функция (polynomial generating function) $\twoheadrightarrow$ производящая функция.

полиномиальная формула $\Rrightarrow$ мультиномиальная формула.

полиномиальное распределение $\Rrightarrow$ мультиномиальное распределение.

полиномиальный коэффициент $\Rrightarrow$ мультиномиальный коэффициент.

полиномов кольцо (ring of polynomials) — кольцо всех полиномов над фиксированным полем $\mathcal{K}$ [кольцом $\mathcal{R}$]; кольцо полиномов от переменных $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ над полем $\mathcal{K}$ [кольцом $\mathcal{R}$] обозначается символом

$$\mathcal{K}[x_1,\,x_2,\,\ldots,\,x_n]\quad\big[\mathcal{R}[x_1,\,x_2,\,\ldots,\,x_n]\big]\,;$$

напр., $\mathbb{Z}[x]$ обозначает кольцо полиномов от одного переменного x с целочисленными коэффициентами.

полиэдр $\Rrightarrow$ многогранник.

полиэдральное множество $\Rrightarrow$ многогранное множество.

полная вариация функции (или полное изменение функции) $\Rrightarrow$ вариация функции.

полная группа $\Rrightarrow$ делимая группа.

полная дизъюнктивная [конъюнктивная] нормальная форма $\Rrightarrow$ совершенная дизъюнктивная [конъюнктивная] нормальная форма.

полная индукция $\Rrightarrow$ математическая индукция.

полная кривизна $\Rrightarrow$ гауссова кривизна.

полная поверхность (*полная поверхность тела*; total area) — поверхность, являющаяся границей рассматриваемого тела.

полная производная (total derivative) — название производной функции от одного переменного в том случае, когда одновременно имеют дело с частными производными; также название производной от функции

$$y = f(x, y_1, y_2, \dots, y_n)\,,$$

зависящей от переменного x как непосредственно, так и через промежуточные переменные $y_k = y_k(x)$; $\rightsquigarrow$ цепное правило.

полная решетка (complete lattice) — частично упорядоченное множество, в котором каждое непустое подмножество имеет как нижнюю, так и верхнюю грань.

полная система (complete system) — система элементов гильбертова пространства, для которой не существует элемента пространства, ортогонального всем элементам этой системы.

полная система событий (complete system of events) — такая система попарно несовместных событий, сумма (объединение) которых является достоверным событием; $\rightsquigarrow$ Бейеса теорема, полной вероятности формула.

полное изменение функции (или полная вариация функции) $\Rrightarrow$ вариация функции.

полное приращение (total increment) — приращение функции от нескольких переменных, соответствующее изменению всех ее переменных (аргументов); напр., полное приращение функции $z = f(x, y)$ от двух переменных выражается в виде

$$\Delta z \stackrel{\text{def}}{=} f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y)\,;$$

$\rightsquigarrow$ частное приращение.

полное пространство (complete space) — метрическое пространство, в котором любая фундаментальная последовательность сходится к точке этого пространства; векторное пространство, в котором любой фильтр Коши является сходящимся; $\rightsquigarrow$ банахово [гильбертово] пространство.

полной вероятности формула (total probability formula) — если события $B_1, B_2, \dots, B_n$ образуют систему событий, то вероятность $\mathsf{P}(A)$ события A выражается в виде

$$\mathsf{P}(A) = \sum_{k=1}^{n} \mathsf{P}(B_k)\,\mathsf{P}(A \mid B_k)\,,$$

где $\mathsf{P}(A \mid B_k)$ — условные вероятности.

полнота (*полнота относительно интерпретации*; completeness) — свойство формальной аксиоматической системы, состоящее в том, что выводимой окажется каждая формула, которая в рассматриваемой интерпретации является истинной; $\rightsquigarrow$ Гёделя теорема.

полный вывод (или вывод) $\Rrightarrow$ деривация.

полный граф (complete graph) — **1.** неориентированный граф, множество ребер которого содержит все пары различных вершин; **2.** ориентированный граф, множество дуг которого для любых двух различных вершин $a, b \in \mathcal{V}$ содержит как дугу (a, b), так и дугу (b, a), т. е. множество дуг $\mathcal{E}$ содержит весь прямой квадрат $\mathcal{V} \times \mathcal{V}$, кроме его диагонали.

полный дифференциал (total differential) — приращение наилучшего линейного приближения к функции f от нескольких переменных в окрестности данной точки:

$$df \stackrel{\text{def}}{=} f'_{x_1} dx_1 + f'_{x_2} dx_2 + \dots + f'_{x_n} dx_n\,,$$

т. е. главная линейная часть полного приращения функции в данной точке; $\rightsquigarrow$ дифференциальное уравнение в полных дифференциалах, частный дифференциал.

полный дифференциал высшего порядка (total differential of higher order) — результат повторного применения операции нахождения полного дифференциала функции от нескольких переменных;

напр., в случае функции f от двух переменных x и y:

$$d^n f \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{\partial^n f}{\partial x^k \partial y^{n-k}}\, dx^k dy^{n-k}.$$

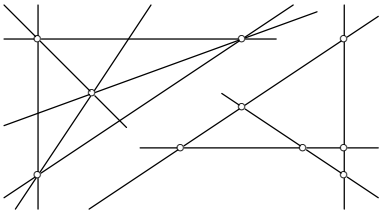
полный квадрат (perfect square) — **1.** (или квадрат, или квадратное число) — элемент мультипликативной полугруппы, равный квадрату некоторого элемента этой полугруппы; **2.** выражение, которое можно представить в виде квадрата более простого выражения; напр., трехчлен $ax^2 + bx + c$, который можно представить в виде $(px + q)^2$.

полный куб (perfect cube) — **1.** натуральное число, равное кубу какого-то натурального числа; **2.** выражение, которое можно представить в виде куба более простого выражения.

полный прообраз (complete inverse image) $\twoheadrightarrow$ прообраз.

полный угол (perigon) — угол, однократно содержащий все лучи, исходящие из его вершины; в градусной мере $\pm 360°$, в радианной мере $\pm 2\pi$.

полный четырехвершинник (complete quadrangle) — плоская конфигурация, состоящая из четырех точек (*вершин*) проективной плоскости, из которых никакие три не лежат на одной прямой, и шести прямых (*сторон*), определенных каждой парой точек (на рисунке слева).



полный четырехсторонник (complete quadrilateral) — плоская конфигурация, состоящая из четырех прямых (*сторон*) проективной плоскости, из которых никакие три не проходят через одну точку, и шести точек (*вершин*) их пересечения (на последнем рисунке справа).

половинного угла формулы (half-angle formulae) — **1.** формулы, позволяющие по значениям тригонометрических функций для данного угла найти значения тригонометрических функций для половины этого угла; напр.:

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}\,, \quad \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}\,;$$

2. используемые при решении треугольников формулы вида

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{r}{p-a}\,,$$

где $2p = a + b + c$ — периметр треугольника, α — угол, противолежащий стороне a, и r — радиус вписанной окружности; **3.** аналогичные формулы в сферической геометрии.

положительно определенная квадратичная форма (positive-definite quadratic form) — квадратичная форма, значение которой положительно всюду, кроме нулевой точки; $\rightsquigarrow$ Сильвестра критерий.

положительно полуопределенная квадратичная форма (positive semi-definite quadratic form) — квадратичная форма, значение которой всюду неотрицательно.

положительное число (positive number) — действительное число r, большее нуля; обозначается $r > 0$.

положительности область (domain of positivity) — область, в которой некоторая величина [значение функционала] является положительной.

положительный оператор (positive operator) — линейный оператор $A : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ в гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$, для которого при всех $\mathbf{x} \in \mathcal{H}$ имеет место неравенство

$$(A\mathbf{x}, \mathbf{x}) \geqslant 0\,.$$

положительный ряд (series with positive terms) — числовой ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k\,,$$

где $a_k > 0$ при всех k.

положительный угол (positive angle) — угол, образованный лучом, вращающимся против часовой стрелки.

полоса (strip) — часть плоскости между двумя параллельными прямыми этой плоскости.

полость (sheet) ⇝ гиперболоид, коническая поверхность.

полугруппа (или ассоциативная система; semi-group) — множество, в котором определена ассоциативная бинарная алгебраическая операция; ⇝ моногенная полугруппа, моноид, подполугруппа.

полугруппа с единицей ⇛ моноид.

полуинтервал (half-interval) — множество действительных чисел, состоящее из чисел x, удовлетворяющих неравенствам $a \leqslant x < b$ или неравенствам $a < x \leqslant b$, где a и b — фиксированные числа; обозначается $[a, b)$ или $(a, b]$, иногда соответственно $[a, b[$ или $]a, b]$; ⇝ бесконечный полуинтервал, интервал, отрезок.

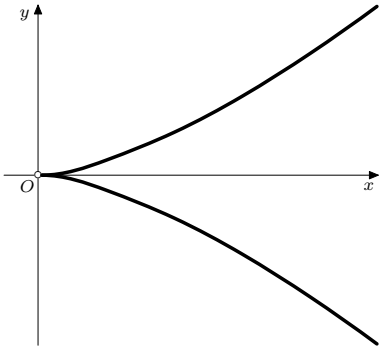
полукасательная (semi-tangent) — один из лучей, на которые точка касания разбивает (одностороннюю) касательную к кривой.

полукруг (half-disk) — часть круга, расположенная по одну сторону от диаметра [прямой, проходящей через центр круга]; ⇝ круговой сегмент.

полукубическая парабола (или Нейля парабола; semi-cubic parabola) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$y^2 = c\,x^3$$

(на рисунке $c > 0$).



полулогарифмическая бумага (semi-logarithmic paper) — бумага, разграфленная прямоугольной сеткой, прямые которой параллельны осям прямоугольной системы координат и проходят на одной оси через точки логарифмической шкалы, а на другой оси через точки линейной шкалы; ⇝ логарифмическая бумага.

полунепрерывная функция (semi-continuous function) — функция f действительного переменного, для которой в каждой точке a рассматриваемой области при любом $\varepsilon > 0$ найдется такая окрестность $\mathcal{U}(a)$ точки a, что при всех $x \in \mathcal{U}(a)$ удовлетворяется неравенство

$$f(x) - f(a) < \varepsilon$$

(*сверху полунепрерывная функция*) или неравенство

$$f(a) - f(x) < \varepsilon$$

(*снизу полунепрерывная функция*).

полунорма (semi-norm) — определенный на векторном пространстве неотрицательный функционал p, удовлетворяющий при любых $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ и скаляре λ условиям

$$p(\mathbf{x} + \mathbf{y}) \leqslant p(\mathbf{x}) + p(\mathbf{y})\,,$$

$$p(\lambda\mathbf{x}) = |\lambda| p(\mathbf{x})\,;$$

⇝ весовая функция, норма.

полуокружность (semi-circle) — часть окружности, расположенная по одну сторону от диаметра этой окружности.

полуопределенная квадратичная форма (или семидефинитная квадратичная форма; semi-definite quadratic form) — квадратичная форма, значение которой сохраняет знак; ⇝ отрицательно [положительно] полуопределенная квадратичная форма.

полуось (semi-axis) — **1.** половина большой [малой] оси эллипса; **2.** половина действительной [мнимой] оси гиперболы; ⇝ действительная [мнимая] полуось; **3.** ↠ гиперболоид, эллипсоид.

полуотрицательная форма (half-negative representation) — способ представления десятичного логарифма числа из интервала $(0,\,1)$ в виде суммы отрицательной целой части и положительной дробной части (*мантиссы*); напр.:

$$\log 0{,}3 \approx -0{,}5229 = -1 + 0{,}4771 = \overline{1}{,}4771\,.$$

полуплоскость (half-plane) — одна из двух частей плоскости, на которые эта плоскость разбивается своей фиксированной прямой (*границей* полуплоскости); множество таких точек плоскости, координаты которых удовлетворяют линейному неравенству

$$ax + by + c \leqslant 0$$

или

$$ax + by + c \geqslant 0\,.$$

полуправильный многогранник (или Архимеда тело; semi-regular polyhedron) — выпуклый многогранник, все грани которого являются правильными многоугольниками и все многогранные углы равны между собой; напр., правильная n-угольная призма, боковые грани которой — квадраты; ⇝ антипризма, правильный многогранник.

полуправильный многоугольник (semi-regular polygon) — многоугольник, все стороны которого конгруэнтны или все внутренние углы которого конгруэнтны; ⇝ правильный [равноугольный] многоугольник.

полупространство (half-space) — **1.** одна из двух частей пространства, на которые пространство разбивается фиксированной плоскостью (*границей* полупространства); множество таких точек пространства, координаты которых удовлетворяют линейному неравенству

$$ax + by + cz + d \leqslant 0$$

или

$$ax + by + cz + d \geqslant 0\,;$$

2. множество таких точек $\mathbf{x}$ векторного пространства, которые при фиксированном линейном функционале f и скаляре λ удовлетворяют неравенству

$$f(\mathbf{x}) \leqslant \lambda \quad \text{или} \quad f(\mathbf{x}) \geqslant \lambda\,.$$

полупрямая ⇛ луч.

полусфера (hemisphere) — часть сферы, расположенная по одну сторону от плоскости, проходящей через центр сферы.

полуторалинейная форма (sesquilinear form) — определенный на прямом квадрате комплексного векторного пространства функционал f, удовлетворяющий при всех $\mathbf{x}$, $\mathbf{x}'$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{y}'$ и скаляре λ условиям

$$f(\mathbf{x} + \mathbf{x}', \mathbf{y}) = f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + f(\mathbf{x}', \mathbf{y})\,,$$

$$f(\lambda\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \lambda f(\mathbf{x}, \mathbf{y})\,,$$

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y} + \mathbf{y}') = f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + f(\mathbf{x}, \mathbf{y}')\,,$$

$$f(\mathbf{x}, \lambda\mathbf{y}) = \overline{\lambda} f(\mathbf{x}, \mathbf{y})\,;$$

⇝ билинейная форма.

полуфакториал (или квазифакториал; semi-factorial) — произведение n первых положительных четных чисел

$$(2n)!! \stackrel{\text{def}}{=} 2 \cdot 4 \cdot \cdots 2n$$

или произведение n первых положительных нечетных чисел

$$(2n-1)!! \stackrel{\text{def}}{=} 1 \cdot 3 \cdot \cdots (2n-1)\,;$$

напр., $6!! = 48$, $7!! = 105$.

полушар (hemisphere) — часть шара, расположенная по одну сторону от плоскости, проходящей через центр шара; ⇝ шаровой сегмент.

полюс — **1.** (pole) ↠ биполярные [полярные] координаты; **2.** (pole) — точка, находящаяся в полярном соответствии с данным линеаром как полярой этой точки; **3.** (pole) — такая изолированная особая точка z_0 функции f комплексного

переменного, для которой найдется натуральное число $k > 0$ (*порядок* полюса), такое, что существует отличный от нуля предел

$$\lim_{z \to z_0} f(z)(z - z_0)^k;$$

4. (или начальная точка; origin) $\twoheadrightarrow$ радиус-вектор.

полюс инверсии (или центр инверсии; centre of the inversion) $\twoheadrightarrow$ инверсия.

полюс интерполяции (или узел поляции; interpolation node) $\twoheadrightarrow$ интерполирование.

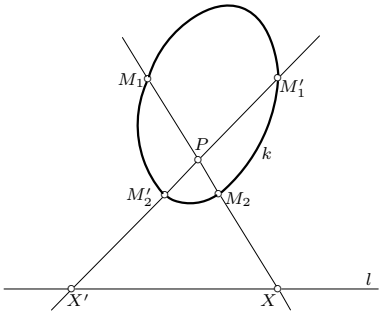
поля теория (field theory) — раздел математики, изучающий свойства полей, главным образом скалярных и векторных полей.

поляра (polar) — линеар, находящийся в полярном соответствии с данной точкой как полюсом этого линеара.

полярная ось (polar axis) $\twoheadrightarrow$ полярные координаты.

полярная форма комплексного числа $\Rightarrow$ тригонометрическая комплексного числа.

полярное соответствие (polar correspondence) — соответствие между точками и линеарами, определенное фиксированной квадрикой k: точке P соответствует линеар l, на котором находятся все такие точки X, что пара точек P, X вместе с парой точек M_1, M_2 пересечения прямой PX с квадрикой k образуют гармоническую четверку; $\rightsquigarrow$ полюс, поляра.



полярное уравнение (polar equation) — уравнение плоской кривой в полярных координатах:

$$\varrho = f(\varphi)\,.$$

полярное уравнение конического сечения (polar equation of conic section) — уравнение конического сечения в полярных координатах, если полюсом является фокус и полярной осью — фокальная ось; уравнение имеет вид

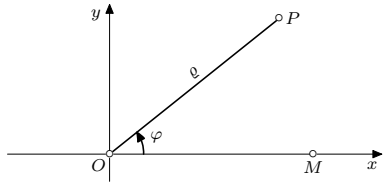
$$\varrho = \frac{p}{1 - e\cos\varphi}\,,$$

где p — фокальный параметр и e — эксцентриситет.

полярные координаты (polar coordinates) — координаты ϱ и φ точки P на плоскости, определяющие положение этой точки относительно фиксированной точки O (*полюса*) и исходящего из нее луча OM (*полярной оси*): первая координата ϱ (*полярный радиус*) равна расстоянию точки P от полюса O, вторая координата $\varphi \in [0,\, 2\pi)$ (*полярный угол*, или *амплитуда*, или *фаза*) является углом между полярной осью и лучом OP; связь между полярными координатами ϱ, φ и декартовыми прямоугольными координатами x, y точки P выражаются формулами

$$x = \varrho\cos\varphi\,, \quad y = \varrho\sin\varphi\,;$$

$\rightsquigarrow$ биполярные координаты.



полярные координаты в пространстве $\Rightarrow$ сферические координаты.

полярный радиус (polar radius) $\twoheadrightarrow$ полярные [сферические] координаты.

полярный угол (или амплитуда, или фаза; polar angle) $\twoheadrightarrow$ полярные координаты.

поместная система счисления $\Rrightarrow$ позиционная система счисления.

Понтрягина принцип максимума (Pontryagin maximum principle) — используемый при решении задач теории оптимального управления принцип, дающий необходимые условия.

Понтрягина теорема $\twoheadrightarrow$ Куратовского – Понтрягина теорема.

попарно непересекающиеся множества (pairwise disjoint sets) — множества, любые два из которых являются непересекающимися; $\rightsquigarrow$ дизъюнктное семейство множеств.

попарно несовместные события (pairwise independent events) — такие события, любые два из которых являются взаимно несовместными.

попарно простые числа [полиномы] (relatively primes in pairs) — такие числа [полиномы], любые два из которых являются взаимно простыми; $\rightsquigarrow$ китайская теорема об остатках.

порождающая грамматика (generative grammar) — описание языка в виде четверки

$$\left(\mathcal{T},\, \mathcal{N},\, S\,,\, \mathcal{P}\right),$$

где $\mathcal{T}$ и $\mathcal{N}$ — непересекающиеся алфавиты, $S \in \mathcal{N}$ — фиксированный *начальный символ* и $\mathcal{P}$ — конечное множество продукций алфавита $\mathcal{T} \cup \mathcal{N}$; элементы алфавитов $\mathcal{T}$ и $\mathcal{N}$ называются соответственно *терминальными* и *нетерминальными символами*; $\rightsquigarrow$ выводимое слово, деривация, контекстно-свободная грамматика.

порождающая функция (или генератриса) $\Rrightarrow$ производящая функция.

порождающее множество $\Rrightarrow$ система образующих.

порядка структура (ordered structure) $\twoheadrightarrow$ математики основные структуры.

порядковое число $\Rrightarrow$ ординальное число.

порядковый номер (*порядковый номер элемента*; ordinal number) — число элементов, предшествующих данному элементу в не более чем счетном вполне упорядоченном множестве; $\rightsquigarrow$ нумерация.

порядковый тип (order type) — класс изоморфных вполне упорядоченных множеств; $\rightsquigarrow$ ординальное число.

порядок (order) — **1.** (или упорядоченность) отношение порядка; **2.** $\twoheadrightarrow$ аксиомы порядка; **3.** $\twoheadrightarrow$ дифференциал [бесконечно малая, конечная разность, полный дифференциал, производная, частная производная] высшего порядка; **4.** $\twoheadrightarrow$ осевая [центральная] симметрия; **5.** $\twoheadrightarrow$ рекуррентная формула; **6.** $\twoheadrightarrow$ полюс; **7.** $\twoheadrightarrow$ абсолютный [смешанный, центральный] момент, момент; **8.** $\twoheadrightarrow$ дифференциальное уравнение; **9.** $\twoheadrightarrow$ касания порядок; **10.** $\twoheadrightarrow$ минор, определитель; **11.** $\twoheadrightarrow$ алгебраическая кривая [поверхность]; **12.** $\twoheadrightarrow$ Липшица условие; **13.** $\twoheadrightarrow$ арифметическая последовательность; **14.** $\twoheadrightarrow$ выборочная квантиль, квантиль.

порядок величины (order of values) — принадлежность скалярной величины некоторому фиксированному интервалу; напр., порядок 10^6 означает принадлежность интервалу $(5 \cdot 10^5, 5 \cdot 10^6)$.

порядок группы (order of the group) $\twoheadrightarrow$ конечная группа.

порядок кривой [поверхности] (order of an algebraic curve [surface]) — степень полинома F в уравнении алгебраической кривой [поверхности]

$$F(x,y) = 0 \quad \left[F(x,y,z) = 0\right].$$

порядок матрицы (или размер матрицы; dimensions of a matrix) — пара натуральных чисел в виде m — число строк и n — число столбцов матрицы; порядком квадратной $(n \times n)$-матрицы считается n.

последовательность (sequence) — **1.** счетное вполне упорядоченное множество; **2.** отображение множества натуральных [целых] чисел в некоторое множество; обозначается

$$a_0, a_1, \dots, a_k, \dots ,$$

$$\text{либо } (a_0, a_1, \dots, a_k, \dots) ,$$

$$\text{либо } \{a_k\} , \quad \text{либо } (a_k) ,$$

где a_k — *члены*, или *элементы* последовательности; $\rightsquigarrow$ арифметическая [асимптотическая, возвратная, гармоническая, геометрическая, двойная, кратная, минимальная, ограниченная, расходящаяся, стационарная, сходящаяся, фундаментальная, функциональная, числовая] последовательность, кортеж, направленность, нуль-последовательность, подпоследовательность, предел последовательности, прогрессия.

последовательность функций [чисел] $\Rrightarrow$ функциональная [числовая] последовательность.

последовательный анализ (sequential analysis) — методика математической статистики для принятия гипотезы или установления оценки, как только проведено достаточное число экспериментов.

последовательных приближений метод $\Rrightarrow$ итерационный метод.

постановка задачи [проблемы] (set-up of a problem) — точная математическая формулировка задачи [проблемы].

посторонний корень (extraneous root) — полученный в ходе решения уравнения результат, не удовлетворяющий исходному уравнению.

постоянная (или константа; constant) — величина, которая в рассматриваемом процессе [исследовании] сохраняет свое значение; обозначается *const*, или c, или C; $\rightsquigarrow$ произвольная постоянная.

постоянная функция (или константная функция; constant function) — функция, область значений которой состоит из одного числа; $\rightsquigarrow$ кусочно-постоянная функция, первичные функции.

построение $\twoheadrightarrow$ геометрические построения.

постулат $\Rrightarrow$ аксиома.

посылка (consequence) — **1.** $\twoheadrightarrow$ вывода правило; **2.** (или антецедент) $\twoheadrightarrow$ импликация.

потенциал $\twoheadrightarrow$ векторный [скалярный] потенциал.

потенциальная бесконечность (potential infinity) — такая абстракция бесконечности, при которой бесконечность представляется в виде соответствующего процесса или его результата; $\rightsquigarrow$ актуальная бесконечность.

потенцирование (exponentiating) — нахождение антилогарифма числа; $\rightsquigarrow$ логарифмирование.

поток (*поток векторного поля* $\mathbf{a}$ *через поверхность* $\mathcal{S}$; flux) — поверхностный интеграл первого рода

$$\int\limits_{\mathcal{S}}\int \mathbf{a}_n \, d\mathcal{S} ,$$

где $\mathbf{a}_n$ — проекция векторного поля $\mathbf{a}$ на нормаль поверхности $\mathcal{S}$.

потомок (successor) $\twoheadrightarrow$ Пеано аксиомы, следование.

почти всюду (almost everywhere) — во всем рассматриваемом пространстве [множестве], за исключением множества, мера которого равна нулю.

пояс (zone) $\twoheadrightarrow$ шаровой слой.

правая касательная (tangent on the right) $\twoheadrightarrow$ касательная.

правая окрестность (*правая* ε*-окрестность числа* a; right-hand neighbourhood) — смежный с данным действительным числом a интервал $(a, a+\varepsilon)$ или полуинтервал $[a, a+\varepsilon)$ при любом фиксированном $\varepsilon > 0$; $\rightsquigarrow$ левая окрестность.

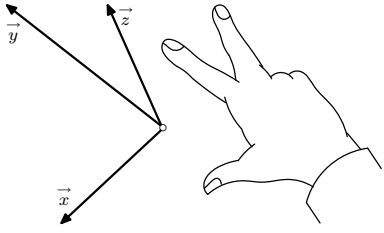
правая производная (*правая производная функции* f *в точке* a; right-hand derivative) — предел справа отношения

приращения функции f действительного переменного к приращению аргумента Δx при Δx, стремящемся к нулю справа, т. е.

$$f'(a+) = f'(a+0) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\Delta x \to 0+} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x};$$

напр., если $f(x) = |x|$, то $f'(0+) = 1$; $\rightsquigarrow$ левая производная, производная.

правая тройка векторов (right-handed trihedral) — тройка некомпланарных векторов $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, расположенных в пространстве так, как могут быть расположены соответственно большой $(\vec{x})$, указательный $(\vec{y})$ и средний $(\vec{z})$ пальцы правой руки; $\rightsquigarrow$ ориентация.



правая часть (right member) $\twoheadrightarrow$ неравенство, равенство.

правдоподобие (или функция правдоподобия; likelihood) — представление распределения выборки, функции плотности или ее натурального логарифма в виде функции от параметров распределения генеральной совокупности; $\rightsquigarrow$ максимального правдоподобия метод.

правило — **1.** $\Rightarrow$ продукция; **2.** $\twoheadrightarrow$ вывода [Декарта, Лопиталя, параллелепипеда, параллелограмма, произведения, Саррюса, суммы, треугольника, трех сигма, цепное] правило, Эйнштейна правило суммирования.

правильная дробь (proper fraction) — **1.** дробь a/b, в которой $|a| < |b|$; **2.** рациональная функция от одного переменного $y = p(x)/q(x)$, где степень полинома p меньше степени полинома q; $\rightsquigarrow$ неправильная [простейшая] дробь.

правильная пирамида (regular pyramid) — пирамида, основанием которой является правильный многоугольник, а ортогональная проекция вершины на плоскость основания совпадает с центром этого многоугольника; площадь S боковой поверхности правильной n-угольной пирамиды выражается в виде

$$S = \frac{na}{4}\sqrt{4b^2 - a^2},$$

где a — длина стороны основания и b — бокового ребра; $\rightsquigarrow$ апофема, диэдр.

правильная призма (regular prism) — прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник.

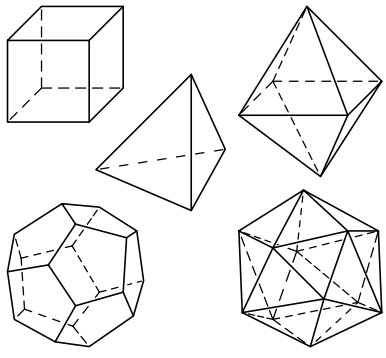
правильная усеченная пирамида (frustum of a regular pyramid) — усеченная пирамида, являющаяся частью правильной пирамиды (т. е. основания — правильные многоугольники, а боковые ребра конгруэнтны); площадь S боковой поверхности правильной n-угольной усеченной пирамиды выражается в виде

$$S = \frac{n(a_1 + a_2)}{4}\sqrt{4b^2 - (a_1 - a_2)^2},$$

где a_1 и a_2 — длины сторон оснований, а b — длина бокового ребра; $\rightsquigarrow$ апофема.

правильная часть ряда Лорана (regular part of the Laurent series) $\twoheadrightarrow$ Лорана ряд.

правильный многогранник (или Платона тело; regular polyhedron) — выпуклый многогранник, все грани которого — равные правильные многоугольники и все многогранные углы при вершинах которого конгруэнтны; правильным может быть только тетраэдр, гексаэдр, октаэдр,



додекаэдр или икосаэдр (на рисунке); $\rightsquigarrow$ изогон, изоэдр, полуправильный многогранник.

правильный многоугольник (regular polygon) — многоугольник, все стороны и все углы которого конгруэнтны; около правильного многоугольника можно описать и в правильный многоугольник можно вписать окружность, общий центр этих окружностей называется *центром* правильного многоугольника; площадь S правильного n-угольника выражается в виде

$$S = \frac{na^2}{4}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{n},$$

где a — сторона многоугольника; $\rightsquigarrow$ апофема, гексагон, гептагон, декагон, деление круга, додекагон, звездчатый многоугольник, квадрат, октагон, пентагон, полуправильный многоугольник.

правильный треугольник $\Rrightarrow$ равносторонний треугольник.

правый идеал (right ideal) $\twoheadrightarrow$ идеал.

правый нейтрализирующий элемент (или правый обратный элемент; right neutralizing element) — соответствующий данному элементу a относительно рассматриваемой бинарной операции $*$ элемент $a_{\text{п}}^{-1}$, удовлетворяющий условию

$$a * a_{\text{п}}^{-1} = e,$$

где e — нейтральный элемент относительно операции $*$; $\rightsquigarrow$ левый нейтрализирующий элемент.

правый предел $\Rrightarrow$ предел справа.

правый смежный класс (right coset) $\twoheadrightarrow$ смежный класс.

предел (limit) — значение, сколь угодно близкими к которому в т. н. *предельном процессе*, начиная с некоторого значения, станут все значения рассматриваемого переменного y; обозначается $\lim y$; $\rightsquigarrow$ бесконечный [верхний, двойной, двусторонний, нижний, односторонний, повторный, частичный] предел.

предел двойной последовательности $\Rrightarrow$ двойной предел.

предел интегрирования (limit of integration) $\twoheadrightarrow$ определенный интеграл.

предел последовательности (limit of a sequence) — элемент a, для любой окрестности $\mathcal{U}(a)$ которого можно в рассматриваемой последовательности $\{a_k\}$ указать такой номер n, начиная с которого все элементы последовательности содержатся в окрестности $\mathcal{U}(a)$: при каждом $k > n$ имеет место $a_k \in \mathcal{U}(a)$; обозначается

$$a_k \to a, \quad \text{или} \quad \lim_{k\to\infty} a_k = a;$$

$\rightsquigarrow$ верхний [двойной, нижний, частичный] предел, сходящаяся последовательность.

предел слева [справа] (или левый [правый] предел, *предел функции f в точке a слева* [*справа*]; limit on the left [right]) — такое действительное число b, для любой окрестности $\mathcal{U}(b)$ которого найдется левая [правая] окрестность $\mathcal{U}(a)$ заданной точки a, такая, что рассматриваемая функция f действительного переменного удовлетворяет при всех $x \in \mathcal{U}(a)$, таких, что $x \neq a$, условию $f(x) \in \mathcal{U}(b)$; обозначается

$$\lim_{x\to a-} f(x) = b, \quad \text{или} \quad \lim_{x\to a-0} f(x) = b$$

$$\Big[\lim_{x\to a+} f(x) = b, \quad \text{или} \quad \lim_{x\to a+0} f(x) = b\Big];$$

напр.: $\lim\limits_{x\to 0-}[x] = -1$, $\lim\limits_{x\to 0+}[x] = 0$.

предел суммирования (limit of summation) $\twoheadrightarrow$ знак суммы.

предел функции (или предельное значение функции, *предел функции f в точке a*; limit of a function) — соответствующая данной функции f и фиксированной точке a величина b, для любой окрестности $\mathcal{U}(b)$ которой можно указать окрестность $\mathcal{U}(a)$ точки a, такую, что при всех $x \in \mathcal{U}(a)$, таких, что $x \neq a$, имеет место $f(x) \in \mathcal{U}(b)$; обозначается

$$\lim_{x\to a} f(x) = b;$$

$\rightsquigarrow$ бесконечно большая [малая] функция, верхний [двойной, двусторонний, нижний, повторный, частичный] предел, непрерывности точка.

пределов основные свойства (fundamental properties of limits) — теоремы, связывающие предельный процесс с алгебраическими операциями или с отношением порядка; напр., если существуют $\lim x$ и $\lim y$, то существует также

$$\lim(x+y) = \lim x + \lim y\,.$$

пределов теория (theory of limits) — раздел математического анализа, изучающий вопросы существования пределов и их поведение относительно операций и отношений.

предельная линия [поверхность] $\Rightarrow$ орицикл [орисфера].

предельная погрешность $\Rightarrow$ точность.

предельная теорема (limit theorem) — теорема, описывающая асимптотическое поведение последовательности случайных величин [векторов]; $\rightsquigarrow$ больших чисел закон, Муавра – Лапласа теорема.

предельная точка — **1.** $\Rightarrow$ накопления точка; **2.** $\Rightarrow$ частичный предел; **3.** (*предельная точка направленности*; limit point) — точка x, для каждой окрестности $\mathcal{U}(x)$ которой в данной направленности $\{x_\alpha : \alpha \in \mathcal{A}\}$ найдется $\beta \in \mathcal{A}$, такое, что $x_\alpha \in \mathcal{U}(x)$ при всех $\alpha \in \mathcal{A}$, для которых $\beta \leqslant \alpha$.

предельная функция (limit function) — предел функциональной последовательности.

предельное значение функции $\Rightarrow$ предел функции.

предельный процесс (limit process) $\twoheadrightarrow$ предел.

предикат (predicate) — оператор из некоторого множества (*предметной области*) или его прямой степени в множество истинностных значений; если областью определения предиката является n-я прямая степень предметной области, то такой предикат называется *n-местным*; $\rightsquigarrow$ двуместный [одноместный] предикат, истинности область, квантор.

предикатов исчисление (predicate calculus) — раздел математической логики, в котором, кроме понятий исчисления высказываний, используются еще понятия предиката, предметного переменного и квантора.

предложение $\Rightarrow$ замкнутая формула.

предметная область (domain of objects) $\twoheadrightarrow$ предикат.

предметное переменное (или индивидное переменное; object variable) — переменное, область изменения которого является предметной областью.

предок (predecessor) $\twoheadrightarrow$ следование.

предпорядок (или квазипорядок, или квазиупорядоченность; preorder) — бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности и транзитивности; $\rightsquigarrow$ отношение порядка.

представитель (representative) — один фиксированный элемент множества, который в ходе исследования представляет это множество; $\rightsquigarrow$ выбора аксиома, трансверсаль.

представление группы (или гомоморфизм группы; representation of a group) — такой оператор P из группы $\mathcal{G}$ (со знаком операции $*$) в группу $\mathcal{H}$ (со знаком операции $\circ$), который при всех $x, y \in \mathcal{G}$ удовлетворяет условию

$$P(x * y) = P(x) \circ P(y)\,;$$

$\rightsquigarrow$ единичное представление, линейное представление группы, ядро представления.

предшествование (precedence) $\twoheadrightarrow$ следование.

прекращения точка (termination point) — особая точка плоской кривой, в которой кривая обрывается; напр., точка $x = 0$ для графика функции $y = \sqrt{x}$.

преобразование (transformation) — **1.** представление выражения [формулы] в эквивалентной, но отличной по внешнему виду форме; ⇝ элементарные операции над матрицами; **2.** (или трансформация, *преобразование множества*) — биекция множества на это же множество; ⇝ антилинейное [аффинное, дробно-линейное, Жуковского, круговое, линейное, обратное, ортогональное, подобия, симметрии, тождественное, топологическое, унимодулярное, унитарное, центро-аффинное, эквиаффинное, эргодическое] преобразование, гомотетия, изометрия, инвариант, коллинеация, неподвижная точка, подстановка; **3.** отображение множества на свое подмножество; **4.** ↠ базиса [Гильберта, интегральное, Лапласа, Фурье] преобразование.

преобразование координат (coordinate transformation) — переход от одной системы координат к другой; напр., формулы преобразования координат при переходе от одной декартовой прямоугольной системы координат (x, y) на плоскости к другой декартовой прямоугольной системе координат (x', y') имеют вид

$$x' = (x-a)\cos\alpha + (y-b)\sin\alpha\,,$$
$$y' = -(x-a)\sin\alpha + (y-b)\cos\alpha\,,$$

где a и b — исходные координаты нового начала координат, а α — угол между осями абсцисс старой и новой систем координат; ⇝ поворот осей.

преобразований группа (group of transformations) — группа, элементами которой являются преобразования некоторого фиксированного множества, а групповой операцией — композиция преобразований; ⇝ движений [изотропии, модулярная, симметрии, симметрическая] группа, эрлангенская программа.

приближение (approximation) ↠ аппроксимация.

приближение к бесконечности ⇛ бесконечный предел.

приближение функций (или аппроксимация функций; approximation of functions) — раздел математики, изучающий методы для нахождения приближений к данной функции, обычно в виде сплайнов или линейных комбинаций от функций фиксированного типа, напр., степенных, тригонометрических, показательных или рациональных функций; ⇝ Вейерштрасса [Монтеля] теорема, координатные функции, линейное [наилучшее, равномерное] приближение.

приближения теория (approximation theory) — раздел математического анализа, изучающий методы приближения одних математических объектов другими и методы вычисления оценок для возникающих при этом погрешностей.

приближенная формула (approximate formula) — формула, содержащая знак $\approx$ приближенного равенства; напр., квадратурная формула.

приближенное значение (approximate value) — рациональное число r, являющееся приближением действительного числа a с заданной точностью $|a-r| < 10^{-n}$; если $a - r > 0$, то r является приближенным значением с *недостатком*, в случае же $a - r < 0$ — с *избытком*; ⇝ верная цифра, десятичное приближение.

приближенное равенство (approximate equality) ↠ аппроксимация.

приближенное решение (approximate solution) ↠ приближенный метод.

приближенный метод (approximate method) — метод для *приближенного решения* задачи, т.е для нахождения некоторого приближения к искомому решению задачи (т. н. *приближенного решения*); ⇝ итерационный метод, невязка, точность.

прибытия множество (target set) ↠ соответствие.

приведение к общему знаменателю (change to a common denominator) — умножение числителей и знаменателей

рассматриваемых дробей на подходящие дополнительные множители, для того чтобы получаемые дроби имели одинаковые знаменатели.

приведение к противоречию $\Rrightarrow$ доказательство от противного.

приведение подобных членов (reduction of similar terms) — преобразование многочлена в эквивалентную форму путем сложения коэффициентов подобных членов.

приведения формулы (reduction formulae) — формулы, по которым вычисление значений тригонометрических функций любого угла может быть сведено к вычислению значений тригонометрических функций острого угла; напр.:

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha\,,$$
$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha\,.$$

приведенная игра (reduced game) — игра нескольких лиц с нулевой суммой, характеристическая функция которой принимает на всех коалициях, состоящих из одного игрока, значение -1 (т. н. *существенная игра*) или значение 0 (*несущественная игра*).

приведенное квадратное уравнение (reduced quadratic equation) — квадратное уравнение с одним неизвестным в виде

$$x^2 + px + q = 0\,;$$

корни этого уравнения выражаются формулой

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\,.$$

приведенное уравнение (reduced equation) — алгебраическое уравнение с одним неизвестным, в котором коэффициент старшего члена равен единице.

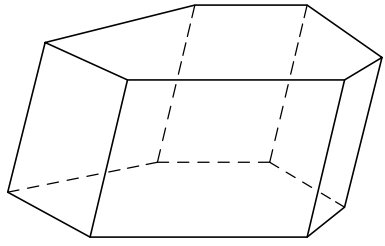
приведенный полином (или унитарный полином) $\Rrightarrow$ нормированный полином.

приводимый полином (reducible polynomial) — полином, представимый в виде произведения полиномов, отличных от постоянной.

призма (prism) — многогранник, две грани (*основания*) которого — конгруэнтные многоугольники с параллельными соответствующими стронами, а остальные грани (*боковые грани*) — параллелограммы; объем V призмы выражается в виде

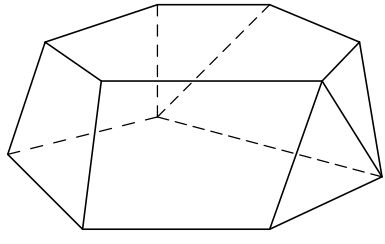
$$V = h\,S\,,$$

где S — площадь основания, а h — высота призмы (т. е. расстояние между плоскостями оснований); $\rightsquigarrow$ антипризма, наклонная [правильная, прямая] призма, параллелепипед.



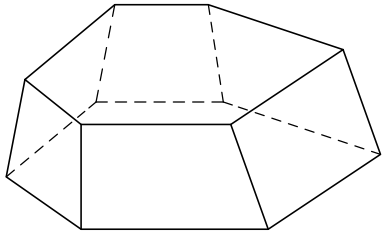
призматическая поверхность (prismatic surface) — цилиндрическая поверхность, направляющая которой — многоугольник.

призматоид (prismatoid) — многогранник, все вершины которого расположены на двух параллельных плоскостях; грани, расположенные на этих плоскостях, называются *основаниями*; объем призматоида вычисляется по формуле Симпсона.



призмоид (prismoid) — призматоид, основания которого — одноименные многоугольники, а остальные грани (*боковые*

грани) — трапеции; ⇝ усеченная пирамида.



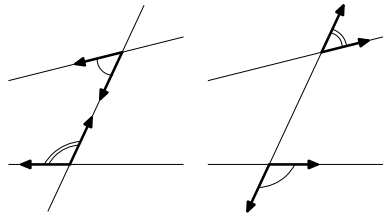
признак — 1. (criterion) — показатель, характеризующий некоторое свойство объекта совокупности, рассматриваемый как случайная величина; ⇝ номинальный признак, факторы; **2.** ↠ делимости [параллельности, перпендикулярности, подобия, сходимости] признак.

прикладная математика (applied mathematics) — раздел математики, изучающий методы создания и исследования математических моделей, необходимых в других областях науки или же непосредственно на практике; ⇝ чистая математика.

прикосновения точка (adherent point) — точка топологического пространства, в любой окрестности которой содержится хотя бы одна точка данного множества; ⇝ замыкание, конденсации [накопления] точка.

прилежащая сторона (adjacent side) — сторона многоугольника, лежащая на стороне рассматриваемого угла; также длина этой стороны; ⇝ противолежащая сторона.

прилежащие углы (или односторонние углы; adjoining angles) — два угла из образованных при пересечении двух прямых третьей, такие, что их стороны на секущей имеют разные направления, а другие стороны расположены в одной полуплоскости, определенной секущей; если стороны углов на секущей не имеют общего отрезка, то говорят о *внешних прилежащих углах* (на рисунке справа), при наличии же общего отрезка — о *внутренних прилежащих углах* (на рисунке слева); ⇝ соответственные [накрест лежащие] углы.



прилежащий угол (adjacent angle) — угол, на стороне которого лежит рассматриваемый отрезок [сторона многоугольника]; ⇝ противолежащий угол.

приложения точка (point of application) ↠ связанный вектор.

примитивная рекурсия (primitive recursion) — способ определения функции f от $(n+1)$ натуральных переменных при помощи данных функций g (от n переменных) и h (от $(n+2)$ переменных) в виде

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n, 0) \stackrel{\text{def}}{=} g(x_1, x_2, \dots, x_n)\,,$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n, y+1) \stackrel{\text{def}}{=} h\big(x_1, x_2, \dots \\ \dots, x_n, y, f(x_1, x_2, \dots, x_n, y)\big)\,.$$

примитивная функция (или первообразная функция) ⇛ первообразная.

примитивно-рекурсивная функция (primitive recursive function) — функция, определенная на некотором множестве натуральных чисел, которая или является первичной функцией, или может быть получена из них в результате конечной совокупности операций подстановки и/или примитивной рекурсии; ⇝ обще-рекурсивная [частично-рекурсивная] функция.

примитивный корень из единицы ⇛ первообразный корень.

примитивный период (или основной период; primitive period) ↠ двоякопериодическая [однопериодическая] функция.

примитивный полином (primitive polynomial) — полином от одного переменного, коэффициенты которого — взаимно простые целые числа; напр.:

$$x^3 + 3x^2 + 4x - 5\,.$$

примитивный треугольник (primitive triangle) — треугольник, длины сторон которого выражаются попарно простыми натуральными числами; напр., прямоугольный треугольник со сторонами 7, 24 и 25.

принадлежности функционал (membership functional) $\twoheadrightarrow$ размытое множество.

принадлежность — **1.** (или вхождение; membership) — свойство объекта x быть одним из элементов рассматриваемого множества $\mathcal{M}$; обозначается

$$x \in \mathcal{M}$$

(читается: x принадлежит множеству $\mathcal{M}$, или x входит в множество $\mathcal{M}$); отсутствие этого свойства обозначается

$$x \notin \mathcal{M} \quad \text{или} \quad x \overline{\in} \mathcal{M}\,;$$

$\rightsquigarrow$ инцидентность, содержание; **2.** (или включение; inclusion) — свойство множества $\mathcal{N}$ быть одним из подмножеств рассматриваемого множества $\mathcal{M}$; обозначается

$$\mathcal{N} \subset \mathcal{M} \quad \text{или} \quad \mathcal{N} \subseteq \mathcal{M}\,.$$

принцип (principle) — общепризнанная или предполагаемая в данной области закономерность; $\rightsquigarrow$ двойственности [Дирихле, максимума модуля, оптимальности] принцип, Понтрягина принцип максимума.

принцип математической индукции (или индукции аксиома; principle of mathematical induction) $\twoheadrightarrow$ математическая индукция, Пеано аксиомы.

приращение (increment) — разность между двумя рассматриваемыми значениями переменного y; обозначается Δy, так что

$$\Delta y \stackrel{\text{def}}{=} y_1 - y_2\,;$$

приращение функции $y = f(x)$ от одного переменного, соответствующее приращению аргумента Δx, выражается в виде

$$\Delta y \stackrel{\text{def}}{=} f(x + \Delta x) - f(x)\,;$$

$\rightsquigarrow$ конечная разность, конечных приращений формула, Липшица условие, полное [частное] приращение.

присоединенная матрица (или взаимная матрица; adjoint matrix) — составленная по данной квадратной матрице $A = (a_{ij})$ квадратная матрица

$$\operatorname{adj} A = A' \stackrel{\text{def}}{=} \big(A_{ij}\big)^T,$$

где A_{ij} — алгебраическое дополнение элемента a_{ij}, а символ T обозначает транспонирование; $\rightsquigarrow$ обратная матрица.

проблема (problem) — задача, имеющая в рассматриваемой области принципиальное значение.

проверка с помощью девятки (casting out nines) — прием проверки правильности вычислений, проводимых над целыми числами, при котором все числа заменяются остатками от деления их на девять.

проверки гипотез теория (hypothesis testing) — раздел математической статистики, изучающий методы проверки гипотез о распределениях случайных величин, опирающиеся на соответствующие выборки; $\rightsquigarrow$ вывод, пустых ящиков критерий.

прогноз (prognosis) — оценка значения одной случайной величины в виде функции от значений других случайных величин.

программирование $\twoheadrightarrow$ выпуклое [динамическое, дискретное, квадратичное, линейное, математическое, нелинейное] программирование.

прогрессия (progression) — последовательность, каждый последующий элемент которой получается из предыдущего по некоторому фиксированному правилу: числовая последовательность $\{a_k\}$

является прогрессией, если найдется функция f, такая, что при каждом k

$$a_{k+1} = f(a_k)\,;$$

также кортеж первых n членов такой последовательности; $\rightsquigarrow$ арифметическая прогрессия, гармоническая [геометрическая] последовательность.

продолжение — **1.** (*продолжение отрезка*; prolongation) — прямая, на которой расположен рассматриваемый отрезок; **2.** (extension) — доопределение данного оператора $P_0 : \mathcal{X}_0 \to \mathcal{Y}_0$ до оператора $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$, где $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ и при каждом $x \in \mathcal{X}_0$ выполняется равенство

$$P_0(x) = P(x)\,;$$

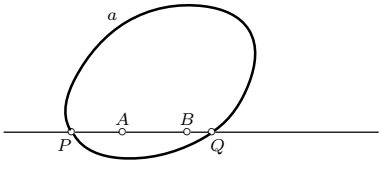
$\rightsquigarrow$ аналитическое продолжение, сужение, Хана – Банаха теорема.

продукция (или правило; production) — конструкция вида $\alpha \to \beta$, образованная из слов $\alpha, \beta \in \mathcal{A}^*$ фиксированного алфавита $\mathcal{A}$ (предполагается, что $\to \notin \mathcal{A}$), при помощи которой в порождающей грамматике задается допустимое преобразование слов: из слова $\gamma\alpha\delta$ (т. е. из конкатенации слов γ, α, δ) *непосредственно выводимо слово* $\gamma\,\beta\,\delta$, если в рассматриваемой грамматике имеется продукция $\alpha \to \beta$.

проективная геометрия (projective geometry) — раздел геометрии, изучающий такие свойства фигур, которые инвариантны относительно коллинеаций.

проективная метрика (projective metric) — определение расстояния $d(A, B)$ между произвольными двумя точками A и B проективной [-ого] плоскости [пространства] по данному абсолюту a при помощи логарифма двойного отношения в виде

$$d(A, B) \stackrel{\text{def}}{=} k \ln(AB, PQ)\,,$$



где P и Q — точки пересечения прямой AB с абсолютом, а k — постоянная; $\rightsquigarrow$ Бельтрами – Клейна интерпретация.

проективная плоскость (projective plane) — плоскость, дополненная всеми бесконечно удаленными точками и бесконечно удаленной прямой, которые не отличаются от обычных точек и прямых.

проективная прямая (projective straight line) — прямая, дополненная одной бесконечно удаленной точкой, которая не отличается от обычных точек.

проективное преобразование $\Rrightarrow$ коллинеация.

проективное пространство (projective space) — пространство, дополненное всеми бесконечно удаленными точками, прямыми и бесконечно удаленной плоскостью, которые не отличаются от обычных точек, прямых и плоскостей; факторпространство векторного пространства (без нулевого вектора) по следующему отношению эквивалентности: $\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$ означает существование скаляра λ, такого, что $\mathbf{x} = \lambda\mathbf{y}$; $\rightsquigarrow$ Клейна пространство.

проективные координаты (projective coordinates) — комплект чисел, однозначно определяющий положение точки в пространстве [проективном пространстве], обладающий свойством однородности и связанный с однородными координатами точки регулярным линейным преобразованием.

проектирование (projection) — **1.** построение проекции; **2.** применение проекционного оператора.

проектирующий луч (projector) $\twoheadrightarrow$ проекция.

проектор $\Rrightarrow$ проекционный оператор.

проекционный метод (projection method) — обобщение метода Галёркина, при котором решение ищется в заданном подпространстве, а уравнение проектируется в некоторое другое подпространство.

проекционный оператор (или проектор; projector) — определенный на векторном пространстве $\mathcal{V}$ линейный оператор $P : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$, удовлетворяющий условию

$$P^2 = P\,,$$

т. е. $P(P\mathbf{x}) = P\mathbf{x}$ при любом $\mathbf{x} \in \mathcal{V}$; $\rightsquigarrow$ ортогональный проектор.

проекция (projection) — **1.** множество точек пересечения прямых (*проектирующих лучей*), проходящих через все точки рассматриваемой фигуры, с фиксированной плоскостью (*плоскостью проекции*, или *экраном*); если проектирующие лучи исходят из одной фиксированной точки (*центра проектирования*), то проекция называется *центральной*, или *перспективной*, если эти лучи параллельны, то проекция называется *параллельной* (если лучи вдобавок перпендикулярны плоскости проекции, то *ортогональной*, или *прямоугольной проекцией*, иначе *наклонной проекцией*); $\rightsquigarrow$ аксонометрия, перспективное отображение, стереографическая проекция; **2.** (*проекция вектора на прямую*) — произведение длины вектора на косинус угла между этим вектором и данной прямой, имеющей фиксированное направление; **3.** длина проекции отрезка; напр., проекция катета на гипотенузу.

произведение (product) — **1.** $\twoheadrightarrow$ бесконечное [векторное, прямое, псевдоскалярное, скалярное, смешанное, топологическое, частичное] произведение, знак произведения, тензорное произведение функционалов; **2.** $\twoheadrightarrow$ композиция отношений [отображений, преобразований], свертка рядов, умножение, умножение матриц.

произведение множеств — **1.** (или общая часть) $\Rrightarrow$ пересечение; **2.** (product of sets) — определенное двумя подмножествами $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$ мультипликативной полугруппы $\mathcal{G}$ множество

$$\mathcal{M}\mathcal{N} \stackrel{\text{def}}{=} \{\, xy : x \in \mathcal{M} \;\text{ и }\; y \in \mathcal{N} \,\}\,;$$

в частном случае произведение элемента $a \in \mathcal{G}$ на подмножество $\mathcal{M} \subset \mathcal{G}$:

$$a\mathcal{M} \stackrel{\text{def}}{=} \{\, ax : x \in \mathcal{M} \,\}\,,$$

$$\mathcal{M}a \stackrel{\text{def}}{=} \{\, xa : x \in \mathcal{M} \,\}\,.$$

произведение отношений $\Rrightarrow$ композиция отношений.

произведение путей (product of paths) — определенный путями f и g, удовлетворяющим условию $f(1) = g(0)$, путь

$$(f \cdot g)(t) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} f(2t), & \text{если } t \in \left[0,\, \dfrac{1}{2}\right], \\[2ex] g(2t-1), & \text{если } t \in \left[\dfrac{1}{2},\, 1\right]. \end{cases}$$

произведение событий (intersection of events) — событие, происходящее тогда и только тогда, когда происходят все данные события; пересечение событий, как подмножеств пространства элементарных событий.

произведения правило (multiplication principle) — один из основных постулатов комбинаторики: если объект A может быть выбран m способами и после каждого из таких выборов объект B может быть выбран n способами, то выбор как A, так и B (в этом порядке) может быть осуществлен mn способами; $\rightsquigarrow$ суммы правило.

производная — **1.** (*производная функции f в точке x*; derivative) — предел отношения приращения функции $y = f(x)$ от одного переменного к приращению Δx этого переменного при Δx, стремящемся к нулю:

$$f'(x) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}\,;$$

используются также обозначения

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{d\,f(x)}{dx} = \frac{d}{dx} f(x)\,;$$

в таблице указаны производные некоторых основных элементарных функций:

Функция	Производная
$const$	0
x^n	$n\,x^{n-1}$
a^x	$a^x\,\ln a$
$\log_a x$	$\dfrac{1}{x\ln a}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\dfrac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arctg} x$	$\dfrac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$
$\operatorname{ch} x$	$\operatorname{sh} x$
$\operatorname{th} x$	$\dfrac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$

;

$\rightsquigarrow$ дифференцирования оператор, левая [логарифмическая, обобщенная, полная, правая] производная; **2.** $\twoheadrightarrow$ Гато [Фреше] производная; **3.** $\twoheadrightarrow$ смешанная [частная] производная.

производная в направлении $\Rrightarrow$ производная по направлению.

производная второго порядка $\Rrightarrow$ вторая производная.

производная высшего порядка (derivative of order n) — результат повторного применения операции нахождения производной функции от одного переменного, или оператора дифференцирования: *производной порядка* n функции $y=f(x)$ называется производная от производной порядка $(n-1)$, т. е.

$$f^{(n)}(x)=y^{(n)}=\frac{d^n y}{dx^n}=\frac{d^n f(x)}{dx^n}\stackrel{\text{def}}{=}\left(f^{(n-1)}(x)\right)',$$

где $n\geqslant 2$ и $f^{(1)}(x)\stackrel{\text{def}}{=}f'(x)$ является первой производной; при необходимости используется также обозначение $f^{(0)}(x)$ в значении $f(x)$; $\rightsquigarrow$ вторая производная, Лейбница формула.

производная первого порядка $\Rrightarrow$ первая производная.

производная по направлению (или производная в направлении; directional derivative) — величина

$$\frac{df}{ds}\stackrel{\text{def}}{=}\frac{\partial f}{\partial x}\cos\alpha+\frac{\partial f}{\partial y}\cos\beta+\frac{\partial f}{\partial z}\cos\gamma\,,$$

характеризующая изменение функции f от трех [двух] переменных в данном направлении s, где α, β, γ — направляющие углы направления s в данной точке; $\rightsquigarrow$ касательный вектор, нормальная производная.

производная пропорция (derived proportion) — следствие данной пропорции

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

в виде

$$\frac{ma+nb}{pa+qb}=\frac{mc+nd}{pc+qd}\,,$$

где m, n, p, q — произвольные числа, такие, что p и q не равны нулю одновременно; напр., при $m=n=p=1$, $q=-1$ получается производная пропорция

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}\,.$$

производное множество (cluster set) — множество всех точек накопления данного множества $\mathcal{M}$; обозначается $\mathcal{M}'$; $\rightsquigarrow$ совершенное множество.

производное понятие (derived concept) — используемое в дедуктивной теории понятие, которое определяется при помощи основных и ранее определенных понятий.

производящая функция (или генератриса, или порождающая функция, *производящая функция последовательности* $\{a_k\}$ *на базисе* $\{g_k\}$; generating

function) — функция f, при разложении которой в ряд по функциям фиксированного *базиса* $\{g_k\}$ образуется данная последовательность коэффициентов $\{a_k\}$, т. е.

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k g_k(x)\,;$$

обычно фиксируется базис $g_k(x) \equiv x^k$ (*полиномиальная производящая функция*) или $g_k(x) \equiv x^k/k!$ (*экспоненциальная производящая функция*).

произвольная постоянная (arbitrary constant) — такой символ в выражении, в качестве значения которого можно зафиксировать любое число из заданного множества, не меняя этим содержательного смысла выражения; $\rightsquigarrow$ неопределенный интеграл.

произвольных постоянных вариации метод (или Лагранжа метод; Lagrange method) — метод для нахождения частного решения дифференциального уравнения.

промежуток $\Rightarrow$ интервал.

промежуточный интеграл (intermediate integral) — обыкновенное дифференциальное уравнение порядка $(n-k)$

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n-k)}, c_1, c_2, \dots, c_k) = 0\,,$$

каждое решение которого при любых значениях постоянных $c_1, c_2, \dots, c_k$ является решением данного дифференциального уравнения порядка n

$$f(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0\,;$$

$\rightsquigarrow$ первый интеграл.

промилле (per mille) — тысячная доля данного числа; обозначается символом ‰; $\rightsquigarrow$ процент.

прообраз (inverse image) — **1.** (*прообраз элемента* y) — любой элемент $x \in \mathcal{X}$, которому при фиксированном отображении $\mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ соответствует рассматриваемый элемент $y \in \mathcal{Y}$; **2.** (*прообраз множества* $\mathcal{M}$) — максимальное множество, образом которого при фиксированном отображении $\mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ является рассматриваемое множество $\mathcal{M} \subset \mathcal{Y}$; если $\mathcal{M}$ — одноэлементное множество, то его прообраз называется *полным прообразом* этого элемента.

пропозициональное исчисление $\Rightarrow$ высказываний исчисление.

пропозициональное переменное (или высказывательное переменное; propositional variable) — переменное, возможные значения которого интерпретируются как высказывания или истинностные значения.

пропорциональная зависимость (или прямо пропорциональная зависимость; proportionality) — такая зависимость между двумя скалярными величинами [переменными], при которой их отношение остается постоянным (эта постоянная называется *коэффициентом пропорциональности*); $\rightsquigarrow$ обратно пропорциональная зависимость.

пропорциональное деление (division in a ratio) — деление числа [отрезка] на части, пропорциональные данным числам [отрезкам]; напр., отрезок P_1P_2 между точками $P_1 = (x_1, y_1)$ и $P_2 = (x_2, y_2)$ на плоскости делится точкой $P = (x, y)$ пропорционально числам m и n, если

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} \quad \text{и} \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\,.$$

пропорциональность (proportionality) — свойство величин быть в пропорциональной зависимости.

пропорциональные отрезки (proportional segments) — отрезки, длины которых пропорциональны: отрезки с длинами a и c пропорциональны отрезкам с длинами b и d, если

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\,.$$

пропорция (proportion) — равенство двух отношений

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \text{или} \quad a : b = c : d\,,$$

где a и d называются *крайними*, b и c — *средними членами пропорции*; $\rightsquigarrow$ арифметическая [гармоническая, непрерывная, производная] пропорция.

простая группа (simple group) — группа, не имеющая других истинных нормальных делителей, кроме единичной группы.

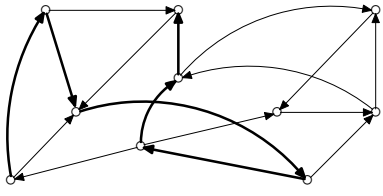
простая дробь (или обыкновенная дробь) $\Rrightarrow$ дробь.

простая замкнутая кривая (или Жордана кривая, или контур; Jordan curve) — образ окружности при гомеоморфизме пространства; $\rightsquigarrow$ Жордана теорема, узел.

простая ломаная линия (simple broken line) — плоская ломаная линия, не являющаяся самопересекающейся (т. е. несмежные стороны которой не имеют общих точек).

простая функция (simple function) — **1.** функция, имеющая лишь конечное множество значений, причем каждое из них она принимает на измеримом множестве; **2.** название функции в том случае, когда одновременно имеют дело со сложными функциями.

простая цепь — цепь, не содержащая цикла (т. е. все ее вершины различны).



простейшая дробь (или элементарная дробь; partial fraction) — правильная дробь

$$\frac{p(x)}{q(x)},$$

в которой q является натуральной степенью некоторого неприводимого полинома; так как в поле действительных чисел любой полином от одного переменного степени выше второй является приводимым, то имеется лишь четыре основных вида простейших дробей:

$$\frac{A}{x-a}, \quad \frac{A}{(x-a)^k}, \quad \frac{Ax+B}{x^2+bx+c}$$

и

$$\frac{Ax+B}{(x^2+bx+c)^k},$$

где $b^2-4c<0$, а $k>1$ — натуральное число; $\rightsquigarrow$ разложение на простейшие дроби.

простое арифметическое [гармоническое] среднее $\Rrightarrow$ арифметическое [гармоническое] среднее.

простое кольцо (simple ring) — кольцо, не имеющее других двусторонних идеалов, кроме единичного идеала и нуль-идеала.

простое отношение (affine ratio) — действительное число $\lambda=(ABC)$, характеризующее расположение точек A, B и C на прямой; определяется из соотношения

$$\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{CB};$$

$\rightsquigarrow$ двойное отношение, Менелая [Чевы] теорема.

простое событие (simple event) — событие, содержащее только одно элементарное событие; $\rightsquigarrow$ сложное событие.

простое число (prime) — натуральное число, большее единицы, единственными делителями которого являются только оно само и единица; натуральное число, имеющее ровно два делителя; список простых чисел до ста приведен в таблице:

2	13	31	53	73
3	17	37	59	79
5	19	41	61	83
7	23	43	67	89
11	29	47	71	97

;

число простых чисел, не превышающих n, обозначается через $\pi(n)$; напр., $\pi(100)=25$; $\rightsquigarrow$ Бертрана [Вильсона,

Дирихле, Евклида] теорема, близнецы, взаимно [попарно] простые числа, составное [гауссово простое] число, Эратосфена решето.

простой итерационный метод (simple iteration method) — метод приближенного решения уравнения

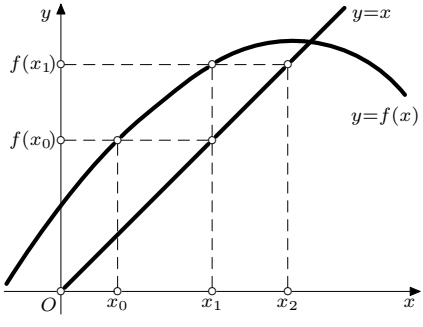
$$f(x) = x\,,$$

в котором последовательность приближений строится по формуле

$$x_{k+1} = f(x_k)\,,$$

исходя из начального приближения x_0; если $|f'(x)| < 1$, то метод сходится к точному решению x^*, т. е.

$$\lim_{k\to\infty} x_k = x^*.$$



простой корень (*простой корень полинома*; simple root) — корень полинома, не являющийся кратным корнем.

простой многоугольник (simple polygon) — название многоугольника в том случае, когда одновременно имеют дело с самопересекающимися многоугольниками.

простой множитель (prime factor) — делитель целого числа, являющийся простым числом; ⇝ разложение на простые множители.

простой цикл (simple cycle) — замкнутый маршрут, в котором все вершины различны, кроме первой и последней; ⇝ контур.

простопериодическая функция ⇛ однопериодическая функция.

пространственная кривая (spatial curve) — кривая, не расположенная полностью в одной плоскости; ⇝ Вивиани [плоская] кривая, винтовая линия, локсодрома, спираль.

пространство (space) — **1.** в первоначальном значении — трехмерное евклидово пространство $\mathbb{R}^3$; ⇝ полупространство; **2.** (или обобщенное пространство) — множество, между элементами которого определены некоторые соотношения, аналогичные обычным пространственным соотношениям; ⇝ аффинное [банахово, векторное, вероятностное, гильбертово, двумерное, дискретное, евклидово, интегрируемых [непрерывных, обобщенных, ограниченных] функций, касательное, квазикомпактное, квазинормированное, Клейна, компактное, Лобачевского, локально выпуклое, метризуемое, метрическое, Минковского, Монтеля, неевклидово, нормированное, одномерное, однородное, полное, проективное, псевдоевклидово, рефлексивное, риманово, Рисса, самосопряженное, сепарабельное, сопряженное, топологическое, топологическое векторное, трехмерное, унитарное, элементарных событий, эллиптическое] пространство, подпространство, факторпространство.

***B*-пространство** ⇛ банахово пространство.

пространство функций ⇛ функциональное пространство.

пространство функций с интегрируемой *p*-й степенью (space of functions, summable of degree p) — нормированное пространство $\mathcal{L}^p[a,b]$ функций f действительного переменного, для которых на отрезке $[a,b]$ существует интеграл Лебега

$$\int_a^b |f(x)|^p\,dx\,,$$

где $p > 1$ — фиксированное число; норма в этом пространстве определяется в виде

$$\| f \| \stackrel{\text{def}}{=} \left(\int_a^b | f(x) |^p \, dx \right)^{1/p}.$$

простые близнецы $\Rightarrow$ близнецы.

простые проценты (simple interest) — закономерность роста величины [капитала], если определенный заданным процентом прирост прибавляется к исходной величине лишь в конце определенного срока; напр., при $p\%$ годовых исходный капитал K превратится через n лет в капитал

$$K \left(1 + \frac{np}{100} \right) ;$$

$\rightsquigarrow$ сложные проценты.

против часовой стрелки (anticlockwise) — одно из двух возможных направлений вращения на плоскости (против солнца в северном полушарии); $\rightsquigarrow$ по часовой стрелке.

противокоалиция (anti-coalition) — дополнение данной коалиции (как подмножества игроков) относительно множества всех игроков рассматриваемой игры.

противолежащая сторона (opposite side) — сторона треугольника, не лежащая на стороне рассматриваемого угла; также длина этой стороны; $\rightsquigarrow$ прилежащая сторона.

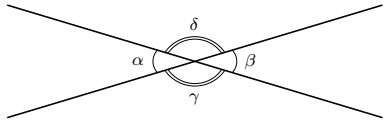
противолежащий угол (opposite angle) — внутренний угол треугольника, на стороне которого не лежит рассматриваемая сторона; $\rightsquigarrow$ прилежащий угол.

противоположная теорема (inverse of a theorem) — теорема $\neg A \to \neg B$, в которой условие и заключение данной теоремы $A \to B$ заменены их отрицаниями; противоположная теорема равносильна обратной теореме $(B \to A)$ данной теоремы; $\rightsquigarrow$ обратно-противоположная теорема.

противоположное событие (complementary event) — событие, происходящее тогда и только тогда, когда данное событие не происходит; дополнение данного события относительно пространства элементарных событий.

противоположное число (opposite number) — число, сумма которого с данным числом равна нулю; противоположный элемент относительно сложения чисел.

противоположные углы (или вертикальные углы; vertical angles) — углы с общей вершиной, образуемые при пересечении двух прямых, такие, что стороны одного угла являются продолжениями сторон другого угла (на рисунке пары углов $\alpha = \beta$ и $\gamma = \delta$).



противоположный вектор (opposite vector) — образованный по данному вектору $\vec{x}$ вектор $-\vec{x}$; противоположный элемент относительно сложения векторов.

противоположный элемент (opposite element) — название нейтрализирующего элемента в том случае, когда операция называется сложением; противоположный к a элемент обозначается через $-a$; $\rightsquigarrow$ аддитивная группа.

противоречивая система $\Rightarrow$ несовместная система.

противоречие (contradiction) — ситуация, в которой доказанными оказываются как некоторое утверждение, так и его отрицание.

процент — **1.** (per cent) — сотая доля данного числа; обозначается символом $\%$; $\rightsquigarrow$ промилле; **2.** $\twoheadrightarrow$ простые [сложные] проценты.

процентили (или перцентили; percentiles) — выборочные квантили порядков $\frac{k}{100}$, где $k = 1, 2, \ldots, 99$.

прямая (или прямая линия; straight line) — **1.** простейшая кривая в евклидовой, неевклидовой, аффинной или проективной геометрии (без кривизны, определяющая кратчайший путь между своими двумя точками); в аксиоматическом изложении геометрии одно из основных понятий; ⇝ мнимая [бесконечно удаленная, параллельная, проективная] прямая, геодезическая линия, луч; **2.** одномерное евклидово [аффинное] пространство; **3.** такое подмножество векторного пространства, элементы которого выражаются в виде

$$\lambda\mathbf{x} + (1-\lambda)\mathbf{y}\,,$$

где λ — произвольный скаляр, а $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ — фиксированные элементы векторного пространства; ⇝ уравнение прямой.

прямая призма (right prism) — призма, все боковые грани которой перпендикулярны плоскостям оснований; ⇝ наклонная [правильная] призма.

прямая степень (или степень множества; direct power) — $(n-1)$-кратное прямое произведение $\mathcal{M}^n$ некоторого множества $\mathcal{M}$ на это же множество, т. е.

$$\mathcal{M}^n \stackrel{\text{def}}{=} \underbrace{\mathcal{M}\times\mathcal{M}\times\cdots\times\mathcal{M}}_{n};$$

напр., $\mathbb{R}^n$ является множеством всех n-компонентных кортежей действительных чисел.

прямая сумма (direct sum) — **1.** множество

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 \dot{+} \mathcal{M}_2\,,$$

каждый элемент $x \in \mathcal{M}$ которого однозначно выражается в виде

$$x = x_1 + x_2\,,$$

где $x_1 \in \mathcal{M}_1$, $x_2 \in \mathcal{M}_2$, а $\mathcal{M}_1$ и $\mathcal{M}_2$ — подмножества некоторой аддитивной полугруппы; обозначается также $\mathcal{M}_1 \oplus \mathcal{M}_2$; **2.** определенное векторными пространствами $\mathcal{V}_1$ и $\mathcal{V}_2$ (над полем $\mathcal{K}$) векторное пространство $\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 \dot{+} \mathcal{V}_2$, элементы которого — пары $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, где $\mathbf{x}_1 \in \mathcal{V}_1$, $\mathbf{x}_2 \in \mathcal{V}_2$, а операции определены в виде

$$(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) \stackrel{\text{def}}{=} (\mathbf{x}_1 + \mathbf{y}_1, \mathbf{x}_2 + \mathbf{y}_2)\,,$$

$$\lambda(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \stackrel{\text{def}}{=} (\lambda\mathbf{x}_1, \lambda\mathbf{x}_2)\,.$$

прямо пропорциональная зависимость ⇛ пропорциональная зависимость.

прямое доказательство (direct proof) ↠ доказательство.

прямое произведение (или декартово произведение; direct product) — множество

$$\mathcal{M}_1 \times \mathcal{M}_2 \stackrel{\text{def}}{=} \{(x_1, x_2) : x_1 \in \mathcal{M}_1 \ \text{ и } \ x_2 \in \mathcal{M}_2\}\,,$$

образованное при помощи двух данных множеств $\mathcal{M}_1$ и $\mathcal{M}_2$ (*компонент* прямого произведения), т. е. множество всех таких пар (x_1, x_2), в которых $x_1 \in \mathcal{M}_1$ и $x_2 \in \mathcal{M}_2$; в случае любого конечного набора множеств $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \ldots, \mathcal{M}_n$ их прямое произведение

$$\mathcal{M}_1 \times \mathcal{M}_2 \times \cdots \times \mathcal{M}_n$$

определяется как множество всех таких кортежей $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, в которых при каждом $k = 1, 2, \ldots, n$ имеет место $x_k \in \mathcal{M}_k$; ⇝ топологическое произведение.

прямое разложение (direct decomposition) — представление множества в виде прямой суммы подмножеств некоторой аддитивной полугруппы.

прямой геликоид (или минимальный геликоид; right helicoid) ↠ геликоид.

прямой квадрат (direct square) — прямое произведение некоторого множества $\mathcal{M}$ на это же множество; вместо $\mathcal{M} \times \mathcal{M}$ используется также обозначение $\mathcal{M}^2$; ⇝ диагональ.

прямой круговой конус — **1.** ⇛ коническая поверхность вращения; **2.** ⇛ конус.

прямой круговой усеченный конус ⇛ усеченный конус.

прямой круговой цилиндр (или цилиндр; right circular cylinder) — тело, образуемое вращением прямоугольника вокруг одной из своих сторон; прямой цилиндр, основания которого являются кругами; радиус r этих кругов называется *радиусом основания* цилиндра, а расстояние h между основаниями — *высотой* цилиндра; площадь $S_б$ боковой поверхности, площадь $S_п$ полной поверхности и объем V цилиндра вычисляются по формулам

$$S_б = 2\pi rh\,, \quad S_п = 2\pi r(h+r)\,,$$

и

$$V = \pi r^2 h\,;$$

$\rightsquigarrow$ равносторонний цилиндр.

прямой куб (direct cube) — двукратное прямое произведение $\mathcal{M}^3$ некоторого множества $\mathcal{M}$ на это же множество, т. е.

$$\mathcal{M}^3 \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{M} \times \mathcal{M} \times \mathcal{M}\,.$$

прямой параллелепипед (right parallelepiped) — прямая призма, основаниями которой служат параллелограммы; $\rightsquigarrow$ прямоугольный параллелепипед.

прямой угол (right angle) — угол, равный своему смежному углу; в градусной мере $\pm 90°$, в радианной мере $\pm\pi/2$; на рисунках обозначается точкой или квадратиком.

прямой цилиндр (right cylinder) — цилиндр, образующие боковой поверхности которого перпендикулярны плоскостям оснований; в противном случае цилиндр называется *наклонным*.

прямолинейная образующая (или образующая; generator) $\twoheadrightarrow$ коническая [линейчатая, цилиндрическая] поверхность, цилиндроид.

прямолинейные координаты $\Rightarrow$ линейные координаты.

прямоугольная матрица (rectangular matrix) — матрица, не являющаяся квадратной, т. е. число строк которой не равно числу столбцов.

прямоугольная проекция (или ортогональная проекция; orthogonal projection) $\twoheadrightarrow$ проекция.

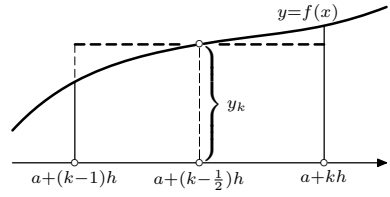
прямоугольная трапеция (right trapezium) — трапеция, одна боковая сторона которой перпендикулярна основаниям.

прямоугольник — **1.** (rectangle) — четырехугольник, у которого все внутренние углы прямые; параллелограмм, у которого один из внутренних углов прямой; площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон; **2.** $\twoheadrightarrow$ латинский прямоугольник.

прямоугольников формула (rectangle rule) — квадратурная формула вида

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h(y_1 + y_2 + \cdots + y_n)\,,$$

где $h = (b-a)/n$ и $y_k = f\big(a + (k - \frac{1}{2})h\big)$.



прямоугольные координаты (rectangular coordinates) — аффинные координаты, определенные при помощи аффинного репера, базис которого является ортогональной системой, т. е. состоит из попарно ортогональных векторов; $\rightsquigarrow$ косоугольные [декартовы прямоугольные] координаты.

прямоугольные скобки (или квадратные скобки; brackets) $\twoheadrightarrow$ скобки.

прямоугольный параллелепипед (rectangular parallelepiped) — прямая призма,

основаниями которой служат прямоугольники; площадь S и объем V прямоугольного параллелепипеда вычисляются по формулам

$$S = 2(ab + ac + bc) \quad \text{и} \quad V = abc\,,$$

где a, b, c — измерения параллелепипеда.

прямоугольный треугольник (right-angled triangle) — треугольник, один внутренний угол которого — прямой; $\rightsquigarrow$ гипотенуза, Евклида [Пифагора] теорема, катет, остроугольный [тупоугольный] треугольник.

псевдограф (pseudo-graph) — такое обобщение мультиграфа, в котором, кроме кратных ребер, могут быть еще и *петли*, т. е. ребра вида (a, a).

псевдоевклидово пространство (pseudo-Euklidean space) — действительное векторное пространство (также соответствующее аффинное пространство), в котором вместо скалярного произведения задана регулярная симметрическая билинейная форма $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, такая, что квадратичная форма $f(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ не является положительно или отрицательно определенной; $\rightsquigarrow$ Минковского пространство.

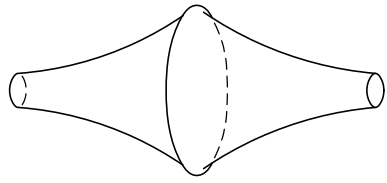
псевдоскалярное произведение (или ареальное произведение; pseudo-scalar product) — определенное двумя векторами $\vec{x}$ и $\vec{y}$ на плоскости действительное число

$$\vec{x} \wedge \vec{y} \stackrel{\text{def}}{=} |\,\vec{x}\,| \cdot |\,\vec{y}\,| \sin\alpha\,,$$

где $|\,\vec{x}\,|$, $|\,\vec{y}\,|$ — длины векторов и α — угол положительного вращения от $\vec{x}$ к $\vec{y}$; используется также обозначение $\vec{x} \vee \vec{y}$.

псевдослучайные числа (pseudo-random numbers) — числа, полученные по фиксированной формуле, но имитирующие поведение некоторой случайной величины с заданным распределением; $\rightsquigarrow$ случайных чисел таблица.

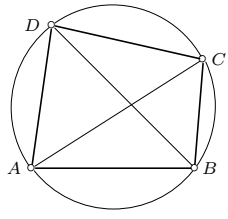
псевдосфера (pseudo-sphere) — **1.** поверхность с постоянной отрицательной гауссовой кривизной; **2.** поверхность, образуемая вращением трактрисы вокруг ее асимптоты; $\rightsquigarrow$ Бельтрами интерпретация.



Птолемея теорема (Ptolemeus theorem) — около выпуклого четырехугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда произведение диагоналей этого четырехугольника равно сумме произведений его противоположных сторон; в обозначениях рисунка для существования описанной окружности четырехугольника $ABCD$ должно иметь место равенство

$$\overline{AC} \cdot \overline{BD} = \overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AD} \cdot \overline{BC}$$

(в случае любого выпуклого четырехугольника имеет место аналогичное соотношение, со знаком $\leqslant$ вместо $=$).



Пуанкаре интерпретация (Poincaré interpretation) — интерпретация плоскости [пространства] Лобачевского как полуплоскости [полупространства], при которой прямые интерпретируются полуокружностями, ортогональными границе, а движения интерпретируются дробно-линейными преобразованиями комплексной полуплоскости [конформными отображениями полупространства на себя]; $\rightsquigarrow$ Бельтрами – Клейна интерпретация.

Пуассона распределение (Poisson distribution) — распределение дискретной

случайной величины X, принимающей значения $0, 1, 2, \ldots$, при котором

$$\mathsf{P}(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!}\, e^{-\lambda},$$

где $\lambda > 0$ — фиксированный параметр, а $\mathsf{P}(X = k)$ обозначает вероятность того, что X принимает значение k.

Пуассона уравнение (Poisson equation) — дифференциальное уравнение с частными производными вида

$$\Delta u = -f\,,$$

где Δ — оператор Лапласа, u — искомая и f — заданная функция.

пустое множество (empty set) — множество, не содержащее ни одного элемента; обозначается символом $\varnothing$; $\rightsquigarrow$ непустое множество.

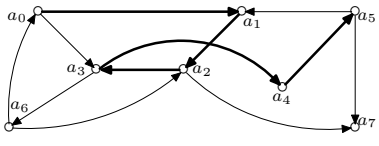
пустой граф (empty graph) — граф, все вершины которого изолированы, т. е. $\mathcal{E} = \varnothing$.

пустых ящиков критерий (empty-boxes test) — статистический критерий проверки гипотезы о принадлежности независимой выборки данному распределению.

путь (path) — **1.** непрерывный оператор f, отображающий отрезок $[0, 1]$ в топологическое пространство; значение $f(0)$ называется *началом*, а значение $f(1)$ — *концом* пути; $\rightsquigarrow$ замкнутый [нулевой] путь, линейно связное пространство, произведение путей; **2.** (или ориентированная цепь, *путь из вершины a_0 в вершину a_n*) — ориентированный маршрут, в котором все вершины различны, т. е. кортеж

$$(a_0, a_1), (a_1, a_2), \ldots, (a_{n-1}, a_n)$$

дуг ориентированного или смешанного графа, где $a_j \neq a_k$ при $j \neq k$; $\rightsquigarrow$ контур, критический путь.

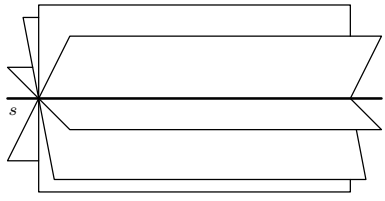


путь интегрирования (path of integration) $\twoheadrightarrow$ криволинейный интеграл.

пучок лучей (pencil of rays) — множество всех лучей плоскости, имеющих общее начало (*центр* пучка).

пучок окружностей (pencil of circles) — такое множество окружностей на плоскости, для которого найдется прямая, являющаяся радикальной осью любых двух окружностей множества; $\rightsquigarrow$ связка окружностей.

пучок плоскостей (pencil of planes) — множество всех плоскостей, проходящих через фиксированную прямую s (*ось* пучка); $\rightsquigarrow$ связка плоскостей.



пучок прямых (pencil of lines) — множество прямых на плоскости, проходящих через фиксированную точку (*центр* пучка); если центром является бесконечно удаленная точка, то получается пучок параллельных прямых на плоскости; $\rightsquigarrow$ связка прямых.

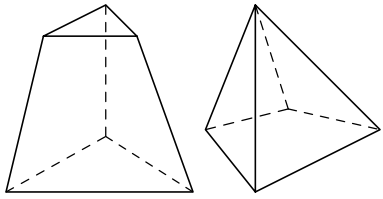
пучок сфер (pencil of spheres) — такое множество сфер в пространстве, для которого найдется плоскость, являющаяся радикальной плоскостью любых двух сфер множества; $\rightsquigarrow$ связка сфер.

пфаффова форма (или линейная дифференциальная форма; Pfaffian form) — дифференциальная форма первой степени в виде

$$f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n)dx_1 + \\ + f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n)dx_2 + \cdots \\ \cdots + f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)dx_n\,;$$

$\rightsquigarrow$ интегрирующий множитель.

пятигранник (или пентаэдр; pentahedron) — многогранник с пятью гранями.



пятиугольник (или пентагон; pentagon) — многоугольник, имеющий пять вершин.

пятиугольное число $\Rrightarrow$ пентагональное число.

пятый постулат $\Rrightarrow$ аксиома о параллельных.

P

Раабе признак (Raabe criterion) — если существует (конечный) предел

$$a = \lim_{k\to\infty} k\Big(\frac{a_k}{a_{k+1}} - 1\Big),$$

то положительный ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k$$

сходится в случае $a > 1$ и расходится в случае $a < 1$.

работа (task) $\twoheadrightarrow$ сетевой график.

равенство (equality) — **1.** формула вида

$$a = b\,,$$

утверждающая, что значения двух выражений a и b (соответственно *левой* и *правой части* равенства) равны; $\rightsquigarrow$ уравнение; **2.** (или идентичность) — свойство объектов быть одинаковыми по всем рассматриваемым признакам; $\rightsquigarrow$ графическое равенство, отношение равенства.

равнобедренная трапеция (или равнобочная трапеция; equilateral trapezium) — трапеция, боковые стороны которой равны.

равнобедренный треугольник (isosceles triangle) — треугольник, две стороны которого равны; равные стороны называются *боковыми сторонами* треугольника, а третья сторона — *основанием*; $\rightsquigarrow$ равносторонний [разносторонний] треугольник.

равнобочная гипербола $\Rrightarrow$ равносторонняя гипербола.

равнобочная трапеция $\Rrightarrow$ равнобедренная трапеция.

равновеликие фигуры (figures of equal magnitude) — плоские [пространственные] фигуры, имеющие равные площади [объемы].

равномерно непрерывная функция (*функция, равномерно непрерывная в области* $\mathcal{D}$; uniformly continuous function) — функция f, для которой при любом заданном числе $\varepsilon > 0$ можно найти число $\delta > 0$, такое, что при всех x и y из некоторой области $\mathcal{D}$ (*области равномерной непрерывности*), удовлетворяющих условию

$$|\,x - y\,| < \delta$$

(или в более общем случае условию $d(x, y) < \delta$, где d обозначает расстояние), имеет место неравенство

$$|f(x) - f(y)| < \varepsilon\,;$$

$\rightsquigarrow$ Кантора теорема.

равномерно ограниченная последовательность (uniformly bounded sequence) — функциональная последовательность, состоящая из равномерно ограниченных (в области $\mathcal{D}$) функций.

равномерно ограниченные функции (*функции, равномерно ограниченные в области* $\mathcal{D}$; uniformly bounded family of functions) — система определенных в области $\mathcal{D}$ функций f_k, для которых найдется постоянная M, такая, что при всех k и $x \in \mathcal{D}$ имеет место неравенство

$$|f_k(x)| \leqslant M\,;$$

$\rightsquigarrow$ Арцела теорема.

равномерно сходящаяся последовательность (*последовательность, равномерно сходящаяся в области* $\mathcal{D}$; uniformly-convergent sequence) — функциональная последовательность $\{f_k\}$, которая в области $\mathcal{D}$ сходится к функции f равномерно относительно x, т. е. для любого заданного числа $\varepsilon > 0$ можно указать номер n, такой, что при каждом $x \in \mathcal{D}$ и любом натуральном числе $k > n$ имеет место неравенство

$$|f_k(x) - f(x)| < \varepsilon\,.$$

равномерно сходящийся ряд (uniformly-convergent series) — функциональный ряд, последовательность частичных сумм которого является равномерно сходящейся в рассматриваемой области; ⇝ Абеля теорема.

равномерное движение [вращение] (uniform motion [rotation]) — движение [вращение] с постоянной скоростью [угловой скоростью].

равномерное приближение (uniform approximation) — такая аппроксимация функции f ее приближением g, при которой за меру уклонения принимается верхняя грань

$$\sup_{x\in\mathcal{D}} |\,f(x) - g(x)\,|\,,$$

где $\mathcal{D}$ — рассматриваемая область.

равномерное распределение (uniform distribution) — распределение непрерывной случайной величины, функция плотности f которого выражается в виде

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}\,, & \text{если } x \in [\,a,b\,], \\ 0\,, & \text{если } x \notin [\,a,b\,], \end{cases}$$

где $a < b$ — фиксированные числа.

равномощные множества ⇛ эквивалентные множества.

равносильность (equivalence) — свойство логических формул быть логически равносильными.

равносильные уравнения ⇛ эквивалентные уравнения.

равносоставленные фигуры (equipartite figures) — две фигуры, для которых существуют такие разбиения на конечное число частей, что части одной фигуры конгруэнтны частям другой фигуры.

равностепенно непрерывные функции (equicontinuous functions) — система определенных в области $\mathcal{D}$ функций f_k, для которой при любом заданном числе $\varepsilon > 0$ можно найти число $\delta > 0$, такое, что при всех k и всяких $x, y \in \mathcal{D}$, удовлетворяющих условию

$$|\,x - y\,| < \delta\,,$$

имеет место неравенство

$$|f_k(x) - f_k(y)| < \varepsilon\,;$$

⇝ Арцела теорема.

равносторонний конус (equilateral cone) — прямой круговой конус, образующая которого равна диаметру основания; площадь S полной поверхности и объем V такого конуса вычисляются по формулам

$$S = 3\pi r^2 \quad \text{и} \quad V = \frac{\pi r^3\sqrt{3}}{3}\,,$$

где r — радиус основания.

равносторонний треугольник (или правильный треугольник; equilateral triangle) — треугольник, все стороны которого равны; апофема r, радиус R описанной окружности и площадь S равностороннего треугольника вычисляются по формулам

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}\,, \quad R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

и

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\,,$$

где a — длина стороны; ⇝ равнобедренный треугольник.

равносторонний цилиндр (equilateral cylinder) — прямой круговой цилиндр, высота которого равна диаметру основания; площадь S полной поверхности и

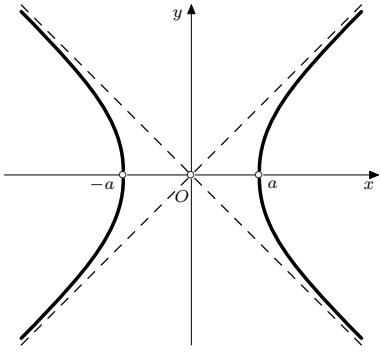
объем V такого цилиндра вычисляются по формулам

$$S = 6\pi r^2 \quad \text{и} \quad V = 2\pi r^3\,,$$

где r — радиус основания.

равносторонняя гипербола (или равнобочная гипербола; equilateral hyperbola) — гипербола, действительная и мнимая оси которой равны; гипербола, асимптоты которой перпендикулярны; каноническое уравнение

$$x^2 - y^2 = a^2.$$



равноугольный многоугольник (equiangular polygon) — многоугольник, все внутренние углы которого конгруэнтны; ⇝ изогон, полуправильный многоугольник.

равных расстояний линия (или гиперцикл) ⇛ эквидистанта.

равных расстояний поверхность ⇛ эквидистантная поверхность.

радиальный (radial) — исходящий из фиксированного центра или входящий в него.

радиан (radian) — единица измерения дуг окружности и соответствующих центральных углов, равная центральному углу, опирающемуся на дугу, длина которой равна радиусу окружности; обозначается rad или рад; в градусной мере приближенно $57^\circ\,17'\,45''$; величина прямого угла равна $\pi/2$ радианам.

радианная мера (radian measure) — система измерения углов [дуг окружности] в которой единицей является радиан; ⇝ градусная мера.

радикал (radical) — **1.** (или знак корня, *радикал n-й степени*) — символ операции извлечения корня

$$\sqrt[n]{}\,;$$

2. результат извлечения корня в виде

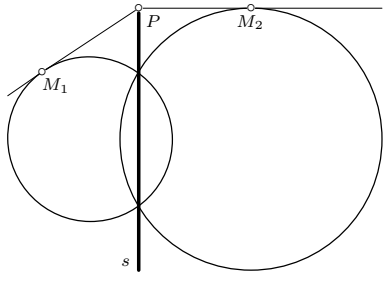
$$\sqrt[n]{a}\,,$$

где a — алгебраическое выражение.

радикальная ось (radical axis) — прямая s, любая точка P которой имеет одинаковые степени относительно двух фиксированных окружностей на рассматриваемой плоскости; в обозначениях рисунка

$$\overline{PM_1} = \overline{PM_2}\,;$$

⇝ пучок окружностей.



радикальная плоскость (radical plane) — плоскость, любая точка которой имеет одинаковые степени относительно двух фиксированных сфер; ⇝ пучок сфер.

радикальный центр (radical centre) ⇛ связка окружностей.

радиус (radius) — **1.** отрезок, соединяющий некоторую точку окружности или сферы с центром; также длина этого отрезка; **2.** ⇛ круг, шар; **3.** ⇛ фокальный радиус.

радиус кривизны (radius of curvature) — радиус окружности кривизны кривой в данной точке; обратная величина кривизны кривой.

радиус кривизны пространства [плоскости] Лобачевского (radius of curvature of Lobachevskii space) ↠ параллельности угол.

радиус основания (radius of the base) ↠ конус, прямой круговой цилиндр, усеченный конус.

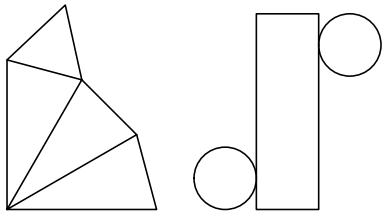
радиус сходимости (radius of convergence) ↠ интервал [круг] сходимости.

радиус-вектор (*радиус-вектор точки* P; radius vector) — вектор $\overrightarrow{OP}$ из фиксированной *начальной точки*, или *полюса* O в рассматриваемую точку P.

разбиение (partition) — **1.** представление множества в виде объединения некоторого дизъюнктного семейства его подмножеств; ⇝ классификация; **2.** набор точек, осуществляющих разбиение отрезка [дуги] на интервалы [части дуги].

развернутый угол (или выпрямленный угол; straight angle) — угол, стороны которого составляют одну прямую; в градусной мере $\pm 180°$, в радианной мере $\pm\pi$.

развертка (development) — результат изгибания на плоскость границы тела, допускающей разрезание на куски, являющиеся развертывающимися поверхностями (на рисунке развертки пирамиды и прямого кругового цилиндра).



развертывающаяся поверхность (или торс; developable surface) — поверхность, которая при помощи изгибания может быть наложена на плоскость; поверхность, гауссова кривизна которой равна нулю в каждой точке (цилиндрическая поверхность, коническая поверхность или поверхность касательных).

разветвления точка ⇛ ветвления точка.

разделенные разности ⇛ разностное отношение.

разложение в ряд (series expansion) — представление функции f в виде функционального ряда

$$f = \sum_{k=0}^{\infty} a_k g_k \,,$$

где $\{g_k\}$ — заданная система функций и a_k — коэффициенты разложения; при $g_k(x) \equiv x^k$ говорят о *разложении в степенной ряд*; ⇝ асимптотическое разложение, производящая функция.

разложение вектора (decomposition of a vector) — представление вектора в виде линейной комбинации заданных [базисных] векторов.

разложение на множители (factorization) — представление целого числа [многочлена] в виде произведения не менее двух множителей; ⇝ Кронекера метод.

разложение на простейшие дроби (decomposition into partial fractions) — представление правильной дроби в виде суммы простейших дробей; напр.:

$$\frac{x+1}{x^3-x^2+x-1} = \frac{1}{x-1} - \frac{x}{x^2+1}\,.$$

разложение на простые множители (или каноническое разложение; factorization) — представление натурального числа в виде произведения степеней всех его простых множителей; напр.,

$$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7\,;$$

⇝ арифметики основная теорема.

размер матрицы ⇛ порядок матрицы.

размерность (dimension) — число координат, необходимых для определения

положения точки в пространстве [фигуре]; $\rightsquigarrow$ бесконечномерное [конечномерное, n-мерное, нульмерное, одномерное] пространство.

размещения (permutations) — различные линейно упорядоченные равномощные подмножества некоторого заданного основного множества; если основное множество содержит n различных элементов, то число A_n^m всех m-элементных размещений, или *m-размещений* выражается в виде убывающего m-факториала, т. е.

$$A_n^m = (n)_m = n(n-1)\cdots(n-m+1)\,;$$

обозначается также V_n^m; $\rightsquigarrow$ перестановки, сочетания.

размещения задача (arrangement problem) — задача линейного программирования в виде: найти минимум линейной формы

$$\sum_{i,j=1}^{m,n} c_{ij}x_{ij}$$

при ограничениях

$$x_{ij} \geqslant 0\,,$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant a_i \quad (i = 1, 2, \ldots, m)\,,$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \ldots, n)\,;$$

$\rightsquigarrow$ транспортная задача.

размещения с повторениями (permutations with repetitions) — размещения в случае основного множества, содержащего n различных элементов, по скольку угодно экземпляров каждого; число m-элементных размещений с повторениями выражается в виде n^m.

размножения и гибели процесс (birth-and-death process) — процесс, моделируемый в виде такой системы массового обслуживания, в которой распределения как поступления заказов в систему, так и обслуживания зависят от состояния системы.

размытое множество (или нечеткое множество; fuzzy set) — множество $\mathcal{M}$ вместе с определенным на нем *функционалом принадлежности* $\mu : \mathcal{M} \to [0,\,1]$: чем ближе значение $\mu(x)$ к 1, тем больше $x \in \mathcal{M}$ принадлежит рассматриваемому размытому множеству; обозначается

$$\bigl\{\, x \,|\, \mu(x) : x \in \mathcal{M} \,\bigr\}.$$

разности оператор (difference operator) — оператор Δ, ставящий функции в соответствие ее конечную разность, т. е.

$$\Delta f(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} f(x+1) - f(x)\,,$$

или в более общем случае оператор Δ_h:

$$\Delta_h f(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} f(x+h) - f(x)\,;$$

в случае последовательности $\{y_k\}$ принимается

$$\Delta y_k \stackrel{\text{def}}{=\!=} y_{k+1} - y_k\,.$$

разностная пропорция $\Rrightarrow$ арифметическая пропорция.

разностная схема (finite-difference scheme) — таблица для систематизации вычисления конечных разностей высших порядков $\Delta^n f(x)$; напр.:

n	x	$x+h$	$x+2h$
0	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$
1	$\Delta f(x)$	$\Delta f(x+h)$	. . . . .
2	$\Delta^2 f(x)$	. . . . .	

разностное множество (difference set) — такое подмножество $\mathcal{D}$ аддитивной группы $\mathcal{G}$, что для всех $g \in \mathcal{G}$, отличных от нулевого элемента, найдется одинаковое число пар $(a, b) \in \mathcal{D} \times \mathcal{D}$, удовлетворяющих условию $a - b = g$.

разностное отношение (или разделенные разности; difference quotient) — отношение разности значений функции к разности соответствующих значений аргумента, т. е. отношение

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}\,.$$

разностное уравнение (difference equation) — уравнение, связывающее значения искомой функции [искомых функций] в различных точках; напр., линейное разностное уравнение можно представить в виде

$$a_0(x)\,y(x+n) + a_1(x)\,y(x+n-1) + \cdots \\ \cdots + a_n(x)\,y(x) = f(x)\,,$$

где n — фиксированное натуральное число, a_k и f — заданные функции, а y — искомая функция.

разностный метод (difference method) — метод решения дифференциального уравнения, при котором рассматриваемая область заменяется на дискретное множество точек (*сетку*) и приближенные значения решения в этих точках (*узлах*) находят из системы алгебраических уравнений, аппроксимирующей исходное уравнение; ⇝ сеток метод.

разносторонний треугольник (scalene triangle) — треугольник, все стороны которого различны.

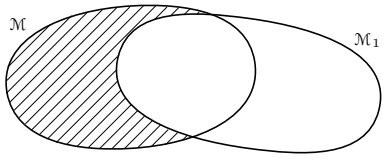
разность — **1.** (difference) ↠ вычитание; **2.** ⇝ симметрическая разность; **3.** (difference) ↠ арифметическая прогрессия; **4.** ⇛ конечная разность.

разность вперед [назад] (difference forward [backward]) ↠ конечная разность.

разность множеств (difference of sets) — определенное данными множествами $\mathcal{M}$ и $\mathcal{M}_1$ множество $\mathcal{M} \setminus \mathcal{M}_1$, состоящее из всех тех элементов множества $\mathcal{M}$, которые не принадлежат множеству $\mathcal{M}_1$, т. е.

$$\mathcal{M} \setminus \mathcal{M}_1 \stackrel{\text{def}}{=} \{\, x : x \in \mathcal{M} \quad \text{и} \quad x \notin \mathcal{M}_1 \,\};$$

⇝ симметрическая разность.

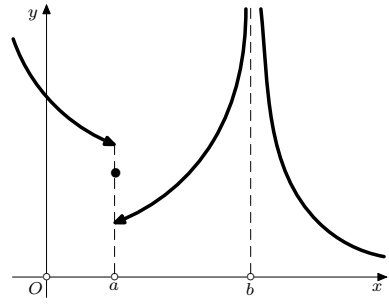


разреженная матрица (sparse matrix) — матрица, в которой относительно небольшое число ненулевых элементов.

разрез графа (cut in a graph) — множество ребер связного графа, удаление которых приводит к несвязному графу.

разрешимое множество (decidable set) — множество, для которого существует алгоритм, распознающий принадлежность любого элемента к этому множеству.

разрыва точка (discontinuity point) — точка накопления области определения функции, в которой функция не является непрерывной; если в точке разрыва существуют левый и правый пределы функции, то она называется *точкой разрыва первого рода* (на рисунке *a*), в противном случае — *точкой разрыва второго рода* (на рисунке *b*); ⇝ особая точка, регулярная [устранимая] точка разрыва, скачок.



разрывная функция (discontinuous function) — функция, которая хотя бы при одном значении аргумента не является непрерывной.

разряд (position) ↠ десятичный разряд, позиционная система счисления.

ранг квадратичной формы (rank of a quadratic form) — ранг матрицы квадратичной формы.

ранг матрицы (rank of a matrix) — наибольшее натуральное число k, при котором в рассматриваемой матрице имеется отличный от нуля минор порядка k;

$\rightsquigarrow$ элементарные операции над матрицами.

рандомизация (randomization) — **1.** случайный выбор плана эксперимента из числа равносильных планов; **2.** замена многомерного распределения некоторым произведением его маргинальных распределений.

раскрытие неопределенностей (evaluation of indeterminate forms) — методика вычисления пределов функций, заданных выражениями, являющимися неопределенностями некоторого вида; в случае неопределенности вида $\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$ основным методом является правило Лопиталя; виды $0 \cdot \infty$ и $\infty - \infty$ сводятся к виду $\frac{0}{0}$ преобразованиями

$$f(x) \cdot g(x) = \frac{f(x)}{\big(g(x)\big)^{-1}}$$

и

$$f(x) - g(x) = \frac{\big(g(x)\big)^{-1} - \big(h(x)\big)^{-1}}{\big(h(x)\big)^{-1} \cdot \big(g(x)\big)^{-1}};$$

в случае типов 0^0, 1^∞ или ∞^0 находят предел логарифма соответствующего выражения и результат потенцируют.

раскрытие скобок (parentheses removal) — представление произведения многочленов в виде суммы, используя дистрибутивность умножения относительно сложения/вычитания; напр.:

$$(a+b)(c-d) = ac - ad + bc - bd;$$

$\rightsquigarrow$ вынесение за скобки.

распадающаяся квадратичная форма (degenerate quadratic form) — квадратичная форма, представимая в виде произведения двух линейных форм.

распадающаяся кривая [поверхность] (degenerate curve [surface]) — алгебраическая кривая [поверхность], в уравнении которой

$$F(x,y) = 0 \qquad \big[F(x,y,z) = 0\big]$$

полином F является приводимым.

распадающаяся кривая [поверхность] второго порядка (degenerate second order curve [surface]) — кривая [поверхность] второго порядка, представляющая собой пару прямых [плоскостей] одного из следующих пяти видов: пара мнимых пересекающихся прямых [плоскостей], пара действительных пересекающихся прямых [плоскостей], пара мнимых параллельных прямых [плоскостей], пара действительных параллельных прямых [плоскостей] или пара совпадающих действительных прямых [плоскостей]; $\rightsquigarrow$ нераспадающаяся кривая второго порядка.

расписаний теория (scheduling theory) — раздел исследования операций, изучающий методы решения задач оптимального упорядочения некоторых действий во времени.

распределение — **1.** $\Rightarrow$ обобщенная функция; **2.** (или распределение вероятностей; distribution) — множество возможных значений случайной величины [случайного вектора] X вместе с функционалом, ставящим каждому подмножеству $\mathcal{M}$ этого множества в соответствие вероятность $\mathsf{P}(X \in \mathcal{M})$, с которой X может принимать значение из множества $\mathcal{M}$; $\rightsquigarrow$ асимптотическое [бета-, бимодальное, биномиальное, гамма-, геометрическое, дискретное, Коши, Лапласа, логарифмически нормальное, маргинальное, мультиномиальное, нормальное, Пирсона, Пуассона, равномерное, Стьюдента, унимодальное, Фишера, хи-квадрат, частотное, экспоненциальное, эмпирическое] распределение, бейесовский подход, квантиль, моментов метод, функция плотности [распределения].

***F*-распределение** $\Rightarrow$ Фишера распределение.

***t*-распределение** $\Rightarrow$ Стьюдента распределение.

распределение вероятностей — **1.** $\Rightarrow$ распределение; **2.** (или вероятность) $\Rightarrow$ вероятностная мера.

распределительность $\Rightarrow$ дистрибутивность.

Рассела антиномия (Russell paradox) — множество всех таких множеств, которые не являются элементом самого себя, содержит и не содержит себя.

расслоение (fibre bundle) — топологическое пространство [многообразие] вместе с его непрерывным отображением на другое топологическое пространство (*базис*), полные прообразы точек базиса которого интерпретируются *слоями*; $\rightsquigarrow$ векторное расслоение.

расстояние — **1.** $\Rightarrow$ метрика; **2.** (distance) — значение функционала d, определенного метрикой, т. е. число, характеризующее взаимное расположение двух конкретных точек метрического пространства; $\rightsquigarrow$ изометрический оператор.

расстояние до множества (distance from a set) — расстоянием точки x метрического пространства до некоторого подмножества $\mathcal{M}$ этого пространства считается нижняя грань расстояний точки x до точек множества $\mathcal{M}$, т. е.

$$d(x,\mathcal{M}) \stackrel{\text{def}}{=} \inf_{y\in\mathcal{M}} d(x,y)\,;$$

напр., расстояние точки $P=(x_0,y_0)$ до прямой s, уравнение которой $ax+by+c=0$, выражается в декартовых прямоугольных координатах формулой

$$d(P,s)=\frac{|\,ax_0+by_0+c\,|}{\sqrt{a^2+b^2}}\,.$$

расходимость к нулю (divergence to zero) $\twoheadrightarrow$ сходящееся произведение.

расходящаяся последовательность (divergent sequence) — последовательность, не являющаяся сходящейся.

расходящееся произведение (divergent product) — бесконечное произведение, последовательность частичных произведений которого является расходящейся или сходящейся к нулю.

расходящиеся прямые (hyperparallels) — в геометрии Лобачевского две прямые, лежащие в одной плоскости, не имеющие общей точки, но не являющиеся параллельными прямыми; $\rightsquigarrow$ скрещивающиеся прямые.

расходящийся интеграл (divergent integral) — несобственный интеграл, не являющийся сходящимся.

расходящийся ряд (divergent series) — ряд, последовательность частичных сумм которого является расходящейся.

расходящихся рядов теория (или суммируемости теория; summation of divergent series) — раздел математического анализа, изучающий множества рядов, суммируемых различными методами суммирования, а также свойства методов суммирования.

расхождение $\Rightarrow$ дивергенция.

расширение группы (extension of a group) — группа, содержащая данную группу в качестве нормального делителя.

расширение поля (или надполе; extension of a field) — поле, для которого данное поле является подполем; $\rightsquigarrow$ алгебраическое расширение, квадратичное [круговое] поле.

расширенная матрица (augmented matrix) — матрица, полученная из матрицы системы линейных уравнений добавлением к ней столбца свободных членов этой системы; $\rightsquigarrow$ Кронекера – Капелли теорема.

рациональная алгебраическая дробь (algebraic fraction) $\twoheadrightarrow$ рациональная функция.

рациональная степень (power with a rational exponent) — степень с рациональным показателем степени.

рациональная точка (rational point) — точка плоскости [пространства], все координаты которой являются рациональными числами; $\rightsquigarrow$ целая точка.

рациональная функция (или дробно-рациональная функция; rational function)

— функция, представимая в виде отношения двух полиномов (*рациональной алгебраической дроби*); рациональная функция от одного переменного имеет общий вид

$$y = \frac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n}{b_0x^m + b_1x^{m-1} + \cdots + b_{m-1}x + b_m};$$

$\rightsquigarrow$ неправильная [правильная] дробь.

рациональное алгебраическое уравнение (fractional equation) — уравнение вида

$$\frac{p(x)}{q(x)} = 0,$$

где p и q — полиномы.

рациональное выражение (rational expression) — алгебраическое выражение, в котором применяются только арифметические операции; напр.:

$$\frac{3x^2 + x - 4}{x^2 - 3x + 1} \quad \text{или} \quad ax + by + \frac{c}{xy^2};$$

$\rightsquigarrow$ иррациональное [линейное] выражение.

рациональное число (rational number) — число, которое можно представить в виде отношения

$$\frac{a}{b},$$

где a и $b \neq 0$ — целые числа; множество (поле) всех рациональных чисел обозначается символом $\mathbb{Q}$; $\rightsquigarrow$ иррациональное число.

рациональный [дробный] показатель степени (fractional exponent) $\twoheadrightarrow$ возведение в степень.

ребро (edge) $\twoheadrightarrow$ боковое [возврата] ребро, гиперграф, граф, двугранный угол, многогранная поверхность.

ребро многогранника (edge of a polyhedron) — общая сторона двух граней многогранника.

регрессионная кривая (regression curve) — график, представляющий регрессионную функцию одной случайной величины относительно другой.

регрессионная функция (regression function) — функция от случайного вектора, дающая для некоторой случайной величины наилучшую оценку в смысле наименьших квадратов.

регрессионное отношение $\Rrightarrow$ корреляционное отношение.

регрессионный анализ (regression analysis) — раздел математической статистики, изучающий зависимость между случайными величинами и возможности ее функционального представления по данной выборке.

регрессия (regression) — статистическая зависимость условного математического ожидания случайной величины от случайного вектора [случайной величины]; $\rightsquigarrow$ авторегрессия, линейная регрессия.

регулярная билинейная [квадратичная] форма (regular bilinear [quadratic] form) — билинейная [квадратичная] форма, матрица которой является невырожденной.

регулярная задача математического программирования (regular problem in mathematical programming) — задача математического программирования, ограничения которой удовлетворяют условию: найдется неотрицательный вектор $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$, такой, что при всех $k = 1, 2, \ldots, m$ имеют место неравенства

$$f_k(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*) < 0.$$

регулярная матрица (или неособенная матрица) $\Rrightarrow$ невырожденная матрица.

регулярная точка разрыва (regular discontinuity point) — точка a, являющаяся точкой разрыва первого рода функции f, в которой односторонние пределы удовлетворяют условию

$$f(a) = \frac{f(a+) + f(a-)}{2};$$

напр., точка $a = 0$ для сигнум-функции.

регулярная функция (или голоморфная функция) $\Rrightarrow$ аналитическая функция.

регулярное линейное преобразование (regular linear transformation) — линейное преобразование, являющееся биекцией векторного пространства.

регулярное топологическое пространство (regular topological space) — топологическое пространство, в котором для любой точки и любого не содержащего эту точку замкнутого множества существуют непересекающиеся окрестности; $\rightsquigarrow$ нормальное топологическое пространство.

регулярный граф (regular graph) — граф, у которого все вершины имеют одинаковые степени.

регулярный метод суммирования (regular summation method) — консервативный метод суммирования, суммирующий сходящиеся ряды [последовательности] к обобщенным суммам, равным их суммам [пределам последовательностей].

резольвента (resolvent) — **1.** (*резольвента оператора* A) — образованный для рассматриваемого линейного оператора $A : \mathfrak{X} \to \mathfrak{X}$ оператор

$$(A - \lambda E)^{-1},$$

обратный к оператору $A - \lambda E$, где E — единичный оператор, а λ — произвольный скаляр; **2.** (*резольвента уравнения*) — образованное для данного алгебраического уравнения новое алгебраическое уравнение, из корней которого при помощи конечной совокупности арифметических операций можно получить все корни данного уравнения.

результант (*результант полиномов*; resultant) — произведение

$$R(p, q) \stackrel{\text{def}}{=} a_0^m b_0^n \prod_{k=1}^{n} \prod_{j=1}^{m} (c_k - d_j)\,,$$

составленное из корней $c_1, c_2, \ldots, c_n$ и $d_1, d_2, \ldots, d_m$ полиномов

$$p(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$$

и

$$q(x) = b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \cdots + b_{m-1} x + b_m\,.$$

результат (или значение; result) $\twoheadrightarrow$ операция.

ректификация $\Rrightarrow$ спрямление.

рекуррентная последовательность $\Rrightarrow$ возвратная последовательность.

рекуррентная формула (*рекуррентная формула порядка* n; recurrence formula) — формула вида

$$a_k = f(k, a_{k-1}, a_{k-2}, \ldots, a_{k-n})\,,$$

выражающая при $k \geqslant n$ каждый член последовательности $\{a_k\}$ через предыдущие n членов $a_{k-1}, a_{k-2}, \ldots, a_{k-n}$; напр., полиномы Чебышёва первого рода T_k связаны реккурентной формулой второго порядка

$$T_k(x) = 2xT_{k-1}(x) - T_{k-2}(x)\,;$$

$\rightsquigarrow$ возвратная последовательность.

рекуррентное уравнение (recurrence relation) — уравнение, выражающее неизвестное x_k в виде функции от неизвестных x_{k-1}, $x_{k-2}, \ldots, x_{k-n}$.

рекурсивная функция $\twoheadrightarrow$ обще-рекурсивная [примитивно-рекурсивная, частично-рекурсивная] функция.

рекурсия $\twoheadrightarrow$ примитивная рекурсия.

релаксации метод (relaxation method) — метод ускорения сходимости итерационного метода.

репер (frame) — система, при помощи которой определяются координаты точки в пространстве; $\rightsquigarrow$ аффинный [канонический, ортонормированный] репер, координатные оси.

рефлексивное пространство (reflexive space) — пространство, изоморфное своему второму сопряженному пространству; $\rightsquigarrow$ самосопряженное пространство.

рефлексивность (reflexivity) — свойство бинарного отношения содержать диагональ прямого квадрата рассматриваемого множества: отношение $\mathcal{R}$ рефлексивно, если $x\mathcal{R}x$ при всех x; $\rightsquigarrow$ антирефлексивность, нерефлексивность.

решение — **1.** (solution) ↠ задача; **2.** ↠ базисное [вырожденное, нетривиальное, нулевое, обобщенное, общее, особое, тривиальное, частное] решение; **3.** (solution) — ход рассуждений, при помощи которых получаются все решения задачи [неравенства, системы уравнений, уравнения]; ⇝ графическое решение.

решение в квадратурах (solution by quadrature) — общее решение дифференциального уравнения, представленное алгебраическим выражением от неопределенных интегралов.

решение неравенства (solution of an inequality) ↠ неравенство.

решение системы уравнений (solution of a system of equations) — набор значений неизвестных, обращающий одновременно все уравнения рассматриваемой системы в тождества; ⇝ базисное [общее, частное] решение, Крамера формулы.

решение треугольника (solution of a triangle) — нахождение всех элементов треугольника по некоторым заданным элементам; ⇝ Герона формула, косинусов [синусов, тангенсов] теорема, Мольвейде [половинного угла] формулы.

решение уравнения (solution of an equation) — **1.** набор значений неизвестных уравнения, обращающий это уравнение в тождество; в случае уравнения с одним неизвестным используется название *корень уравнения*; ⇝ общее решение; **2.** процесс нахождения решений уравнения [доказательства их отсутствия].

решетка (или структура; lattice) — частично упорядоченное множество, в котором каждое двухэлементное подмножество $\{x, y\}$ имеет как нижнюю грань (обозначается $x \cap y$ и называется *пересечением* элементов x и y), так и верхнюю грань (обозначается $x \cup y$ и называется *объединением* элементов x и y); ⇝ банахова [векторная, дедекиндова, дистрибутивная, полная] решетка, булева алгебра, направленное [полное] множество, Рисса пространство.

Риккати уравнение (Riccati equation) — обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$y' = a(x) + b(x)y + c(x)y^2,$$

где a, b и c — заданные функции; ⇝ Абеля дифференциальное уравнение.

Римана геометрия ⇛ эллиптическая геометрия.

Римана дзета-функция ⇛ дзета-функция.

Римана интеграл (Riemann integral) — величина, характеризующая функцию f на заданном отрезке $[a, b]$:

$$\int_a^b f(x)\,dx \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max \Delta x_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta x_k\,,$$

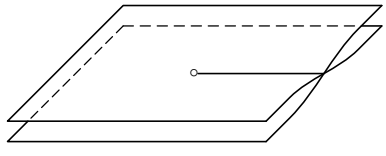
где $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$, $c_k \in [x_{k-1}, x_k]$ и $\Delta x_k \stackrel{\text{def}}{=} x_k - x_{k-1}$; ⇝ Дарбу суммы, двойной [Лебега, определенный, Стильтьеса, тройной] интеграл.

Римана сфера (Riemann sphere) — образ комплексной плоскости (пополненной одной бесконечно удаленной точкой) при стереографической проекции ее на сферу.

Римана условия ↠ Коши – Римана условия.

риманова геометрия (Riemann geometry) — геометрия риманова пространства; обобщение внутренней геометрии поверхности на случай n-мерного пространства.

риманова поверхность (Riemann surface) — обобщение комплексной плоскости, позволяющее любую функцию комплексного переменного рассматривать как однолистную; схематически получается путем проведения частичных разрезов в нескольких экземплярах



(*листах*) комплексной плоскости и подходящего «склеивания» краев разрезов.

риманово пространство (Riemann space) — дифференцируемое многообразие, на котором определено метрическое тензорное поле; ⇝ кривизны тензор, неевклидово пространство.

римские цифры (Roman numerals) — система счисления, основанная на принципе сложения и вычитания; в таблице для некоторых десятичных чисел указаны их записи римскими цифрами:

1	I	18	XVIII	158	CLVIII
2	II	23	XXIII	266	CCLXVI
3	III	31	XXXI	312	CCCXII
4	IV	46	XLVI	443	CDXLIII
5	V	57	LVII	534	DXXXIV
6	VI	64	LXIV	695	DCXCV
7	VII	75	LXXV	707	DCCVII
8	VIII	80	LXXX	810	DCCCX
9	IX	92	XCII	921	CMXXI
10	X	99	IC	1949	MCMIL

Рисса пространство (Riesz space) — векторное пространство, являющееся решеткой, причем из $\mathbf{x} \geqslant \mathbf{y}$ при любом $\mathbf{z}$ вытекает $\mathbf{x}+\mathbf{z} \geqslant \mathbf{y}+\mathbf{z}$, а из $\mathbf{x} \geqslant \theta$ и $\lambda > 0$ вытекает $\lambda\mathbf{x} \geqslant \theta$.

род поверхности (genus of a surface) — натуральное число, характеризующее связность замкнутой поверхности: максимальное число взаимно непересекающихся замкнутых кривых, которые можно провести на поверхности, не разбивая ее на части; напр., сфера имеет род 0, тор — род 1; ⇝ Жордана теорема.

Родрига формула (Rodrigues formula) — **1.** формула, дающая общее выражение ортогональных полиномов в виде производной соответствующего порядка от некоторой функции; ⇝ Лагерра [Лежандра, Эрмита, Якоби] полиномы; **2.** формула

$$d\mathbf{m} = -k_0\, d\mathbf{x}\,,$$

связывающая радиус-вектор $\mathbf{x}$ произвольной точки поверхности, единичный вектор нормали $\mathbf{m}$ и нормальную кривизну k_0; выполняется вдоль главного направления, характеризуя последнее.

розы (roses) — семейство плоских кривых, уравнения которых в полярных координатах имеют вид

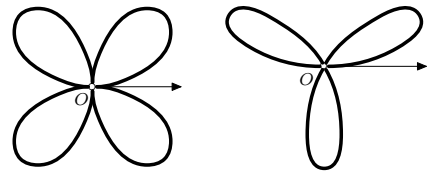
$$\varrho = a\,\sin b\varphi\,;$$

напр., в случае $b = 2$ получается т. н. *четырехлепестковая роза* (на рисунке слева), уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

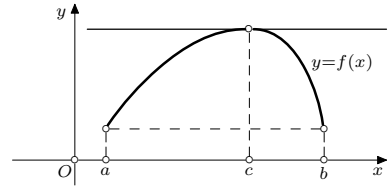
$$\left(x^2+y^2\right)^3 = 4a^2x^2y^2,$$

а в случае $b = 3$ — *трехлепестковая роза* (на рисунке справа), уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$\left(x^2+y^2\right)^2 = a(3x^2y - y^3)\,.$$



Ролля теорема (Rolle theorem) — если непрерывная на отрезке $[a,b]$ и дифференцируемая на интервале (a,b) функция f принимает на концах отрезка равные значения, т. е. $f(a) = f(b)$, то найдется точка $c \in (a,b)$, такая, что $f'(c) = 0$.



ромб (rhombus) — параллелограмм, все стороны которого равны; площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

ромбоид $\Rrightarrow$ дельтоид.

ромбоэдр (rhombohedron) — параллелепипед, все грани которого — равные ромбы.

ротор $\Rrightarrow$ вихрь.

Рунге – Кутта методы (Runge – Kutta methods) — класс методов для приближенного решения задачи Коши обыкновенного дифференциального уравнения или системы таких уравнений; напр., при решении задачи

$$y' = f(x, y)\,, \quad y(x_0) = y_0$$

приближенное значение y_1 решения в точке $x_1 = x_0 + h$ находят по формуле

$$y_1 = y_0 + \sum_{j=1}^{r} \gamma_j k_j\,,$$

где

$$k_j = hf(x_0 + \alpha_j h, y_0 + \beta_{j1} k_1 + \cdots + \beta_{j,j-1} k_{j-1})\,,$$

а γ_j, α_j, β_{jm} — постоянные.

ряд — **1.** (или бесконечный ряд; series) — выражение вида

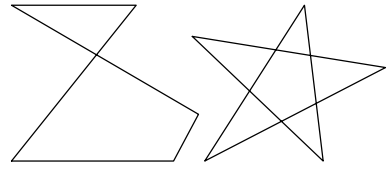
$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \stackrel{\text{def}}{=} a_0 + a_1 + \cdots + a_k + \cdots\,,$$

состоящее из счетного множества слагаемых (*членов* ряда); $\rightsquigarrow$ геометрический [двойной, Дирихле, кратный, Ламберта, Лорана, Маклорена, ортогональный, расходящийся, степенной, сходящийся, Тейлора, тригонометрический, функциональный, Фурье, числовой] ряд, разложение в ряд, свертка рядов, сходимости признак; **2.** $\twoheadrightarrow$ натуральный ряд; **3.** $\twoheadrightarrow$ вариационный [временной, статистический] ряд; **4.** $\twoheadrightarrow$ идеальный [композиционный, нормальный] ряд.

рядов теория (series theory) — раздел математического анализа, изучающий общие свойства рядов, бесконечных произведений и несобственных интегралов; $\rightsquigarrow$ расходящихся рядов теория.

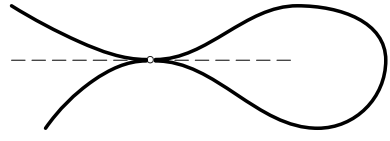
C

самопересекающийся многоугольник (self-intersecting polygon) — плоская замкнутая ломаная линия, которая не является простой; $\rightsquigarrow$ звездчатый [простой] многоугольник.



самопересечения точка (или узловая точка; point of self-intersection) — двойная точка кривой [поверхности], в которой эта кривая [поверхность] не касается самой себя.

самоприкосновения точка (point of self-tangency) — двойная точка кривой [поверхности], в которой эта кривая [поверхность] касается самой себя.



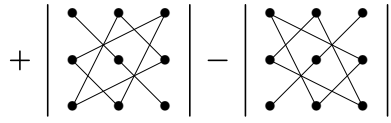
самосопряженная матрица $\Rrightarrow$ эрмитова матрица.

самосопряженное пространство (self-dual space) — пространство, изоморфное со своим сопряженным пространством; $\rightsquigarrow$ рефлексивное пространство.

самосопряженный оператор (или эрмитов оператор; self-adjoint operator) — линейный оператор, совпадающий со своим сопряженным оператором; напр., оператор $A : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$, определенный на гильбертовом [унитарном] пространстве $\mathcal{H}$, который при всех $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathcal{H}$ удовлетворяет условию

$$(A\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{x}, A\mathbf{y})\,.$$

Саррюса правило (Sarrus rule) — правило вычисления определителя третьего порядка, представленное на рисунке:



свертка рядов (или Коши произведение; Cauchy product) — бинарная операция на множестве рядов, ставящая рядам

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \quad \text{и} \quad \sum_{k=0}^{\infty} b_k$$

в соответствие ряд-произведение (или *произведение*, или *свертку* рядов) вида

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_k\,, \quad \text{где} \quad c_k = \sum_{j=0}^{k} a_j b_{k-j}\,.$$

свертка функций (convolution of functions) — бинарная операция на множестве всюду интегрируемых функций, ставящая функциям f и g в соответствие функцию (*свертку*)

$$(f * g)(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)g(x-t)\,dt\,;$$

в случае функций, интегрируемых на $(0,\infty)$, соответственно

$$(f * g)(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \int\limits_{0}^{\infty} f(t)g(x-t)\,dt\,.$$

свертывание тензора (contraction of a tensor) — унарная операция над тензорами, ставящая смешанному тензору в соответствие новый тензор меньшей валентности, полученный путем суммирования компонент исходного тензора по одному ковариантному и одному контравариантному индексам; напр., при свертывании тензора $g_{ij}^{k\,l}$ по первым индексам получается тензор

$$h_j^l \stackrel{\text{def}}{=\!=} \sum_s g_{sj}^{sl}\,.$$

сверху полунепрерывная функция (upper semi-continuous function) $\twoheadrightarrow$ полунепрерывная функция.

свободное переменное (free variable) — переменное, которое в рассматриваемом [-ой] выражении [формуле] не является связанным; напр., s является свободным переменным в выражениях

$$\max_v f(s,v), \quad \exists v\, P(v,s)\,,$$
$$\sum_{v=0}^{\infty} a_{vs}, \quad \int\limits_a^b f(s,v)\,dv\,;$$

$\rightsquigarrow$ замкнутая формула.

свободный вектор (free vector) — множество всех векторов (как направленных отрезков), равных данному вектору; $\rightsquigarrow$ связанный вектор.

свободный член (absolute term) — член многочлена [уравнения], не содержащий переменных [неизвестных]; $\rightsquigarrow$ Вольтерра [Фредгольма] уравнение, линейных уравнений система.

свойство $\Rrightarrow$ одноместный предикат.

связанное переменное (*связанное вхождение переменного*; bound variable) — переменное, по которому в рассматриваемом [-ой] выражении [формуле] производится некоторая операция; напр., s является связанным переменным в выражениях

$$\min_s f(s,t), \quad \forall s\, P(s,t)\,,$$
$$\sum_{s=0}^{n} a_{st}, \quad \int\limits_a^b f(s,t)\,ds\,;$$

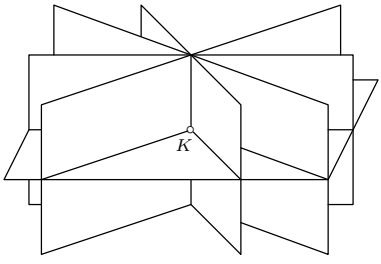
$\rightsquigarrow$ свободное переменное.

связанный вектор (bound vector) — вектор, для которого фиксирована начальная точка, или *точка приложения*; $\rightsquigarrow$ свободный вектор.

связка окружностей (bundle of circles) — такое множество окружностей на плоскости, для которого найдется точка

(*радикальный центр* связки), имеющая одну и ту же степень относительно всех окружностей множества; ⇝ пучок окружностей.

связка плоскостей (bundle of planes) — множество всех плоскостей, проходящих через фиксированную точку K (*центр* связки); ⇝ пучок плоскостей.



связка прямых (bundle of lines) — множество всех прямых в пространстве, проходящих через фиксированную точку K (*центр* связки); ⇝ пучок прямых.

связка сфер (bundle of spheres) — такое множество сфер в пространстве, для которого найдется прямая (*ось* связки), каждая точка которой имеет одну и ту же степень относительно всех сфер множества; ⇝ пучок сфер.

связная компонента (connected component) — одно из максимальных связных подмножеств данного множества; ⇝ ветвь, компонента связности.

связное множество (connected set) — множество топологического пространства, любые две точки которого могут быть соединены дугой, принадлежащей этому множеству; множество, которое не может быть представлено в виде объединения двух его отделенных собственных подмножеств; ⇝ линейно связное пространство, многосвязная [односвязная] область, род поверхности.

связность ⇝ аффинная связность.

связный граф (connected graph) — граф, для любой пары вершин которого существует соединяющий их маршрут; ⇝ компонента связности, разрез графа, сильносвязный граф.

сдвиг (*сдвиг плоскости относительно прямой*; translation) — аффинное преобразование плоскости, при котором расстояния точек до фиксированной прямой (*оси* преобразования) не меняются, а расстояние точки до ее образа пропорционально их расстоянию до оси; напр., при сдвиге относительно оси Ox формулы преобразования координат имеют вид

$$x' = x + cy\,, \quad y' = y\,.$$

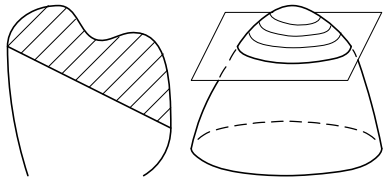
сдвига оператор (displacement operator) — оператор E или E_h, ставящий функции в соответствие ее «сдвинутое» значение, т. е.

$$Ef(x) \stackrel{\text{def}}{=} f(x+1)$$

или

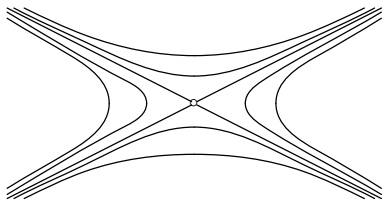
$$E_h f(x) \stackrel{\text{def}}{=} f(x+h)\,.$$

сегмент (segment) — **1.** ⇛ отрезок; **2.** часть плоской фигуры, заключенная между дугой границы этой фигуры и стягивающей ее хордой; ⇝ круговой сегмент; **3.** часть поверхности, расположенная по одну сторону от секущей плоскости; **4.** часть пространственной фигуры (тела), заключенная между поверхностью фируры и секущей плоскостью; ⇝ шаровой сегмент.



сегментная поверхность (или сферический сегмент; spherical segment) ⇝ шаровой сегмент.

седло (или седловина; saddle) — такая особая точка дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, через которую проходят две интегральные кривые, к которым все остальные интегральные кривые асимптотически приближаются.



седловая поверхность (saddle surface) — поверхность, гауссова кривизна которой отрицательна в каждой точке; напр., гиперболический параболоид.

седловая точка (saddle point) — **1.** (*седловая точка функции*) — точка, в которой функция от двух переменных принимает в одном направлении [по одному переменному] максимальное, а в некотором другом направлении [по другому переменному] минимальное значение; ⇝ максимин, минимакс; **2.** (*седловая точка матрицы*) — элемент a_{kl} матрицы (a_{ij}), удовлетворяющий условию

$$a_{kl} = \max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij}\,;$$

3. (*седловая точка игры*) — пара стратегий в антагонистической игре, являющаяся седловой точкой соответствующей функции выигрыша.

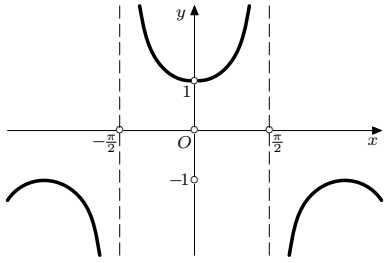
седловина ⇛ седло.

секанс (secant) — тригонометрическая функция, значение которой равно обратной величине косинуса того же аргумента, т. е.

$$\sec x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\cos x}\,;$$

обозначается также $\mathrm{sc}\, x$.

секансоида (secant curve) — график функции $y = \sec x$.

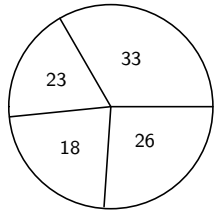


секстили (sextiles) — выборочные квантили порядков $\frac{1}{6}$ и $\frac{5}{6}$.

секстиллион (sextillion) ↠ десятичный разряд.

сектор (sector) — **1.** часть плоской фигуры, заключенная между двумя лучами, общее начало которых (*вершина* сектора) является внутренней точкой фигуры; ⇝ круговой сектор; **2.** часть пространственной фигуры (тела), заключенная между поверхностью фигуры и одной полостью конической поверхности, вершина которой находится во внутренней точке фигуры; ⇝ шаровой сектор.

секторная диаграмма (pie diagram) — диаграмма, в которой числа (обычно проценты) изображены в виде круговых секторов, имеющих такие площади.



секунда (second) — единица измерения дуг окружности и соответствующих центральных углов, равная $\frac{1}{60}$ части минуты; обозначается знаком ″, напр.: 7′30″.

секущая — **1.** (secant line) — прямая, имеющая с данной кривой [поверхностью] не менее двух общих точек; ⇝ хорда; **2.** (cutting line) ↠ сечение.

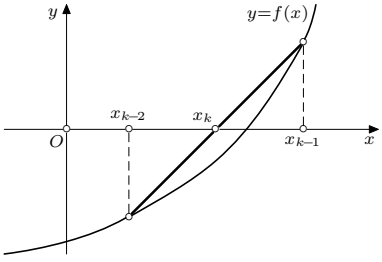
секущая плоскость (cutting plane) ↠ сечение.

секущих метод (или ложного положения правило, или хорд метод; secant method) — итерационный метод решения уравнения

$$f(x) = 0\,,$$

при котором последовательные приближения корня уравнения вычисляются по формуле

$$x_k = x_{k-1} - \frac{(x_{k-1} - x_{k-2})f(x_{k-1})}{f(x_{k-1}) - f(x_{k-2})}\,.$$



семантика (semantics) — совокупность всех таких свойств языка, которые вытекают из конкретной интерпретации этого языка или соответствующей порождающей грамматики; ⇝ синтаксис.

семейство (family) — множество однотипных объектов, непрерывно зависящих от параметров.

семидефинитная квадратичная форма ⇛ полуопределенная квадратичная форма.

семиугольник (или гептагон; heptagon) — многоугольник, имеющий семь вершин.

сепарабельная функция (separable function) — функция f от нескольких переменных, которую можно представить в виде суммы функций g_k от одного переменного, т. е.

$$f(x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_n) = \sum_{k=1}^{n} g_k(x_k)\,;$$

⇝ факторизуемая функция.

сепарабельное пространство (separable space) — топологическое пространство, содержащее всюду плотное счетное множество.

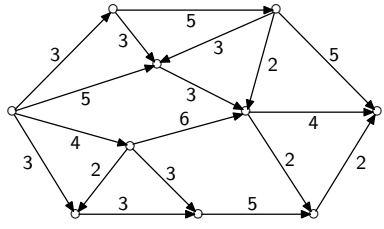
септиллион (septillion) ↠ десятичный разряд.

серпантина ↠ Ньютона серпантина.

Серре – Френе формулы (или Бартельса – Френе формулы) ⇛ Френе формулы.

сетевое планирование (project management) — набор таких методов планирования и управления комплексных работ, которые опираются на использование сетевого графика соответствующего проекта.

сетевой график (network model) — отмеченная сеть, дуги которой снабжены длинами; дуги сетевого графика интерпретируются как *работы*, необходимые при выполнении рассматриваемого проекта (длина дуги — продолжительность работы), а вершины — как *события* в ходе выполнения этого проекта; ⇝ критический путь.

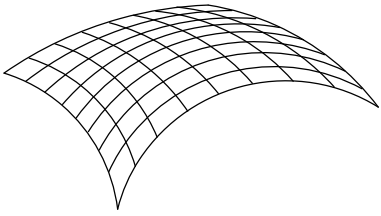


сетка (grid) ↠ разностный метод.

сеток метод (difference method) — разностный метод для приближенного решения краевых задач дифференциальных уравнений с частными производными.

сеть (network) — связный ориентированный граф, не содержащий контуров, причем имеются ровно одна вершина (*вход* сети), в которую не входит ни одна дуга, и ровно одна вершина (*выход* сети), из которой не исходит ни одна дуга.

сеть кривых (net of curves) — такая пара однопараметрических семейств кривых в области поверхности, что через любую точку области проходит точно по одной кривой из каждого семейства, не имея касания друг с другом в этой точке; ⇝ асимптотическая сеть.



сечение — **1.** (section) — общая часть рассматриваемой фигуры с некоторой прямой (*секущей*) или плоскостью (*секущей плоскостью*); ⇝ коническое [нормальное, осевое, перпендикулярное, плоское, среднее] сечение; **2.** (*сечение упорядоченного множества*; cut) — такое представление упорядоченного множества $\mathcal{M}$ в виде двух непустых подмножеств $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$, что

$$\mathcal{X} \cap \mathcal{Y} = \varnothing\,, \quad \mathcal{X} \cup \mathcal{Y} = \mathcal{M}$$

и для любых элементов $x \in \mathcal{X}$, $y \in \mathcal{Y}$ имеет место неравенство $x < y$; ⇝ дедекиндово сечение; **3.** ↠ золотое сечение.

сжатие (*сжатие плоскости к прямой*; contraction) — аффинное преобразование плоскости, при котором расстояния точек до фиксированной прямой (*оси* преобразования) умножаются на фиксированную положительную постоянную (*коэффициент сжатия*); напр., при сжатии к оси Ox формулы преобразования координат имеют вид $x' = x$, $y' = cy$.

сжатия оператор (contraction operator) — оператор $P : \mathcal{X} \to \mathcal{X}$, определенный на метрическом пространстве $\mathcal{X}$, для которого найдется действительное число $q \in (0, 1)$, такое, что при всех x, $y \in \mathcal{X}$ выполняется неравенство

$$d\big(P(x), P(y)\big) \leqslant q\, d(x, y)\,,$$

где d обозначает расстояние.

сигма-алгебра (или σ-алгебра, или σ-кольцо; sigma-algebra) — алгебра множеств $\mathcal{S}$, содержащая объединение любого числа своих элементов: если $\mathcal{M}_k \in \mathcal{S}$ при $k \in \mathcal{A}$, то

$$\bigcup_{k \in \mathcal{A}} \mathcal{M}_k \in \mathcal{S}\,;$$

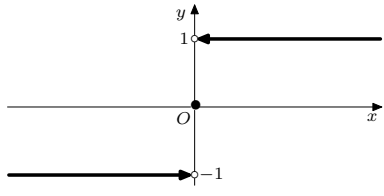
⇝ алгебра событий, мера.

сигнатура (signature) — **1.** (*сигнатура квадратичной формы*) — разность между числом p положительных коэффициентов и числом q отрицательных коэффициентов в каноническом виде квадратичной формы; также пара (p, q); ⇝ инерции закон; **2.** комплект символов, используемых в алгебраической системе для обозначения постоянных, знаков операций и отношений.

сигнум (или сигнум-функция; signum) — функция

$$\operatorname{sign}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \\ -1, & \text{если } x < 0, \end{cases}$$

определенная для всех действительных значений аргумента; обозначается также $\operatorname{sgn}(x)$; ⇝ Хевисайда функция.



Сильвестра критерий (Sylvester criterion) — квадратичная форма является положительно определенной тогда и только тогда, когда все главные миноры ее матрицы положительны.

Сильвестра метод (Sylvester method) — метод исключения одного неизвестного из системы двух алгебраических уравнений.

Сильвестра теорема ⇛ инерции закон.

сильная производная ⇛ Фреше производная.

сильная сходимость $\Rightarrow$ сходимость по норме.

сильносвязный граф (strongly connected graph) — **1.** ориентированный граф, для любых двух различных вершин a и b которого найдутся как путь из a в b, так и путь из b в a; **2.** ориентированный граф, для любых двух различных вершин a и b которого найдется или путь из a в b, или путь из b в a.

сильный дифференциал $\Rightarrow$ Фреше дифференциал.

символ — **1.** (или буква; symbol) $\twoheadrightarrow$ алфавит; **2.** $\twoheadrightarrow$ Кронекера [Лежандра, Якоби] символ, Ландау символы.

символическая логика (или теоретическая логика $\Rightarrow$ математическая логика.

симметрии аксиома (symmetry axiom) $\twoheadrightarrow$ метрика.

симметрии группа (symmetry group) — группа изометрий, совмещающих рассматриваемую симметричную фигуру с нею самой.

симметрии преобразование (symmetry transformation) — элемент группы симметрии.

симметрическая билинейная форма (symmetric bilinear form) — билинейная форма f, удовлетворяющая при всех $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ условию

$$f(\mathbf{x},\mathbf{y}) = f(\mathbf{y},\mathbf{x})\,;$$

$\rightsquigarrow$ кососимметрическая билинейная форма.

симметрическая группа (symmetric group) — группа всех подстановок фиксированного конечного множества, в которой умножение подстановок означает их последовательное применение, а единицей является тождественная подстановка; эта группа некоммутативна: напр., в случае подстановок

$$g_1 = \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5\\ 4&2&1&5&3 \end{pmatrix}, \quad g_2 = \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5\\ 5&1&4&2&3 \end{pmatrix}$$

пятиэлементного множества получим

$$g_1 g_2 = \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5\\ 3&4&5&2&1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5\\ 2&1&5&3&4 \end{pmatrix} = g_2 g_1\,;$$

$\rightsquigarrow$ знакопеременная группа.

симметрическая игра (symmetric game) — **1.** антагонистическая игра, в которой множества стратегий совпадают ($\mathfrak{X}_1 = \mathfrak{X}_2 = \mathfrak{X}$) и функция выигрыша f удовлетворяет при всех $x, y \in \mathfrak{X}$ условию

$$f(x,y) = f(y,x)\,;$$

2. игра нескольких лиц с нулевой суммой, характеристическая функция которой принимает равные значения при всех коалициях одинаковой мощности.

симметрическая матрица (symmetric matrix) — квадратная матрица (a_{ij}), совпадающая со своей транспонированной матрицей, т. е. при всех i и j имеет место равенство

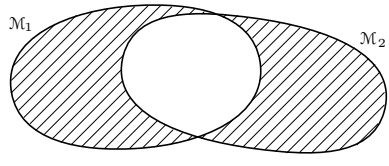
$$a_{ij} = a_{ji}\,;$$

$\rightsquigarrow$ кососимметрическая [эрмитова] матрица.

симметрическая разность (symmetric difference) — определенное двумя данными множествами $\mathcal{M}_1$ и $\mathcal{M}_2$ множество

$$\mathcal{M}_1 \ominus \mathcal{M}_2 \stackrel{\text{def}}{=} (\mathcal{M}_1 \cup \mathcal{M}_2) \setminus (\mathcal{M}_1 \cap \mathcal{M}_2) = (\mathcal{M}_1 \setminus \mathcal{M}_2) \cup (\mathcal{M}_2 \setminus \mathcal{M}_1)\,;$$

обозначается также в виде $\mathcal{M}_1 \triangle \mathcal{M}_2$; $\rightsquigarrow$ разность множеств.



симметрическая форма (symmetric form) — **1.** (*симметрическая форма дифференциального уравнения*) — обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка в виде

$$f(x,y)\,dx + g(x,y)\,dy = 0\,,$$

где f и g — заданные функции; $\rightsquigarrow$ интегрирующий множитель; **2.** (*симметрическая форма системы обыкновенных дифференциальных уравнений*) — система дифференциальных уравнений в виде

$$\frac{dx_0}{f_0(x_0, x_1, \ldots, x_n)} = \frac{dx_1}{f_1(x_0, x_1, \ldots, x_n)} = \\ = \cdots = \frac{dx_n}{f_n(x_0, x_1, \ldots, x_n)},$$

где x_0 — независимое переменное, f_k — заданные и $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — искомые функции; $\rightsquigarrow$ нормальная система.

симметрическая функция (symmetric function) — функция от нескольких переменных, не меняющаяся при перестановке своих аргументов, т. е. функция f от n переменных, которая при любой подстановке

$$(k_1, k_2, \ldots, k_n)$$

индексов $1, 2, \ldots, n$ удовлетворяет условию

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(x_{k_1}, x_{k_2}, \ldots, x_{k_n});$$

напр., функция f от двух переменных, которая при всех x и y из своей области определения удовлетворяет условию

$$f(x, y) = f(y, x).$$

симметрический полином (symmetric polynomial) — полином от нескольких переменных, не меняющийся при любой перестановке этих переменных; $\rightsquigarrow$ элементарные симметрические полиномы.

симметричная фигура (symmetric figure) — фигура, обладающая свойством симметрии.

симметричность — 1. $\Rightarrow$ симметрия; **2.** (symmetry) — свойство бинарного отношения: отношение $\mathcal{R}$ симметрично, если из $x\mathcal{R}y$ всегда следует $y\mathcal{R}x$; $\rightsquigarrow$ антисимметричность, несимметричность.

симметричные точки (symmetric points) — **1.** точки A и B симметричны относительно фиксированной точки O, если точка O (*центр симметрии*) является серединой отрезка AB; **2.** точки A и B симметричны относительно фиксированной прямой (*оси симметрии*), если эта прямая является медиатрисой отрезка AB; **3.** точки A и B симметричны относительно фиксированной плоскости (*плоскости симметрии*), если эта плоскость является медиатрисной плоскостью отрезка AB.

симметричный элемент (или обратный элемент) $\Rightarrow$ нейтрализирующий элемент.

симметрия (или симметричность; symmetry) — **1.** свойство фигуры быть своим образом при некоторой изометрии, не являющейся тождественным преобразованием; $\rightsquigarrow$ осевая [центральная] симметрия; **2.** свойство объекта быть своим образом при некоторых рассматриваемых преобразованиях.

симплекс (*n-мерный симплекс*; simplex) — выпуклая оболочка такого $(n+1)$-элементного подмножества (множества *вершин* симплекса) n-мерного действительного векторного [аффинного] пространства, которое не принадлежит $(n-1)$-мерному подпространству; n-мерный выпуклый многогранник.

симплексный метод (simplex method) — конечный итерационный метод для решения задач линейного программирования; $\rightsquigarrow$ двойственный симплексный метод.

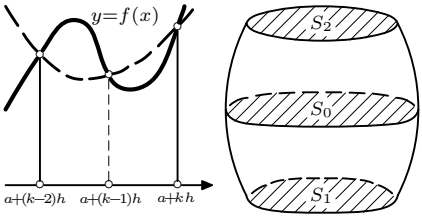
Симпсона формула (Simpson formula) — **1.** (или парабол формула) — квадратурная формула вида

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}\big(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \cdots \\ \cdots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n\big),$$

где $h = (b-a)/n$, $y_k = f(a+kh)$ и $n \geqslant 4$ — четное число; **2.** формула для вычисления объема V тела с двумя параллельными основаниями в виде

$$V = \frac{h}{6}\big(S_1 + 4S_0 + S_2\big),$$

где h — высота тела, а S_1, S_2 и S_0 — площади оснований и среднего сечения.



сингулярная матрица (или особая матрица) $\Rrightarrow$ вырожденная матрица.

сингулярная точка $\Rrightarrow$ особая точка.

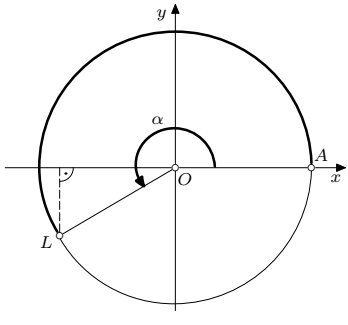
синтаксис (syntax) — совокупность таких свойств языка, которые вытекают из правил образования этого языка; $\rightsquigarrow$ семантика.

синтез (synthesis) — ход рассуждений, ведущих от основных понятий и аксиом к доказуемому утверждению или исследуемому объекту; $\rightsquigarrow$ анализ.

синус (sine) — тригонометрическая функция, значение $\sin\alpha$ которой при центральном угле α или длине соответствующей дуги $\widehat{AL}$ единичной окружности равно ординате точки L в декартовых прямоугольных координатах, где начальной точкой дуги является $A=(1,0)$; синус от действительного [комплексного] аргумента x выражается степенным рядом

$$\sin x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}\,;$$

$\rightsquigarrow$ арксинус, интегральный синус.



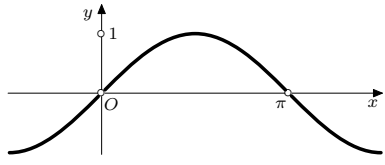
синус амплитуды (sine amplitude) $\twoheadrightarrow$ Якоби эллиптические функции.

синусов теорема (sine theorem) — стороны треугольника (a,b,c) пропорциональны синусам противолежащих углов (α,β,γ), причем коэффициент пропорциональности равен диаметру описанной окружности, т. е.

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R\,;$$

$\rightsquigarrow$ гиперболическая [сферическая] тригонометрия.

синусоида (sinusoid) — график функции $y=\sin x$ (на рисунке) или же функции $y=a\sin(\omega x+\varphi)$.



синусоидальное колебание $\Rrightarrow$ гармоническое колебание.

система (system) — **1.** синоним термина «множество»; **2.** (*математическая система*) — множество, в котором определена структура; $\rightsquigarrow$ математики основные структуры; **3.** $\twoheadrightarrow$ алгебраическая система; **4.** $\twoheadrightarrow$ биортогональная [замкнутая, нормированная, ортогональная, ортонормированная, полная] система.

система аксиом $\Rrightarrow$ аксиоматика.

система координат (coordinate system) — правило, по которому точкам плоскости [поверхности, пространства] ставятся в соответствие некоторые их координаты; $\rightsquigarrow$ координатные оси, репер.

система образующих (или порождающее множество; generating set) — подмножество универсальной алгебры, из элементов которого (*образующих*) можно получить любой элемент этой

универсальной алгебры, используя определенные в ней операции; ⇝ альтернативное кольцо, базис множества [векторного пространства], коммутант, моногенная полугруппа, циклическая [конечно порожденная] группа.

система счисления (или нумерация; number system) — набор приемов для записи и наименования чисел; ⇝ десятичная [позиционная] система счисления, римские цифры.

система уравнений (system of equations) — два или более уравнений с одними и теми же неизвестными, для которых требуется найти значения, удовлетворяющие одновременно всем этим уравнениям; ⇝ неопределенная [линейных уравнений, несовместная, нормальная, определенная, переопределенная, совместная] система, симметрическая форма.

систематическая ошибка (systematic error) ↠ смещенная оценка.

скаляр — **1.** (или скалярная величина; scalar quantity) ↠ величина; **2.** (scalar) — элемент кольца [поля] коэффициентов, связанного с алгебраической системой; ⇝ умножение на скаляры.

скалярная величина (или скаляр; scalar quantity) ↠ величина.

скалярная функция (scalar function) — название функции в том случае, когда одновременно имеют дело с вектор-функциями.

скалярное поле (scalar field) — поле, ставящее каждой точке пространства [многообразия] в соответствие некоторую скалярную величину.

скалярное произведение (scalar product) — **1.** определенное двумя векторами $\vec{x}$ и $\vec{y}$ число

$$\vec{x} \cdot \vec{y} \stackrel{\text{def}}{=} |\vec{x}|\,|\vec{y}|\cos\alpha\,,$$

где $|\vec{x}|$, $|\vec{y}|$ — длины векторов и α — угол между этими векторами; ⇝ векторное [смешанное] произведение; **2.** (или внутреннее произведение) — функционал $(\mathbf{x},\mathbf{y})$, определенный на прямом квадрате комплексного [действительного] векторного пространства, который при любых $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$ и скаляре λ удовлетворяет условиям

$$(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \overline{(\mathbf{y},\mathbf{x})}\,,$$
$$(\mathbf{x},\mathbf{x}) > 0, \quad \text{если} \quad \mathbf{x} \neq \theta\,,$$
$$(\lambda\mathbf{x},\mathbf{y}) = \lambda(\mathbf{x},\mathbf{y})\,,$$
$$(\mathbf{x},\mathbf{y}+\mathbf{z}) = (\mathbf{x},\mathbf{y}) + (\mathbf{x},\mathbf{z})\,;$$

обозначается также $\langle \mathbf{x},\mathbf{y} \rangle$; ⇝ гильбертово [евклидово, псевдоевклидово, унитарное] пространство, интегрируемая с квадратом функция, унитарный оператор.

скалярный квадрат (scalar square) — скалярное произведение вектора [элемента векторного пространства] на самого себя; обозначается $\vec{x}^{\,2}$, или $\vec{x} \cdot \vec{x}$, или $(\mathbf{x},\mathbf{x})$, или $\langle \mathbf{x},\mathbf{x} \rangle$.

скалярный потенциал (scalar potential) — скалярная функция f, такая, что во всех точках P области задания рассматриваемого векторного поля $\mathbf{a}$ имеет место равенство $\mathbf{a}(P) = \operatorname{grad} f(P)$; ⇝ векторный потенциал.

скачок (jump of a function) — разность между пределами функции справа и слева в точке разрыва первого рода.

скобки (brackets) — знаки (и) (*круглые скобки*), [и] (*квадратные*, или *прямоугольные скобки*), { и } (*фигурные скобки*), $<$ и $>$ или $\langle$ и $\rangle$ (*ломаные скобки*), используемые в основном для указания порядка выполнения операций; ⇝ вынесение за скобки, раскрытие скобок.

скрещивающиеся прямые (oblique lines) — две прямые, которые не пересекаются и не параллельны, т. е. не лежат в одной плоскости; расстоянием между скрещивающимися прямыми является длина отрезка прямой, перпендикулярной как одной, так и другой прямой,

с концами на скрещивающихся прямых; $\rightsquigarrow$ расходящиеся прямые.

слабая производная $\Rrightarrow$ Гато производная.

слабая сходимость (weak convergence) — такая сходимость последовательности $\{\mathbf{a}_k\}$ элементов топологического векторного пространства $\mathcal{X}$ к пределу $\mathbf{a}$, при которой для любого непрерывного линейного функционала $f \in \mathcal{X}^*$ имеет место сходимость последовательности значений функционала, т. е.

$$\lim_{k\to\infty} f(\mathbf{a}_k) = f(\mathbf{a})\,;$$

$\rightsquigarrow$ обобщенных функций пространство, сходимость по норме.

слабый дифференциал $\Rrightarrow$ Гато дифференциал.

слагаемое (addend) $\twoheadrightarrow$ сложение.

слева непрерывная функция (continuous on the left function) — функция f действительного переменного, для которой в каждой точке a рассматриваемой области предел слева удовлетворяет условию

$$\lim_{x\to a-} f(x) = f(a)\,;$$

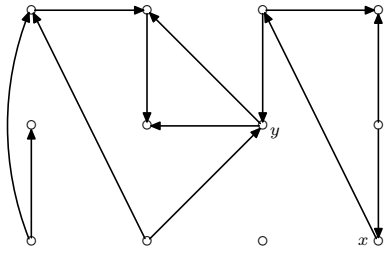
$\rightsquigarrow$ непрерывная [односторонне [справа] непрерывная] функция.

след матрицы (trace of a matrix) — сумма

$$\operatorname{Tr} A \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{j=1}^{n} a_{jj}$$

элементов главной диагонали квадратной матрицы $A = (a_{ij})$; обозначается также $\operatorname{trace} A$, или $\operatorname{Sp} A$.

следование (succession) — свойство элемента быть в отношении порядка с некоторым другим элементом: если $\mathcal{R}$ — отношение строгой упорядоченности, то $x\mathcal{R}y$ означает, что элемент y *следует* элементу x, или элемент x *предшествует* элементу y; говорят также, что y является *потомком* для x, или x является *предком* для y; следование элементов можно графически изображать в виде ориентированного графа; $\rightsquigarrow$ непосредственное следование.



следования функция (successor-function) $\twoheadrightarrow$ первичные функции.

следствие $\twoheadrightarrow$ логическое следствие.

слово (или цепочка; string) — кортеж символов фиксированного алфавита; множество всех слов алфавита $\mathcal{A}$ обозначается через $\mathcal{A}^*$; *длиной* слова называется число символов в нем; напр., если $a, b, c \in \mathcal{A}$, то $babc \in \mathcal{A}^*$ имеет длину 4; $\rightsquigarrow$ вхождение, выводимое слово, конкатенация, фраза.

сложение (addition) — бинарная алгебраическая операция, операнды которой называются *слагаемыми* и результат *суммой*; в качестве знака операции сложения обычно используется символ $+$ (плюс); $\rightsquigarrow$ аддитивная группа, алгебраическое сложение, вычитание.

сложение матриц (addition of matrices) — *суммой* $(m \times n)$-матриц $A = (a_{ij})$ и $B = (b_{ij})$ над кольцом $\mathcal{R}$ считается $(m \times n)$-матрица $C = (c_{ij})$, где

$$c_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} a_{ij} + b_{ij}$$

при каждом $i = 1, 2, \ldots, m$ и $j = 1, 2, \ldots, n$; напр.:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 10 & 12 & 14 \end{pmatrix}.$$

сложения формулы (addition formulae) — **1.** формулы, выражающие значения тригонометрических функций от суммы или разности аргументов через

значения тригонометрических функций от этих аргументов; напр.:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta\,,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}\,;$$

2. аналогичные формулы для гиперболических функций; напр.:

$$\operatorname{ch}(x \pm y) = \operatorname{ch}x \operatorname{ch}y \pm \operatorname{sh}x \operatorname{sh}y\,,$$

$$\operatorname{cth}(x \pm y) = \frac{\operatorname{cth}x \operatorname{cth}y \pm 1}{\operatorname{cth}y \pm \operatorname{cth}x}\,.$$

сложная функция (или композиция функций; composite function) — **1.** образованная из двух функций $u = g(y)$ и $y = f(x)$ новая функция

$$u = F(x) \stackrel{\text{def}}{=} g\big(f(x)\big)\,;$$

2. образованная из функций

$$u = g(y_1, y_2, \ldots, y_m)\,,$$
$$y_k = f_k(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

(где $k = 1, 2, \ldots, m$) новая функция

$$u = F(x_1, x_2, \ldots, x_n) \stackrel{\text{def}}{=}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} g\big(f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$
$$\ldots, f_m(x_1, x_2, \ldots, x_n)\big)\,;$$

$\rightsquigarrow$ подстановка, суперпозиция.

сложное высказывание (compound proposition) $\twoheadrightarrow$ логическая операция.

сложное отношение (или ангармоническое отношение) $\Rrightarrow$ двойное отношение.

сложное событие (compound event) — событие, содержащее по крайней мере два элементарных события; $\rightsquigarrow$ простое событие.

сложность (*сложность алгоритма*; complexity) — оценка числа требуемых операций или необходимого объема памяти при реализации рассматриваемого алгоритма; задается обычно в виде функции от размера исходных данных.

сложные проценты (compound interest) — закономерность роста величины, если определенный заданным процентом прирост периодически прибавляется к исходной величине; напр., при $p\,\%$ годовых исходный капитал K превратится через n лет в капитал

$$K\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n\,;$$

$\rightsquigarrow$ простые проценты.

слой — **1.** $\twoheadrightarrow$ шаровой слой; **2.** (fibre) $\twoheadrightarrow$ расслоение.

случайная величина (или случайное переменное; random variable) — **1.** величина, конкретное значение которой зависит от случая; $\rightsquigarrow$ вероятность; **2.** функционал $X : \Omega \to \mathbb{R}$, определенный на пространстве Ω элементарных событий рассматриваемых экспериментов, удовлетворяющий при каждом $x \in \mathbb{R}$ условию: множество

$$\{\omega : X(\omega) < x\}$$

принадлежит алгебре событий соответствующего вероятностного пространства; $\rightsquigarrow$ дискретная [непрерывная] случайная величина.

случайная последовательность $\Rrightarrow$ временной ряд.

случайное переменное $\Rrightarrow$ случайная величина.

случайный вектор (random vector) — вектор, все компоненты которого являются случайными величинами, определенными на одном и том же пространстве элементарных событий.

случайный процесс (или вероятностный процесс, или стохастический процесс; stochastic process) — семейство случайных величин $X(t)$, определенных на некотором пространстве элементарных событий, для которого параметром является время; каждая конкретная случайная величина $X(t)$ из этого семейства называется *состоянием* процесса в момент t; $\rightsquigarrow$ временной ряд, корреляционная функция, марковский процесс.

случайный ход (chance move) — ход, проводимый некоторым случайным механизмом, независимым от игроков; напр., бросание игральных костей, раздача карт, попадание в мишень и т. п.; ⇝ личный ход.

случайных чисел таблица (table of random numbers) — таблица, взятые по порядку числа которой имитируют серию экспериментов для определения значений случайной величины с заданным распределением; ⇝ псевдослучайные числа.

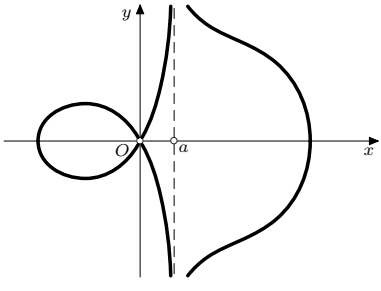
Слюза конхоида (conchoid of Sluze) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$a(x-a)(x^2+y^2) = -k^2x^2$$

(на рисунке левая ветвь) или вид

$$a(x-a)(x^2+y^2) = k^2x^2$$

(на рисунке правая ветвь плюс изолированная точка в начале координат); ⇝ Маклорена трисектриса.



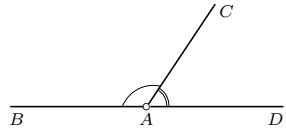
смежные вершины (adjacent vertices) — **1.** вершины многоугольника, являющиеся концами одной и той же стороны; **2.** вершины многогранника, являющиеся концами одного и того же ребра; **3.** вершины графа, соединенные ребром или дугой.

смежные грани (adjacent faces) — грани многогранника, имеющие общую сторону (являющуюся ребром многогранника); ⇝ многогранная поверхность.

смежные ребра (adjacent edges) — ребра графа [многогранника], имеющие общую вершину.

смежные стороны (adjacent sides) — стороны многоугольника, имеющие общий конец (являющийся вершиной многоугольника).

смежные углы (supplementary angles) — два угла (на рисунке $\angle BAC$ и $\angle DAC$), имеющие общую сторону, две другие стороны которых составляют одну прямую.



смежный класс (coset) — **1.** (или класс смежности, *смежный класс по подгруппе* $\mathcal{H}$) — подмножество группы $\mathcal{G}$, состоящее из всех элементов вида $g*h$ (*левый смежный класс*) или вида $h*g$ (*правый смежный класс*), где $g \in \mathcal{G}$ — фиксированный элемент, $h \in \mathcal{H}$ — произвольный элемент, $\mathcal{H} \subset \mathcal{G}$ — фиксированная подгруппа и $*$ является знаком операции группы $\mathcal{G}$; ⇝ нормальный делитель, факторгруппа; **2.** (или вычетов класс, *смежный класс по идеалу* $\mathcal{I}$) — такое подмножество кольца $\mathcal{R}$, разность двух произвольных элементов которого принадлежит фиксированному идеалу $\mathcal{I} \subset \mathcal{R}$; ⇝ кольцо классов вычетов.

смешанная дробь (или смешанное число; mixed fraction) — рациональное число, состоящее из целого числа и правильной дроби, числитель и знаменатель которой положительны; напр., неправильные дроби $\frac{7}{3}$ и $-\frac{43}{8}$ можно представить в виде

$$2\frac{1}{3} \quad \text{и} \quad -5\frac{3}{8}.$$

смешанная задача (mixed problem) — задача нахождения такого решения дифференциального уравнения с частными производными, которое удовлетворяет

как некоторым начальным, так и краевым условиям.

смешанная периодическая дробь (mixed-recurrent decimal) $\twoheadrightarrow$ периодическая десятичная дробь.

смешанная производная (mixed partial derivative) — частная производная высшего порядка, взятая по различным переменным; напр.:

$$\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y} f(x, y)\,.$$

смешанная стратегия (mixed strategy) — распределение вероятностей на множестве чистых стратегий игрока.

смешанное произведение (mixed product) — определенное тройкой векторов $\vec{x}$, $\vec{y}$ и $\vec{z}$ действительное число

$$\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z} \stackrel{\text{def}}{=} (\vec{x} \times \vec{y}) \cdot \vec{z}\,,$$

где $\times$ обозначает векторное, а $\cdot$ скалярное произведение; если в декартовых прямоугольных координатах $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $\vec{y} = (y_1, y_2, y_3)$ и $\vec{z} = (z_1, z_2, z_3)$, то их смешанное произведение выражается в виде определителя

$$\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z} = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix};$$

абсолютная величина смешанного произведения равна объему параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{x}$, $\vec{y}$ и $\vec{z}$.

смешанное число $\Rrightarrow$ смешанная дробь.

смешанный граф (mixed graph) — граф, имеющий как ребра, так и дуги; $\rightsquigarrow$ неориентированный [ориентированный] граф.

смешанный момент (mixed moment) — числовая характеристика совместного распределения случайных величин: *смешанный момент порядка* $(k + l)$ относительно пары чисел (a, b) определяется для случайных величин X и Y как математическое ожидание

$$\mathsf{E}(X - a)^k (Y - b)^l;$$

$\rightsquigarrow$ ковариация.

смешанный тензор (mixed tensor) — тензор, среди индексов которого имеются как ковариантные, так и контравариантные.

смещение (bias) — разность между данным объектом и некоторым близким к нему объектом; $\rightsquigarrow$ вариация.

смещенная оценка (biased estimate) — статистическая оценка, математическое ожидание которой отличается от оцениваемой величины на некоторую т. н. *систематическую ошибку*; $\rightsquigarrow$ несмещенная оценка.

снизу полунепрерывная функция (lower semi-continuous function) $\twoheadrightarrow$ полунепрерывная функция.

собрание (collection) — синоним термина «множество».

собственная функция (eigenfunction) — собственный элемент оператора, определенного в функциональном пространстве.

собственное значение (или характеристическое значение; eigenvalue) — **1.** (*собственное значение линейного оператора* $A : \mathcal{X} \to \mathcal{X}$) — такое значение скаляра λ, при котором однородное линейное уравнение

$$A\mathbf{x} - \lambda\mathbf{x} = \theta$$

имеет нетривиальное решение; $\rightsquigarrow$ задача о собственных значениях, собственный элемент; **2.** (*собственное значение матрицы*) — корень характеристического полинома матрицы.

собственное надмножество [подмножество] (или истинное надмножество [подмножество]; proper superset [subset]) — надмножество [подмножество] $\mathcal{N}$ множества $\mathcal{M}$, отличное от самого множества $\mathcal{M}$; обозначается

$$\mathcal{N} \supset \mathcal{M} \qquad [\mathcal{N} \subset \mathcal{M}]\,.$$

собственный вектор (eigenvector) — собственный элемент оператора, определенного в конечномерном векторном пространстве.

собственный делитель (proper factor) — делитель числа, отличный от самого этого числа; напр., собственными делителями числа 130 являются 1, 2, 5, 10, 13, 26 и 65; ⇝ дружественные числа, совершенное число.

собственный нормальный делитель ⇛ истинный нормальный делитель.

собственный элемент (*собственный элемент линейного оператора* A; eigenelement) — нетривиальное решение линейного уравнения

$$A\mathbf{x} - \lambda\mathbf{x} = \theta\,,$$

соответствующее фиксированному собственному значению λ оператора

$$A : \mathcal{X} \to \mathcal{X}.$$

событие (event) — **1.** утверждение, истинностное значение которого зависит от случая; **2.** подмножество пространства элементарных событий данного эксперимента; ⇝ алгебра [полная система, произведение, сумма] событий, вероятность, достоверное [невозможное, простое, противоположное, сложное] событие, независимые [взаимно несовместные] события; **3.** ↠ сетевой график.

совершенная дизъюнктивная [конъюнктивная] нормальная форма (или полная дизъюнктивная [конъюнктивная] нормальная форма; perfect disjunctive [conjunctive] normal form) — такая дизъюнктивная [конъюнктивная] нормальная форма данной формулы, каждая элементарная конъюнкция [дизъюнкция] которой содержит все рассматриваемые переменные, причем каждое по одному разу.

совершенное множество (perfect set) — замкнутое множество, каждая точка которого является его точкой накопления; ⇝ канторово [производное] множество.

совершенное число (perfect number) — натуральное число, равное сумме своих собственных делителей; число, дружественное самому себе; напр., число 28 является совершенным, так как

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14\,;$$

⇝ избыточное [недостаточное] число.

совместная система (или непротиворечивая система; compatible system) — система уравнений, имеющая по крайней мере одно решение; ⇝ неопределенная [несовместная, определенная] система.

совокупность (aggregate) — **1.** синоним термина «множество»; **2.** множество объектов, связанных некоторым общим признаком; ⇝ генеральная [статистическая] совокупность.

содержание (inclusion) — **1.** свойство множества $\mathcal{M}$ иметь рассматриваемый объект x в качестве одного из своих элементов; обозначается $\mathcal{M} \ni x$ (читается: $\mathcal{M}$ содержит элемент x); ⇝ принадлежность; **2.** свойство множества $\mathcal{M}$ быть надмножеством рассматриваемого множества $\mathcal{N}$; обозначается $\mathcal{M} \supset \mathcal{N}$ или $\mathcal{M} \supseteq \mathcal{N}$ ($\mathcal{M}$ содержит множество $\mathcal{N}$).

содружественные числа ⇛ дружественные числа.

соединение — **1.** (или сумма множеств) ⇛ объединение; **2.** (combinatorial configuration) общее название для перестановок, размещений и сочетаний.

соединенные матрицы (associated matrices) — две квадратные матрицы A и B, для которых существует такая невырожденная матрица C, что имеет место равенство

$$B = C^* A C\,,$$

где C^* — эрмитово-сопряженная матрица для C; ⇝ конгруэнтные [подобные, эквивалентные] матрицы.

соизмеримость (commensurability) — свойство объектов совокупности быть измеримыми в одних и тех же единицах, т. е. иметь общую меру.

соизмеримые величины (commensurable quantities) — скалярные величины, отношение которых является рациональным числом; ⇝ несоизмеримые величины, общая мера.

сократимая дробь (reducible fraction) — дробь [алгебраическая дробь], числитель и знаменатель которой имеют общий делитель, отличный от единицы [скаляра].

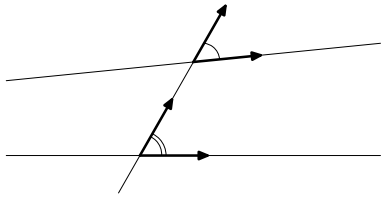
сокращение дроби (cancellation) — деление числителя и знаменателя дроби на их общий делитель.

сокращенного умножения формулы (factoring formulae) — формулы вида

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2\,,$$
$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3\,,$$
$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2\,,$$
$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3\,.$$

сомножитель (или множитель; factor) ↠ бесконечное произведение, конкатенация, умножение.

соответственные углы (corresponding angles) — два угла из образованных при пересечении двух прямых третьей, такие, что их стороны на секущей имеют одинаковое направление, а другие стороны расположены в одной полуплоскости, определенной секущей; ⇝ прилежащие [накрест лежащие] углы.



соответствие (*соответствие между множествами* $\mathcal{X}$ *и* $\mathcal{Y}$; correspondence) — одно из основных понятий математики: связь между множествами $\mathcal{X}$ (*множеством отправления*) и $\mathcal{Y}$ (*множеством прибытия*), заданная некоторым множеством пар (x, y), где $x \in \mathcal{X}$, $y \in \mathcal{Y}$, т. е. подмножеством (*графиком соответствия*) прямого произведения $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$; каждая такая пара означает, что элемент y соответствует элементу x (иногда это обозначается в виде $x \to y$), или x и y являются *соответствующими элементами*; обычно предполагается, что каждый элемент $x \in \mathcal{X}$ встречается в этих парах по крайней мере один раз; ⇝ биекция, инверсия соответствия, инъективное [обратное, полярное, частичное] соответствие, отношение, отображение, сюръекция.

соответствующие элементы (corresponding elements) ↠ соответствие.

соотношение (relation) — общее название для равенств и неравенств (иногда также для более общих отношений).

соприкасающаяся окружность (или круг кривизны) ⇛ окружность кривизны.

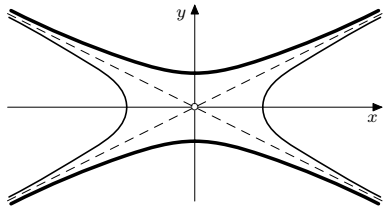
соприкасающаяся плоскость (*соприкасающаяся плоскость кривой в точке* P; osculating plane) — плоскость, имеющая с данной кривой в их общей точке P касание не ниже второго порядка; ⇝ бинормаль, кручение, спрямляющая плоскость.

соприкосновение ⇛ касание.

соприкосновения точка — **1.** ⇛ касания точка; **2.** ↠ прикосновения точка.

сопряженная гипербола (conjugate hyperbola) — гипербола с каноническим уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$



относительно данной гиперболы с уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1\,;$$

получается из последней путем наклонного отражения относительно одной из асимптот в направлении, параллельном другой асимптоте.

сопряженная матрица (conjugate matrix) — **1.** (или комплексно сопряженная матрица) — матрица

$$\overline{A} \stackrel{\text{def}}{=} \left(\overline{a_{ij}}\right),$$

полученная из данной матрицы $A = (a_{ij})$ заменой элементов на их комплексно-сопряженные; **2.** (или эрмитово-сопряженная матрица) — матрица

$$A^* \stackrel{\text{def}}{=} \overline{A}^{\,T} = \left(\overline{a_{j\,i}}\right),$$

полученная из данной матрицы $A = (a_{ij})$ заменой элементов на их комплексно-сопряженные и транспонированием; $\rightsquigarrow$ соединенные матрицы, унитарная [эрмитова] матрица.

сопряженная ось (conjugate axis) — ось гиперболы [эллипса], перпендикулярная к фокальной оси.

сопряженное пространство (или двойственное пространство, *топологическое сопряженное пространство*; dual space) — пространство $\mathcal{X}^*$ непрерывных линейных функционалов, определенных на данном топологическом векторном пространстве $\mathcal{X}$; $\rightsquigarrow$ алгебраическое [второе] сопряженное пространство, самосопряженное [обобщенных функций] пространство.

сопряженное число — **1.** $\Rrightarrow$ комплексно сопряженное число; **2.** $\twoheadrightarrow$ сопряженные числа.

сопряженные диаметры (conjugate diameters) — диаметры кривой второго порядка, имеющие сопряженные направления; $\rightsquigarrow$ главный диаметр.

сопряженные кватернионы (conjugate quaternions) — кватернионы

$$z = a + bi + cj + dk$$

и

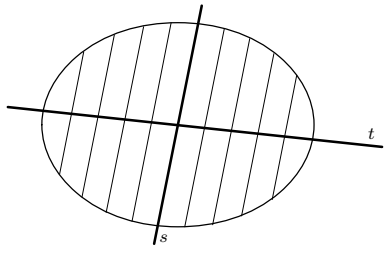
$$\overline{z} \stackrel{\text{def}}{=} a - bi - cj - dk\,,$$

сумма и произведение которых являются действительными числами; произведение

$$z \cdot \overline{z} = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

называется *нормой кватерниона* z (или сопряженного кватерниона $\overline{z}$).

сопряженные направления (conjugate directions) — такая пара направлений на плоскости, что хорды данной кривой второго порядка, имеющие одно направление (на рисунке s), делятся пополам прямой, имеющей другое направление (t); $\rightsquigarrow$ асимптотическое [главное] направление.



сопряженные числа (conjugates) — алгебраические числа, являющиеся корнями одного и того же алгебраического уравнения.

сопряженные элементы (conjugate elements) — элементы a и b группы $\mathcal{G}$, для которых найдется такой элемент $c \in \mathcal{G}$, что

$$b = c^{-1} * a * c\,,$$

где $*$ является знаком операции группы $\mathcal{G}$, а c^{-1} обозначает нейтрализирующий элемент относительно c; $\rightsquigarrow$ подобные матрицы.

сопряженный оператор — **1.** (conjugate operator) — такой линейный оператор $A^* : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$, соответствующий данному линейному оператору $A : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$, определенному на гильбертовом [унитарном] пространстве $\mathcal{H}$, который при всех $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathcal{H}$ удовлетворяет условию

$$(A\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{x}, A^*\mathbf{y})\,;$$

2. (adjoint operator) — линейный оператор $A^*: \mathcal{Y}^* \to \mathcal{X}^*$, соответствующий данному линейному оператору $A: \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$, удовлетворяющий при всех $f \in \mathcal{Y}^*$ условию

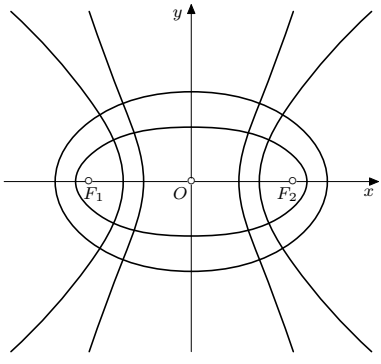
$$fA = A^* f\,,$$

т. е. $f(A\mathbf{x}) = (A^* f)\,\mathbf{x}$ при всех $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ ($\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$ являются нормированными пространствами, а $\mathcal{X}^*$ и $\mathcal{Y}^*$ — их сопряженные пространства); $\rightsquigarrow$ самосопряженный оператор.

составное число (composite number) — натуральное число $n > 1$, которое можно представить в виде произведения положительных натуральных чисел, отличных от единицы; $\rightsquigarrow$ простое число.

состояние (state) $\twoheadrightarrow$ конечный автомат, массового обслуживания система, случайный процесс.

софокусные кривые (или конфокальные кривые; confocal curves) — эллипсы и/или гиперболы, расположенные на одной и той же плоскости и имеющие общие фокусы; $\rightsquigarrow$ эллиптические координаты.



сохраняющий сходимость метод суммирования $\Rrightarrow$ консервативный метод суммирования.

сочетания (combinations) — различные равномощные подмножества некоторого заданного основного множества; если основное множество содержит n различных элементов, то число C_n^m всех m-элементных сочетаний, или *m-сочетаний* выражается в виде биномиального коэффициента, т. е.

$$C_n^m = \binom{n}{m} = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{1\cdot 2\cdots m}\,;$$

$\rightsquigarrow$ перестановки, размещения.

сочетания с повторениями (combinations with repetitions) — сочетания в случае основного множества, содержащего n различных элементов, по скольку угодно экземпляров каждого; число m-элементных сочетаний с повторениями выражается в виде

$$C_{n+m-1}^m = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}\,.$$

сочетательность $\Rrightarrow$ ассоциативность.

спектр (spectrum) — **1.** (*спектр оператора A*) — множество всех таких комплексных чисел λ, при которых оператор

$$A - \lambda E$$

не имеет всюду непрерывного обратного оператора, где $A: \mathcal{X} \to \mathcal{X}$ — рассматриваемый линейный оператор и E — единичный оператор; **2.** (*спектр распределения*) — носитель функции плотности рассматриваемого распределения, т. е. наименьшее замкнутое множество, вне которого функция плотности равна нулю.

спектральный анализ (spectral analysis) — раздел функционального анализа, изучающий свойства линейных операторов, связанные с их спектрами.

специальные функции (special functions) — используемые в приложениях неэлементарные функции, определенные в виде интегралов или решений дифференциальных уравнений; $\rightsquigarrow$ Бейтмена [Бесселя, Вебера, Вейерштрасса эллиптическая, гипергеометрическая, интегральная показательная, Лобачевского, Неймана, цилиндрическая] функция, бета-функция, гамма-функция, Ганкеля [Кельвина, лемнискатные, Макдональда, сферические, Якоби эллиптические]

функции, дзета-функция, интеграл вероятности, интегральный гиперболический косинус [синус], интегральный косинус [логарифм, синус], неполная бета-функция [гамма-функция], тета-функции, Френеля интегралы, эллиптический интеграл.

спираль (spiral) — **1.** плоская кривая, бесконечно закручивающаяся вокруг фиксированной точки (*асимптотической точки*), в одном направлении приближаясь к ней, а в другом направлении удаляясь от нее; ⇝ архимедова [Галилея, гиперболическая, Корню, логарифмическая, параболическая] спираль, жезл; **2.** пространственная кривая, бесконечно закручивающаяся вокруг фиксированной оси; ⇝ винтовая линия.

сплайн (или кусочно-полиномиальная функция; spline) — функция, определенная на отрезке $[a, b]$, которую при некотором разбиении

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$$

можно на каждом интервале (x_k, x_{k+1}) представить в виде полинома (обычно требуют еще непрерывность функции и нескольких ее производных в точках x_k); ⇝ квадратичный [кубический] сплайн, кусочно линейная функция.

справа непрерывная функция (continuous on the right function) — функция f действительного переменного, для которой в каждой точке a рассматриваемой области предел справа удовлетворяет условию

$$\lim_{x \to a+} f(x) = f(a)\,;$$

⇝ непрерывная [односторонне [слева] непрерывная] функция.

спрямление (или ректификация; rectification) — нахождение длины дуги кривой.

спрямления точка (point of rectification) — точка, в которой кривая имеет со своей касательной касание не ниже второго порядка; точка, в которой кривизна кривой равна нулю.

спрямляемая кривая (rectifiable curve) — кривая, каждая дуга которой спрямляема (имеет длину).

спрямляющая плоскость (rectifying plane) — плоскость, проходящая через касательную и бинормаль к рассматриваемой кривой в данной точке.

спрямляющая поверхность (rectifying surface) — огибающая семейства спрямляющих плоскостей рассматриваемой кривой.

сравнение (congruence) — **1.** бинарное отношение на множестве целых чисел, характеризующее принадлежность к одному классу вычетов: сравнение

$$A \equiv B \pmod{m}$$

(читается: A и B сравнимы по модулю m) означает, что значения выражений A и B дают при делении на *модуль* m одинаковые остатки; **2.** обобщение уравнения в виде

$$f(x) \equiv 0 \pmod{m}\,,$$

где f — функция с целочисленными значениями, $m > 1$ — фиксированное натуральное число и требуется найти значения x; ⇝ алгебраическое [двучленное, квадратное, линейное] сравнение.

сравнимые элементы (comparable elements) — такие элементы x и y частично упорядоченного множества с отношением порядка $\mathcal{R}$, для которых имеет место или $x\mathcal{R}y$, или $y\mathcal{R}x$.

срединное значение ⇛ медиана.

срединное отклонение ⇛ вероятное отклонение.

срединный перпендикуляр ⇛ медиатриса.

среднее (average) — характеристика расположения набора элементов; если набор составляют элементы $a_1, a_2, \ldots, a_n$, то их среднее обозначается через $\overline{a}$; ⇝ арифметическое [взвешенное, гармоническое, геометрическое, интегральное,

квадратичное, логарифмическое, степенное, хронологическое] среднее, медианта.

среднее абсолютное отклонение (absolute mean deviation) — абсолютный момент первого порядка отклонения случайной величины X относительно ее математического ожидания, т. е.

$$\mathsf{E}|X - \mathsf{E}X|\,.$$

среднее значение — **1.** $\Rightarrow$ математическое ожидание; **2.** $\twoheadrightarrow$ конечных приращений формула, Коши теорема.

среднее пропорциональное (mean proportional) — геометрическое среднее $\sqrt{ab}$ двух положительных величин a и b, т. е. $a : \sqrt{ab} = \sqrt{ab} : b$.

среднее сечение (midsection) — сечение фигуры такой прямой [плоскостью], которая проходит через середину некоторого фиксированного отрезка (напр., высоты этой фигуры) перпендикулярно к нему.

средние члены пропорции (means of the proportion) $\twoheadrightarrow$ пропорция.

средняя кривизна (mean curvature) — арифметическое среднее главных кривизн поверхности в рассматриваемой точке; $\rightsquigarrow$ гауссова кривизна, минимальная поверхность.

средняя линия (midline) — **1.** (*средняя линия треугольника*) — отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника; **2.** (*средняя линия трапеции*) — отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции; длина средней линии равна полусумме оснований.

средняя сходимость (или сходимость в среднем; mean convergence) — сходимость по норме последовательности пространства функций, интегрируемых с квадратом: последовательность $\{f_k\}$ сходится в среднем к функции f, если

$$\lim_{k\to\infty} \|f_k - f\| = 0\,,$$

где норма определена через скалярный квадрат в виде

$$\|f\|^2 \stackrel{\text{def}}{=} (f, f)\,.$$

стандартное нормальное распределение (standard normal distribution) — нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1, т. е. $\mu = 0$, $\sigma^2 = 1$; $\rightsquigarrow$ интеграл вероятности, нормированное нормальное распределение.

стандартное отклонение (standard deviation) — квадратный корень из дисперсии случайной величины X, т. е.

$$\sigma(X) \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\mathsf{D}X}\,.$$

старший член (leading term) — член полинома от одного переменного, степень которого совпадает со степенью полинома.

статистика — **1.** (statistics) — раздел науки о закономерностях массовых явлений; **2.** $\twoheadrightarrow$ математическая статистика.

статистическая вероятность (statistical probability) — относительная частота события в достаточно длинной серии экспериментов.

статистическая гипотеза (statistical hypothesis) — предположение, относящееся к распределению вероятностей случайных величин.

статистическая зависимость (или стохастическая зависимость; statistical dependence) — зависимость между двумя случайными величинами [векторами], при которой распределение одной величины зависит от значений другой величины; $\rightsquigarrow$ корреляция, регрессия.

статистическая оценка (или оценка; statistical estimation) — значение, присваиваемое параметру [параметр-вектору] распределения генеральной совокупности по данной выборке; $\rightsquigarrow$ доверительное множество, максимального правдоподобия метод, несмещенная [смещенная] оценка, оценивающая функция, прогноз.

статистическая совокупность (statistical aggregate) — множество всех измеренных или в данных условиях измеряемых объектов; ⇝ генеральная совокупность.

статистический ряд (ordered sample) — совокупность (выборка) данных, полученных в ходе статистических наблюдений и упорядоченных по некоторому из признаков; ⇝ временной ряд.

статистических испытаний метод ⇛ Монте-Карло метод.

статистических оценок теория (estimation theory) — раздел математической статистики, изучающий методы оценивания параметров распределений случайных величин.

стационарная последовательность (stationary sequence) — последовательность, все члены которой равны; ⇝ нуль-последовательность.

стационарная точка (stationary point) — точка, в которой все частные производные первого порядка рассматриваемой функции от нескольких переменных равны нулю и градиент тем самым равен нулевому вектору; ⇝ критическая точка.

степенна́я сумма (power sum) — **1.** сумма одинаковых степеней переменных

$$x_1^k + x_2^k + \cdots + x_n^k\,,$$

где $k > 1$ — фиксированное натуральное число; **2.** сумма одинаковых степеней положительных целых чисел

$$\sum_{j=1}^{n} j^k = 1^k + 2^k + \cdots + n^k\,;$$

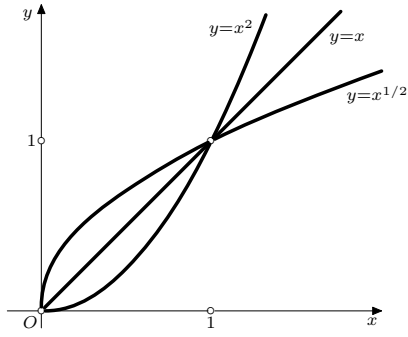
напр.:

$$\sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2}\,,$$

$$\sum_{j=1}^{n} j^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\,,$$

$$\sum_{j=1}^{n} j^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}\,.$$

степенна́я функция (power function) — функция вида $y = x^a$, где $a \neq 0$ — фиксированное действительное (или же комплексное) число.



степенно́е среднее (power mean) — среднее положительных чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$, вычисляемое по формуле

$$\overline{a} \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{a_1^p + a_2^p + \cdots + a_n^p}{n}\right)^{1/p}\,,$$

где $p \neq 0$ — фиксированное действительное число; при $p = -1$, $p = 1$ и $p = 2$ степенное среднее означает соответственно гармоническое, арифметическое и квадратичное среднее, а при $p \to 0$ — геометрическое среднее; ⇝ взвешенное среднее.

степенной вычет (*степенной вычет степени n по модулю m*; power residue) — целое число a, взаимно простое с модулем m, для которого двучленное сравнение

$$x^n \equiv a \pmod{m}$$

имеет решение (m и n — фиксированные натуральные числа); ⇝ квадратичный [кубический] вычет, невычет.

степенной ряд (power series) — функциональный ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k (x-a)^k \stackrel{\text{def}}{=} a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \cdots + a_k(x-a)^k + \cdots\,,$$

где a и *коэффициенты* a_k — постоянные, а x — переменное; $\rightsquigarrow$ Абеля теорема, биномиальный [возвратный, гипергеометрический, логарифмический, Лорана, Маклорена, Тейлора, экспоненциальный] ряд, интервал [круг] сходимости, обращение ряда.

степенно́-показательная функция (или показательно-степенная функция; power-exponential function) — функция вида $y = u^v$, где $u = f(x)$, $v = g(x)$ и во всей области определения $f(x) > 0$; напр., $y = x^x$ в области $x > 0$; $\rightsquigarrow$ Бернулли формула.

степень — 1. (power) $\twoheadrightarrow$ возведение в степень, прямая степень; **2.** $\twoheadrightarrow$ корень, первообразный корень, радикал; **3.** $\twoheadrightarrow$ алгебраическое уравнение [число], бинарная [дифференциальная] форма, однородная функция, однородный полином, полином.

степень вершины (или локальная степень вершины; degree of a vertex) — число ребер, инцидентных данной вершине графа; $\rightsquigarrow$ регулярный граф.

степень инверсии (или коэффициент инверсии; coefficient of the inversion) $\twoheadrightarrow$ инверсия.

степень множества $\Rrightarrow$ прямая степень.

степень отношения (power of a relation) — повторная композиция бинарного отношения $\mathcal{R}$ с ним же:

$$\mathcal{R}^1 \stackrel{\text{def}}{=\!=} \mathcal{R}, \quad \mathcal{R}^{n+1} \stackrel{\text{def}}{=\!=} \mathcal{R} \circ \mathcal{R}^n;$$

$\rightsquigarrow$ транзитивное замыкание.

степень свободы (degree of freedom) $\twoheadrightarrow$ хи-квадрат распределение.

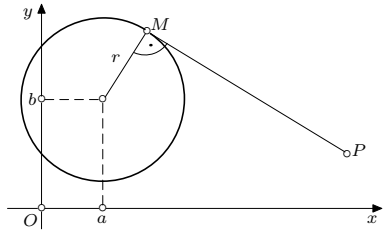
степень точки (power of a point) — **1.** (*степень точки P относительно окружности*) — действительное число, характеризующее расположение точки плоскости относительно фиксированной окружности на этой плоскости: степень точки $P = (c, d)$ относительно окружности, уравнение которой имеет вид

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 - r^2 = 0\,,$$

определяется значением выражения

$$(c - a)^2 + (d - b)^2 - r^2\,;$$

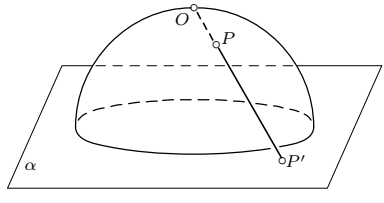
степень внешней точки равна квадрату отрезка касательной (на рисунке $\overline{MP}^2$);



2. степень точки относительно сферы определяется как степень точки относительно большой окружности, которая получается при пересечении сферы плоскостью, проходящей через рассматриваемую точку и центр сферы; $\rightsquigarrow$ радикальная ось [плоскость], связка окружностей [сфер].

стерадиан (steradian) — телесный угол, вырезающий из описанной около его вершины сферы фигуру, площадь которой равна квадрату радиуса этой сферы; обозначается sr или ср.

стереографическая проекция (stereographic projection) — отображение сферы на плоскость, полученное при проектировании из такой точки O на сфере, что диаметр, проходящий через точку O, перпендикулярен плоскости: образом точки P сферы является точка P' пересечения прямой OP и данной плоскости α; обычно плоскость α выбирается проходящей через центр сферы или через конец диаметра, проведенного через точку O; $\rightsquigarrow$ Римана сфера.



стереометрия (stereometry) — часть элементарной геометрии, в которой изучаются свойства фигур в пространстве; ⇝ планиметрия.

Стильтьеса интеграл (Stieltjes integral) — обобщение интеграла Римана: величина, характеризующая функции f и g на заданном отрезке $[a, b]$:

$$\int_a^b f(x)\,dg(x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \lim_{\max \Delta x_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta g(x_k)\,,$$

где $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$, $\Delta g(x_k) \stackrel{\text{def}}{=\!=} g(x_k) - g(x_{k-1})$, $\Delta x_k \stackrel{\text{def}}{=\!=} x_k - x_{k-1}$, $c_k \in [x_{k-1}, x_k]$; ⇝ определенный интеграл.

Стирлинга формула (Stirling formula) — асимптотическая формула для вычисления факториала:

$$n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}\,,$$

т. е.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{e^{-n} n^n \sqrt{2\pi n}} = 1\,,$$

где e — основание натуральных логарифмов.

Стирлинга числа (Stirling numbers) — **1.** (*числа Стирлинга первого рода*) — целые числа $s(n, m)$, полиномиальной производящей функцией последовательности которых является убывающий факториал, т. е.

$$(x)_n = \sum_{m=0}^{n} s(n, m)\, x^m\,;$$

напр.: $s(4, 0) = 0$, $s(4, 1) = -6$, $s(4, 2) = 11$, $s(4, 3) = -6$, $s(4, 4) = 1$; **2.** (*числа Стирлинга второго рода*) — натуральные числа $S(n, m)$, по которым степень можно представить в виде

$$x^n = \sum_{m=0}^{n} S(n, m)\,(x)_m\,;$$

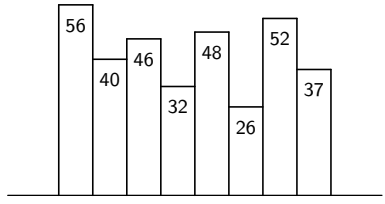
напр.: $S(4, 0) = 0$, $S(4, 1) = 1$, $S(4, 2) = 7$, $S(4, 3) = 6$, $S(4, 4) = 1$.

Стокса формула (Stokes formula) — формула, связывающая поверхностный интеграл второго рода по поверхности $\mathcal{S}$ и криволинейный интеграл второго рода по границе $\mathcal{L}$ этой поверхности (причем направление интегрирования выбрано так, что поверхность $\mathcal{S}$ остается слева):

$$\iint_{\mathcal{S}} \Big(\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial g}{\partial z}\Big)\,dy\,dz + \Big(\frac{\partial f}{\partial z} - \frac{\partial h}{\partial x}\Big)\,dx\,dz + \\ + \Big(\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}\Big)\,dx\,dy = \int_{\mathcal{L}} f\,dx + g\,dy + h\,dz\,.$$

столбец (*столбец матрицы*; column) — кортеж элементов матрицы, имеющих одинаковые вторые индексы; ⇝ вектор-столбец, контрольный столбец.

столбчатая диаграмма (bar graph) — диаграмма, в которой числа изображены в виде прямоугольников (столбцов), расположенных на одной базисной прямой; ⇝ гистограмма.



сторона — **1.** (или звено; link) ↠ ломаная линия; **2.** (side) ↠ многоугольник, сферический треугольник; **3.** (edge) ↠ полный четырехвершинник [четырехсторонник], угол.

стохастическая зависимость ⇛ статистическая зависимость.

стохастическая матрица (stochastic matrix) — квадратная матрица с неотрицательными элементами, сумма которых в каждой строке равна единице; ⇝ двоякостохастическая матрица.

стохастический процесс (или вероятностный процесс) ⇛ случайный процесс.

стратегия (strategy) — правило, однозначно определяющее поведение игрока во всех ситуациях, которые могут встречаться в игре; в случае позиционной игры — функционал, ставящий каждому информационному множеству рассматриваемого игрока в соответствие номер альтернативы, выбираемой в этом множестве; $\rightsquigarrow$ доминирование, оптимальная [наименее опасная, смешанная, чистая] стратегия.

строгая упорядоченность (strict ordering) $\twoheadrightarrow$ отношение порядка.

строгий максимум [минимум] (absolute maximum [minimum]) $\twoheadrightarrow$ максимума [минимума] точка.

строго вогнутая [выпуклая] функция (strictly concave [convex] function) $\twoheadrightarrow$ вогнутая [выпуклая] функция.

строго возрастающая [убывающая] последовательность $\Rrightarrow$ возрастающая [убывающая] последовательность.

строго возрастающая [убывающая] функция $\Rrightarrow$ возрастающая [убывающая] функция.

строго монотонная последовательность (strictly monotone sequence) — числовая последовательность, являющаяся возрастающей или убывающей.

строго монотонная функция (strictly monotone function) — функция действительного переменного, являющаяся во всей своей области определения возрастающей или убывающей.

строгое неравенство (strict inequality) — неравенство, записанное при помощи знака $>$ или знака $<$; $\rightsquigarrow$ нестрогое неравенство.

строка (*строка матрицы*; row) — кортеж элементов матрицы, имеющих одинаковые первые индексы; $\rightsquigarrow$ вектор-строка.

строфоида (strophoid) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$x^2(x+a)+y^2(x-a)=0\,,$$

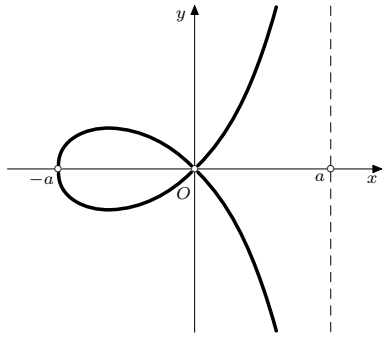
а в полярных координатах вид

$$\varrho=-a\frac{\cos 2\varphi}{\cos\varphi}\,;$$

площадь S петли строфоиды вычисляется по формуле

$$S=a^2\Big(2-\frac{\pi}{2}\Big);$$

$\rightsquigarrow$ узлы.



структура — **1.** $\Rrightarrow$ решетка; **2.** $\twoheadrightarrow$ математики основные структуры.

струны уравнение (equation of a vibrating string) — дифференциальное уравнение с частными производными

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}+f(x,t)\,,$$

где a — постоянная, f — заданная и y — искомая функция.

ступенчатая линия (step-line) — график кусочно-постоянной функции.

ступенчатая функция $\Rrightarrow$ кусочно-постоянная функция.

Стьюдента распределение (или t-распределение; Student distribution) — распределение случайной величины

$$\frac{X}{\sqrt{Y_n}}\sqrt{n}\,,$$

где X и Y_n — независимые случайные величины, X имеет стандартное нормальное распределение, а Y_n — хи-квадрат распределение со степенью свободы n.

субаддитивная функция (subadditive function) — функция f действительного переменного, удовлетворяющая при любых x и y условию

$$f(x+y) \leqslant f(x) + f(y)\,;$$

$\rightsquigarrow$ супераддитивная функция.

субфакториал (или число беспорядков; number of derangements) — натуральное число D_n, определяемое как число инверсий из n элементов; вычисляется по рекуррентной формуле

$$D_n = (n-1)(D_{n-1} + D_{n-2})$$

при начальных условиях $D_0 = 1, D_1 = 0$; напр.: $D_2 = 1, D_3 = 2, D_4 = 9, D_5 = 44$, $D_6 = 265$; общая формула:

$$D_n = n! \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{k!}\,.$$

субъективная вероятность (subjective probability) — вероятность, приписываемая событию по субъективному мнению эксперта.

сужение (restriction) — такое определение по данному оператору $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ нового оператора $P_0 : \mathcal{X}_0 \to \mathcal{Y}$ на подмножестве $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$, что при каждом $x \in \mathcal{X}_0$ имеет место равенство $P_0(x) = P(x)$; $\rightsquigarrow$ продолжение.

сумма (sum) — **1.** $\twoheadrightarrow$ сложение; **2.** (или обобщенная сумма) $\twoheadrightarrow$ суммирования метод; **3.** $\twoheadrightarrow$ алгебраическая [Вейля, двойная, интегральная, прямая, степенная, частичная] сумма, Дарбу [знак] суммы, двойной [сходящийся] ряд, сложение матриц.

сумма множеств (или соединение) $\Rrightarrow$ объединение.

сумма событий (union of events) — событие, происходящее тогда и только тогда, когда происходит по крайней мере одно из данных событий; объединение событий, как подмножеств пространства элементарных событий.

сумма цифр числа (cross-sum) — сумма всех цифр, при помощи которых данное натуральное число записано в рассматриваемой позиционной системе счисления; напр., сумма цифр десятичного числа 1999 равна 28, а сумма цифр восьмеричного числа 3717 (что равно десятичному числу 1999) равна 22; $\rightsquigarrow$ цифровой корень.

суммирование (summation) — **1.** вычисление (алгебраической) суммы; **2.** нахождение суммы ряда [последовательности] некоторым методом суммирования; **3.** $\rightsquigarrow$ Эйнштейна правило суммирования.

суммирования метод (summation method) — оператор, ставящий данной последовательности [последовательности частичных сумм данного ряда] в соответствие новую последовательность: если последняя сходится к пределу s, то говорят, что данная последовательность [данный ряд] *суммируется*, или является *суммируемой* [*-мым*] рассматриваемым методом, а предел s считается *суммой*, или *обобщенной суммой* последовательности [ряда]; $\rightsquigarrow$ Абеля [консервативный, регулярный, Чезаро] метод суммирования, расходящихся рядов теория.

суммируемая последовательность (summable sequence) $\twoheadrightarrow$ суммирования метод.

суммируемая функция $\Rrightarrow$ интегрируемая функция.

суммируемости поле (summability field) — множество рядов [последовательностей], которые суммируются рассматриваемым методом суммирования.

суммируеммости теория $\Rrightarrow$ расходящихся рядов теория.

суммируемость (summability) — свойство рядов [последовательностей] быть суммируемыми рассматриваемым методом суммирования; $\rightsquigarrow$ безусловная суммируемость.

суммируемый ряд (summable series) $\twoheadrightarrow$ суммирования метод.

суммы правило (addition principle) — один из основных постулатов комбинаторики: если объект A может быть выбран m способами, а объект B другими n способами, причем выборы A и B являются взаимно исключающими, то выбор либо A, либо B может быть осуществлен $(m+n)$ способами; $\rightsquigarrow$ произведения правило.

супераддитивная функция (superadditive function) — функция f действительного переменного, удовлетворяющая при любых x и y условию

$$f(x+y) \geqslant f(x)+f(y)\,;$$

$\rightsquigarrow$ субаддитивная функция.

суперпозиция (superposition) — составление сложной функции из данных функций; также полученная в результате сложная функция; $\rightsquigarrow$ итерация.

супремум (или точная верхняя грань) $\Rrightarrow$ верхняя грань.

существенная игра (essential game) $\twoheadrightarrow$ приведенная игра.

существенно особая точка (essential singular point) — **1.** такая изолированная особая точка функции комплексного переменного, которая не является устранимой особой точкой или полюсом; **2.** точка, через которую не проходит ни одна интегральная кривая данного дифференциального уравнения или проходят несколько интегральных кривых.

существования квантор (existential quantifier) — квантор $\exists$, ставящий предикату P в соответствие высказывание $\exists\, xP(x)$, утверждающее, что область истинности предиката P непуста; напр., высказывание

$$\exists\, \alpha(\sin\alpha = 1)$$

утверждает, что найдется по крайней мере один такой угол, синус которого равен единице; $\rightsquigarrow$ всеобщности квантор.

существования теорема (existence theorem) — теорема, утверждающая, что при данных условиях найдется по крайней мере один объект, обладающий заданными свойствами; $\rightsquigarrow$ точно один.

сфера (или шаровая поверхность; sphere) — поверхность, все точки которой находятся на данном расстоянии r от фиксированной точки (*центра* сферы); число r называется *радиусом* сферы; уравнение сферы в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2,$$

где a, b и c — координаты центра сферы; площадь S сферы радиуса r вычисляется по формуле $S=4\pi r^2$; $\rightsquigarrow$ гиперсфера, диаметр, единичная [Римана] сфера, полусфера, псевдосфера, шар.

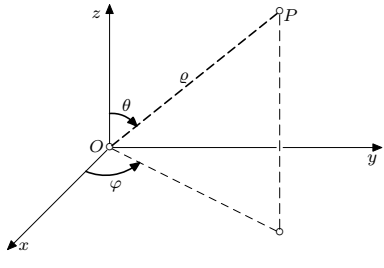
сферическая геометрия (spherical geometry) — внутренняя геометрия сферы.

сферическая норма (spherical norm) $\twoheadrightarrow$ норма.

сферическая тригонометрия (spherical trigonometry) — раздел математики, изучающий связи между углами (α, β, γ) и сторонами (a, b, c) сферического треугольника; напр., теорема синусов принимает здесь вид

$$\frac{\sin a}{\sin\alpha}=\frac{\sin b}{\sin\beta}=\frac{\sin c}{\sin\gamma}\,.$$

сферические координаты (или полярные координаты в пространстве; spherical coordinates) — координаты ϱ, φ и θ (соответственно *полярный радиус, долгота* и *широта*) точки P пространства,



связанные с декартовыми прямоугольными координатами x, y и z при помощи формул

$$x = \varrho\cos\varphi\sin\theta\,,$$
$$y = \varrho\sin\varphi\sin\theta\,,$$
$$z = \varrho\cos\theta\,;$$

$\rightsquigarrow$ цилиндрические координаты.

сферические полиномы $\Rightarrow$ Лежандра полиномы.

сферические функции (или шаровые функции; spherical functions) — гармонические функции, являющиеся однородными полиномами.

сферический избыток (или эксцесс) $\Rightarrow$ избыток треугольника.

сферический сегмент (или сегментная поверхность; spherical segment) $\twoheadrightarrow$ шаровой сегмент.

сферический треугольник (spherical triangle) — часть сферы, ограниченная дугами трех больших окружностей (*сторонами* сферического треугольника, измеряемыми центральными углами в соответствующих больших окружностях); обычно предполагается, что все углы и стороны меньше развернутого угла; $\rightsquigarrow$ двуугольник, избыток треугольника.

сфероид (spheroid) — **1.** эллипсоид вращения, образуемый при вращении вокруг малой оси эллипса, мало отличающегося от окружности; **2.** поверхность, мало отличающаяся от сферы.

схема — **1.** $\twoheadrightarrow$ блок-схема; **2.** $\twoheadrightarrow$ Бернулли [Горнера] схема.

сходимости признак (convergence criterion) — теорема, дающая достаточное [необходимое и достаточное] условие сходимости ряда; $\rightsquigarrow$ Абеля [Бертрана, Вейерштрасса, Д'Аламбера, Дедекинда, Дирихле, Жордана, Коши, Лейбница, лорарифмический, Раабе] признак, Парсеваля теорема.

сходимости точка (convergence point) — точка, в которой функциональный ряд [функциональная последовательность] сходится; $\rightsquigarrow$ область сходимости, равномерно сходящаяся последовательность.

сходимость (convergence) — **1.** свойство последовательностей [бесконечных произведений, несобственных интегралов, рядов] быть сходящимися; $\rightsquigarrow$ абсолютная [безусловная, слабая, средняя] сходимость; **2.** свойство приближенного метода дать последовательность приближений, сходящуюся к точному решению задачи.

сходимость в среднем $\Rightarrow$ средняя сходимость.

сходимость по вероятности (convergence in probability) — последовательность $\{X_k\}$ случайных величин сходится по вероятности P к случайной величине X, если числовая последовательность

$$\{\mathsf{P}(|X_k - X| > \varepsilon)\}$$

при любом $\varepsilon > 0$ сходится к нулю.

сходимость по мере (convergence in measure) — такая сходимость последовательности измеримых функций $\{f_k\}$ к предельной функции f, что при любом $\varepsilon > 0$ выполняется условие

$$\lim_{k\to\infty} m\{x : |f_k(x) - f(x)| \geqslant \varepsilon\} = 0\,,$$

где m обозначает меру множества; $\rightsquigarrow$ асимптотическое приближение.

сходимость по норме (или сильная сходимость; convergence in norm) — сходимость последовательности $\{\mathbf{a}_k\}$ элементов нормированного пространства к пределу $\mathbf{a}$, при которой

$$\lim_{k\to\infty} \|\,\mathbf{a}_k - \mathbf{a}\,\| = 0\,;$$

$\rightsquigarrow$ слабая [средняя] сходимость.

сходящаяся последовательность (convergent sequence) — последовательность, имеющая конечный предел; множество сходящихся числовых последовательностей обозначается через c; $\rightsquigarrow$ банахово пространство, расходящаяся [монотонно [равномерно] сходящаяся] последовательность.

сходящееся произведение (convergent infinite product) — бесконечное произведение

$$\prod_{k=0}^{\infty}(1+a_k)\,,$$

для которого существует конечный, отличный от нуля предел последовательности частичных произведений

$$\lim_{n\to\infty}\prod_{k=0}^{n}(1+a_k)\,;$$

этот предел называется *значением* бесконечного произведения; если этот предел равен нулю, то говорят, что бесконечное произведение *расходится к нулю*; бесконечное произведение является сходящимся тогда и только тогда, когда сходится ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty}\ln(1+a_k)\,;$$

$\rightsquigarrow$ расходящееся [абсолютно сходящееся] произведение.

сходящийся интеграл (convergent improper integral) — несобственный интеграл, значение которого можно определить при помощи соответствующего предельного процесса; напр., интеграл

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx$$

сходится, если существует двойной предел

$$\lim_{M,N\to\infty}\int\limits_{-M}^{N} f(x)\,dx\,;$$

главное значение несобственного интеграла, расходящийся [абсолютно [условно] сходящийся] интеграл.

сходящийся ряд (convergent series) — ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty}a_k\,,$$

для которого существует *сумма* ряда, т. е. конечный предел последовательности частичных сумм

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}a_k\,;$$

$\rightsquigarrow$ расходящийся [абсолютно [равномерно, условно] сходящийся] ряд.

сходящийся фильтр (convergent filter) — фильтр в топологическом пространстве, для которого найдется такая точка пространства, что каждая ее окрестность принадлежит фильтру (говорят, что фильтр сходится к этой точке).

сцепление $\Rrightarrow$ конкатенация.

счетная линейка $\Rrightarrow$ логарифмическая линейка.

счетно аддитивная функция (или вполне аддитивная функция; countably-additive set function) — функция множеств f, удовлетворяющая при любой последовательности $\{\mathcal{A}_k\}$ попарно непересекающихся множеств из своей области определения условию

$$f\Big(\bigcup_{k=0}^{\infty}\mathcal{A}_k\Big)=\sum_{k=0}^{\infty}f\big(\mathcal{A}_k\big);$$

$\rightsquigarrow$ конечно аддитивная функция.

счетно компактное пространство (countably-compact space) — топологическое пространство, в каждом счетном открытом покрытии которого содержится конечное подпокрытие; $\rightsquigarrow$ ограниченно компактное множество.

счетное множество (countable set) — множество, эквивалентное множеству $\mathbb{N}$ всех натуральных чисел; напр., множество $\mathbb{Z}$ всех целых чисел, множество $\mathbb{Q}$ всех рациональных чисел, множество всех рациональных точек плоскости [пространства]; $\rightsquigarrow$ алеф-нуль, несчетное [не более чем счетное] множество.

сюръекция (или сюръективное соответствие [отображение]; surjection) — такое соответствие [отображение] между множествами $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$ [$\mathcal{X} \to \mathcal{Y}$], при котором каждый элемент множества $\mathcal{Y}$ соответствует некоторому элементу множества $\mathcal{X}$; $\rightsquigarrow$ эпиморфизм.

T

таблица (table) — систематизированное представление каких-то связанных между собой данных, напр., множества значений функции, соответствующих фиксированным значениям аргумента; $\rightsquigarrow$ истинностная [случайных чисел, частотная] таблица.

таблица умножения (multiplication table) — **1.** квадратная таблица, задающая произведения всех элементов конечной мультипликативной (полу)группы, гиперкомплексных единиц и т. п. в виде

$\times$	a	b	$\dots$
a	x	y	$\dots$
b	z	w	$\dots$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

,

где $x = a \cdot a$, $y = a \cdot b$, $z = b \cdot a$ и т. д.; $\rightsquigarrow$ Кэли таблица; **2.** таблица произведений первых натуральных чисел, записанных в некоторой позиционной системе счисления; напр., в восьмеричной системе такая таблица имеет вид

$\times$	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	10	12	14	16
3	3	6	11	14	17	22	25
4	4	10	14	20	24	30	34
5	5	12	17	24	31	36	43
6	6	14	22	30	36	44	52
7	7	16	25	34	43	52	61

.

таблицы математические (mathematical tables) — таблицы для упрощения нахождения значений трудно вычисляемых функций, имеющих широкое применение.

тавтология (tautology) — **1.** определение понятия через это же понятие; **2.** общезначимая логическая формула.

тангенс (tangent) — тригонометрическая функция, значение которой равно отношению синуса к косинусу того же аргумента, т. е.

$$\operatorname{tg} x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sin x}{\cos x};$$

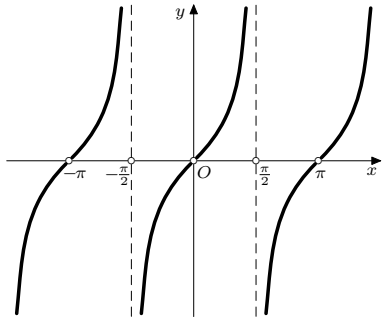
обозначается также $\tan x$; $\rightsquigarrow$ арктангенс.

тангенсов теорема (tangent formula) — отношение разности двух сторон (напр., a и b) треугольника к их сумме равно отношению тангенса полуразности противолежащих им углов (α и β) к тангенсу полусуммы этих углов, т. е.

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg}\dfrac{\alpha-\beta}{2}}{\operatorname{tg}\dfrac{\alpha+\beta}{2}};$$

$\rightsquigarrow$ Мольвейде формулы.

тангенсоида (curve of the tangent) — график функции $y = \operatorname{tg} x$.



тангенциальный (tangential) — направленный по касательной.

Тейлора ряд (Taylor series) — степенной ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x-a)^k}{k!} f^{(k)}(a) = f(a) + \\ + \frac{x-a}{1!} f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \cdots ,$$

который при определенных условиях сходится к сумме $f(x)$ в некоторой окрестности точки a; $\rightsquigarrow$ Маклорена ряд.

Тейлора формула (Taylor formula) — представление функции f в виде частичной суммы ее ряда Тейлора, т. е. формула вида

$$f(x) = f(a) + \frac{x-a}{1!} f'(a) + \cdots \\ \cdots + \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + R_n(x) ,$$

где R_n — *остаточный член*, который (при некоторых условиях) можно представить в интегральной форме

$$R_n(x) = \frac{1}{n!} \int_a^x f^{(n+1)}(t)(x-t)^n dt ;$$

$\rightsquigarrow$ Коши [Лагранжа] форма остаточного члена.

телесный угол (solid angle) — часть пространства, ограниченная одной полостью конической поверхности; вершина этой поверхности называется также *вершиной* телесного угла; $\rightsquigarrow$ многогранный угол, стерадиан.

тело — **1.** (body) — ограниченная замкнутая область в пространстве; $\rightsquigarrow$ вращения [выпуклое] тело; **2.** (skew field) — некоммутативное кольцо, элементы которого, отличные от нулевого элемента, образуют мультипликативную группу; напр., тело кватернионов; $\rightsquigarrow$ поле.

теневая линия (*теневая линия относительно вершины конуса*; umbral curve) — кривая, по которой некоторый конус касается рассматриваемой поверхности.

тензор (tensor) — величина, которую на любом базисе векторного пространства можно представить в виде системы чисел (*компонент*)

$$g^{k_1 k_2 \ldots k_p}_{j_1 j_2 \ldots j_q} ,$$

причем при переходе от координат x_k пространства к координатам $\overline{x}_k$ компоненты преобразовываются по правилу

$$\overline{g}^{k_1 k_2 \ldots k_p}_{j_1 j_2 \ldots j_q} = \sum \frac{\partial \overline{x}_{k_1}}{\partial x_{m_1}} \cdot \frac{\partial \overline{x}_{k_2}}{\partial x_{m_2}} \cdots \frac{\partial \overline{x}_{k_p}}{\partial x_{m_p}} \times \\ \times \frac{\partial x_{n_1}}{\partial \overline{x}_{j_1}} \cdot \frac{\partial x_{n_2}}{\partial \overline{x}_{j_2}} \cdots \frac{\partial x_{n_q}}{\partial \overline{x}_{j_q}} g^{m_1 m_2 \ldots m_p}_{n_1 n_2 \ldots n_q}$$

(индексы $j_1, j_2, \ldots, j_q$ являются здесь ковариантными, а индексы $k_1, k_2, \ldots, k_p$ — контравариантными); $\rightsquigarrow$ валентность тензора, вертор, ковариантный [контравариантный, кривизны, смешанный] тензор.

тензорная алгебра (tensor algebra) — раздел тензорного исчисления, изучающий алгебраические операции над тензорами; $\rightsquigarrow$ свертывание тензора.

тензорное исчисление (tensor calculus) — раздел математики, изучающий свойства тензоров и тензорных полей, а также операции над ними.

тензорное поле (tensor field) — поле, ставящее каждой точке P пространства [дифференцируемого многообразия] при помощи дифференцируемых функций

$$g^{k_1 k_2 \ldots k_p}_{j_1 j_2 \ldots j_q}(P)$$

в соответствие некоторый тензор; $\rightsquigarrow$ метрическое тензорное поле.

тензорное произведение функционалов (tensor product of functionals) — образованный по функционалам f и g, определенным соответственно на множествах $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$, новый функционал $f \otimes g$, значения которого выражаются в виде

$$\big(f \otimes g\big)(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} f(x)\, g(y) .$$

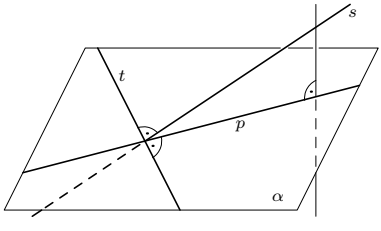
тензорный анализ (tensor analysis) — раздел тензорного исчисления, изучающий тензорные поля и задачи, требующие их дифференцирования.

теорема (theorem) — **1.** предложение, истинность которого устанавливают при помощи рассуждения (доказательства), опираясь на аксиомы и на ранее доказанные теоремы; ⇝ лемма; **2.** предложение, в котором по предполагаемо истинным предложениям (*условиям* теоремы) утверждается истинность некоторого утверждения (*заключения* теоремы); обычно теорему можно представить в виде импликации

$$A \to B$$

(«если A, то B»), где A — условие или конъюнкция условий, а B — заключение; ⇝ обратная [обратно-противоположная, основная, противоположная, существования] теорема, теория; **3.** (или выводимая формула) — формула в формальной аксиоматической системе, для которой существует вывод, заканчивающийся этой формулой.

теорема о трех перпендикулярах (theorem on three perpendiculars) — для того, чтобы прямая t, лежащая в плоскости α, была перпендикулярна наклонной s к этой плоскости, необходимо и достаточно, чтобы прямая t была перпендикулярна проекции p наклонной s на эту плоскость α.



теоретико-множественная операция (set-theoretic operation) — операция, определенная над множествами, т. е. одна из операций: дополнение множества, объединение, пересечение, разность множеств, симметрическая разность.

теоретико-числовая функция ⇛ арифметическая функция.

теоретическая логика (или символическая логика) ⇛ математическая логика.

теория (theory) — **1.** множество истинных утверждений или теорем, относящихся к данному классу понятий; **2.** множество всех теорем данной формальной аксиоматической системы; ⇝ дедуктивная теория, метатеория.

теплопроводности уравнение (heat equation) — дифференциальное уравнение с частными производными вида

$$\Delta u - \frac{1}{c^2}\frac{\partial u}{\partial t} = -f(x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_n,\, t)\,,$$

где Δ — оператор Лапласа относительно переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$, c — постоянная, f — заданная, а u — искомая функция.

терминальный символ (terminal symbol) ⇝ порождающая грамматика.

тернарная операция (ternary operation) — алгебраическая операция, в которой число операндов равно трем, т. е. отображение прямого куба множества в это же множество.

тернарная форма (ternary form) — однородный полином от трех переменных.

тета-функции (theta-functions) — специальные функции вида

$$\vartheta_1(z) \stackrel{\text{def}}{=} 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}q^{(k-1/2)^2}\sin(2k-1)z\,,$$

$$\vartheta_2(z) \stackrel{\text{def}}{=} 2\sum_{k=1}^{\infty}q^{(k-1/2)^2}\cos(2k-1)z\,,$$

$$\vartheta_3(z) \stackrel{\text{def}}{=} 1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}q^{k^2}\cos 2kz\,,$$

$$\vartheta_4(z) \stackrel{\text{def}}{=} 1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k q^{k^2}\cos 2kz\,,$$

где $|q| < 1$ — постоянная.

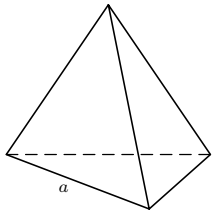
тетрагон ⇛ четырехугольник.

тетраэдр (или треугольная пирамида, или четырехгранник; tetrahedron) —

многогранник с четырьмя гранями; имеет 6 ребер и 4 вершины; грани правильного тетраэдра (на рисунке) являются равносторонними треугольниками, его объем

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12},$$

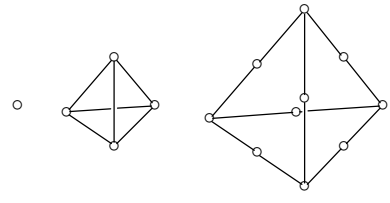
где a — длина ребра.



тетраэдрическое число (tetrahedral number) — натуральное число вида

$$\frac{k(k+1)(k+2)}{6};$$

последовательность тетраэдрических чисел 1, 4, 10, 20, 35, 56, ... образует арифметическую последовательность третьего порядка; $\rightsquigarrow$ многоугольное число.



тильда (tilde) — знак $\sim$ над буквой для различения аналогичных обозначений; напр., $\widetilde{a}$ (читается: a с тильдой).

тогда и только тогда (if and only if) — выражение, используемое при формулировке теоремы $A \Leftrightarrow B$, объединяющей теорему $A \to B$ с ее обратной теоремой $B \to A$: «A тогда и только тогда, когда B»; то же содержание можно передать формулировками «A необходимо и достаточно для B», «A в том и только в том случае, когда B» и т. п.; $\rightsquigarrow$ точно один.

тождества аксиома (identity axiom) $\twoheadrightarrow$ метрика.

тождественная подстановка (или единичная подстановка; identity permutation) — подстановка, отображающая каждый элемент множества в себя.

тождественное преобразование (или единичное преобразование; identity transformation) — преобразование множества, при котором все элементы [точки] этого множества окажутся неподвижными.

тождественный оператор $\Rrightarrow$ единичный оператор.

тождество (identity) — равенство, справедливое при всех значениях свободных переменных, входящих в это равенство; обозначается $a \equiv b$; $\rightsquigarrow$ уравнение.

токсоида $\Rrightarrow$ кубическая дупликатриса.

толерантность (tolerance) — бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности и симметричности.

Томсона функции $\Rrightarrow$ Кельвина функции.

топологическая группа (или непрерывная группа; topological group) — группа, являющаяся топологическим пространством, в котором отображение, ставящее паре (x, y) в соответствие элемент xy^{-1} [элемент $x + (-y)$], непрерывно; $\rightsquigarrow$ Ли группа.

топологическая структура (topological structure) $\twoheadrightarrow$ математики основные структуры.

топологический изоморфизм $\Rrightarrow$ гомеоморфизм.

топологический инвариант (topological invariant) — свойство топологического пространства, не изменяющееся при гомеоморфизме.

топологическое векторное пространство (или линейное топологическое пространство; topological vector space) — векторное пространство, являющееся топологическим пространством, в котором операции сложения и умножения на скаляр непрерывны.

топологическое преобразование (topological transformation) — гомеоморфизм топологического пространства на себя.

топологическое произведение (topological product) — прямое произведение топологических пространств $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$, в котором открытыми считаются те и только те подмножества, которые являются или прямыми произведениями открытых подмножеств пространств $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$, или объединениями таких прямых произведений.

топологическое пространство (topological space) — множество, в котором определена некоторая система подмножеств, т. н. *открытых множеств*, так, что пустое множество и все пространство являются открытыми множествами, объединение открытых множеств является открытым множеством и пересечение любых двух открытых множеств является открытым множеством; $\rightsquigarrow$ база топологического пространства, дискретное [Колмогорова, компактное, метризуемое, нормальное [регулярное] топологическое, сепарабельное, хаусдорфово] пространство, отделимости аксиома, факторпространство, фундаментальная группа.

топология (topology) — **1.** раздел математики, изучающий такие свойства фигур, которые являются топологическими инвариантами; теория топологических пространств; $\rightsquigarrow$ алгебраическая [комбинаторная] топология; **2.** система открытых множеств топологического пространства; $\rightsquigarrow$ дискретная [тривиальная] топология.

тор (torus) — поверхность вращения, образуемая вращением окружности вокруг прямой, лежащей в плоскости этой окружности и не пересекающей ее; напр., при вращении окружности с уравнением

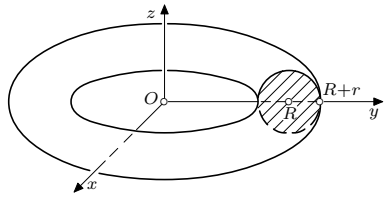
$$(y-R)^2+z^2=r^2$$

вокруг оси Oz образуется тор, уравнение которого имеет вид

$$\left(\sqrt{x^2+y^2}\,-R\right)^2+z^2=r^2\,;$$

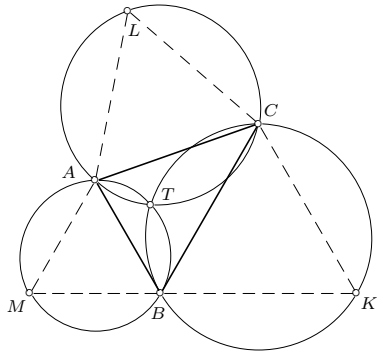
площадь S этого тора и объем V ограниченного им тела выражаются в виде

$$S=4\pi^2Rr \quad \text{и} \quad V=2\pi^2Rr^2\,.$$



тороид (toroid) — поверхность вращения, образуемая вращением плоской замкнутой кривой вокруг прямой, лежащей в плоскости этой кривой и не пересекающей ее.

Торричелли точка (Torricelli point) — точка (на рисунке T) пересечения окружностей, описанных около равносторонних треугольников (AMB, BKC и CLA), построенных на сторонах данного треугольника ABC.



торс $\Rrightarrow$ развертывающаяся поверхность.

точка (point) — **1.** простейший объект геометрии, характеризуемый только его положением; в аксиоматическом изложении геометрии — одно из основных понятий; $\rightsquigarrow$ бесконечно удаленная точка; **2.** элемент (в первую очередь метрического или вообще топологического) пространства.

точная верхняя грань (или супремум) $\Rrightarrow$ верхняя грань.

точная нижняя грань (или инфимум) $\Rightarrow$ нижняя грань.

точно один (или один и только один; exactly one) — выражение, используемое при формулировке такой аксиомы [теоремы существования], в которой, кроме существования некоторого объекта, утверждается также его единственность (напр., теорема вида «существует точно один x, удовлетворяющий условиям ...»).

точное решение (exact solution) — название решения задачи в том случае, когда одновременно имеют дело с приближенными решениями.

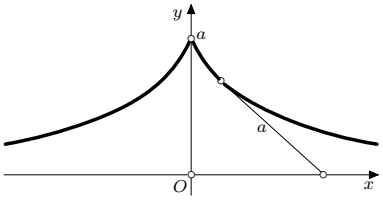
точность (accuracy) — **1.** число значащих цифр в таблице или в вычислениях; **2.** (или предельная погрешность) — наибольшее допустимое различие между объектом и его приближением; **3.** свойство приближенного метода, позволяющее найти приближенные решения с заданной предельной погрешностью.

траектория (trajectory) — кривая, описываемая движущейся точкой; $\rightsquigarrow$ изогональная [ортогональная] траектория.

трактриса (tractrix) — плоская кривая, длина отрезка касательной которой от точки касания до некоторой фиксированной прямой (асимптоты трактрисы) является постоянной; уравнение в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$x = \pm\Big(a \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - y^2}}{y} - \sqrt{a^2 - y^2}\Big);$$

$\rightsquigarrow$ псевдосфера.



транзитивное замыкание (transitive closure) — бинарное отношение $\mathcal{R}^+$, определенное как объединение всех степеней данного бинарного отношения $\mathcal{R}$: $x\mathcal{R}^+y$ тогда и только тогда, когда найдется натуральное число n, такое, что $x\mathcal{R}^n y$.

транзитивность (transitivity) — свойство бинарного отношения: отношение $\mathcal{R}$ транзитивно, если из $x\mathcal{R}y$ и $y\mathcal{R}z$ всегда следует $x\mathcal{R}z$; $\rightsquigarrow$ интранзитивность, нетранзитивность.

трансверсаль (transversal) — **1.** прямая, пересекающая стороны данного треугольника; **2.** n-элементное упорядоченное множество

$$(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

составленное из представителей заданных n множеств $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \ldots, \mathcal{M}_n$ так, что $x_k \in \mathcal{M}_k$ при каждом k; $\rightsquigarrow$ выбора теорема.

трансляция $\Rightarrow$ параллельный перенос.

транспозиция (transposition) — **1.** перемещение двух элементов в упорядоченном множестве; **2.** подстановка, по отношению к которой все элементы рассматриваемого множества, кроме двух, являются инвариантными; $\rightsquigarrow$ четная подстановка.

транспонирование (transposition of a matrix) — образование транспонированной матрицы A^T по данной матрице A.

транспонированная матрица (transposed matrix) — $(n \times m)$-матрица

$$A^T \stackrel{\text{def}}{=} (a_{ji}),$$

полученная из заданной $(m \times n)$-матрицы $A = (a_{ij})$ путем перемены ролями ее строк и столбцов; $\rightsquigarrow$ симметрическая матрица.

транспортная задача (transport problem) — простейшая задача линейного программирования в виде: найти минимум линейной формы

$$\sum_{i,j=1}^{m,n} c_{ij} x_{ij}$$

при ограничениях

$$x_{ij} \geqslant 0\,,$$
$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad (i = 1, 2, \ldots, m)\,,$$
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \ldots, n)\,;$$

$\rightsquigarrow$ размещения задача.

трансферабельная игра (transferable game) — игра нескольких лиц [игра двух лиц с ненулевой суммой], в которой выигрыши игроков можно корректировать путем побочных платежей между игроками.

трансфинитная индукция (transfinite induction) — обобщение математической индукции: утверждение считается доказанным для всех элементов некоторого вполне упорядоченного множества, если справедливость этого утверждения для любого элемента вытекает из его справедливости для предшествующих элементов.

трансфинитное число (transfinite number) — кардинальное или ординальное число, не являющееся натуральным числом.

трансформация $\Rrightarrow$ преобразование.

трансцендентная кривая (transcendental curve) — плоская кривая, не являющаяся алгебраической кривой.

трансцендентная функция (transcendental function) — функция, не являющаяся алгебраической функцией.

трансцендентное уравнение (transcendental equation) — уравнение, содержащее неизвестное в аргументе некоторой трансцендентной функции; напр.:

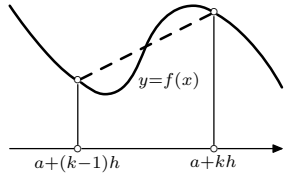
$$x - \sin x = \ln x\,.$$

трансцендентное число (transcendental number) — иррациональное [комплексное] число, не являющееся алгебраическим числом.

трапеций формула (trapezium formula) — квадратурная формула вида

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\Big(\frac{1}{2}\,y_0 + y_1 + \cdots + y_{n-1} + \frac{1}{2}\,y_n\Big)\,,$$

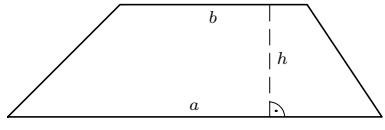
где $h = (b-a)/n$ и $y_k = f(a+kh)$.



трапеция (trapezium) — выпуклый четырехугольник, две стороны (*основания*) которого параллельны, а две другие (*боковые стороны*) непараллельны; площадь S трапеции вычисляется по формуле

$$S = \frac{a+b}{2}\,h\,,$$

где a, b — длины оснований и h — *высота* (т. е. расстояние между основаниями); $\rightsquigarrow$ криволинейная [прямоугольная, равнобедренная] трапеция.



трапецоид (trapezoid) — выпуклый четырехугольник, не имеющий параллельных сторон.

треугольная матрица (triangular matrix) $\twoheadrightarrow$ Гаусса метод.

треугольная пирамида (или четырехгранник) $\Rrightarrow$ тетраэдр.

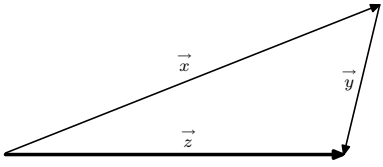
треугольная призма (triangular prism) — призма, основания которой — треугольники.

треугольник — **1.** (triangle) — многоугольник, имеющий три вершины; если вершины треугольника обозначены A, B и C, то треугольник обозначается через $\triangle ABC$; $\rightsquigarrow$ биссектриса [решение, элементы] треугольника, вневписанная

[вписанная, девяти точек, описанная] окружность, геодезический [Герона, ортоцентрический, остроугольный, примитивный, прямоугольный, равнобедренный, равносторонний, разносторонний, сферический, тупоугольный] треугольник, Жергонна [Нагеля, Торричелли] точка, медиана, ортоцентр, центроид, Эйлера прямая; **2.** ⇉ Паскаля треугольник.

треугольника аксиома (triangle axiom) ⇉ метрика.

треугольника правило (triangle law) — графическое правило образования суммы $\vec{z}$ двух векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:



треугольное число (triangular number) — частный случай многоугольного числа: натуральное число вида

$$\frac{k(k+1)}{2};$$

последовательность треугольных чисел

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, \ldots$$

образует арифметическую последовательность второго порядка.

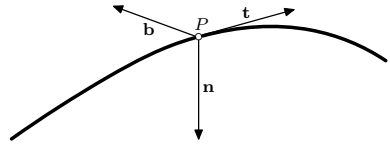
трех сигма правило (three-sigma rule) — используемое в практике правило определения возможных отклонений, опирающееся на свойство нормального распределения

$$\mathsf{P}\big(|X - \mathsf{E}X| > 3\sigma\big) < 0{,}005\,,$$

где σ — стандартное отклонение нормального распределения.

трехвершинник (trigon) — конфигурация, состоящая из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех прямых, проходящих через каждые две из этих точек.

трехгранник сопровождающий (natural trihedron) — тройка $(\mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{b})$ единичных векторов, связанных с точкой рассматриваемой кривой как их общим началом: вектор касательной $\mathbf{t}$, вектор нормали $\mathbf{n}$ и вектор бинормали $\mathbf{b} = \mathbf{t} \times \mathbf{n}$; ⇝ Френе формулы.



трехгранный угол (trihedral angle) — многогранный угол, направляющая которого — треугольник.

трехзначная логика (three-valued logic) — простейшая многозначная логика, в которой имеется три истинностных значения, напр., истина, ложь и неопределенно.

трехлепестковая роза (trifolium) ⇉ розы.

трехмерное пространство (three-dimensional space) — пространство, в котором положение любой точки может быть определено тремя действительными координатами.

трехчлен (или трином; trinomial) — алгебраическая сумма трех одночленов.

трехчленное уравнение (trinomial equation) — алгебраическое уравнение вида

$$ax^{2n} + bx^n + c = 0\,,$$

где $a \neq 0$; ⇝ биквадратное [бикубическое] уравнение.

тривиальная группа ⇛ единичная группа.

тривиальная линейная комбинация (trivial linear combination) ⇉ линейная комбинация.

тривиальная топология (trivial topology) — топология, в которой только пустое множество и все пространство являются открытыми множествами.

тривиальное решение (trivial solution) — нулевое решение однородного уравнения [системы однородных уравнений].

тригонометрии основные тождества (fundamental relationships of trigonometry) — соотношения

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1\,,$$
$$\operatorname{tg}^2 x + 1 = \sec^2 x\,,$$
$$\operatorname{ctg}^2 x + 1 = \operatorname{cosec}^2 x\,,$$
$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1\,,$$

определяющие связи между тригонометрическими функциями.

тригонометрическая форма комплексного числа (или полярная форма комплексного числа; polar form of a complex number) — представление комплексного числа $z = a + bi$ при помощи его *модуля*, или *абсолютной величины*

$$|z| = \varrho \stackrel{\text{def}}{=\!=} \sqrt{a^2 + b^2}$$

и главного значения аргумента

$$\varphi \stackrel{\text{def}}{=\!=} \arg z$$

в виде

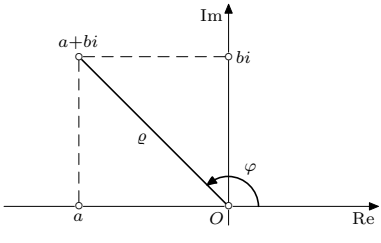
$$z = \varrho\,(\cos\varphi + i\,\sin\varphi)\,;$$

по формуле Эйлера из этого получается *показательная форма комплексного числа*

$$z = \varrho e^{i\varphi}\,;$$

напр.: $i = e^{i\pi/2}$; произведение и отношение комплексных чисел

$$z_1 = \varrho_1(\cos\varphi_1 + \sin\varphi_1)\,,$$
$$z_2 = \varrho_2(\cos\varphi_2 + \sin\varphi_2)$$



выражаются соответственно в виде

$$z_1 z_2 = \varrho_1\varrho_2\big(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + \sin(\varphi_1 + \varphi_2)\big)\,,$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}\big(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\big)\,;$$

$\rightsquigarrow$ Муавра формула.

тригонометрические функции (trigonometric functions) — функции косеканс, косинус, котангенс, секанс, синус и тангенс, т. е. элементарные функции, аргумент которых интерпретируется как длина дуги единичной окружности или соответствующий центральный угол; $\rightsquigarrow$ аркфункции, приведения [двойного [кратного, половинного] угла, сложения] формулы.

тригонометрический полином (trigonometric polynomial) — функция от одного переменного вида

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n}(a_k \cos kx + b_k \sin kx)\,.$$

тригонометрический ряд (trigonometric series) — функциональный ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos kx + b_k \sin kx)\,,$$

или в комплексной форме $\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}$, где a_k, b_k, c_k — постоянные *коэффициенты*, а x — переменное.

тригонометрический ряд Фурье $\Rightarrow$ Фурье ряд.

тригонометрическое уравнение (trigonometric equation) — уравнение, содержащее неизвестное в аргументах тригонометрических функций; напр.:

$$\sin x + 2\cos x = 1\,.$$

тригонометрия (trigonometry) — раздел математики, изучающий свойства тригонометрических функций и их применения в геометрии; $\rightsquigarrow$ гиперболическая [сферическая] тригонометрия.

триллион (trillion) $\twoheadrightarrow$ десятичный разряд.

трином $\Rightarrow$ трехчлен.

трисектриса — **1.** (trisectrix) — луч, исходящий из вершины угла и отделяющий одну треть этого угла; $\rightsquigarrow$ биссектриса; **2.** $\twoheadrightarrow$ Каталана [Маклорена] трисектриса.

трисекция угла (trisection of an angle) — классическая задача о делении произвольного угла на три равные части.

тройка (triple) — трехэлементное упорядоченное множество (a, b, c), где a, b, c — *компоненты* тройки; $\rightsquigarrow$ пара, правая тройка векторов, четверка.

тройной интеграл (triple integral) — определенный интеграл функции f от трех переменных по области $\mathcal{D}$:

$$\int\limits_{\mathcal{D}}\int\int f\,dV = \int\limits_{\mathcal{D}}\int\int f(x,y,z)\,dx\,dy\,dz \stackrel{\text{def}}{=}$$

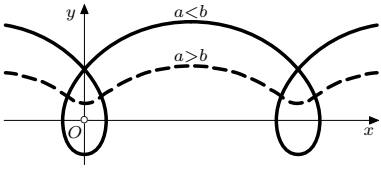
$$\stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\max d(\mathcal{D}_k)\to 0} \sum_{k=1}^{n} f(a_k, b_k, c_k)\, m(\mathcal{D}_k)\,,$$

где $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \ldots, \mathcal{D}_n$ — разбиение области $\mathcal{D}$, $m(\mathcal{D}_k)$ — объем подобласти $\mathcal{D}_k$, $d(\mathcal{D}_k)$ — ее диаметр и $(a_k, b_k, c_k) \in \mathcal{D}_k$; $\rightsquigarrow$ двойной [кратный] интеграл, Остроградского формула.

трохоида (trochoid) — плоская кривая, описываемая точкой, неподвижно связанной с окружностью, катящейся по прямой; параметрические уравнения, если окружность катится по оси Ox, имеют вид

$$x = at - b\sin t, \quad y = a - b\cos t,$$

где a — радиус окружности и b — расстояние точки от центра окружности; $\rightsquigarrow$ гипотрохоида, циклоида, эпитрохоида.



трубчатая поверхность (tubular surface) — огибающая однопараметрического семейства сфер, имеющих постоянный радиус; $\rightsquigarrow$ каналовая поверхность.

тупой угол (obtuse angle) — угол, больший прямого угла, но меньший развернутого.

тупоугольный треугольник (obtuse triangle) — треугольник, один внутренний угол которого — тупой; $\rightsquigarrow$ остроугольный [прямоугольный] треугольник.

Тьюринга машина (Turing machine) — описание алгоритма в виде некоторой абстрактной вычислительной машины.

У

убывающая последовательность (или строго убывающая последовательность; decreasing sequence) — числовая последовательность $\{a_k\}$, в которой при всех $k \in \mathbb{N}$ выполняется неравенство

$$a_k > a_{k+1}\,;$$

$\rightsquigarrow$ невозрастающая [неограниченно убывающая] последовательность.

убывающая функция (или строго убывающая функция; decreasing function) — функция f действительного переменного, для которой в рассматриваемой области из условия $x < y$ всегда следует неравенство

$$f(x) > f(y)\,;$$

$\rightsquigarrow$ невозрастающая функция.

убывающий факториал (*убывающий m-факториал числа x*; falling factorial power) — функция $(x)_m$ от одного переменного x, определенная как произведение

$$(x)_m \stackrel{\text{def}}{=} x(x-1)\cdots(x-m+1)\,,$$

где m — фиксированное натуральное число (при $m = 0$ определяется $(x)_0 \stackrel{\text{def}}{=} 1$); $\rightsquigarrow$ Вандермонда формула, возрастающий факториал, Стирлинга числа.

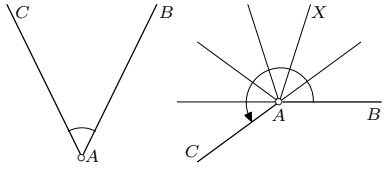
угловая точка $\Rightarrow$ излома точка.

угловая частота (circular frequency) $\twoheadrightarrow$ гармоническое колебание.

угловой коэффициент (slope) — тангенс угла между положительным направлением оси Ox и рассматриваемой прямой на плоскости.

угловой минор $\Rightarrow$ главный минор.

угол (angle) — **1.** совокупность точки A (*вершины* угла) и двух лучей AB, AC (*сторон* угла), исходящих из этой точки; обозначается $\angle BAC$ или $\widehat{BAC}$; **2.** объединение всех положений луча AX, вращающегося около своего начала A, между начальным положением AB (*начальной стороной* угла) и конечным положением AC (*конечной стороной* угла); в частном случае пересечение двух полуплоскостей; **3.** действительное число, пропорциональное длине дуги между точками начальной и конечной сторон на окружности, описанной около вершины A; обычно считается положительным при вращении против часовой стрелки; $\rightsquigarrow$ внешний [внутренний, вписанный, двугранный, дополнительный, линейный, многогранный, описанный, острый, параллельности, плоский, поворота, полный, прямой, развернутый, телесный, трехгранный, тупой, центральный] угол, градус, направляющие [накрест лежащие, прилежащие, противоположные, смежные, соответственные] углы, радиан.



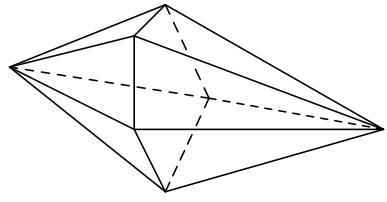
удвоение куба (или делосская задача; duplication of the cube) — классическая задача о построении ребра такого куба, объем которого вдвое больше, чем объем данного куба.

удвоения формула (duplication formula) — формула, позволяющая найти значение рассматриваемой функции при удвоении значения аргумента; напр.:

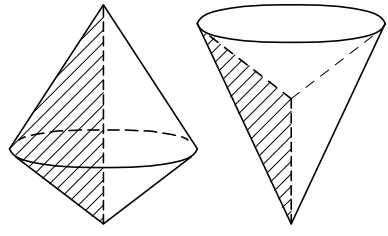
$$\operatorname{ch} 2x = \operatorname{ch}^2 x + \operatorname{sh}^2 x\,;$$

$\rightsquigarrow$ двойного угла формулы, Лежандра формула.

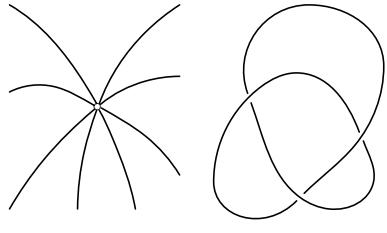
удвоенная пирамида (doubled pyramid) — многогранник, образованный из двух пирамид, имеющих конгруэнтные основания; $\rightsquigarrow$ диэдр.



удвоенный конус (doubled cone) — тело, образованное вращением прямоугольного треугольника вокруг гипотенузы (на рисунке слева), или же вращением непрямоугольного треугольника вокруг одной стороны (на рисунке справа).



узел — **1.** (node) — такая особая точка дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, которая является центром пучка интегральных кривых, причем все эти кривые имеют в этой точке касательную (на рисунке слева); **2.** (node) $\twoheadrightarrow$ разностный метод; **3.** (knot) — такой



гомеоморфный образ окружности в пространстве, который никаким гомеоморфизмом пространства не отображается в окружность (на рисунке справа).

узел интерполяции (или полюс интерполяции; interpolation node) ↠ интерполирование.

узел коллокации (collocation node) ↠ коллокации метод.

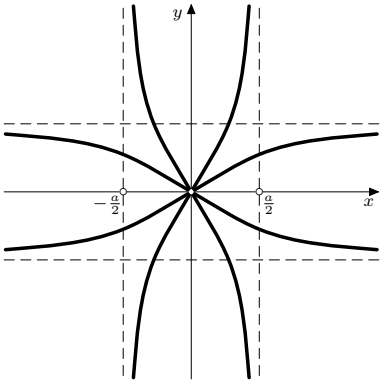
узловая точка ⇛ самопересечения точка.

узлы (knots) — семейство плоских кривых, уравнения которых в полярных координатах имеют вид

$$\varrho = a \operatorname{ctg} b\varphi\,;$$

напр., в случае $b = \frac{1}{2}$ получается строфоида, в случае $b = 1$ — каппа, а в случае $b = 2$ — т. н. *ветряная мельница* (на рисунке), уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$4x^2y^2(x^2 + y^2) = a^2(x^2 - y^2)^2\,.$$



улитка ↠ Паскаля улитка.

ультрафильтр (ultrafilter) — фильтр, содержащий любое подмножество рассматриваемого множества или дополнение этого подмножества; ⇝ квазикомпактное пространство.

уменьшаемое (minuend) ↠ вычитание.

умножение (multiplication) — бинарная алгебраическая операция, операнды которой называются *множителями*, или *сомножителями* и результат — *произведением*; в качестве знака операции умножения обычно используют символ $\cdot$ или $\times$, или же не ставят между множителями никакого знака; ⇝ деление, мультипликативная группа, таблица умножения.

умножение матриц (multiplication of matrices) — *произведением* $(m \times n)$-матрицы $A = (a_{ij})$ и $(n \times p)$-матрицы $B = (b_{jk})$ над кольцом $\mathcal{R}$ считается $(m \times p)$-матрица $C = (c_{ik})$, где

$$c_{ik} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}b_{jk}$$

при всех $i = 1, 2, \ldots, m$ и $k = 1, 2, \ldots, p$; напр.:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 14 & 17 & 20 \\ 23 & 30 & 37 & 44 \\ 35 & 46 & 57 & 68 \end{pmatrix}.$$

умножение на скаляры (multiplication by a scalar) — в алгебраической системе $\mathcal{S}$ с операцией сложения определено умножение на скаляры из кольца $\mathcal{R}$, если фиксирована операция $\mathcal{R} \times \mathcal{S} \to \mathcal{S}$ (задающая для любых $x \in \mathcal{S}$ и $\lambda \in \mathcal{R}$ элемент $\lambda x \in \mathcal{S}$) так, что при всех $x, y \in \mathcal{S}$, $\lambda, \mu \in \in \mathcal{R}$ выполнены условия

$$(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x\,,$$
$$\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y\,,$$
$$\lambda(\mu x) = (\lambda\mu)x\,;$$

если $\mathcal{R}$ — кольцо с единицей ε, то прибавляется условие

$$\varepsilon x = x\,;$$

если же в $\mathcal{S}$ определена еще операция умножения, то прибавляется условие

$$\lambda(xy) = (\lambda x)y = x(\lambda y)\,;$$

⇝ векторное пространство, модуль.

унарная операция (unary operation) — отображение множества в это же множество; алгебраическая операция, в которой только один операнд; ⇝ дополнение

множества, замыкание, отрицание, свертывание тензора.

универсальная алгебра (или алгебра; universal algebra) — множество, в котором определена по крайней мере одна алгебраическая операция; $\rightsquigarrow$ алгебраическая система, группоид, система образующих.

универсальное множество (universal set) — множество $\mathcal{U}$, состоящее из всех элементов, рассматриваемых в данной проблеме; $\rightsquigarrow$ дополнение множества.

универсальности квантор (или общности квантор) $\Rightarrow$ всеобщности квантор.

уникурсальная кривая (unicursal curve) — **1.** алгебраическая кривая порядка n, имеющая в точности $(n-1)(n-2)/2$ двойных точек; **2.** плоская кривая, которую можно обойти, побывав дважды только в точках самопересечения или самоприкосновения.

унимодальное распределение (unimodal distribution) — распределение с одной модой, причем вероятности значений случайной величины тем меньше, чем дальше эти значения от моды; $\rightsquigarrow$ бимодальное распределение.

унимодулярная группа (unimodular group) — группа всех унимодулярных матриц фиксированного порядка относительно операции умножения матриц.

унимодулярная матрица (unimodular matrix) — квадратная матрица, определитель которой равен единице.

унимодулярное преобразование (unimodular transformation) — линейное преобразование векторного пространства, при котором сохраняется объем; определяется в любом базисе унимодулярной матрицей.

унитарная матрица (unitary matrix) — квадратная матрица $A = (a_{ij})$ с комплексными элементами, обратная матрица которой равна эрмитово-сопряженной матрице, т. е.

$$A^{-1} = A^* = \left(\overline{a_{ji}}\right).$$

унитарное преобразование (unitary transformation) — преобравание унитарного пространства, сохраняющее скалярный квадрат; определяется в ортонормированном базисе унитарной матрицей; $\rightsquigarrow$ ортогональное преобразование.

унитарное пространство (unitary space) — комплексное векторное пространство, в котором определено скалярное произведение; $\rightsquigarrow$ гильбертово [метрическое] пространство, интегрируемая с квадратом функция.

унитарный оператор (unitary operator) — оператор $P : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ в гильбертовом [унитарном] пространстве $\mathcal{H}$, сохраняющий скалярное произведение, т. е. при всех $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathcal{H}$ выполняется условие

$$\big(P(\mathbf{x}), P(\mathbf{y})\big) = (\mathbf{x}, \mathbf{y}).$$

унитарный полином (или приведенный полином) $\Rightarrow$ нормированный полином.

упорядоченная группа (ordered group) — группа $\mathcal{G}$, в которой определено такое отношение порядка $\leqslant$, что для всех $x, y \in \mathcal{G}$ из $a \leqslant b$ следует

$$x * a * y \leqslant x * b * y,$$

где $*$ обозначает знак операции группы $\mathcal{G}$; $\rightsquigarrow$ архимедова [линейно упорядоченная] группа.

упорядоченное множество — **1.** (ordered set) — множество с фиксированным порядком элементов; для подчеркивания упорядоченности вместо обычного $\{a, b, c, \ldots\}$ иногда используется обозначение $(a, b, c, \ldots)$; $\rightsquigarrow$ направленное [вполне упорядоченное] множество, пара, следование, тройка, четверка; **2.** (или цепь) $\Rightarrow$ линейно упорядоченное множество; **3.** $\Rightarrow$ частично упорядоченное множество.

упорядоченное поле (ordered field) — поле, в котором определена строгая упорядоченность $<$ так, что из $x < y$ и $\theta < z$ следует $xz < yz$, а из $x < y$ при любом z следует $x + z < y + z$; $\rightsquigarrow$ архимедово [евклидово] поле.

упорядоченность — **1.** (или порядок) $\Rightarrow$ отношение порядка; **2.** $\twoheadrightarrow$ непосредственная упорядоченность.

управление $\twoheadrightarrow$ оптимального управления теория.

управление запасами (inventory control) — раздел динамического программирования, изучающий задачи вида: найти самый дешевый метод создания запасов, предназначенных для удовлетворения некоторой (как правило, случайной) потребности.

уравнение (equation) — равенство, содержащее неизвестные и справедливое лишь при некоторых значениях (*решениях* уравнения) этих неизвестных (такие значения могут и отсутствовать — уравнение не имеет решения); $\rightsquigarrow$ алгебраическое [возвратное, диофантово, дифференциальное, интегральное, интегро-дифференциальное, иррациональное, квадратное, кубическое, линейное, логарифмическое, нелинейное, неопределенное, однородное, операторное, показательное, разностное, рациональное алгебраическое, рекуррентное, трансцендентное, тригонометрическое, функциональное] уравнение, система уравнений, сравнение, тождество, эквивалентные уравнения.

уравнение кривой (equation of a curve) — представленное при помощи некоторой функции F от двух переменных уравнение вида

$$F(x, y) = 0\,,$$

которому удовлетворяют координаты x и y любой точки рассматриваемой плоской кривой; $\rightsquigarrow$ каноническое уравнение кривой второго порядка, натуральные уравнения кривой, параметрические уравнения, полярное уравнение.

уравнение n-й степени (equation of degree n) $\twoheadrightarrow$ алгебраическое уравнение.

уравнение плоскости (equation of a plane) — линейное уравнение вида

$$ax + by + cz + d = 0\,,$$

которому удовлетворяют координаты x, y и z любой точки рассматриваемой плоскости; $\rightsquigarrow$ нормальное уравнение.

уравнение поверхности (equation of a surface) — представленное при помощи некоторой функции F от трех переменных уравнение вида

$$F(x, y, z) = 0\,,$$

которому удовлетворяют координаты x, y и z любой точки рассматриваемой поверхности; $\rightsquigarrow$ каноническое уравнение поверхности второго порядка, параметрические уравнения.

уравнение прямой (equation of a line) — **1.** линейное уравнение вида

$$ax + by + c = 0\,,$$

которому удовлетворяют координаты x и y любой точки рассматриваемой прямой на плоскости; $\rightsquigarrow$ нормальное уравнение; **2.** уравнение вида

$$\mathbf{x} = \mathbf{a} + t\mathbf{k}\,,$$

выражающее радиус-вектор $\mathbf{x}$ произвольной точки прямой через радиус-вектор $\mathbf{a}$ фиксированной точки, вектор направления $\mathbf{k}$ и параметр t.

уравнения прямой (equations of a line) — неупорядоченная пара линейных уравнений

$$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0\,,$$
$$a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0\,,$$

которой удовлетворяют координаты x, y и z любой точки рассматриваемой прямой в пространстве; если прямая проходит через точки (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2), то ее уравнения выражаются в виде

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}\,;$$

$\rightsquigarrow$ канонические [параметрические] уравнения прямой.

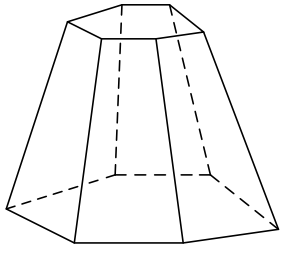
уровень $\twoheadrightarrow$ линия [поверхность] уровня.

Урысона лемма (Urysohn lemma) — если $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$ — непересекающиеся замкнутые множества нормального топологического пространства, то существует непрерывный функционал f со значениями из отрезка $[0, 1]$, такой, что $f(x) = 0$ при $x \in \mathcal{X}$ и $f(x) = 1$ при $x \in \mathcal{Y}$.

усеченная пирамида (frustum of a pyramid) — многогранник, являющийся частью пирамиды, заключенной между основанием и плоскостью, пересекающей боковые ребра и параллельной основанию; основание пирамиды и грань на плоскости сечения называются *основаниями* усеченной пирамиды; объем V усеченной пирамиды выражается в виде

$$V = \frac{h}{3}\left(S_1 + \sqrt{S_1 \cdot S_2} + S_2\right),$$

где S_1 и S_2 — площади оснований, а h — *высота* (расстояние между основаниями); $\rightsquigarrow$ правильная усеченная пирамида.

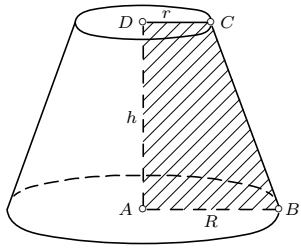


усеченный конус (frustum of a cone) — **1.** тело, ограниченное конической поверхностью (*боковой поверхностью* усеченного конуса) и двумя параллельными плоскостями, пересекающими все образующие одной полости этой поверхности; части этих плоскостей внутри конической поверхности называются *основаниями* усеченного конуса; **2.** (или прямой круговой усеченный конус) — тело, образуемое вращением прямоугольной трапеции (на рисунке $ABCD$) вокруг боковой стороны (AD), перпендикулярной основаниям; длина h этой стороны называется *высотой* усеченного конуса, а длины r и R оснований трапеции — *радиусами оснований* усеченного конуса; площадь S полной поверхности и объем V усеченного конуса выражаются в виде

$$S = \pi\left(r^2 + R^2 + (r + R)\sqrt{h^2 + (R - r)^2}\ \right),$$

и

$$V = \frac{\pi h}{3}\left(r^2 + rR + R^2\right).$$



условие — **1.** (condition) — предложение, при истинности которого рассматриваемая ситуация может возникнуть или должна возникнуть; $\rightsquigarrow$ достаточное [необходимое] условие; **2.** (premise) $\twoheadrightarrow$ теорема; **3.** $\twoheadrightarrow$ Липшица условие.

условная вероятность (conditional probability) — вероятность события A при условии, что произойдет некоторое другое событие B; обозначается в виде $\mathsf{P}(A \,|\, B)$.

условно сходящийся интеграл [ряд] (conditionally convergent integral [series]) — сходящийся интеграл [ряд], не являющийся абсолютно сходящимся; напр., условно сходящимися являются несобственный интеграл

$$\int_1^\infty \frac{\sin x}{\sqrt{x}}\,dx$$

и ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k}.$$

условное выражение (conditional expression) — выражение, конкретный вид

которого зависит от некоторых условий; напр., правая часть равенства

$$y = \begin{cases} -x-1, & \text{если } x \leqslant -1\,, \\ x+1, & \text{если } -1 \leqslant x \leqslant 0\,, \\ -x+1, & \text{если } 0 \leqslant x \leqslant 1\,, \\ x-1, & \text{если } x \geqslant 1\,; \end{cases}$$

$\rightsquigarrow$ сигнум.

условное математическое ожидание (conditional mathematical expectation) — математическое ожидание случайной величины X при условии, что некоторая другая случайная величина Y, определенная на том же пространстве элементарных событий, приобретает заданное значение; обозначается $\mathsf{E}^Y X$; $\rightsquigarrow$ регрессия.

условный максимум [минимум, экстремум] (или относительный максимум [минимум, экстремум]; conditional maximum [minimum, extremum]) — максимум [минимум, экстремум] функции f от n переменных, подчиненных некоторым дополнительным условиям вида

$$f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0\,,$$
$$f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0\,,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$f_m(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0\,;$$

задача отыскания всех точек максимума [минимума, экстремума] называется *задачей на условный экстремум*; $\rightsquigarrow$ Лагранжа метод.

устранимая особая точка (removable singular point) — такая изолированная особая точка z_0 функции f комплексного переменного, что подходящее переопределение значения $f(z_0)$ дает аналитическую в точке z_0 функцию.

устранимая точка разрыва (removable discontinuity point) — точка разрыва первого рода функции действительного переменного, в которой левый и правый пределы функции равны, так что подходящее переопределение значения функции в этой точке дает непрерывную в ней функцию.

Ф

фаза (или амплитуда, или полярный угол; polar angle) $\twoheadrightarrow$ полярные координаты.

факторгруппа (quotient group) — группа смежных классов группы $\mathcal{G}$ по нормальному делителю $\mathcal{H}$, где операция определяется как операция группы $\mathcal{G}$ с представителями этих классов; обозначается $\mathcal{G}/\mathcal{H}$.

факториал (factorial) — произведение n первых положительных натуральных чисел:

$$n! \stackrel{\text{def}}{=} 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

(читается: n факториал); напр.: $3! = 6$, $4! = 24$, $5! = 120$, $6! = 720$; дополнительно определяется $0! \stackrel{\text{def}}{=} 1$; $\rightsquigarrow$ возрастающий [убывающий] факториал, гамма-функция, полуфакториал, Стирлинга формула, субфакториал.

факториальный полином (factorial polynomial) — полином, корни которого образуют отрезок арифметической прогрессии; такой полином степени n обычно представляется в виде

$$F_n(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{n!d^n}(x-a)(x-a-d)\cdots \cdots(x-a-(n-1)d)\,,$$

где a — наименьший [наибольший] корень и d — разность прогрессии; $\rightsquigarrow$ убывающий факториал.

факторизация (factorization) — **1.** переход от рассмотрения множества к рассмотрению некоторого его фактормножества; образование фактормножества; **2.** разложение матрицы [функции, оператора] в виде произведения матриц [функций, операторов] заданного типа.

факторизуемая функция (factorizable function) — функция f от нескольких переменных, которую можно представить

в виде произведения функций g_k от одного переменного, т. е.

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \prod_{k=1}^{n} g_k(x_k);$$

$\rightsquigarrow$ сепарабельная функция.

факторкольцо $\Rightarrow$ кольцо классов вычетов.

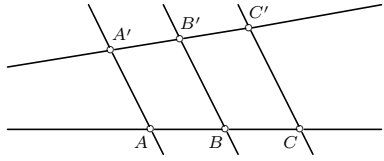
фактормножество (factor set) — множество, элементами которого являются классы эквивалентности рассматриваемого множества по заданному отношению эквивалентности; $\rightsquigarrow$ каноническое отображение.

факторный анализ (factor analysis) — метод многомерного статистического анализа для исследования связей между исходными признаками путем приближенного представления этих признаков в виде линейной комбинации меньшего числа новых признаков, т. н. *факторов*.

факторпространство (factor space) — **1.** векторное пространство, элементами которого являются классы эквивалентности точек данного векторного пространства $\mathcal{V}$, где отношение эквивалентности определено линейным подпространством $\mathcal{M} \subset \mathcal{V}$ так, что $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathcal{V}$ эквивалентны тогда и только тогда, когда $\mathbf{x} - \mathbf{y} \in \mathcal{M}$; **2.** топологическое пространство, элементами которого являются классы эквивалентности данного топологического пространства, а открытыми считаются те и только те множества, прообразы которых в каноническом отображении являются открытыми.

факторы (factors) — **1.** признаки, влияние которых на рассматриваемый признак является объектом исследования; $\rightsquigarrow$ дисперсионный анализ; **2.** новые (ненаблюдаемые) признаки, в виде линейных комбинаций которых можно приближенно представить все рассматриваемые признаки; $\rightsquigarrow$ факторный анализ.

Фалеса теорема (Thales theorem) — **1.** вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, является прямым углом; **2.** если на одной прямой отложить равные отрезки и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие другую прямую, то они отсекут на второй прямой равные отрезки (на рисунке: если $AA' \parallel BB' \parallel CC'$ и $\overline{AB} = \overline{BC}$, то $\overline{A'B'} = \overline{B'C'}$).



Фарея ряд (Farey series) — кортеж несократимых дробей из отрезка $[0, 1]$, каждая промежуточная из которых является медиантой соседних с ней; напр.:

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{1}.$$

Ферма задача (Fermat problem) — задача о построении сферы, касающейся четырех заданных сфер; $\rightsquigarrow$ Аполлония задача.

Ферма спираль $\Rightarrow$ параболическая спираль.

Ферма теорема (Fermat theorem) — **1.** (*малая теорема Ферма*) — если целое число a не делится на простое число p, то справедливо сравнение

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p};$$

$\rightsquigarrow$ Эйлера теорема; **2.** (*великая теорема Ферма*) — диофантово уравнение

$$x^n + y^n = z^n$$

не имеет при $n > 2$ решений в положительных целых числах (теорема доказана лишь в 1995 г.).

Ферма числа (Fermat numbers) — последовательность натуральных чисел $\{F_k\}$, где

$$F_k = 2^{2^k} + 1;$$

напр.: $F_0 = 3$, $F_1 = 5$, $F_2 = 17$, $F_3 = 257$, $F_4 = 65\,537$, $F_5 = 4\,294\,967\,297$.

Фибоначчи числа (Fibonacci numbers) — последовательность натуральных чисел $\{F_k\}$, удовлетворяющих рекуррентному уравнению

$$F_{k+2} = F_{k+1} + F_k$$

и начальным условиям $F_0 = F_1 = 1$; напр.: $F_2 = 2$, $F_3 = 3$, $F_4 = 5$, $F_5 = 8$, $F_6 = 13$, $F_7 = 21$; общая формула

$$F_k = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{k+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{k+1}}{\sqrt{5}}\,.$$

фигура (figure) — множество точек плоскости [пространства]; $\rightsquigarrow$ многоугольная фигура.

фигурное число (или полигональное число) $\Rrightarrow$ многоугольное число.

фигурные скобки (braces) $\twoheadrightarrow$ скобки.

фиксированный (fixed) — выбранный заранее; не меняющийся в пределах данной задачи.

фиктивный аргумент (fictitious argument) — аргумент функции, от которого значения этой функции не зависят; напр., y является фиктивным аргументом функций

$$f(x, y) = x + \sin x\,,$$
$$g(x, y, z) = x^2 + z^1 + y^0\,.$$

Филдса премия (Field's Medal) — учрежденная в 1932 г. международная премия за выдающиеся достижения в области математики; $\rightsquigarrow$ Неванлинны премия.

фильтр (filter) — непустая система $\mathcal{F}$ подмножеств рассматриваемого множества $\mathcal{M}$, содержащая пересечение любых двух своих множеств, а также каждое такое подмножество множества $\mathcal{M}$, которое содержит некоторое множество из системы $\mathcal{F}$; напр., множество всех окрестностей фиксированной точки топологического пространства; $\rightsquigarrow$ Коши [сходящийся] фильтр, ультрафильтр.

финитная функция (finite function) — функция, носитель которой является ограниченным множеством; $\rightsquigarrow$ обобщенная функция.

финитный (finite) — конечный.

Фишера распределение (или F-распределение; Fisher F-distribution) — распределение случайной величины

$$\frac{X_n \cdot k}{Y_k \cdot n}\,,$$

где X_n и Y_k — независимые случайные величины, имеющие хи-квадрат распределения со степенями свободы соответственно n и k.

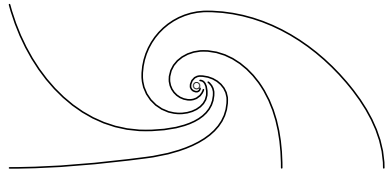
фокальная ось (focal axis) — ось конического сечения, на которой лежит его фокус (в случае гиперболы и эллипса — два фокуса); $\rightsquigarrow$ сопряженная ось.

фокальное расстояние (или фокусное расстояние; focal distance) — расстояние между фокусами гиперболы [эллипса].

фокальный параметр (focal parameter) — фокальный радиус такой точки конического сечения, расстояние которой до директрисы равно расстоянию соответствующего фокуса до директрисы.

фокальный радиус (focal radius) — расстояние точки конического сечения от фокуса; также соответствующий отрезок.

фокус (focus) — **1.** $\twoheadrightarrow$ Бернулли лемниската, гипербола, Кассини овал, коническое сечение, лемниската, парабола, эллипс; **2.** такая особая точка дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, которая является асимптотической точкой пучка спиралей, являющихся интегральными кривыми.



фокусное расстояние $\Rrightarrow$ фокальное расстояние.

форма — 1. $\Rrightarrow$ однородный полином; **2.** $\twoheadrightarrow$ дифференциальная форма; **3.** $\twoheadrightarrow$ билинейная [полуторалинейная, эрмитова] форма.

формализованный язык (formal language) — язык, для образования которого заданы правила оперирования символами некоторого алфавита; $\rightsquigarrow$ алгоритмический язык.

формальная аксиоматическая система (или формальная система; formal axiomatic system) — система, на базе которой строится дедуктивная теория; состоит из следующих компонент:
1) фиксированный алфавит $\mathcal{A}$,
2) некоторое множество $\mathcal{F} \subset \mathcal{A}^*$ слов этого алфавита, называемых *формулами*,
3) фиксированное подмножество множества $\mathcal{F}$, элементы которого называются *аксиомами*,
4) конечная совокупность отношений, фиксированных на прямых степенях множества $\mathcal{F}$, называемых *правилами вывода*; $\rightsquigarrow$ интерпретация, непротиворечивость, полнота, теорема, теория.

формула — 1. (formula) — сочетание математических знаков, выражающее некоторое утверждение; $\rightsquigarrow$ замкнутая [эмпирическая] формула; **2.** (formula) — представление величины в виде некоторого выражения; $\rightsquigarrow$ приближенная формула; **3.** $\twoheadrightarrow$ асимптотическая формула; **4.** $\Rrightarrow$ логическая формула; **5.** $\twoheadrightarrow$ формальная аксиоматическая система.

фраза (phrase) — слово терминального алфавита; $\rightsquigarrow$ порождающая грамматика, язык.

фрактал (fractal) — фигура, имеющая разбиение на подфигуры, подобные исходной.

Фредгольма уравнение (Fredholm equation) — линейное интегральное уравнение вида

$$f(s) = \int_a^b K(s,t)\,x(t)\,dt$$

(*уравнение Фредгольма первого рода*) или

$$x(s) = f(s) + \lambda \int_a^b K(s,t)\,x(t)\,dt$$

(*уравнение Фредгольма второго рода*), где K (*ядро*) и f (*свободный член*) — заданные функции, а x — искомая функция.

Френе формулы (или Бартельса – Френе формулы, или Серре – Френе формулы; Frénet formulae) — формулы, выражающие производные по натуральному параметру от векторов сопровождающего трехгранника по этим же векторам:

$$\mathbf{t}' = k\,\mathbf{n}\,, \quad \mathbf{n}' = -k\,\mathbf{t} + \varkappa\,\mathbf{b}\,, \quad \mathbf{b}' = -\varkappa\,\mathbf{n}\,,$$

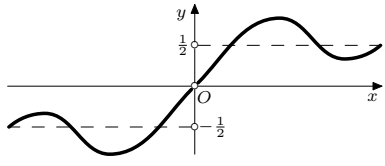
где k — кривизна и $\varkappa$ — кручение кривой.

Френеля интегралы (Fresnel integrals) — функции S и C действительного переменного x, определяемые интегралами в виде

$$S(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \sin t^2 dt\,,$$

$$C(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \cos t^2 dt$$

(на рисунке график функции $y = S(x)$).



Фреше аксиомы (Fréchet axioms) $\twoheadrightarrow$ метрика.

Фреше дифференциал (или сильный дифференциал; Fréchet differential) — значение производной Фреше $P'(\mathbf{x})$ оператора P при приращении $\mathbf{h}$ аргумента:

$$dP(\mathbf{x},\mathbf{h}) \stackrel{\text{def}}{=} P'(\mathbf{x})\,\mathbf{h}\,;$$

$\rightsquigarrow$ Гато дифференциал.

Фреше производная (или сильная производная; Fréchet derivative) — соответствующий данному оператору $P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ (где $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$ – нормированные пространства) в данной точке $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ непрерывный линейный оператор $P'(\mathbf{x}) : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$, удовлетворяющий условию

$$P(\mathbf{x}+\mathbf{h}) - P(\mathbf{x}) = P'(\mathbf{x})\,\mathbf{h} + o(\|\mathbf{h}\|)\,;$$

⇝ Гато производная.

Фробениуса теорема (Frobenius theorem) — поле действительных чисел, поле комплексных чисел и тело кватернионов являются единственными конечномерными ассоциативными алгебрами с делением над полем действительных чисел.

фундаментальная группа (fundamental group) — группа, характеризующая топологическое пространство: элементами группы являются классы гомотопных между собой замкнутых путей, с началом и концом в данной точке, а операция определяется при помощи произведения путей.

фундаментальная матрица (fundamental matrix) — функциональная матрица

$$\begin{pmatrix} y_1^1(x) & y_1^2(x) & \dots & y_1^n(x) \\ y_2^1(x) & y_2^2(x) & \dots & y_2^n(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_n^1(x) & y_n^2(x) & \dots & y_n^n(x) \end{pmatrix},$$

составленная для однородной системы линейных дифференциальных уравнений

$$y_j' = a_{j1}(x)\,y_1 + a_{j2}(x)\,y_2 + \dots + a_{jn}(x)\,y_n$$

(где $j = 1, 2, \dots, n$) по ее фундаментальной системе решений $(y_1^k, y_2^k, \dots, y_n^k)$, где $k = 1, 2, \dots, n$.

фундаментальная последовательность (или Коши последовательность; fundamental sequence) — последовательность $\{a_k\}$ точек метрического пространства, удовлетворяющая *критерию Коши*: для любого заданного числа $\varepsilon > 0$ существует натуральное число n, такое, что при каждом $m > 0$ и $k > n$ выполняется неравенство

$$d(a_k, a_{k+m}) < \varepsilon\,,$$

где d обозначает расстояние; ⇝ полное пространство.

фундаментальная система решений (fundamental system of solutions) — максимальная система линейно независимых частных решений линейного уравнения [системы линейных уравнений].

функтор (functor) — гомоморфизм категорий.

функций теория (function theory) — **1.** (*теория функций комплексного переменного*) — раздел математики, изучающий некоторые классы функций комплексного переменного; **2.** (*теория функций действительного переменного*) — раздел математики, изучающий общие свойства функций действительного переменного; ⇝ конструктивная теория функций.

функционал (functional) — оператор, значения которого являются числами [элементами рассматриваемого поля скаляров]; ⇝ выпуклый [линейный] функционал, функция.

функциональная зависимость (functional dependence) — связь между двумя переменными, при которой каждому значению одного переменного x соответствует определенное значение другого переменного y (*зависимого переменного*), т. е. существует функция [оператор] f, такая [такой], что $y = f(x)$; ⇝ параметрическое представление.

функциональная матрица (functional matrix) — матрица, элементами которой являются функции (от одного переменного); ⇝ полиномиальная матрица.

функциональная последовательность (или последовательность функций; sequence of functions) — последовательность, членами которой являются функции, определенные в одной и той же области; ⇝ область сходимости.

функциональное пространство (или пространство функций; function space) — пространство, элементы (точки) которого

можно интерпретировать как функции; $\rightsquigarrow$ интегрируемых [непрерывных, ограниченных] функций пространство, пространство функций с интегрируемой p-й степенью.

функциональное уравнение (functional equation) — уравнение, в котором искомой является функция, связанная с данными функциями при помощи суперпозиции.

функциональный (functional) — выражаемый при помощи функции [функционала].

функциональный анализ (functional analysis) — раздел математики, изучающий свойства операторов, действующих между любыми (главным образом функциональными) топологическими пространствами.

функциональный определитель $\Rrightarrow$ якобиан.

функциональный ряд (series of functions) — ряд, членами которого являются функции, определенные в одной и той же области; $\rightsquigarrow$ Дирихле [Ламберта, Лорана, ортогональный, степенной, тригонометрический, Фурье] ряд, область сходимости.

функция — **1.** (function) — функционал, определенный на множестве величин, т. е. правило f, ставящее любому элементу x из некоторого множества величин $\mathcal{D}$ в соответствие определенное действительное [комплексное] число $y = f(x)$; $\rightsquigarrow$ автоморфная [аддитивная, алгебраическая, аналитическая, антипериодическая, арифметическая, бигармоническая, билинейная, булева, Бэра, вогнутая, выпуклая, вычислимая, гармоническая, гладкая, двоякопериодическая, дифференцируемая, дробно-линейная, измеримая, интегрируемая, квадратичная, квазипериодическая, линейная, логарифмическая, логическая, мероморфная, моногенная, мультипликативная, неограниченная, непрерывная, нечетная, неявная, обратная, обще-рекурсивная, ограниченная, ограниченной вариации, однопериодическая, однородная, периодическая, показательная, полилинейная, полунепрерывная, постоянная, примитивно-рекурсивная, простая, разрывная, рациональная, симметрическая, сложная, степенная, степенно-показательная, трансцендентная, финитная, целая, целочисленная, цилиндрическая, частично-рекурсивная, четная, эллиптическая, явная] функция, ареа-функции, аркфункции, гиперболические [первичные, специальные, сферические, тригонометрические, элементарные] функции, график [носитель, предел] функции; **2.** (function) — правило, определяющее произвольное соответствие между множеством величин и множеством чисел; $\rightsquigarrow$ многозначная [однозначная, скалярная] функция; **3.** $\twoheadrightarrow$ вектор-функция; **4.** (или отображение) $\Rrightarrow$ оператор; **5.** $\twoheadrightarrow$ обобщенная функция.

функция алгебры логики $\Rrightarrow$ булева функция.

функция двух переменных $\Rrightarrow$ функция от двух переменных.

функция действительного переменного (или действительная функция; function of a real variable) — функция, область определения и область значений которой являются некоторыми множествами действительных чисел.

функция комплексного переменного (function of a complex variable) — функция, область определения и область значений которой являются некоторыми множествами комплексных чисел; $\rightsquigarrow$ аналитическая [мероморфная, многолистная, моногенная, однолистная, целая] функция, изолированная особая точка, монодромия, функций теория.

функция кратности $\Rrightarrow$ Банаха индикатриса.

функция многих переменных $\Rrightarrow$ функция от нескольких переменных.

функция множеств (set function) — функционал, определенный на некоторой совокупности подмножеств фиксированного множества; $\rightsquigarrow$ аддитивная функция.

функция одного переменного $\Rightarrow$ функция от одного переменного.

функция от двух переменных (или функция двух переменных; function of two variables) — функция, определенная на некотором множестве $\mathcal{D} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (или $\mathcal{D} \subset \mathbb{C} \times \mathbb{C}$) так, что каждой паре $(x, y) \in \mathcal{D}$ ставится в соответствие определенное число; компоненты x и y этой пары называются *аргументами* функции.

функция от одного переменного (или функция одного переменного; function of one variable) — функция, аргумент которой — числовое переменное.

функция от нескольких переменных (или функция многих переменных; function of several variables) — функция, определенная на некотором множестве

$$\mathcal{D} \subset \underbrace{\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \cdots \times \mathbb{R}}_{n}$$

$$\left(\text{или} \quad \mathcal{D} \subset \underbrace{\mathbb{C} \times \mathbb{C} \times \cdots \times \mathbb{C}}_{n}\right)$$

(где $n \geqslant 2$) так, что каждому кортежу $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathcal{D}$ ставится в соответствие определенное число; компоненты x_k этого кортежа называются *аргументами* функции; $\rightsquigarrow$ градиент, сепарабельная [симметрическая, факторизуемая] функция.

функция от трех переменных (или функция трех переменных; function of three variables) — функция, определенная на некотором множестве $\mathcal{D} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (или $\mathcal{D} \subset \mathbb{C} \times \mathbb{C} \times \mathbb{C}$) так, что каждой тройке $(x, y, z) \in \mathcal{D}$ ставится в соответствие определенное число; компоненты x, y и z этой тройки называются *аргументами* функции.

функция плотности (или плотность; density function) — производная $f(x) = F'(x)$ от функции распределения F: значения случайной величины X принадлежат отрезку $[a, b]$ с вероятностью

$$\mathsf{P}\big(X \in [a, b]\big) = \int_a^b f(x)\, dx\,;$$

$\rightsquigarrow$ спектр.

функция правдоподобия $\Rightarrow$ правдоподобие.

функция распределения (distribution function) — функция F, представляющая распределение случайной величины X: значение этой функции в точке x равно вероятности того, что случайная величина X принимает значение, меньшее x, т. е.

$$F(x) \stackrel{\text{def}}{=} \mathsf{P}(X < x)\,.$$

функция трех переменных $\Rightarrow$ функция от трех переменных.

Фурье интеграл (Fourier integral) — двойной интеграл

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(s) \cos t(x - s)\, ds\, dt\,,$$

представляющий при некоторых условиях функцию f от переменного x.

Фурье коэффициенты (Fourier coefficients) $\twoheadrightarrow$ Фурье ряд.

Фурье метод (Fourier method) — метод приближенного решения дифференциальных уравнений с частными производными, использующий разложение искомой функции в ряд по собственным функциям соответствующей краевой задачи.

Фурье преобразование (Fourier transform) — интегральное преобразование, ставящее функции f в соответствие функцию

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-ixt} dt\,.$$

Фурье ряд (Fourier series) — **1.** (или тригонометрический ряд Фурье) — тригонометрический ряд, представляющий при определенных условиях функцию f на отрезке $[-\pi, \pi]$, а его коэффициенты

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx\,dx\,,$$

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin kx\,dx$$

являются *коэффициентами Фурье* функции f; $\rightsquigarrow$ Дирихле [Лузина] теорема, Жордана признак; **2.** ортогональный ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k f_k\,,$$

представляющий при определенных условиях функцию [элемент гильбертова пространства] f по данной ортогональной системе $\{f_k\}$, а его коэффициенты (*коэффициенты Фурье* для f) являются скалаярными произведениями

$$a_k \overset{\text{def}}{=} (f, f_k)\,;$$

$\rightsquigarrow$ Бесселя неравенство, гармонический анализ, Парсеваля теорема.

X

Хана – Банаха теорема (Hahn – Banach theorem) — каждый непрерывный линейный функционал, определенный на подпространстве нормированного пространства, может быть продолжен на все пространство так, что норма функционала сохраняется.

характеристика (characteristic) — **1.** целая часть десятичного логарифма числа; $\rightsquigarrow$ мантисса; **2.** решение системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_1}{f_{p_1}} = \frac{dx_2}{f_{p_2}} = \cdots = \frac{dx_n}{f_{p_n}} = \frac{du}{\sum\limits_{k=1}^{n} p_k f_{p_k}} =$$

$$= \frac{-dp_1}{f_{x_1} + p_1 f_u} = \frac{-dp_2}{f_{x_2} + p_2 f_u} = \cdots = \frac{-dp_n}{f_{x_n} + p_n f_u}\,,$$

составленной по заданному дифференциальному уравнению с частными производными первого порядка

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n, u, p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0\,,$$

где

$$p_k = \frac{\partial u}{\partial x_k}\,, \quad f_{p_k} = \frac{\partial f}{\partial p_k}\,,$$

$$f_{x_k} = \frac{\partial f}{\partial x_k}\,, \quad f_u = \frac{\partial f}{\partial u}\,.$$

характеристика поля [кольца с единицей] (characteristic of a field [ring with a unit element]) — наименьшее натуральное число $k > 0$, при котором k-кратное единичного элемента равно нулевому элементу; если такого числа не существует, то характеристика считается равной нулю.

характеристическая матрица (characteristic matrix) — составленная по данной квадратной матрице A матрица

$$A - \lambda E\,,$$

где E — единичная матрица и λ — комплексное переменное; $\rightsquigarrow$ характеристический полином.

характеристическая функция — **1.** $\Rightarrow$ индикатор множества; **2.** (characteristic function) — мера эффективности коалиций в игре нескольких лиц с нулевой суммой: функционал, ставящий каждой коалиции в соответствие достижимый максимум суммы выигрышей ее членов, т. е. цену такой игры двух лиц с нулевой суммой, где игроками являются рассматриваемая коалиция и ее противокоалиция; $\rightsquigarrow$ приведенная игра.

характеристический полином (characteristic polynomial) — **1.** (*характеристический полином матрицы* A) — полином p от одного переменного λ, равный определителю характеристической матрицы данной матрицы A, т. е.

$$p(\lambda) \overset{\text{def}}{=} |\,A - \lambda E\,|\,;$$

$\rightsquigarrow$ Кэли – Гамильтона теорема, собственное значение; **2.** (*характеристический полином дифференциального*

уравнения) — полином $L(\lambda)$ от одного переменного λ, соответствующий линейному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами

$$L(D)y = 0\,,$$

где L — операторный полином.

характеристическое значение — **1.** $\Rightarrow$ собственное значение; **2.** (characteristic value) — корень характеристического уравнения.

характеристическое уравнение (или вековое уравнение; characteristic equation) — уравнение, полученное приравниванием характеристического полинома к нулю.

Хаусдорфа аксиома (Hausdorff axiom) — аксиома отделимости в виде: любые две различные точки топологического пространства имеют непересекающиеся окрестности.

хаусдорфово пространство (Hausdorff space) — топологическое пространство, удовлетворяющее аксиоме Хаусдорфа; $\rightsquigarrow$ компакт.

Хевисайда функция (Heaviside function) — функция действительного переменного

$$\theta(x) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & \text{если } x \geqslant 0\,, \\ 0, & \text{если } x < 0\,. \end{cases}$$

хи-квадрат распределение ("χ-squared" distribution) — распределение случайной величины

$$Y_n = X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2\,,$$

являющейся суммой квадратов независимых случайных величин, имеющих стандартное нормальное распределение; число слагаемых n называется также числом *степеней свободы*; $\rightsquigarrow$ Стьюдента [Фишера] распределение.

ход (move) — выбор одного номера альтернативы в фиксированном информационном множестве позиционной игры; $\rightsquigarrow$ личный [случайный] ход.

Хопфа уравнение $\twoheadrightarrow$ Винера – Хопфа уравнение.

хорд метод (или ложного положения правило) $\Rightarrow$ секущих метод.

хорда (chord) — отрезок, соединяющий две точки кривой [поверхности] и не пересекающий эту кривую [поверхность] в других точках; $\rightsquigarrow$ диаметр, секущая.

хроматическое число графа (chromatic number) — наименьшее число цветов, достаточное для такой раскраски вершин графа, что любые смежные вершины окрашены в разные цвета; напр., в случае двудольного графа это число равно двум.

хронологическое среднее (или временно́е среднее; chronological mean) — среднее временно́го ряда

$$\overline{a} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\frac{a_1}{2} + a_2 + \cdots + a_{n-1} + \frac{a_n}{2}}{n-1}\,.$$

Ц

целая рациональная функция (или алгебраический многочлен, или многочлен) $\Rightarrow$ полином.

целая точка (integral point) — точка плоскости [пространства], все координаты которой являются целыми числами; $\rightsquigarrow$ круга проблема, рациональная точка.

целая функция (entire function) — функция комплексного переменного, которую можно разложить в степенной ряд, сходящийся во всей комплексной плоскости; $\rightsquigarrow$ аналитическая функция, Лиувилля теорема.

целая часть $\Rightarrow$ антье.

целевая функция (objective function) $\twoheadrightarrow$ математического программирования задача, оптимизация.

целое число (integer) — число, которое можно представить в виде разности двух натуральных чисел; элемент минимальной аддитивной группы, содержащей

полугруппу натуральных чисел; множество (область целостности) всех целых чисел обозначается символом $\mathbb{Z}$; $\rightsquigarrow$ гауссово [алгебраическое целое, дробное] число.

целостное кольцо $\Rrightarrow$ область целостности.

целочисленная функция (integral-valued function) — функция, область значений которой является некоторым множеством целых чисел.

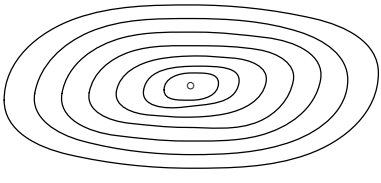
целочисленное программирование $\Rrightarrow$ дискретное программирование.

цена игры (value of the game) — в антагонистической игре величина

$$v = \max\min \mathsf{E}f(x,y) = \min\max \mathsf{E}f(x,y),$$

где максимум берется по смешанным стратегиям первого игрока и минимум по смешанным стратегиям второго игрока, а $\mathsf{E}f(x,y)$ означает математическое ожидание функции выигрыша по этим смешанным стратегиям; $\rightsquigarrow$ оптимальная стратегия.

центр (centre) — **1.** $\twoheadrightarrow$ круг, окружность, правильный многоугольник, сфера, шар; **2.** $\twoheadrightarrow$ перспективная коллинеация, центро-аффинное преобразование; **3.** $\twoheadrightarrow$ пучок лучей [прямых], связка окружностей [плоскостей, прямых]; **4.** такая особая точка дифференциального уравнения $y' = f(x,y)$, которую интегральные кривые охватывают в виде семейства замкнутых кривых.



центр вращения (centre of the rotation) $\twoheadrightarrow$ вращение.

центр гомотетии (centre of the homothety) $\twoheadrightarrow$ гомотетия.

центр группы (centre of a group) — множество (подгруппа) всех таких элементов группы, которые перестановочны с любым элементом группы.

центр инверсии (или полюс инверсии; centre of the inversion) $\twoheadrightarrow$ инверсия.

центр квадрики (centre of a quadric) — точка, делящая на две равные части любую хорду квадрики, проходящую через эту точку.

центр кривизны (*центр кривизны кривой в точке* P; centre of curvature) – центр окружности кривизны к данной кривой в фиксированной точке P.

центр проектирования (centre of projection) $\twoheadrightarrow$ проекция.

центр симметрии (centre of symmetry) $\twoheadrightarrow$ симметричные точки, центральная симметрия.

центральная аксонометрия (central axonometry) $\twoheadrightarrow$ аксонометрия.

центральная проекция (или перспективная проекция; perspective projection) $\twoheadrightarrow$ проекция.

центральная симметрия (*центральная симметрия порядка* k; central symmetry) — такая симметрия плоской фигуры, группа симметрии которой содержит вращение около некоторой фиксированной точки (*центра симметрии*) на угол $2\pi/k$, где $k > 1$ — фиксированное натуральное число; $\rightsquigarrow$ осевая симметрия.

центрально-подобное преобразование $\Rrightarrow$ гомотетия.

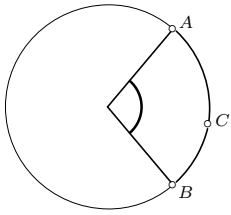
центральный момент (central moment) — момент случайной величины относительно ее математического ожидания: *центральный момент порядка* k случайной величины X является математическим ожиданием

$$\mathsf{E}(X - \mathsf{E}X)^k;$$

$\rightsquigarrow$ дисперсия, ковариация.

центральный угол (central angle) — угол между двумя радиусами окружности, который *опирается* на дугу между

этими радиусами (указанный на рисунке центральный угол опирается на дугу ACB).



центро-аффинное преобразование (centro-affine transformation) — аффинное преобразование, имеющее неподвижную точку (*центр* преобразования).

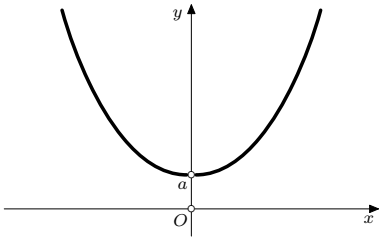
центроид (centroid) — точка пересечения медиан треугольника; центр тяжести треугольника; ⇝ Эйлера прямая.

цепная дробь ⇛ непрерывная дробь.

цепная линия (catenary) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a};$$

директрисой цепной линии в этом случае является ось Ox; ⇝ катеноид.



цепное правило (chain rule) — правило нахождения производной сложной функции: если каждое переменное y_k является функцией от переменного x, то

$$\frac{df(x, y_1, y_2, \ldots, y_n)}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} + \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial y_k} \cdot \frac{dy_k}{dx};$$

⇝ полная производная.

цепочка ⇛ слово.

цепь — **1.** (chain) — маршрут в графе, состоящий из различных ребер; ⇝ гамильтонова [простая, эйлерова] цепь, цикл; **2.** ↠ Маркова цепь; **3.** (или упорядоченное множество) ⇛ линейно упорядоченное множество.

Цермело аксиома ⇛ выбора аксиома.

цикл (cycle) — **1.** замкнутая цепь в графе, т. е. цепь, соединяющая некоторую вершину с ней же; ⇝ контур, простой [эйлеров] цикл; **2.** минимальное подмножество конечного множества, замкнутое относительно фиксированной подстановки этого множества; ⇝ цикловой индикатор.

циклическая группа (cyclic group) — группа, имеющая систему образующих, состоящую из одного элемента, т. е. любой элемент группы выражается в виде степени [кратного] одного фиксированного элемента; напр., группа циклических подстановок данного множества.

циклическая подстановка (или циклический сдвиг, *циклическая подстановка с шагом* m; cyclic permutation) — подстановка линейно упорядоченного множества $(x_0, x_1, \ldots, x_{n-1})$, которая при каждом k преобразует элемент x_k в элемент x_j, где

$$j \equiv k + m \pmod{n},$$

а m — фиксированное натуральное число; напр., при $n = 9$, $m = 4$ подстановка

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

циклическая полугруппа ⇛ моногенная полугруппа.

циклические перестановки (cyclic permutations) — линейно упорядоченные равномощные подмножества некоторого заданного основного множества, которые циклической подстановкой не преобразуются друг в друга; если основное множество содержит n различных элементов, сколько угодно экземпляров

каждого, то число T_n^m всех m-элементных циклических перестановок выражается в виде

$$T_n^m = \frac{1}{m}\sum_{k|m}\varphi(k)\,n^{m/k},$$

где сумма берется по всем делителям k числа m, а φ — функция Эйлера.

циклический сдвиг $\Rrightarrow$ циклическая подстановка.

цикловой индикатор (cycle indicator) — характеристика фиксированной группы $\mathcal{G}$ подстановок n-элементного множества в виде изобарного полинома

$$P_{\mathcal{G}}(x_1, x_2, \ldots, x_n) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \sum_{g\in\mathcal{G}} x_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n},$$

где k_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$ — число j-элементных циклов этого множества относительно подстановки g и при каждом g

$$k_1 + 2k_2 + \cdots + nk_n = n\,;$$

напр., если $\mathcal{G}$ — группа всех циклических подстановок n-элементного множества, то

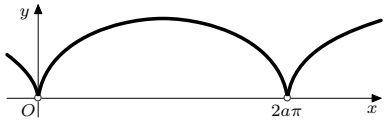
$$P_{\mathcal{G}}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{k|n}\varphi(k)\,x_k^{n/k}\,,$$

где сумма берется по всем делителям k числа n, а φ — функция Эйлера.

циклоида (cycloid) — плоская кривая, описываемая точкой окружности, катящейся по прямой; параметрические уравнения (если окружность катится по оси Ox) имеют вид

$$x = a(t - \sin t)\,,\quad y = a(1 - \cos t)\,,$$

где a — радиус окружности; $\rightsquigarrow$ гипоциклоида, трохоида, эпициклоида.



цикломатическое число графа (cyclomatic number) — наименьшее число ребер, удаление которых превращает граф в лес; выражается в виде

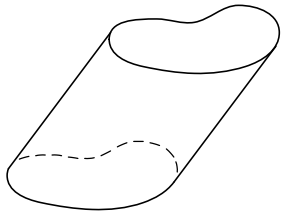
$$m - n + k\,,$$

где m — число ребер, n — число вершин, k — число компонент связности графа.

цилиндр — **1.** $\Rrightarrow$ прямой круговой цилиндр; **2.** $\Rrightarrow$ цилиндрическая поверхность; **3.** (cylinder) — тело, ограниченное замкнутой цилиндрической поверхностью (*боковой поверхностью* цилиндра) и двумя параллельными плоскостями (*плоскостями оснований* цилиндра); части этих плоскостей внутри боковой поверхности называются *основаниями* цилиндра; объем V цилиндра вычисляется по формуле

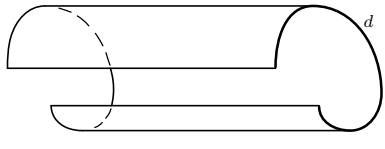
$$V = Sh\,,$$

где S — площадь основания и h — высота цилиндра (т. е. расстояние между плоскостями оснований); $\rightsquigarrow$ прямой цилиндр.



цилиндрическая винтовая линия $\Rrightarrow$ винтовая линия.

цилиндрическая поверхность (или цилиндр; cylindrical surface) — линейчатая поверхность, образованная движением прямой (*образующей*, или *прямолинейной образующей*), перемещающейся параллельно самой себе и пересекающей фиксированную кривую (*направляющую* цилиндрической поверхности, на рисунке d); $\rightsquigarrow$ гиперболический



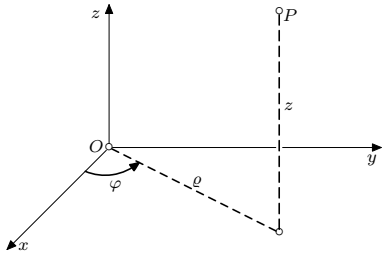
[круговой, параболический, эллиптический] цилиндр, призматическая поверхность.

цилиндрическая функция (cylinder function) — функция, являющаяся решением уравнения Бесселя; ⇝ Бесселя [Неймана] функция, Ганкеля [Кельвина, Макдональда] функции.

цилиндрические координаты (cylinder coordinates) — координаты ϱ, φ и z точки P пространства, связанные с декартовыми прямоугольными координатами x, y и z при помощи формул

$$x = \varrho\cos\varphi\,, \quad y = \varrho\sin\varphi\,, \quad z = z\,;$$

⇝ сферические координаты.



цилиндроид (cylindroid) — **1.** линейчатая поверхность, образованная всеми прямыми (*образующими*, или *прямолинейными образующими*), параллельными фиксированной плоскости и однократно пересекающими две фиксированные кривые (*направляющие* цилиндроида); ⇝ коноид; **2.** тело, ограниченное цилиндрической поверхностью, перпендикулярной к ее образующим плоскостью и поверхностью, которую каждая образующая пересекает в одной точке.

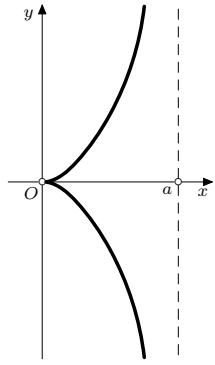
циркуль (compass) — инструмент для вычерчивания окружностей и их дуг.

циркулятура квадрата (circulation of the square) — классическая задача о построении круга, равновеликого данному квадрату; ⇝ квадратура круга.

циркуляция (circulation) — криволинейный интеграл по замкнутой кривой.

циссоида (или Диоклеса циссоида; cissoid) — плоская кривая, уравнение которой в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$x^3 = y^2(a - x)\,.$$



цифра (digit) — символ для обозначения натурального числа, меньшего, чем основание рассматриваемой позиционной системы счисления; ⇝ арабские [значащие, римские] цифры, верная цифра.

цифровой корень (digital root) — одноразрядный результат повторного нахождения суммы цифр натурального числа; напр., цифровой корень десятичного числа 1999 равен 1.

Цорна лемма (Zorn lemma) — если всякое линейно упорядоченное подмножество частично упорядоченного множества $\mathcal{M}$ ограничено сверху, то $\mathcal{M}$ содержит максимальный элемент.

Ч

частичная сумма (partial sum) — сумма

$$s_n \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=0}^{n} a_k$$

первых членов ряда

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k$$

при некотором фиксированном натуральном числе n; ⇝ двойной [сходящийся] ряд, остаточный член.

частично упорядоченное множество (или упорядоченное множество; partially ordered set) — множество, в котором определено некоторое отношение порядка; ⇝ изотонное отображение, направленное [полное] множество, решетка.

частичное произведение (partial product) — **1.** промежуточный результат при умножении чисел: произведение одной цифры одного множителя на другой множитель; **2.** произведение

$$p_n \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{k=0}^{n}(1+a_k)$$

первых множителей бесконечного произведения при некотором фиксированном натуральном числе n; ⇝ сходящееся произведение.

частичное соответствие (partial correspondence) — название соответствия в том случае, когда хотя бы один элемент множества отправления не встречается ни в одной из пар, определяющих это соответствие.

частично-рекурсивная функция (partial recursive function) — функция, определенная на некотором множестве натуральных чисел, которая может быть получена из первичных функций в результате конечной совокупности операций подстановки и примитивной рекурсии, а также применения мю-оператора; ⇝ обще-рекурсивная [примитивно-рекурсивная] функция.

частичный предел (partial limit) — **1.** (или предельная точка, *частичный предел последовательности* $\{a_k\}$) — элемент a, для которого найдется подпоследовательность $\{a_{k_n}\}$ данной последовательности $\{a_k\}$, такая, что

$$\lim_{n\to\infty} a_{k_n} = a\,;$$

⇝ верхний [нижний] предел; **2.** (*частичный предел функции f в точке a*) — соответствующая данной функции f и фиксированной точке a величина b, для которой можно указать последовательность $\{x_k\}$, такую, что

$$\lim_{k\to\infty} x_k = a \quad \text{и} \quad \lim_{k\to\infty} f(x_k) = b\,;$$

⇝ предел функции.

частная производная (partial derivative) — производная функции от нескольких переменных, в которой зафиксированы все аргументы, кроме одного: если из аргументов функции f не фиксируется x_k, то при дифференцировании получается частная производная от функции f по переменному x_k, которая обозначается через

$$f'_{x_k}\,, \quad \text{или} \quad \frac{\partial f}{\partial x_k}\,.$$

частная производная высшего порядка (partial derivative of order m) — результат повторного применения операции нахождения частной производной функции от нескольких переменных; символом

$$\frac{\partial^m f}{\partial x_1^{k_1}\partial x_2^{k_2}\cdots\partial x_n^{k_n}}$$

обозначается *частная производная порядка m* от функции f, взятая k_1 раз по x_1, k_2 раз по x_2 и т. д., причем

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_n = m\,;$$

⇝ смешанная производная.

частное (quotient) — **1.** (или отношение) ↠ деление; **2.** (или неполное частное) ↠ деление с остатком.

частное приращение (partial increment) — приращение функции от нескольких переменных при изменении только одного из этих переменных (аргументов); ⇝ полное приращение.

частное распределение ⇛ маргинальное распределение.

частное решение (particular solution) — решение уравнения [системы уравнений], полученное из общего решения путем фиксирования встречающихся произвольных параметров; ⇝ фундаментальная система решений.

частный дифференциал (partial differential) — приращение наилучшего линейного приближения относительно одного переменного к функции от нескольких переменных в окрестности данной точки; частный дифференциал функции f по переменному x_k выражается в виде

$$\frac{\partial f}{\partial x_k}\,dx_k\,;$$

$\rightsquigarrow$ полный дифференциал.

частный интеграл (partial integral) — название частного решения обыкновенного дифференциального уравнения.

частный коэффициент корреляции (partial correlation coefficient) — коэффициент корреляции между случайными величинами X и Y, когда исключено влияние третьей случайной величины Z; выражается через коэффициенты корреляции в виде

$$r(XY|Z) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{r(X,Y)-r(X,Z)r(Y,Z)}{\sqrt{1-r^2(X,Z)}\,\sqrt{1-r^2(Y,Z)}}\,.$$

частота (frequency) — **1.** число наступлений события в серии экспериментов; **2.** (или относительная частота) — отношение числа наступлений события к числу экспериментов в серии; $\rightsquigarrow$ статистическая вероятность.

частотная таблица (frequency table) — представление частотного распределения в виде таблицы.

частотное распределение (frequency distribution) — правило, ставящее каждому событию из некоторой полной системы событий в соответствие частоту этого события; $\rightsquigarrow$ гистограмма.

Чебышёва неравенство (Chebyshev inequality) — неравенство для оценки вероятности отклонений случайной величины X: при каждом $c>0$ имеет место неравенство

$$\mathsf{P}\big(|\,X-\mathsf{E}X\,|\geqslant c\big)\leqslant\frac{\mathsf{D}X}{c^2}\,,$$

где $\mathsf{E}X$ — математическое ожидание и $\mathsf{D}X$ — дисперсия величины X.

Чебышёва полиномы (Chebyshev polynomials) — **1.** (*полиномы Чебышёва первого рода*) — частный случай полиномов Якоби при $\alpha=\beta=-\frac{1}{2}$, т. е. полиномы T_k, ортогональные на отрезке $[-1,1]$ с весовой функцией

$$p(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,,$$

выражающиеся в виде

$$T_k(x)=\cos(k\arccos x)\,;$$

напр.: $T_0(x)=1$, $T_1(x)=x$, $T_2(x)=2x^2-1$, $T_3(x)=4x^3-3x$; $\rightsquigarrow$ рекуррентная формула; **2.** (*полиномы Чебышёва второго рода*) — частный случай полиномов Якоби при $\alpha=\beta=\frac{1}{2}$, т. е. полиномы U_k, ортогональные на отрезке $[-1,1]$ с весовой функцией

$$p(x)=\sqrt{1-x^2}\,,$$

выражающиеся в виде

$$U_k(x)=\frac{\sin\big((k+1)\arccos x\big)}{\sqrt{1-x^2}}\,;$$

напр.: $U_0(x)=1$, $U_1(x)=2x$, $U_2(x)=4x^2-1$, $U_3(x)=8x^3-4x$.

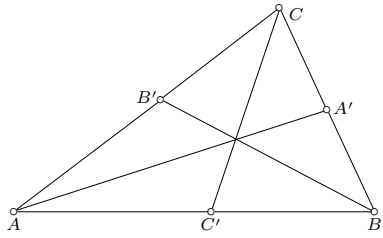
Чебышёва уравнение (Chebyshev equation) — однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$(1-x^2)\,y''-xy'+n^2y=0\,,$$

где n — натуральное число.

Чебышёва – Лагерра полиномы $\Rrightarrow$ Лагерра полиномы.

Чевы теорема (Ceva theorem) — прямые, соединяющие вершины треугольника ABC с точками C', A' и B' на



противолежащих сторонах AB, BC и CA или их продолжениях, пересекаются в одной точке тогда и только тогда, когда соответствующие простые отношения удовлетворяют условию

$$(ABC') \cdot (BCA') \cdot (CAB') = 1\,.$$

Чезаро метод суммирования (или арифметических средних метод, *метод Чезаро первого порядка*; Cesàro summation method) — регулярный метод суммирования, определенный матрицей (a_{ij}) преобразования последовательности в последовательность, где

$$a_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \dfrac{1}{j+1}\,, & \text{если } j \leqslant i\,, \\ 0, & \text{если } j > i\,; \end{cases}$$

напр., ряд Лейбница

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k$$

суммируется этим методом к сумме $\frac{1}{2}$.

четверка (quadruple) — четырехэлементное упорядоченное множество (a, b, c, d), где a, b, c, d — *компоненты* четверки; $\rightsquigarrow$ гармоническая четверка, пара, тройка.

четверть $\Rrightarrow$ квадрант.

четная подстановка (even permutation) — подстановка, разлагающаяся в произведение четного числа транспозиций; $\rightsquigarrow$ знакопеременная группа.

четная функция (even function) — функция f от одного переменного, удовлетворяющая при каждом x из своей области определения условию

$$f(-x) = f(x)\,.$$

четное число (even number) — целое число, делящееся на два; $\rightsquigarrow$ Гольдбаха проблема.

четность (parity) — показатель делимости целого числа на два, с возможными значениями «четно» и «нечетно» (или значениями являются элементы $\overline{0}$ и $\overline{1}$ кольца классов вычетов $\mathbb{Z}_2$, если четность участвует в арифметических операциях).

четырех красок проблема (four-color problem) — выяснить, можно ли сферу, разбитую произвольным образом на области, раскрасить четырьмя красками так, чтобы любые две области, имеющие в качестве общей границы дугу, были раскрашены по-разному (в 1976 г. доказано, что можно).

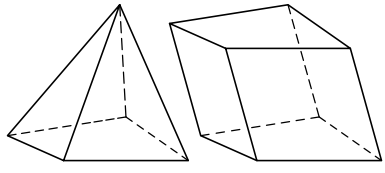
четырехвершинник $\twoheadrightarrow$ полный четырехвершинник.

четырехгранник (или треугольная пирамида) $\Rrightarrow$ тетраэдр.

четырехлепестковая роза (four-petal rose) $\twoheadrightarrow$ розы.

четырехсторонник $\twoheadrightarrow$ полный четырехсторонник.

четырехугольная пирамида [призма] (quadrangular pyramis [prism]) — пирамида [призма], основание которой — четырехугольник.



четырехугольник (или тетрагон; tetragon) — многоугольник, имеющий четыре верины; правильный четырехугольник называется квадратом; $\rightsquigarrow$ дельтоид, параллелограмм, прямоугольник, Птолемея теорема, ромб, трапеция, трапецоид.

Чирнгаузена кубика $\Rrightarrow$ Каталана трисектриса.

Чирнгаузена преобразование (Tschirnhausen transformation) — замена переменного

$$x = y - \frac{a_1}{n}\,,$$

при помощи которой полином

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$$

преобразуется к виду

$$y^n + b_2 y^{n-2} + \cdots + b_{n-1} y + b_n \,.$$

чисел теория (number theory) — раздел математики, изучающий свойства целых чисел, а также алгебраических целых чисел; ⇝ аддитивная [аналитическая] теория чисел, диофантовы приближения.

численное дифференцирование [интегрирование] ⇛ дифференцирование [интегрирование] численное.

численное значение (numerical value) — значение, выражаемое одним числом.

численный метод (numerical method) — приближенный метод, в котором все рассматриваемые объекты аппроксимируются числами или их комплектами.

числитель (numerator) ↠ дробь.

число (number) — основное понятие математики, охватывающее как получаемое при сравнении конечных множеств натуральное число, так и различные его обобщения — целое число, рациональное число, действительное число, комплексное число, иногда и кватернион; ⇝ алгебраическое [гиперкомплексное, именованное, кардинальное, Лиувилля, Мерсенна, многоугольное, ординальное, отвлеченное, тетраэдрическое, трансфинитное, трансцендентное] число, Бернулли [пифагоровы, Стирлинга, Ферма, Фибоначчи, Эйлера] числа, Фробениуса теорема.

число беспорядков ⇛ субфакториал.

число e (или неперово число) ⇛ e.

число неизвестных [уравнений] (number of unknowns [equations]) ↠ линейных уравнений система.

число π ⇛ пи.

числовая ось (или арифметический континуум) ⇛ числовая прямая.

числовая последовательность (или последовательность чисел; numerical sequence) — последовательность, членами которой являются действительные [комплексные] числа; ⇝ возрастающая [выпуклая, монотонная, убывающая] последовательность.

числовая прямая (или арифметический континуум, или числовая ось; number axis) — прямая, служащая для изображения действительных чисел, на которой фиксированы образы чисел 0 и 1, а тем самым и образы всех других действительных чисел; прямая, снабженная *нулевой точкой*, единицей измерения и положительным направлением; ⇝ координатные оси.

числовое переменное (numerical variable) — переменное, область изменения которого является множеством чисел.

числовое поле (number field) — поле комплексных чисел или его подполе.

числовой интервал [отрезок] ⇛ интервал [отрезок].

числовой ряд (numerical series) — ряд, членами которого являются действительные [комплексные] числа; ⇝ гармонический [знакочередующийся, Лейбница, обвертывающий, положительный] ряд.

чистая математика (pure mathematics) — раздел математики, изучающий проблемы, происходящие из самой математики; ⇝ прикладная математика.

чистая стратегия (pure strategy) — название стратегии в том случае, когда одновременно имеют дело со смешанными стратегиями.

чисто мнимое число (или мнимое число; pure imaginary complex number) — комплексное число $z = a + bi$, в котором $a = 0$, но $b \neq 0$.

чисто периодическая дробь (pure-recurrent decimal) ↠ периодическая десятичная дробь.

член (term) — **1.** (или элемент) ↠ последовательность; **2.** ↠ дизъюнкция, конъюнкция, многочлен, полином, пропорция, ряд; **3.** ↠ линейный [остаточный] член.

Ш

шаг таблицы (tabular interval) — разность последовательных значений аргумента в таблице.

шар — **1.** (sphere) — тело, ограниченное сферой; центр и радиус этой сферы называются соответственно *центром* и *радиусом* шара; объем V шара радиуса r вычисляется по формуле

$$V = \frac{4}{3}\,\pi r^3;$$

⇝ Архимеда задача, полушар; **2.** (ball) — множество всех точек x метрического пространства, удовлетворяющих условию

$$d(x, a) < r\,,$$

где $r > 0$ — постоянная (*радиус* шара), a — фиксированная точка пространства (*центр* шара) и d обозначает расстояние; если в условии знак $<$ заменить на $\leqslant$, то получается *замкнутый шар*; ⇝ гиперсфера.

шара проблема (sphere problem) ↠ круга проблема.

шаровая поверхность ⇛ сфера.

шаровой пояс (или зона; zone of a sphere) ↠ шаровой слой.

шаровой сегмент (spherical segment of one base) — часть шара, расположенная по одну сторону от секущей плоскости; объем V шарового сегмента вычисляется по формуле

$$V = \frac{\pi h^2}{3}\big(3r - h\big),$$

где r — радиус шара и h — высота сегмента; часть поверхности шарового сегмента, расположенная на сфере, называется *сферическим сегментом*, или *сегментной поверхностью*, ее площадь S вычисляется по формуле

$$S = 2\pi r h\,.$$

шаровой сектор (spherical sector) — часть шара, расположенная в прямом круговом конусе, вершина которого находится в центре шара; объем V шарового сектора вычисляется по формуле

$$V = \frac{2\pi}{3} r^2 h\,,$$

где r — радиус шара и h — высота соответствующего шарового сегмента.

шаровой слой (spherical segment of two bases) — часть шара, расположенная между двумя параллельными плоскостями; общие части этих плоскостей и шара называются *основаниями* слоя; часть поверхности шарового слоя, расположенная на сфере, называется *шаровым поясом*, или *зоной*, ее площадь S вычисляется по формуле

$$S = 2\pi r h\,,$$

где r — радиус шара и h — *высота* слоя (т. е. расстояние между параллельными плоскостями); объем V шарового слоя вычисляется по формуле

$$V = \frac{\pi h}{6}\big(3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2\big)\,,$$

где r_1 и r_2 — радиусы оснований.

шаровые функции ⇛ сферические функции.

Шварца неравенство ⇛ Буняковского [Коши – Буняковского] неравенство.

шестигранник ⇛ гексаэдр.

шестиугольник (или гексагон; hexagon) — многоугольник, имеющий шесть вершин; ⇝ Брианшона теорема.

шестиугольное число ⇛ гексагональное число.

шестнадцатеричная система счисления (hexadecimal system) — позиционная система счисления с основанием, равным шестнадцати; цифры этой системы обычно обозначаются символами 0, 1, 2, 3, …,

9, A, B, C, D, E и F; напр., десятичное число 2007 равно *шестнадцатеричному числу* 7D7.

шестнадцатеричное число (hexadecimal number) $\twoheadrightarrow$ шестнадцатеричная система счисления.

широта (latitude) $\twoheadrightarrow$ сферические координаты.

шкала (scale) — прямая [кривая], разбитая по некоторой закономерности на отрезки [дуги]; $\rightsquigarrow$ линейная [логарифмическая] шкала, номограмма.

Штейнгауза теорема $\twoheadrightarrow$ Банаха – Штейнгауза теорема.

штрафная функция (penalty function) — прибавляемое к целевой функции слагаемое, имитирующее в некоторых методах решения задач математического программирования штраф, связанный с нарушением ограничений.

штрих (prime) — знак $'$ в качестве верхнего индекса; напр., x' (читается: x штрих, иногда: x прим).

Штурма метод (Sturm method) — метод для определения числа действительных корней алгебраического уравнения.

Штурма – Лиувилля уравнение (Sturm – Liouville equation) — обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

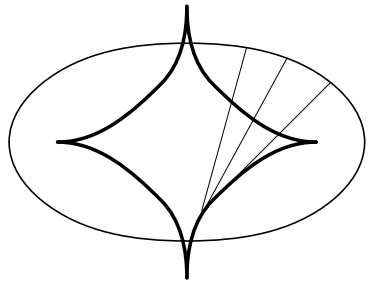
$$\frac{d}{dx}\Big(p(x)\frac{dy}{dx}\Big)+\big(\lambda q(x)+r(x)\big)y=0\,,$$

где p, q и r — заданные непрерывные функции (причем $p(x)>0$), а λ — произвольный параметр.

Э

эвольвента (или инволюта; evolvent) — плоская кривая, нормали которой являются касательными к данной кривой, т. е. кривая, для которой данная кривая является эволютой.

эволюта (evolute) — огибающая семейства нормалей данной плоской кривой (на рисунке эволюта эллипса).



эвристический метод (heuristic method) — метод, не имеющий строгого обоснования, а опирающийся на опыт и интуицию.

Эйлера мультипликатор $\Rrightarrow$ интегрирующий множитель.

Эйлера окружность $\Rrightarrow$ девяти точек окружность.

Эйлера постоянная (Euler constant) — трансцендентное число

$$\gamma \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{n\to\infty}\Big(\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}-\ln n\Big)=$$

$$=-\int_0^\infty e^{-t}\ln t\,dt=0{,}5772156649\ldots\,;$$

$\rightsquigarrow$ гармонический ряд.

Эйлера прямая (Euler line) — прямая, на которой расположены ортоцентр, центроид, центр описанной окружности и центр окружности девяти точек рассматриваемого треугольника.

Эйлера теорема (Euler theorem) — **1.** в выпуклом многограннике сумма числа вершин и числа граней на два больше числа ребер; **2.** если n и m — взаимно простые натуральные числа, то имеет место сравнение

$$n^{\varphi(m)}\equiv 1 \pmod m,$$

где φ — функция Эйлера; $\rightsquigarrow$ Ферма теорема.

Эйлера уравнение (Euler equation) — **1.** диофантово уравнение

$$x^3 + y^3 + z^3 = t^3;$$

2. однородное обыкновенное дифференциальное уравнение вида

$$x^n y^{(n)} + a_1 x^{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1} x y' + a_n = 0,$$

где a_k — постоянные; **3.** уравнение

$$\frac{\partial f(x,y,y')}{\partial y} - \frac{d}{dx}\Big(\frac{\partial f(x,y,y')}{\partial y'}\Big) = 0,$$

выражающее необходимое условие для того, чтобы функция y минимизировала функционал

$$\int_a^b f(x,y,y')\,dx;$$

⇝ Лагранжа задача.

Эйлера условия ↠ Коши – Римана условия.

Эйлера формула (Euler formula) — **1.** связь между показательной и тригонометрическими функциями выражается в виде

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x,$$

где i — мнимая единица; ⇝ тригонометрическая форма комплексного числа; **2.** нормальная кривизна k_0 поверхности в данном направлении выражается в виде

$$k_0 = k_1 \cos^2 \varphi + k_2 \sin^2 \varphi,$$

где k_1, k_2 — главные кривизны, а φ — угол между данным направлением и главным направлением, соответствующим главной кривизне k_1.

Эйлера функция (Euler function) — арифметическая функция φ, значение которой равно количеству натуральных чисел, взаимно простых с аргументом и не превосходящих его; если разложение аргумента n на простые множители имеет вид $n = p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_k^{e_k}$, то

$$\varphi(n) = n \prod_{j=1}^{k} \Big(1 - \frac{1}{p_j}\Big);$$

⇝ первообразный корень.

Эйлера числа (Euler numbers) — последовательность целых чисел $\{E_k\}$, экспоненциальной производящей функцией которой является обратная величина гиперболического косинуса, т. е.

$$\frac{1}{\operatorname{ch} x} = \sum_{k=0}^{\infty} E_k \frac{x^k}{k!};$$

напр.: $E_0 = 1$, $E_2 = -1$, $E_4 = 5$, $E_6 = -61$, но $E_{2k+1} = 0$ при всех $k \in \mathbb{N}$.

Эйлера – Гаусса формула (Euler – Gauss formula) — выражение гамма-функции в виде предела:

$$\Gamma(z) = \lim_{k\to\infty} \frac{k^z (k-1)!}{z^{(k)}},$$

где $z^{(k)}$ — возрастающий факториал.

эйлеров граф (Eulerian graph) — **1.** граф, имеющий эйлерову цепь; **2.** граф, имеющий эйлеров цикл.

эйлеров интеграл второго рода ⇛ гамма-функция.

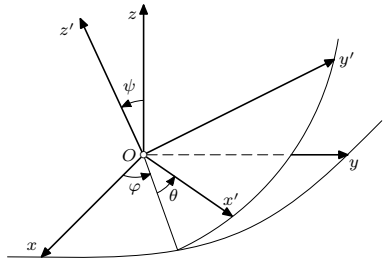
эйлеров интеграл первого рода ⇛ бета-функция.

эйлеров квадрат ⇛ греко-латинский квадрат.

эйлеров цикл (Eulerian cycle) — цикл, содержащий все ребра рассматриваемого графа.

эйлерова цепь (Eulerian chain) — цепь, содержащая все ребра рассматриваемого графа; ⇝ гамильтонова цепь.

эйлеровы углы (Euler angles) — углы φ, θ и ψ, определяющие поворот осей декартовой прямоугольной системы координат в пространстве: φ — угол между



осью Ox и прямой пересечения плоскости Oxy с плоскостью $Ox'y'$, θ – угол между этой прямой и осью Ox', а ψ — угол между осями Oz и Oz'; $\rightsquigarrow$ поворот осей.

Эйнштейна правило суммирования (summation convention) — если в одночлене одна и та же буква встречается один раз в качестве верхнего индекса и один раз в качестве нижнего индекса, то этот одночлен следует понимать как сумму, в которой рассматриваемый индекс получает все допустимые значения; напр., если индекс может принимать значения 1, 2 и 3, то

$$a_j^k x_k \stackrel{\text{def}}{=} a_j^1 x_1 + a_j^2 x_2 + a_j^3 x_3 \,.$$

эквиареальное отображение (equi-areal mapping) — отображение поверхности на другую поверхность, сохраняющее площади фигур.

эквиаффинная геометрия (equi-affine geometry) — аффинная геометрия, в которой допустимыми являются лишь эквиаффинные преобразования.

эквиаффинное преобразование (equi-affine transformation) — аффинное преобразование плоскости [пространства], не меняющее площадей параллелограммов [объемов параллелепипедов].

эквивалентности класс (equivalence class) — подмножество всех элементов, эквивалентных относительно фиксированного отношения эквивалентности рассматриваемого множества: $\mathcal{K} \subset \mathcal{M}$ является классом эквивалентности по отношению эквивалентности $\mathcal{R}$ множества $\mathcal{M}$, если $x\mathcal{R}y$ при всех $x, y \in \mathcal{K}$, а для любого $z \in \mathcal{M} \setminus \mathcal{K}$ не существует элемента $x \in \mathcal{K}$, такого, чтобы было $x\mathcal{R}z$; $\rightsquigarrow$ фактормножество.

эквивалентность — **1.** $\Rightarrow$ отношение эквивалентности; **2.** (equivalence) — свойство элементов находиться в рассматриваемом отношении эквивалентности; $\rightsquigarrow$ асимптотическая эквивалентность; **3.** (или эквиваленция; equivalence) — бинарная логическая операция: эквивалентность $A \sim B$ высказываний A и B истинна тогда и только тогда, когда высказывания A и B оба истинны или же оба ложны.

эквивалентные дроби (equivalent fractions) — дроби

$$\frac{a}{b} \quad \text{и} \quad \frac{c}{d} \,,$$

для которых выполняется условие

$$ad = bc \,.$$

эквивалентные матрицы (equivalent matrices) — две матрицы одного и того же порядка, одну из которых можно получить из другой при помощи конечной совокупности элементарных операций; матрицы A и B, для которых существуют такие две невырожденные матрицы C и D, что имеет место равенство

$$B = DAC \,;$$

если A и B — квадратные матрицы, то можно принимать $D = C^{-1}$; $\rightsquigarrow$ конгруэнтные [подобные, соединенные] матрицы.

эквивалентные множества (или равномощные множества; equivalent sets) — множества, между которыми можно установить биекцию; $\rightsquigarrow$ Кантора теорема, мощность множества.

эквивалентные уравнения (или равносильные уравнения; equivalent equations) — уравнения с одними и теми же неизвестными, множества решений которых совпадают.

эквиваленция $\Rightarrow$ эквивалентность.

эквидистанта (или гиперцикл, или равных расстояний линия; equi-distant) — ортогональная траектория пучка прямых, перпендикулярных данной прямой на плоскости Лобачевского; множество точек плоскости Лобачевского, расположенных по одну сторону от данной прямой и на одинаковом от нее расстоянии; $\rightsquigarrow$ Клиффорда параллель, орицикл.

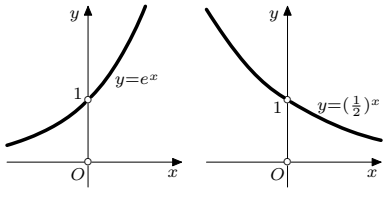
эквидистантная поверхность (или равных расстояний поверхность; equi-distant surface) — множество точек пространства Лобачевского, расположенных по одну сторону от данной плоскости и на одинаковом от нее расстоянии; ⇝ орисфера.

экран (или плоскость проекции; plane of projection) ↠ проекция.

эксперимент (или испытание, или опыт; experiment) — ситуация, в которой количество исходов более одного, причем из них всегда имеет место точно одно т. н. *элементарное событие*; ⇝ Бернулли схема, планирования эксперимента теория, элементарных событий пространство.

экспонента (или показатель степени; exponent) ↠ возведение в степень.

экспоненциальная кривая (или показательная кривая; exponential curve) — график показательной функции $y = a^x$.



экспоненциальная производящая функция (exponential generating function) ↠ производящая функция.

экспоненциальная функция ⇛ показательная функция.

экспоненциальное распределение (exponential distribution) — распределение вероятностей положительной непрерывной случайной величины с функцией плотности

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x},$$

где λ — положительная постоянная.

экспоненциальное уравнение ⇛ показательное уравнение.

экспоненциальный ряд (exponential series) — степенной ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} = 1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \cdots,$$

сходящийся во всей комплексной плоскости к сумме e^z.

экстраполирование (или экстраполяция; extrapolation) — исследование поведения функции вне той области, в которой известны значения этой функции; ⇝ интерполирование.

экстремальная задача (extremal problem) — задача, содержанием которой является нахождение экстремума и/или точек экстремума функции [функционала]; ⇝ многоэкстремальная задача, условный максимум [минимум, экстремум].

экстремальные значения (extremal values) — абсолютный минимум и абсолютный максимум функции [функционала] на рассматриваемом множестве; ⇝ Больцано – Коши теорема.

экстремум (или экстремальное значение; extremum) — максимум или минимум функции [функционала]; ⇝ абсолютный [локальный, условный] экстремум, вариационное исчисление, максимин, минимакс.

экстремума точка (extremum point) — точка максимума или точка минимума функции [функционала].

эксцентриситет (eccentricity) — число, определяющее вид конического сечения: отношение расстояния от любой точки кривой до фокуса к расстоянию от этой точки до соответствующей директрисы; обозначается буквой e; напр., для гиперболы $e > 1$, для окружности $e = 0$, для параболы $e = 1$ и для эллипса $e < 1$.

эксцентрические окружности (eccentric circles) — окружности, лежащие в одной плоскости, но имеющие разные центры; ⇝ концентрические окружности.

эксцесс — **1.** (*эксцесс распределения*; excess) — число

$$e(X) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \frac{\mathsf{E}(X-\mathsf{E}X)^4}{(\mathsf{D}X)^2} - 3\,,$$

измеряющее различие между распределением случайной величины X и нормальным распределением с тем же математическим ожиданием и с той же дисперсией; **2.** (или сферический избыток) $\Rightarrow$ избыток треугольника.

элация (elation) — перспективная коллинеация, центр которой находится на основном линеаре; $\rightsquigarrow$ гомология.

элемент — **1.** (или член; term) $\twoheadrightarrow$ последовательность; **2.** (element) $\twoheadrightarrow$ матрица, множество.

элементарная алгебра (elementary algebra) — часть алгебры, в которой рассматриваются действия над целыми, рациональными, действительными и комплексными числами, преобразования многочленов, уравнения и неравенства первой [второй] степени, а также некоторые элементарные функции.

элементарная геометрия (elementary geometry) — часть геометрии, в которой без использования высшей математики рассматриваются основные свойства простейших фигур: угла, многоугольников, многогранников, круга, шара и некоторых тел вращения; $\rightsquigarrow$ планиметрия, стереометрия.

элементарная дизъюнкция [конъюнкция] (elementary disjunction [conjunction]) — дизъюнкция [конъюнкция], все члены которой являются элементарными формулами или их отрицаниями.

элементарная дробь $\Rightarrow$ простейшая дробь.

элементарная математика (elementary mathematics) — простейшая часть математики, в которой все величины и фигуры рассматриваются неизменяющимися; охватывает арифметику, элементарную алгебру, евклидову планиметрию, тригонометрию и стереометрию, а также некоторые простейшие разделы теории чисел, теории алгебраических уравнений, аналитической геометрии и математического анализа.

элементарная формула (elementary formula) — пропозициональное переменное или предикат.

элементарное событие (elementary event) $\twoheadrightarrow$ эксперимент.

элементарные операции над матрицами (elementary operations on matrices) — преобразования, не меняющие ранг матрицы:
1) умножение строки [столбца] матрицы на обратимый элемент рассматриваемого кольца,
2) прибавление к строке [столбцу] другой [-ого] строки [столбца] матрицы, умноженной [-ного] на любой элемент рассматриваемого кольца; $\rightsquigarrow$ Гаусса метод, эквивалентные матрицы.

элементарные симметрические полиномы (elementary symmetric polynomials) — симметрические полиномы вида

$$\sigma_k(x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_n) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \sum x_{j_1} x_{j_2} \cdots x_{j_k}\,,$$

где при каждом фиксированном $k = 1, 2, \ldots, n$ сумма берется по всем k-сочетаниям $\{j_1,\, j_2\,, \ldots,\, j_k\}$ из индексов $1, 2, \ldots, n$; напр., при $n = 3$ имеем:

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3\,,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3\,,$$

$$\sigma_3(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2x_3\,.$$

элементарные функции (elementary functions) — функции, которые можно выразить через постоянные, степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические и аркфункции, используя конечную совокупность арифметических операций и суперпозиций; $\rightsquigarrow$ специальные функции.

элементарных событий пространство (или выборочное пространство; space of elementary events) — множество Ω всех

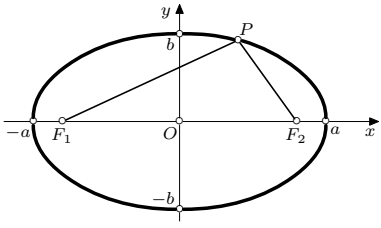
элементарных событий, связанных с данным экспериментом; ⇝ алгебра событий, вероятностная мера, случайная величина, событие.

элементы треугольника (parts of a triangle) — основные величины, характеризующие треугольник: длины сторон, углы, площадь, иногда также радиусы вписанной и описанной окружностей; ⇝ решение треугольника.

эллипс (ellips) — **1.** плоская кривая, сумма расстояний любой точки P которой до двух фиксированных точек F_1 и F_2 (*фокусов*) постоянна и равна $2a > 2c = \overline{F_1F_2}$; коническое сечение, эксцентриситет $e = c/a$ которого меньше единицы; каноническое уравнение в декартовых прямоугольных координатах имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\,;$$

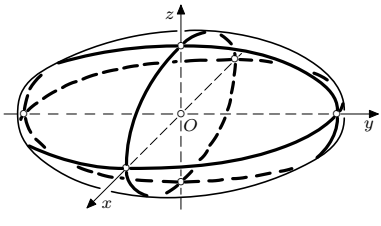
длина эллипса равна $4aE(e, \pi/2)$, где E — эллиптический интеграл второго рода; ⇝ большая [малая] ось, горловой [мнимый] эллипс, Ламе кривая; **2.** часть плоскости, ограниченная эллипсом; площадь эллипса равна πab.



эллипсоид (ellipsoid) — поверхность второго порядка, все плоские сечения которой являются эллипсами или окружностями; уравнению в декартовых прямоугольных координатах можно придать вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\,,$$

где a, b и c — *полуоси* эллипсоида; объем тела, ограниченного эллипсоидом, равен $\frac{4}{3}\pi abc$; ⇝ мнимый эллипсоид.



эллипсоид вращения (ellipsoid of revolution) — поверхность второго порядка, образуемая вращением эллипса вокруг его оси; эллипсоид, две полуоси которого равны; ⇝ сфероид.

эллиптическая геометрия (или Римана геометрия; elliptic geometry) — неевклидова геометрия, в которой аксиомы упорядоченности и параллельности отличаются от соответствующих аксиом евклидовой геометрии: отсутствует понятие «между», и любые две прямые на плоскости пересекаются; реализуется, напр., на сфере при отождествлении диаметрально противоположных точек (прямые возникают при этом из больших окружностей).

эллиптическая точка (elliptic point) — точка поверхности, в которой гауссова кривизна положительна; ⇝ гиперболическая [параболическая] точка.

эллиптическая функция — **1.** ⇛ двоякопериодическая функция; **2.** ↠ Вейерштрасса эллиптическая функция, Якоби эллиптические функции.

эллиптические координаты (elliptic coordinates) — криволинейные координаты на плоскости, определенные семействами софокусных кривых.

эллиптический интеграл (elliptic integral) — **1.** интеграл вида

$$\int f\big(x, \sqrt{p(x)}\,\big)dx\,,$$

где f — рациональная функция от двух переменных и p — полином четвертой степени без кратных корней; ⇝ абелев

[гиперэллиптический] интеграл; **2.** интегралы

$$F(k,x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \int\limits_0^x \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}\,,$$

$$E(k,x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \int\limits_0^x \sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}\,d\varphi$$

и

$$\pi(a,k,x) \stackrel{\text{def}}{=\!=} \int\limits_0^x \frac{d\varphi}{(\sin^2\varphi - a)\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}\,,$$

называемые соответственно *эллиптическими интегралами первого, второго* и *третьего рода*, или же *функциями Лежандра*; параметр k называется *модулем* эллиптического интеграла; ⇝ Якоби эллиптические функции.

эллиптический параболоид (elliptic paraboloid) ↠ параболоид.

эллиптический цилиндр (elliptic cylinder) — цилиндрическая поверхность, для которой направляющей служит эллипс; ⇝ круговой цилиндр.

эллиптического типа уравнение (elliptic partial differential equation) ↠ дифференциальное уравнение с частными производными.

эллиптическое пространство (elliptic space) — пространство, свойства которого определяются аксиомами эллиптической геометрии.

эмпирическая формула (empirical formula) — формула, основанная не на логических рассуждениях, а на согласии с результатами наблюдений и/или экспериментов.

эмпирическое распределение (empirical distribution) — распределение выборки при предположении, что все ее элементы равновероятны.

эндоморфизм (endomorphism) — гомоморфизм алгебраической системы в себя.

энтропия (entropy) — мера неопределенности совокупности событий; энтропия H такой совокупности выражается через вероятности p_k отдельных событий в виде

$$H \stackrel{\text{def}}{=\!=} -\sum_{k=1}^{n} p_k \log_2 p_k\,.$$

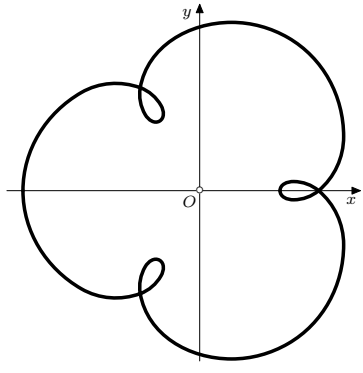
эпиморфизм (epimorphism) — **1.** такой морфизм γ, при котором из равенства $\gamma\alpha = \gamma\beta$ следует равенство $\alpha = \beta$; ⇝ мономорфизм; **2.** сюръективный гомоморфизм.

эпитрохоида (epitrochoid) — плоская кривая, описываемая точкой, неподвижно связанной с окружностью, катящейся по другой окружности и имеющей с ней внешнее касание; параметрические уравнения

$$x = (a+b)\,\cos t - c\,\cos\frac{a+b}{b}\,t\,,$$

$$y = (a+b)\,\sin t - c\,\sin\frac{a+b}{b}\,t\,,$$

где a — радиус неподвижной окружности, b — радиус катящейся окружности и c — расстояние точки от центра катящейся окружности (на рисунке $a = 3b$, $c = 3b/2$); ⇝ гипотрохоида, трохоида.

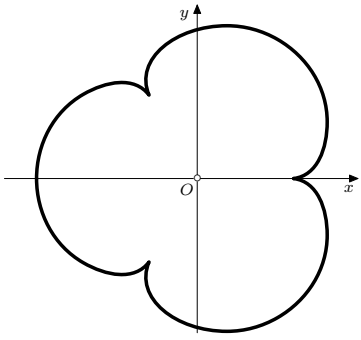


эпициклоида (epicycloid) — плоская кривая, описываемая точкой окружности, катящейся по другой окружности и имеющей с ней внешнее касание; параметрические уравнения

$$x = (a+b)\,\cos t - b\,\cos\frac{a+b}{b}\,t\,,$$

$$y = (a+b)\,\sin t - b\,\sin\frac{a+b}{b}\,t\,,$$

где a — радиус неподвижной окружности и b — радиус катящейся окружности (на рисунке $a = 3b$); $\rightsquigarrow$ гипоциклоида, кардиоида, циклоида.



эпюр $\Rrightarrow$ двукартинный чертеж.

Эратосфена решето (sieve of Eratosthenes) — алгоритм, позволяющий отсеивать составные числа из натурального ряда для нахождения всех простых чисел, не превосходящих фиксированного натурального числа.

эргодическое преобразование (ergodic transformation) — преобразование, сохраняющее меру, т. е. при котором образ любого измеримого множества является измеримым и имеет ту же меру, что и оригинал.

эрлангенская программа (Erlangen program) — вступительная лекция Ф. Клейна в университете Эрлангена (1872 г.), в которой он изложил единую точку зрения на связь между различными геометриями и группами преобразований.

Эрмита интерполяционная формула (Hermite interpolation formula) — **1.** формула для построения периодической функции, принимающей в различных узлах интерполяции заданные значения; тригонометрический аналог интерполяционной формулы Лагранжа; **2.** формула для построения полинома $y = p(x)$, удовлетворяющего в заданных узлах интерполяции $x_0, x_1, \ldots, x_n$ условиям

$$p^{(k)}(x_j) = y_j^k\,,$$

где $j = 0, 1, \ldots, n$, $k = 0, 1, \ldots, m_j$, а m_j и y_j^k являются заданными постоянными.

Эрмита полиномы (Hermite polynomials) — полиномы H_k, ортогональные на всей числовой прямой с весовой функцией $p(x) = e^{-x^2}$; по формуле Родрига выражаются в виде

$$H_k(x) = a_k e^{x^2} \frac{d^k}{dx^k}\, e^{-x^2},$$

где обычно принимается

$$a_k = (-1)^k \quad \text{или} \quad a_k = \frac{(-1)^k}{\sqrt{2^k \cdot k!\sqrt{\pi}}}\,;$$

напр., в первом случае: $H_0(x) = 1$, $H_1(x) = 2x$, $H_2(x) = 4x^2 - 2$, $H_3(x) = 8x^3 - 12x$.

Эрмита уравнение (Hermite equation) — однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$y'' - 2xy' + 2ay = 0\,,$$

где a — постоянная (полином Эрмита H_k удовлетворяет этому уравнению при значении постоянной $a = k$).

эрмитов оператор $\Rrightarrow$ самосопряженный оператор.

эрмитова билинейная форма (Hermitian bilinear form) — определенный на прямом квадрате комплексного векторного пространства функционал f, удовлетворяющий при всех $\mathbf{x}$, $\mathbf{x}'$, $\mathbf{y}$ и скаляре λ условиям

$$f(\mathbf{x} + \mathbf{x}', \mathbf{y}) = f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + f(\mathbf{x}', \mathbf{y})\,,$$
$$f(\lambda\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \lambda f(\mathbf{x}, \mathbf{y})\,,$$
$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \overline{f(\mathbf{y}, \mathbf{x})}\,;$$

$\rightsquigarrow$ полуторалинейная форма.

эрмитова матрица (или самосопряженная матрица; Hermitian matrix) — квадратная матрица A, совпадающая со своей эрмитово-сопряженной матрицей:

$$A = A^*,$$

т. е. квадратная матрица $A = (a_{ij})$, для которой при всех i и j имеет место равенство

$$a_{ij} = \overline{a_{ji}}\,;$$

$\rightsquigarrow$ косоэрмитова [симметрическая, унитарная] матрица.

эрмитова форма (Hermitian form) — однородный полином второй степени с комплексными коэффициентами

$$\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} z_i \overline{z_j}\,,$$

где (a_{ij}) является эрмитовой матрицей, а $\overline{z}$ обозначает комплексно сопряженное число к z; $\rightsquigarrow$ квадратичная форма.

эрмитово-сопряженная матрица $\Rightarrow$ сопряженная матрица.

Я

явная функция (implicit function) — функция, заданная в виде аналитического выражения относительно своих аргументов; $\rightsquigarrow$ неявная функция.

ядро — 1. $\Rightarrow$ Лагранжа функция; **2.** (kernel) $\twoheadrightarrow$ Вольтерра [Фредгольма] уравнение, вырожденное ядро; **3.** $\Rightarrow$ внутренность множества.

ядро представления (kernel of a representation) — множество всех таких элементов x группы $\mathcal{G}$, при которых

$$P(x) = e\,,$$

где P — представление группы $\mathcal{G}$ в группе $\mathcal{H}$ и e — нейтральный элемент группы $\mathcal{H}$.

язык — 1. (language) — некоторое множество слов фиксированного алфавита; $\rightsquigarrow$ алгоритмический [формализованный] язык; **2.** (language) — множество всех выводимых фраз данной порождающей грамматики; $\rightsquigarrow$ семантика, синтаксис; **3.** $\twoheadrightarrow$ метаязык.

Якоби полиномы (Jacobi polynomials) — полиномы $J_k^{\alpha,\beta}$, ортогональные на отрезке $[-1, 1]$ с весовой функцией

$$p(x) = (1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta},$$

где $\alpha, \beta > -1$; по формуле Родрига выражаются в виде

$$J_k^{\alpha,\beta}(x) = a_k(1-x)^{-\alpha}(1+x)^{-\beta} \times \\ \times \frac{d^k}{dx^k}\big((1-x)^{k+\alpha}(1+x)^{k+\beta}\big),$$

причем обычно принимается

$$a_k = (k!\,2^k)^{-1};$$

$\rightsquigarrow$ Лежандра [Чебышёва] полиномы.

Якоби символ (Jacobi symbol) — арифметическая функция

$$\left(\frac{a}{P}\right)$$

(читается: a по отношению к P), определенная для произведения $P = p_1 p_2 \cdots p_n$ нечетных простых чисел и взаимно простого с ним a как произведение

$$\left(\frac{a}{P}\right) \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{a}{p_1}\right)\left(\frac{a}{p_2}\right)\cdots\left(\frac{a}{p_n}\right),$$

где $\left(\frac{a}{p_k}\right)$ — символ Лежандра.

Якоби тождество (Jacobi identity) $\twoheadrightarrow$ Ли алгебра.

Якоби эллиптические функции (Jacobi elliptic functions) — двоякопериодические функции sn (*синус амплитуды*), cn (*косинус амплитуды*) и dn (*дельта амплитуды*), где

$$w = \mathrm{sn}\,(z)$$

определяется как обратная функция к эллиптическому интегралу первого рода

$$z = \int_0^w \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}\,,$$

а cn и dn определяются тождествами

$$\mathrm{sn}^2(z) + \mathrm{cn}^2(z) = 1\,,$$
$$k^2\mathrm{sn}^2(z) + \mathrm{dn}^2(z) = 1\,;$$

$\rightsquigarrow$ лемнискатные функции.

якобиан (или функциональный определитель; Jacobian) — определитель порядка n

$$\frac{D(f_1, f_2, \dots, f_n)}{D(x_1, x_2, \dots, x_n)} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{vmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dfrac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \dfrac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix},$$

составленный из частных производных функций $f_1, f_2, \dots, f_n$ от n переменных.

Янга неравенство (Young inequality) — если f — непрерывная возрастающая при $x \geqslant 0$ функция и $f(0) = 0$, то при всех $a, b \geqslant 0$ имеет место неравенство

$$ab \leqslant \int_0^a f(x)\,dx + \int_0^b f^{-1}(y)\,dy\,,$$

превращающееся в равенство лишь в случае $b = f(a)$, т. е. если $a = f^{-1}(b)$, где f^{-1} — функция, обратная к f.

ящиков принцип $\Rightarrow$ Дирихле принцип.

Справка имен

Абель — Niels Henrik Abel (1802–1829).

Адамар — Jacques Salomon Hadamard (1865–1963).

Адамс — John Couch Adams (1819–1892).

Аньези — Maria Gaëtana Agnesi (1718–1799).

Аполлоний Пергский [Apollonios] — Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος (ок. 262 – ок. 190 до н.э.).

Архимед [Archimedes] — Ἀρχιμήδης (ок. 287 – 212 до н.э).

Арцела — Cesare Arzelá (1847–1912).

Банах — Stefan Banach (1892–1945).

Бартельс — Johann Martin Christian Bartels (1769–1836).

Безу — Étienne Bézout (1730–1783).

Бейес — Thomas Bayes (1702–1761).

Бейтмен — Harry Bateman (1882–1946).

Бельтрами — Eugenio Beltrami (1835–1900).

Бернулли — Daniel Bernoulli (1700–1782); Jakob Bernoulli (1654–1705); Johann Bernoulli (1667–1748).

Бернштейн Сергей Натанович (1880–1968).

Бертран — Joseph Louis François Bertrand (1822–1900).

Бессель — Friedrich Wilhelm Bessel (1784–1846).

Боль — Piers Bohl (1865–1921).

Больцано — Bernard Placidus Johann Nepomuk Bolzano (1781–1848).

Борель — Félix Édouard Justin Émile Borel (1871–1956).

Брауэр — Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881–1966).

Брианшон — Charles Julien Brianchon (1783–1864).

Буль — George Boole (1815–1864).

Буняковский Виктор Яковлевич (1804–1889).

Бут — James Booth (1810–1878).

Бэр — René Louis Baire (1874–1932).

Бюффон — Georges Louis Leclerc de Buffon (1707–1788).

Валле Пуссен — Charles Jean Gustave Nicolas de la Vallée Poussin (1866–1962).

Валлис — John Wallis (1616–1703).

Вандермонд — Alexandre-Théophile Vandermonde (1735–1796).

Варинг — Edward Waring (1736–1798).

Вебер — Heinrich Martin Weber (1842–1913).

Вейерштрасс — Karl Theodor Wilhelm Weierstrass (1815–1897).

Вейль — Hermann Klaus Hugo Weyl (1885–1955).

Венн — John Venn (1834–1923).

Вивиани — Vincenzo Viviani (1622–1703).

Виет — François Viète (1540–1603).

Вильсон — John Wilson (1741–1793).

Винер — Norbert Wiener (1894–1964).

Виноградов Иван Матвеевич (1891–1983).

Витали — Giuseppe Vitali (1875–1932).

Вольтерра — Vito Volterra (1860–1940).

Вроньский — Józef Maria Hoëné de Wroński (1778–1853).

Галёркин Борис Григорьевич (1871–1945).

Галилей — Galileo Galilei (1564–1642).

Галуа — Évariste Galois (1811–1832).

Гамильтон — Sir William Rowan Hamilton (1805–1865).

Ганкель — Hermann Hankel (1839–1873).

Гато — René Eugène Gâteaux (1889–1914).

Гаусс — Johann Carl Friedrich Gauss (1777–1855).

Гёдель — Kurt Gödel (1906–1978).

Гёльдер — Otto Ludwig Hölder (1859–1937).

Гельфанд Израиль Моисеевич (1913).

Герон Александрийский [Heron] — Ἥρων (ок. 10 – ок. 75).

Гессе — Ludwig Otto Hesse (1811–1874).

Гильберт — David Hilbert (1862–1943).

Гиппократ [Hippokrates] — Ἱπποκράτης (ок. 470 – ок. 410 до н.э.).

Гольдбах — Christian Goldbach (1690–1764).

Горнер — William George Horner (1786–1837).

Госсет [Student] — William Sealy Gosset (1876–1937).

Грам — Jørgen Pedersen Gram (1850–1916).

Греффе — Karl Heinrich Gräffe (1799–1873).

Грин — George Green (1793–1841).

Гурвиц — Adolf Hurwitz (1859–1919).

Гюльден — Paul Guldin (1577–1643).

Д'Аламбер — Jean Baptiste Le Rond d'Alembert (1717–1783).

Дарбу — Jean Gaston Darboux (1842–1917).

Дедекинд — Julius Wilhelm Richard Dedekind (1831–1916).

Дезарг — Gérard Desargues (1591–1661).

Декарт [Renatus Cartesius] — René Du Perron Descartes (1596–1650).

Динострат [Dinostratus] — Δεινόστρατος (ок. 390 – ок. 320 до н.э.).

Диоклес [Diocles] — Διοκλῆς (ок. 240 – ок. 180 до н.э.).

Диофант Александрийский [Diophantos] — Διόφαντος (ок. 200 – ок. 284).

Дирак — Paul Adrien Maurice Dirac (1902–1984).

Дирихле — Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859).

Евклид Александрийский [Eukleides] — Εὐκλείδης (ок. 325 – ок. 265 до н.э.).

Жергонн — Joseph Diez Gergonne (1771–1859).

Жордан — Marie Ennemond Camille Jordan (1838–1922).

Жуковский Николай Егорович (1847–1921).

Иенсен — Johan Ludwig William Valdemar Jensen (1859–1925).

Кавальери — Bonaventura Francesco Cavalieri (1598–1647).

Кантор — Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845–1918).

Капелли — Alfredo Capelli (1855–1910).

Кардано — Gerolamo Cardano (1501–1576).

Карлеман — Torsten Carleman (1892–1949).

Кассини — Giovanni Domenico Cassini (1625–1712).

Каталан — Eugène Charles Catalan (1814–1894).

Кельвин ⇛ Томсон.

Клейн — Felix Christian Klein (1849–1925).

Клеро — Alexis Claude Clairaut (1713–1765).

Клиффорд — William Kingdon Clifford (1845–1879).

Колмогоров Андрей Николаевич (1903–1987).

Корню — Marie Alfred Cornu (1841–1902).

Котес — Roger Cotes (1682–1716).

Коши — Augustin Louis Cauchy (1789–1857).

Крамер — Gabriel Cramer (1704–1752).

Кристоффель — Elwin Bruno Christoffel (1829–1900).

Кронекер — Leopold Kronecker (1823–1891).

Курант — Richard Courant (1888–1972).

Куратовский — Kazimierz Kuratowski (1896–1980).

Кутта — Martin Wilhelm Kutta (1867–1944).

Кэли — Arthur Cayley (1821–1895).

Лагерр — Edmond Nicolas Laguerre (1834–1886).

Лагранж — Joseph Louis de Lagrange (1736–1813).

Ламберт — Johann Heinrich Lambert (1728–1777).

Ламе — Gabriel Lamé (1795–1870).

Ландау — Edmund Georg Hermann Landau (1877–1938).

Лаплас — Pierre Simon de Laplace (1749–1827).

Лебег — Henri Léon Lebesgue (1875–1941).

Лежандр — Adrien Marie Legendre (1752–1833).

Лейбниц — Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716).

Ли — Marius Sophus Lie (1842–1899).

Липшиц — Rudolf Otto Sigismund Lipschitz (1832–1903).

Лиувилль — Joseph Liouville (1809–1882).

Лобачевский Николай Иванович (1792–1856).

Лопиталь — Guillaume François Antoine de l'Hospital (1661–1704).

Лоран — Pierre Alphonse Laurent (1813–1854).

Лузин Николай Николаевич (1883–1950).

Мазур — Stanislaw Mazur (1905–1981).

Макдональд — Hector Munro Macdonald (1865–1935).

Маклорен — Colin Maclaurin (1698–1746).

Марков Андрей Андреевич (1856–1922).

Матьё — Émile Léonard Mathieu (1835–1890).

Мёбиус — August Ferdinand Möbius (1790–1868).

Менелай Александрийский [Menelaos] — Μενελαος (ок. 70 – ок. 130).

Мерсенн — Marin Mersenne (1588–1648).

Минковский — Hermann Minkowski (1864–1909).

Мольвейде — Karl Brandan Mollweide (1774–1825).

Монж — Gaspard Monge (1746–1818).

Монтель — Paul Antoine Aristide Montel (1876–1975).

Морган — Augustus De Morgan (1806–1871).

Морера — Giácinto Morera (1856–1909).

Муавр — Abraham de Moivre (1667–1754).

Нагель — Christian August Nagel (1821–1903).

Неванлинна — Rolf Herman Nevanlinna (1895–1980).

Нейль — William Neile (1637–1670).

Нейман — Carl Gottfried Neumann (1832–1925).

Непер — John Napier (1550–1617).

Никомед [Nikomedes] — Νικομήδης (ок. 280 – ок. 210 до н.э.).

Ньютон — Sir Isaac Newton (1643–1727).

Остроградский Михаил Васильевич (1801–1861).

Папп Александрийский [Pappos] — Παππος (ок. 290 – ок. 350).

Парсеваль — Marc Antoine Parseval des Chênes (1755–1836).

Паскаль — Blaise Pascal (1623–1662).

Пеано — Giuseppe Peano (1858–1932).

Пелль — John Pell (1611–1685).

Пикар — Charles Émile Picard (1856–1941).

Пирсон — Karl Pearson (1857–1936).

Пифагор Самосский [Pythagoras] — Πυθαγόρας (ок. 569 – ок. 475 до н.э.).

Плато — Joseph Antoine Ferdinand Plateau (1801–1883).

Платон [Platon] — Πλάτων (ок. 427 – ок. 347 до н.э.).

Понтрягин Лев Семенович (1908–1988).

Птолемей [Ptolemaios] — Πτολεμαῖος (ок. 85 – ок. 160).

Пуанкаре — Jules Henri Poincaré (1854–1912).

Пуассон — Siméon Denis Poisson (1781–1840).

Пфафф — Johann Friedrich Pfaff (1765–1825).

Раабе — Joseph Ludwig Raabe (1801–1859).

Рассел — Bertrand Arthur William Russell (1872–1970).

Риккати — Jacopo Francesco Riccati (1676–1754).

Риман — Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826–1866).

Рисс — Frigyes Riesz (1880–1956).

Родриг — Benjamin Olinde Rodrigues (1794–1851).

Ролль — Michel Rolle (1652–1719).

Рунге — Carle David Tolmé Runge (1856–1927).

Саррюс — Pierre Frédéric Sarrus (1798–1861).

Серре — Joseph Alfred Serret (1819–1885).

Сильвестр — James Joseph Sylvester (1814–1897).

Симпсон — Thomas Simpson (1710–1761).

Слюз — René François Walter Sluze (1622–1685).

Стильтьес — Thomas Jan Stieltjes (1856–1894).

Стирлинг — James Stirling (1692–1770).

Стокс — George Gabriel Stokes (1819–1903).

Стьюдент ⇛ Госсет.

Тейлор — Brook Taylor (1685–1731).

Томсон [Kelvin] — William Thomson (1824–1907).

Торричелли — Evangelista Torricelli (1608–1647).

Тьюринг — Alan Mathison Turing (1912–1954).

Урысон Павел Самуилович (1898–1924).

Фалес Милетский [Thales] — $\Theta\alpha\lambda\tilde{\eta}\varsigma$ (ок. 624 – ок. 547 до н.э.).

Фарей — John Farey (1766–1826).

Ферма — Pierre de Fermat (1601–1665).

Фибоначчи — Leonardo Fibonacci (1170–1250).

Филдс — John Charles Fields (1863–1932).

Фишер — Sir Ronald Aylmer Fisher (1890–1962).

Фредгольм — Erik Ivar Fredholm (1866–1927).

Френе — Jean Frédéric Frenet (1816–1900).

Френель — Augustin Jean Fresnel (1788–1827).

Фреше — Maurice René Fréchet (1878–1973).

Фробениус — Ferdinand Georg Frobenius (1849–1917).

Фурье — Jean Baptiste Joseph Fourier (1768–1830).

Хан — Hans Hahn (1879–1934).

Хаусдорф — Felix Hausdorff (1868–1942).

Хевисайд — Oliver Heaviside (1850–1925).

Хопф — Eberhard Frederich Ferdinand Hopf (1902–1983).

Цермело — Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo (1871–1953).

Цорн — Max Zorn (1906–1993).

Чебышёв Пафнутий Львович (1821–1894).

Чева — Giovanni Ceva (1647–1734).

Чезаро — Ernesto Cesàro (1859–1906).

Чирнгаузен — Ehrenfried Walter von Tschirnhausen (1651–1708).

Шварц — Karl Hermann Amandus Schwarz (1843–1921).

Штейнгауз — Hugo Dyonizy Steinhaus (1887–1972).

Штурм — Jacques Charles François Sturm (1803–1855).

Эйлер — Leonhard Euler (1707–1783).

Эйнштейн — Albert Einstein (1879–1955).

Эратосфен Киренский [Eratosthenes] — $'\text{Ε}\rho\alpha\tau\sigma\sigma\vartheta\acute{\varepsilon}\nu\eta\varsigma$ (276–194 до н.э.).

Эрмит — Charles Hermite (1822–1901).

Якоби — Carl Gustav Jacob Jacobi (1804–1851).

Янг — William Henry Young (1863–1942).

Указатель обозначений

$-a$ $\twoheadrightarrow$ противоположный элемент

$\overline{a}$ $\twoheadrightarrow$ среднее

$a_0,\ a_1,\ \ldots,\ a_k,\ \ldots$ $\twoheadrightarrow$ последовательность

$a_0,\ a_1,\ \ldots,\ a_n,\ a_0a_1\ldots a_n$ $\twoheadrightarrow$ кортеж

$a_0 + \cfrac{b_1}{a_1 + \cfrac{b_2}{a_2 + \cdots}}$ $\twoheadrightarrow$ непрерывная дробь

a^{-1} $\twoheadrightarrow$ нейтрализирующий [обратный] элемент, обратная величина

$a_{\text{л}}^{-1}$ $\twoheadrightarrow$ левый нейтрализирующий элемент

$a_{\text{п}}^{-1}$ $\twoheadrightarrow$ правый нейтрализирующий элемент

a^2 $\twoheadrightarrow$ квадрат

a_k $\twoheadrightarrow$ Фурье ряд

$a_k \to a$ $\twoheadrightarrow$ предел последовательности

$a_k \uparrow a,\ a_k \nearrow a$ $\twoheadrightarrow$ монотонно сходящаяся последовательность

$a_k \downarrow a,\ a_k \searrow a$ $\twoheadrightarrow$ монотонно сходящаяся последовательность

$a_{k_1k_2\ldots k_n}$ $\twoheadrightarrow$ кратная последовательность

$a^n,\ a^0,\ a^{-n},\ a^{m/n}$ $\twoheadrightarrow$ возведение в степень

a^x $\twoheadrightarrow$ возведение в степень, показательная функция

$\operatorname{adj} A$ $\twoheadrightarrow$ присоединенная матрица

$a\mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ произведение множеств

$\arccos x$ $\twoheadrightarrow$ арккосинус

$\operatorname{arccot} x$, $\operatorname{arcctg} x$ $\twoheadrightarrow$ арккотангенс

$\operatorname{arch} x$ $\twoheadrightarrow$ареа-косинус

$\arcsin x$ $\twoheadrightarrow$ арксинус

$\arctan x$, $\operatorname{arctg} x$ $\twoheadrightarrow$ арктангенс

$\operatorname{arcth} x$ $\twoheadrightarrow$ареа-котангенс

$\arg z$ $\twoheadrightarrow$ аргумент

$\operatorname{arsh} x$ $\twoheadrightarrow$ареа-синус

$\operatorname{arth} x$ $\twoheadrightarrow$ареа-тангенс

$a - b$ $\twoheadrightarrow$ вычитание

$a + bi$ $\twoheadrightarrow$ комплексное число

$a + bi + cj + dk$ $\twoheadrightarrow$ кватернион

$a : b,\ a/b$ $\twoheadrightarrow$ деление

$a \vdots b$ $\twoheadrightarrow$ делимость

$a = b$ $\twoheadrightarrow$ равенство

$a \equiv b$ $\twoheadrightarrow$ тождество

$a \lesseqgtr b$ $\twoheadrightarrow$ неравенство

$a \approx r$ $\twoheadrightarrow$ аппроксимация

$a * b$ $\twoheadrightarrow$ бинарная операция

$\dfrac{a}{b}$ $\twoheadrightarrow$ деление, дробь, рациональное число

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d},\ a : b = c : d$ $\twoheadrightarrow$ пропорция

$|\,a\,|$ $\twoheadrightarrow$ абсолютная величина

$|\,a_{ij}\,|,\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{vmatrix}$ $\twoheadrightarrow$ определитель

$\|\,a_{ij}\,\|,\ \left\|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{matrix}\right\|$ $\twoheadrightarrow$ матрица

(a, b) $\twoheadrightarrow$ интервал, пара

$(a,\ b],\ ]a,\ b]$ $\twoheadrightarrow$ полуинтервал

(a, b, c) $\twoheadrightarrow$ тройка

$(a, b, c, \ldots)$ $\twoheadrightarrow$ упорядоченное множество

(a, b, c, d) $\twoheadrightarrow$ четверка

$(ab,\ cd)$ $\twoheadrightarrow$ двойное отношение

(a_k), $(a_0, a_1, \ldots)$ $\twoheadrightarrow$ последовательность

$(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ $\twoheadrightarrow$ наибольший общий делитель

$(a_0, a_1, \ldots, a_n)$,

$< a_0, a_1, \ldots, a_n >$ $\twoheadrightarrow$ кортеж

(a_{ij}), $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$ $\twoheadrightarrow$ матрица

$\left(\dfrac{a}{P}\right)$ $\twoheadrightarrow$ Лежандра [Якоби] символ

$[\,a\,]$ $\twoheadrightarrow$ антье

$[a_1, a_2, \ldots, a_n]$ $\twoheadrightarrow$ наименьшее общее кратное

$[\,a,\ b)$, $[\,a,\ b\,[$ $\twoheadrightarrow$ полуинтервал

$[\,a,\ b\,]$ $\twoheadrightarrow$ интервал, отрезок

$]\,a,\ b\,[$ $\twoheadrightarrow$ интервал

$\{\,a\,\}$ $\twoheadrightarrow$ дробная часть

$\{a, b, c, \ldots\}$ $\twoheadrightarrow$ множество

$\{a_1^{m_1}, a_2^{m_2}, \ldots, a_k^{m_k}\}$ $\twoheadrightarrow$ мультимножество

$\{a_{jk}\}$ $\twoheadrightarrow$ двойная последовательность

$\{a_k\}$ $\twoheadrightarrow$ последовательность

$\sqrt{a}$ $\twoheadrightarrow$ квадратный корень

$\sqrt[3]{a}$ $\twoheadrightarrow$ кубический корень

$\sqrt[n]{a}$ $\twoheadrightarrow$ арифметический корень, корень, радикал

$\forall$ $\twoheadrightarrow$ всеобщности квантор

$\mathcal{A}^*$ $\twoheadrightarrow$ слово

A' $\twoheadrightarrow$ присоединенная матрица

A^* $\twoheadrightarrow$ сопряженная матрица, сопряженный оператор

$|A|$ $\twoheadrightarrow$ определитель

$\|A\|$ $\twoheadrightarrow$ норма оператора

$\overline{A}$ $\twoheadrightarrow$ отрицание, сопряженная матрица

$\neg\, A$ $\twoheadrightarrow$ отрицание

A^{-1} $\twoheadrightarrow$ обратная матрица

AB $\twoheadrightarrow$ отрезок

$\overline{AB}$ $\twoheadrightarrow$ длина

$\overrightarrow{AB}$ $\twoheadrightarrow$ аффинное пространство, вектор

$\widehat{AB}$ $\twoheadrightarrow$ дуга

$\triangle ABC$ $\twoheadrightarrow$ треугольник

(ABC) $\twoheadrightarrow$ простое отношение

$(AB,\ CD)$ $\twoheadrightarrow$ двойное отношение

$A \equiv B,\ A \Leftrightarrow B$ $\twoheadrightarrow$ логически равносильные формулы

$A \equiv B \pmod m$ $\twoheadrightarrow$ сравнение

$A \,\&\, B,\ A \wedge B$ $\twoheadrightarrow$ конъюнкция

$A \vee B$ $\twoheadrightarrow$ дизъюнкция

$A \sim B$ $\twoheadrightarrow$ эквивалентность

$A \to B,\ A \Rightarrow B,\ A \supset B$ $\twoheadrightarrow$ импликация

A_{ij} $\twoheadrightarrow$ присоединенная матрица

A_k $\twoheadrightarrow$ алгебраическое дополнение

A_n^m $\twoheadrightarrow$ размещения

$\operatorname{Arccos} x$ $\twoheadrightarrow$ арккосинус

$\operatorname{Arccot} x$, $\operatorname{Arcctg} x$ $\twoheadrightarrow$ арккотангенс

$\operatorname{Arcsin} x$ $\twoheadrightarrow$ арксинус

$\operatorname{Arctan} x$, $\operatorname{Arctg} x$ $\twoheadrightarrow$ арктангенс

$\operatorname{Arg} z$ $\twoheadrightarrow$ аргумент

A^T $\twoheadrightarrow$ транспонированная матрица

$A\,\mathbf{x}$ $\twoheadrightarrow$ линейный оператор

$A\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ $\twoheadrightarrow$ линейных уравнений система

$\mathbf{b}$ $\twoheadrightarrow$ трехгранник сопровождающий

$b \,|\, a$ $\twoheadrightarrow$ делимость

$\operatorname{bei}_p(z)$ $\twoheadrightarrow$ Кельвина функции

$\operatorname{ber}_p(z)$ $\twoheadrightarrow$ Кельвина функции

b_k $\twoheadrightarrow$ Фурье ряд

$\angle BAC$, $\widehat{BAC}$ $\twoheadrightarrow$ угол

$\mathcal{B}(\mathcal{M})$ $\twoheadrightarrow$ булеан

B_k $\twoheadrightarrow$ Бернулли числа

$B_n(f, x)$ $\twoheadrightarrow$ Бернштейна полиномы

$B_n(x)$ $\twoheadrightarrow$ Бернулли полиномы

c $\twoheadrightarrow$ банахово пространство, континуума мощность, постоянная, сходящаяся последовательность

$\operatorname{card}\mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ мощность множества

$\operatorname{ch} x$, $\cosh x$ $\twoheadrightarrow$ гиперболические функции

$\operatorname{ch}^{-1} x$ $\twoheadrightarrow$ареа-косинус

$\operatorname{cl}\mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ замыкание

$\operatorname{cl}(z)$ $\twoheadrightarrow$ лемнискатные функции

$\operatorname{cn}(z)$ $\twoheadrightarrow$ Якоби эллиптические функции

$const$ $\twoheadrightarrow$ постоянная

$\cos x$ $\twoheadrightarrow$ косинус

$\cos^{-1} x$ $\twoheadrightarrow$ арккосинус

$\operatorname{cosec} x$, $\operatorname{cosc} x$, $\operatorname{csc} x$ $\twoheadrightarrow$ косеканс

$\operatorname{cot} x$, $\operatorname{cotg} x$, $\operatorname{ctg} x$ $\twoheadrightarrow$ котангенс

$\operatorname{cot}^{-1} x$ $\twoheadrightarrow$ арккотангенс

$\operatorname{cov}(X, Y)$ $\twoheadrightarrow$ ковариация

$\operatorname{cth} x$, $\operatorname{coth} x$ $\twoheadrightarrow$ гиперболические функции

$\operatorname{cth}^{-1} x$ $\twoheadrightarrow$ареа-котангенс

$\mathcal{C}$ $\twoheadrightarrow$ непрерывная функция

$\mathcal{C}[a, b]$ $\twoheadrightarrow$ непрерывная функция, непрерывных функций пространство

$\mathbb{C}$ $\twoheadrightarrow$ комплексное число

C $\twoheadrightarrow$ постоянная

$C_{\mathcal{U}}\mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ дополнение множества

$\operatorname{Chi}(x)$, $\operatorname{chi}(x)$ $\twoheadrightarrow$ интегральный гиперболический косинус

$\operatorname{Ci}(x)$ $\twoheadrightarrow$ интегральный косинус

C_n^m $\twoheadrightarrow$ сочетания

$C(x)$ $\twoheadrightarrow$ Френеля интегралы

d $\twoheadrightarrow$ арифметическая прогрессия

$\det A$, $\det(a_{ij})$ $\twoheadrightarrow$ определитель

df $\twoheadrightarrow$ дифференциал, полный дифференциал

$\dfrac{d}{dx} f(x)$, $\dfrac{df(x)}{dx}$, $\dfrac{dy}{dx}$ $\twoheadrightarrow$ производная

$\dfrac{df}{ds}$ $\twoheadrightarrow$ производная по направлению

$df(x)$, dy $\twoheadrightarrow$ дифференциал

$d^2 f$ $\twoheadrightarrow$ второй дифференциал

$\dfrac{d^2 f(x)}{dx^2}$, $\dfrac{d^2 y}{dx^2}$ $\twoheadrightarrow$ вторая производная

$\operatorname{div}\mathbf{a}$ $\twoheadrightarrow$ дивергенция

$d^n f$ $\twoheadrightarrow$ дифференциал [полный дифференциал] высшего порядка

$\dfrac{d^n f(x)}{dx^n}$, $\dfrac{d^n y}{dx^n}$ $\twoheadrightarrow$ производная высшего порядка

$\operatorname{dn}(z)$ $\twoheadrightarrow$ Якоби эллиптические функции

$dP(\mathbf{x}, \mathbf{h})$ $\twoheadrightarrow$ Фреше дифференциал

dx $\twoheadrightarrow$ дифференциал

$d(x, \mathcal{M})$ $\twoheadrightarrow$ расстояние до множества

$d(x, y)$ $\twoheadrightarrow$ метрика

$\dfrac{\partial f}{\partial x_k}$ $\twoheadrightarrow$ частная производная

$\partial\mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ граница

$\dfrac{\partial f^m}{\partial x_1^{k_1} \partial x_2^{k_2} \ldots \partial x_n^{k_n}}$ $\twoheadrightarrow$ частная производная высшего порядка

$\mathcal{D}'$ $\twoheadrightarrow$ обобщенных функций пространство

$\mathcal{D}(f)$, $\operatorname{Dom}(f)$ $\twoheadrightarrow$ область определения функции

$\mathsf{D}X$ $\twoheadrightarrow$ дисперсия

D $\twoheadrightarrow$ дифференцирования оператор

$\dfrac{D(f_1, f_2, \ldots, f_n)}{D(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$ $\twoheadrightarrow$ якобиан

D_n $\twoheadrightarrow$ субфакториал

$D(p)$ $\twoheadrightarrow$ дискриминант

$DP(\mathbf{x}, \mathbf{h})$ $\twoheadrightarrow$ Гато дифференциал

e $\twoheadrightarrow$ алгебраическая единица, e, единица, нейтральный элемент, эксцентриситет

$\operatorname{entier} a$ $\twoheadrightarrow$ антье

$\operatorname{erf}(x)$ $\twoheadrightarrow$ интеграл вероятности

$\exp x$, $\exp_a x$ $\twoheadrightarrow$ показательная функция

$e(X)$ $\twoheadrightarrow$ эксцесс

$\exists$ $\twoheadrightarrow$ существования квантор

$\mathcal{E}^n$, $\mathcal{E}_n$ $\twoheadrightarrow$ евклидово пространство

$\mathsf{E}X$ $\twoheadrightarrow$ математическое ожидание

$\mathsf{E}^Y X$ $\twoheadrightarrow$ условное математическое ожидание

E $\twoheadrightarrow$ единичная матрица, единичный [сдвига] оператор

$E(a)$ $\twoheadrightarrow$ антье

E_h $\twoheadrightarrow$ сдвига оператор

$\operatorname{Ei}(x)$ $\twoheadrightarrow$ интегральная показательная функция

E_k $\twoheadrightarrow$ Эйлера числа

$E(k, x)$ $\twoheadrightarrow$ эллиптический интеграл

$E_n(f)$ $\twoheadrightarrow$ наилучшее приближение

$E_\nu(z)$ $\twoheadrightarrow$ Вебера функция

f, $f(x)$ $\twoheadrightarrow$ функция, функция плотности

f^{-1} $\twoheadrightarrow$ обратная функция

$f'(a+)$, $f'(a+0)$ $\twoheadrightarrow$ правая производная

$f'(a-)$, $f'(a-0)$ $\twoheadrightarrow$ левая производная

$f \sim g$ $\twoheadrightarrow$ асимптотическая эквивалентность

$f * g$ $\twoheadrightarrow$ свертка функций

$f \otimes g$ $\twoheadrightarrow$ тензорное произведение функционалов

$f'(x)$ $\twoheadrightarrow$ производная

$f''(x)$ $\twoheadrightarrow$ вторая производная

$f^{(n)}(x)$ $\twoheadrightarrow$ производная высшего порядка

f'_{x_k} $\twoheadrightarrow$ частная производная

F, $F(x)$ $\twoheadrightarrow$ первообразная, функция распределения

F_k $\twoheadrightarrow$ Ферма [Фибоначчи] числа

$F(k, x)$ $\twoheadrightarrow$ эллиптический интеграл

$F_n(x)$ $\twoheadrightarrow$ факториальный полином

$\operatorname{Fr} \mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ граница

g $\twoheadrightarrow$ первообразный корень

$g^{k_1 k_2 \ldots k_p}_{j_1 j_2 \ldots j_q}$ $\twoheadrightarrow$ тензор

$\operatorname{grad} f(\mathbf{x})$ $\twoheadrightarrow$ градиент

$|\mathcal{G}|$ $\twoheadrightarrow$ конечная группа

$\mathcal{G}/\mathcal{H}$ $\twoheadrightarrow$ факторгруппа

G $\twoheadrightarrow$ Каталана постоянная

$\operatorname{hei}_p(z)$ $\twoheadrightarrow$ Кельвина функции

$\operatorname{her}_p(z)$ $\twoheadrightarrow$ Кельвина функции

$\mathcal{H}_\alpha$ $\twoheadrightarrow$ Бэра классы

H $\twoheadrightarrow$ энтропия

$H_k(x)$ $\twoheadrightarrow$ Эрмита полиномы

$H_p^{(k)}(z)$ $\twoheadrightarrow$ Ганкеля функции

i $\twoheadrightarrow$ единица мнимая, кватернион

$\mathbf{i}$, $\vec{i}$ $\twoheadrightarrow$ единичный вектор

$\operatorname{ind}_g a$ $\twoheadrightarrow$ индекс

$\inf \mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ нижняя грань

$\operatorname{int} a$ $\twoheadrightarrow$ антье

Im $\twoheadrightarrow$ комплексная плоскость

$\operatorname{Im} f$ $\twoheadrightarrow$ область значений функции

$\operatorname{Im}(z)$ $\twoheadrightarrow$ коэффициент мнимой части

$\operatorname{Int} \mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ внутренность множества

$I_p(z)$ $\twoheadrightarrow$ Макдональда функции

$I_x(p, q)$ $\twoheadrightarrow$ неполная бета-функция

$I(x, z)$ $\twoheadrightarrow$ неполная гамма-функция

j $\twoheadrightarrow$ кватернион

$\mathbf{j}$, $\vec{j}$ $\twoheadrightarrow$ единичный вектор

$J_k^{\alpha,\beta}(x)$ $\twoheadrightarrow$ Якоби полиномы

$J_p(z)$ $\twoheadrightarrow$ Бесселя функции

k ⇝ кватернион, кривизна

$\mathbf{k}$, $\vec{k}$ ⇝ единичный вектор

ka ⇝ кратное

$k(a)$ ⇝ евклидово кольцо

$\mathrm{kei}_p(z)$ ⇝ Кельвина функции

$\mathrm{ker}_p(z)$ ⇝ Кельвина функции

$k_\nu(x)$ ⇝ Бейтмена функция

$\{k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n\}$ ⇝ подстановка

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ k_1 & k_2 & \dots & k_n \end{pmatrix}$ ⇝ подстановка

$\mathcal{K}'$ ⇝ алгебраическое расширение

$\mathcal{K}[x_1, x_2, \dots, x_n]$ ⇝ полиномов кольцо

$K_p(z)$ ⇝ Макдональда функции

l ⇝ длина дуги

$\liminf$, $\underline{\lim}$ ⇝ нижний предел

$\lim\limits_{j,k\to\infty}$, $\lim\limits_{(x,y)\to(a,b)}$ ⇝ двойной предел

$\lim\limits_{k\to\infty}$ ⇝ предел последовательности

$\limsup$, $\overline{\lim}$ ⇝ верхний предел

$\lim\limits_{x\to a}$ ⇝ предел функции

$\lim\limits_{x\to a+}$, $\lim\limits_{x\to a+0}$ ⇝ предел справа

$\lim\limits_{x\to a-}$, $\lim\limits_{x\to a-0}$ ⇝ предел слева

$\lim y$ ⇝ предел

$\mathrm{li}\,(x)$, $\mathrm{Li}\,(x)$ ⇝ интегральный логарифм

$\ln x$, $\ln z$, $\mathrm{Ln}\,z$ ⇝ натуральный логарифм

$\log_a x$ ⇝ логарифм, логарифмическая функция

$\log x$, $\lg x$ ⇝ десятичный логарифм

$\mathcal{L}$ ⇝ интегрируемая функция

$\mathcal{L}[a, b]$ ⇝ интегрируемая функция, интегрируемых функций пространство

$\mathcal{L}^2$, $\mathcal{L}^2[a, b]$ ⇝ интегрируемая с квадратом функция

$\mathcal{L}^p[a, b]$ ⇝ пространство функций с интегрируемой p-й степенью

$L(D)$ ⇝ операторный полином

$L_k(x)$ ⇝ Лежандра полиномы

$L_k^\alpha(x)$ ⇝ Лагерра полиномы

$\mathrm{Log}_a z$ ⇝ логарифмическая функция

$L(x)$ ⇝ Лобачевского функция

$L(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ ⇝ Лагранжа функция

m ⇝ банахово пространство, мера, ограниченная последовательность

$\max f(x)$ ⇝ максимум

$\max \mathcal{M}$ ⇝ максимальный элемент

$\min f(x)$ ⇝ минимум

$\min \mathcal{M}$ ⇝ минимальный элемент

$\mathrm{mod}\, m$ ⇝ вычет, сравнение

$m(x)$ ⇝ модуль

$\mathcal{M}$ ⇝ множество, ограниченная функция

$\mathcal{M}[a, b]$ ⇝ ограниченная функция, ограниченных функций пространство

$|\mathcal{M}|$, $\overline{\overline{\mathcal{M}}}$ ⇝ конечное множество

$[\mathcal{M}]$ ⇝ замыкание

$\mathcal{M}'$ ⇝ производное множество

$\mathring{\mathcal{M}}$ ⇝ внутренность множества

$\dot{\mathcal{M}}$ ⇝ граница

$\overline{\mathcal{M}}$ ⇝ дополнение множества, замыкание

$\mathcal{M}a$ ⇝ произведение множеств

$\mathcal{M}^C$ ⇝ дополнение множества

$\mathcal{M}^n$ ⇝ прямая степень

$\mathcal{M} \ni x$ ⇝ содержание

$\mathcal{M}\mathcal{N}$ ⇝ произведение множеств

$\mathcal{M}_1 \dot{+} \mathcal{M}_2$, $\mathcal{M}_1 \oplus \mathcal{M}_2$ ⇝ прямая сумма

$\mathcal{M}_1 \times \mathcal{M}_2$ ⇝ прямое произведение

$\mathcal{M} \setminus \mathcal{M}_1$ ⇝ разность множеств

$\mathcal{M}_1 \ominus \mathcal{M}_2$, $\mathcal{M}_1 \triangle \mathcal{M}_2$ ⇝ симметрическая разность

$\mathcal{M}_1 \cup \mathcal{M}_2$ $\twoheadrightarrow$ объединение

$\mathcal{M}_1 \cap \mathcal{M}_2$ $\twoheadrightarrow$ пересечение

$\mathcal{M} \supset \mathcal{N}$, $\mathcal{M} \supseteq \mathcal{N}$ $\twoheadrightarrow$ содержание

$\mathsf{M}X$ $\twoheadrightarrow$ математическое ожидание

$\mathbf{n}$ $\twoheadrightarrow$ трехгранник сопровождающий

$n!$ $\twoheadrightarrow$ факториал

$n!!$ $\twoheadrightarrow$ полуфакториал

$\overline{n}$ $\twoheadrightarrow$ вычетов класс

$\binom{n}{k}$ $\twoheadrightarrow$ биномиальный коэффициент

$\binom{n}{m_1, m_2, \ldots, m_k}$ $\twoheadrightarrow$ мультиномиальный коэффициент

$\mathcal{N} \supset \mathcal{M}$, $\mathcal{N} \supseteq \mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ надмножество

$\mathcal{N} \subset \mathcal{M}$, $\mathcal{N} \subseteq \mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ подмножество, принадлежность

$\mathbb{N}$ $\twoheadrightarrow$ натуральное число

$\mathbb{N}_n$ $\twoheadrightarrow$ отрезок натурального ряда

$N_p(z)$ $\twoheadrightarrow$ Неймана функция

$N(y, f)$ $\twoheadrightarrow$ Банаха индикатриса

$o(x)$, $O(x)$ $\twoheadrightarrow$ Ландау символы

O, Ox, Oy, Oz $\twoheadrightarrow$ координатные оси

$\overrightarrow{OP}$ $\twoheadrightarrow$ радиус-вектор

p, $p(x)$ $\twoheadrightarrow$ полином

$\operatorname{per} A$ $\twoheadrightarrow$ перманент

$\wp(z)$ $\twoheadrightarrow$ Вейерштрасса эллиптическая функция

P $\twoheadrightarrow$ вероятностная мера

$\mathsf{P}(A)$ $\twoheadrightarrow$ вероятность

$\mathsf{P}(A \,|\, B)$ $\twoheadrightarrow$ апостериорная [условная] вероятность

$P_{\mathfrak{G}}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ $\twoheadrightarrow$ цикловой индикатор

$P_k(x)$ $\twoheadrightarrow$ Куранта – Гильберта полиномы

$P(\mathcal{M})$ $\twoheadrightarrow$ образ

P_n $\twoheadrightarrow$ перестановки

$P_n^{m_1, m_2, \ldots, m_k}$ $\twoheadrightarrow$ перестановки с повторениями

$P(x)$ $\twoheadrightarrow$ оператор

$P'(\mathbf{x})$ $\twoheadrightarrow$ Гато [Фреше] производная

$P : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ $\twoheadrightarrow$ оператор

P^{-1} $\twoheadrightarrow$ обратный оператор

q $\twoheadrightarrow$ геометрическая последовательность

$\mathbb{Q}$ $\twoheadrightarrow$ рациональное число

$\mathbb{Q}(\sqrt{d}\,)$ $\twoheadrightarrow$ квадратичное поле

$\mathbb{Q}(\xi_n)$ $\twoheadrightarrow$ круговое поле

r $\twoheadrightarrow$ вписанная окружность

$r < 0$ $\twoheadrightarrow$ отрицательное число

$r \leqslant 0$ $\twoheadrightarrow$ неположительное число

$r > 0$ $\twoheadrightarrow$ положительное число

$r \geqslant 0$ $\twoheadrightarrow$ неотрицательное число

rad, рад $\twoheadrightarrow$ радиан

$\operatorname*{res}_{z_0} f(z)$ $\twoheadrightarrow$ вычет

$\operatorname{rot} \mathbf{a}$ $\twoheadrightarrow$ вихрь

$r(t_1, t_2)$ $\twoheadrightarrow$ корреляционная функция

$r(X, Y)$ $\twoheadrightarrow$ корреляции коэффициент

$r_{XY}(t_1, t_2)$ $\twoheadrightarrow$ взаимная корреляционная функция

$r(XY \,|\, Z)$ $\twoheadrightarrow$ частный коэффициент корреляции

$\mathcal{R}$ $\twoheadrightarrow$ бинарное отношение, отношение

$\mathcal{R}^+$ $\twoheadrightarrow$ транзитивное замыкание

$\mathcal{R}^{-1}$ $\twoheadrightarrow$ обратное отношение

$\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_2$ $\twoheadrightarrow$ композиция отношений

$\mathcal{R}^n$ $\twoheadrightarrow$ степень отношения

$\mathcal{R}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ $\twoheadrightarrow$ полиномов кольцо

$\mathbb{R}$ $\twoheadrightarrow$ действительное число

$\mathbb{R}^n$ $\twoheadrightarrow$ евклидово пространство, прямая степень

R $\twoheadrightarrow$ описанная окружность

Re $\twoheadrightarrow$ комплексная плоскость

$\operatorname{Re}(z)$ $\twoheadrightarrow$ действительная часть

$R(p, q)$ $\twoheadrightarrow$ результант

s $\twoheadrightarrow$ натуральный параметр кривой

$\sec x$, $\operatorname{sc} x$ $\twoheadrightarrow$ секанс

$\operatorname{sh} x$, $\sinh x$ $\twoheadrightarrow$ гиперболические функции

$\operatorname{sh}^{-1} x$ $\twoheadrightarrow$ ареа-синус

$\operatorname{sign}(x)$, $\operatorname{sgn}(x)$ $\twoheadrightarrow$ сигнум

$\sin x$ $\twoheadrightarrow$ синус

$\sin^{-1} x$ $\twoheadrightarrow$ арксинус

$\operatorname{sl}(z)$ $\twoheadrightarrow$ лемнискатные функции

$s(n,m)$, $S(n,m)$ $\twoheadrightarrow$ Стирлинга числа

$s(n)$, $s(x)$ $\twoheadrightarrow$ Пеано аксиомы, первичные функции

$\operatorname{sn}(z)$ $\twoheadrightarrow$ Якоби эллиптические функции

sr, cp $\twoheadrightarrow$ стерадиан

$s \perp t$ $\twoheadrightarrow$ перпендикулярные прямые

$\sup \mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ верхняя грань

$\operatorname{supp} f$ $\twoheadrightarrow$ носитель функции

S $\twoheadrightarrow$ площадь, порождающая грамматика

$\operatorname{Shi}(x)$, $\operatorname{shi}(x)$ $\twoheadrightarrow$ интегральный гиперболический синус

$\operatorname{Si}(x)$ $\twoheadrightarrow$ интегральный синус

$\operatorname{Sp} A$ $\twoheadrightarrow$ след матрицы

$S(x)$ $\twoheadrightarrow$ Френеля интегралы

$\mathbf{t}$ $\twoheadrightarrow$ трехгранник сопровождающий

$\tan x$, $\operatorname{tg} x$ $\twoheadrightarrow$ тангенс

$\tan^{-1} x$ $\twoheadrightarrow$ арктангенс

$\operatorname{th} x$, $\tanh x$ $\twoheadrightarrow$ гиперболические функции

$\operatorname{th}^{-1} x$ $\twoheadrightarrow$ ареа-тангенс

$\operatorname{trace} A$, $\operatorname{Tr} A$ $\twoheadrightarrow$ след матрицы

$T_k(x)$ $\twoheadrightarrow$ Чебышёва полиномы

T_n^m $\twoheadrightarrow$ циклические перестановки

u^v $\twoheadrightarrow$ степенно-показательная функция

$\mathcal{U}$ $\twoheadrightarrow$ универсальное множество

$\mathcal{U}(a)$ $\twoheadrightarrow$ окрестность

$U_k(x)$ $\twoheadrightarrow$ Чебышёва полиномы

$\mathcal{V}_1 \dot{+} \mathcal{V}_2$ $\twoheadrightarrow$ прямая сумма

V $\twoheadrightarrow$ объем

V_n $\twoheadrightarrow$ Вандермонда определитель

$V_n(f,x)$ $\twoheadrightarrow$ Валле Пуссена сингулярный интеграл

V_n^m $\twoheadrightarrow$ размещения

$W(f_1, f_2, \ldots, f_n)$ $\twoheadrightarrow$ вронскиан

x $\twoheadrightarrow$ аффинные координаты

$\mathbf{x}$, $\vec{x}$ $\twoheadrightarrow$ вектор

x^* $\twoheadrightarrow$ инволюция

$\overline{x}$ $\twoheadrightarrow$ булева алгебра, замыкание

$-\vec{x}$ $\twoheadrightarrow$ противоположный вектор

$|\vec{x}|$ $\twoheadrightarrow$ вектор

$|x|$ $\twoheadrightarrow$ абсолютное значение

$|\mathbf{x}|$ $\twoheadrightarrow$ модуль

$\|\mathbf{x}\|$ $\twoheadrightarrow$ квазинорма, норма

$\vec{x}^{\,2}$ $\twoheadrightarrow$ скалярный квадрат

x^a $\twoheadrightarrow$ степенная функция

$x \circ g$ $\twoheadrightarrow$ действие группы

$x^{(m)}$ $\twoheadrightarrow$ возрастающий факториал

$x \in \mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ принадлежность

$x \notin \mathcal{M}$, $x \overline{\in} \mathcal{M}$ $\twoheadrightarrow$ принадлежность

$x \mathcal{R} y$ $\twoheadrightarrow$ бинарное отношение

$x \cup y$, $x \cap y$ $\twoheadrightarrow$ решетка

$\vec{x} \parallel \vec{y}$ $\twoheadrightarrow$ коллинеарность

$\vec{x} \cdot \vec{y}$, $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$ $\twoheadrightarrow$ скалярное произведение

$\vec{x} \wedge \vec{y}$, $\vec{x} \vee \vec{y}$ $\twoheadrightarrow$ псевдоскалярное произведение

$\vec{x} \times \vec{y}$, $[\vec{x}, \vec{y}]$ $\twoheadrightarrow$ векторное произведение

$\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z}$ $\twoheadrightarrow$ смешанное произведение

$x \to y$ $\twoheadrightarrow$ соответствие

$x \to 0$ $\twoheadrightarrow$ бесконечно малая величина

$x \to \infty$, $x \to -\infty$ $\twoheadrightarrow$ бесконечно большая величина, бесконечный предел

$(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ $\twoheadrightarrow$ вектор

$(x)_m$ $\twoheadrightarrow$ убывающий факториал

$\{x : \ldots\}$, $\{x \mid \ldots\}$ $\twoheadrightarrow$ множество

$\{x \mid \mu(x) : \ldots\}$ $\twoheadrightarrow$ размытое множество

$\{x_\alpha\}_{\alpha\in\mathcal{A}}$, $\{x_\alpha : \alpha \in \mathcal{A}\}$ $\twoheadrightarrow$ направленность

$\mathcal{X}'$ $\twoheadrightarrow$ алгебраическое сопряженное пространство

$\mathcal{X}^*$ $\twoheadrightarrow$ сопряженное пространство

$\mathcal{X}^{**}$ $\twoheadrightarrow$ второе сопряженное пространство

$\mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ $\twoheadrightarrow$ отображение

$\mathcal{X} \leftrightarrow \mathcal{Y}$ $\twoheadrightarrow$ биекция

y $\twoheadrightarrow$ аффинные координаты

y' $\twoheadrightarrow$ производная

y'' $\twoheadrightarrow$ вторая производная

$y^{(n)}$ $\twoheadrightarrow$ производная высшего порядка

z $\twoheadrightarrow$ аффинные [цилиндрические] координаты, гиперкомплексное [комплексное] число, кватернион

$\overline{z}$ $\twoheadrightarrow$ комплексно сопряженное число, сопряженные кватернионы

$|z|$ $\twoheadrightarrow$ тригонометрическая форма комплексного числа

$\mathbb{Z}$ $\twoheadrightarrow$ целое число

$\mathbb{Z}_m$ $\twoheadrightarrow$ кольцо классов вычетов

$\mathbb{Z}[x]$ $\twoheadrightarrow$ полиномов кольцо

$\alpha \to \beta$ $\twoheadrightarrow$ продукция

$\mathrm{B}(p, q)$ $\twoheadrightarrow$ бета-функция

γ $\twoheadrightarrow$ Эйлера постоянная

$\Gamma(z)$ $\twoheadrightarrow$ гамма-функция

δ $\twoheadrightarrow$ близость

δf $\twoheadrightarrow$ дельта-функция

δ_{ij} $\twoheadrightarrow$ Кронекера символ

Δ $\twoheadrightarrow$ конечная разность, Лапласа [разности] оператор

∇ $\twoheadrightarrow$ Гамильтона оператор, градиент, конечная разность

$\Delta(a)$ $\twoheadrightarrow$ абсолютная погрешность

Δf_k, $\Delta f(x)$, ∇f_k $\twoheadrightarrow$ конечная разность

$\nabla f(\mathbf{x})$ $\twoheadrightarrow$ градиент

Δ_h $\twoheadrightarrow$ разности оператор

$\Delta^n f(x)$ $\twoheadrightarrow$ конечная разность высшего порядка

Δx, Δy $\twoheadrightarrow$ приращение

Δz $\twoheadrightarrow$ полное приращение

ε $\twoheadrightarrow$ единица

$\zeta(z)$ $\twoheadrightarrow$ дзета-функция

$\eta(Y, X)$ $\twoheadrightarrow$ корреляционное отношение

θ $\twoheadrightarrow$ нулевой элемент, сферические координаты, эйлеровы углы

$\vartheta_k(z)$ $\twoheadrightarrow$ тета-функции

$\theta(x)$ $\twoheadrightarrow$ Хевисайда функция

$\varkappa$ $\twoheadrightarrow$ кручение

$\lambda(n)$ $\twoheadrightarrow$ Лиувилля функция

$\mu(n)$ $\twoheadrightarrow$ Мёбиуса функция

π $\twoheadrightarrow$ пи

$\pi(a, k, x)$ $\twoheadrightarrow$ эллиптический интеграл

$\pi(n)$ $\twoheadrightarrow$ простое число

$\prod$ $\twoheadrightarrow$ знак произведения

$\Pi(a)$ $\twoheadrightarrow$ параллельности угол

$\prod_{k=0}^{\infty}$ $\twoheadrightarrow$ бесконечное произведение

$\Pi_k(x)$ $\twoheadrightarrow$ Куранта – Гильберта полиномы

ϱ $\twoheadrightarrow$ полярные [сферические, цилиндрические] координаты, тригонометрическая форма комплексного числа

$\varrho(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ $\twoheadrightarrow$ тригонометрическая форма комплексного числа

σ $\twoheadrightarrow$ биполярные координаты

$\sigma_k(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ $\twoheadrightarrow$ элементарные симметрические полиномы

$\sigma(X)$ $\twoheadrightarrow$ стандартное отклонение

$\sum$ $\twoheadrightarrow$ двойная сумма, двойной [кратный] ряд, знак суммы

$\sum\limits_{k=0}^{\infty}$ $\twoheadrightarrow$ ряд, степенной ряд

τ $\twoheadrightarrow$ биполярные координаты

φ $\twoheadrightarrow$ полярные [сферические, цилиндрические] координаты, тригонометрическая форма комплексного числа, эйлеровы углы

$\varphi(n)$ $\twoheadrightarrow$ Эйлера функция

$\Phi_0(x)$ $\twoheadrightarrow$ интеграл вероятности

ψ $\twoheadrightarrow$ эйлеровы углы

$\omega_{\mathcal{D}}(f)$ $\twoheadrightarrow$ колебание функции

$\omega_f(\delta)$ $\twoheadrightarrow$ непрерывности модуль

$\omega(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ $\twoheadrightarrow$ операция

Ω $\twoheadrightarrow$ элементарных событий пространство

$\aleph_0$ $\twoheadrightarrow$ алеф-нуль

0^0, $0{\cdot}\infty$, $\dfrac{0}{0}$ $\twoheadrightarrow$ неопределенное выражение

$\overline{0, n}$ $\twoheadrightarrow$ отрезок натурального ряда

1^∞ $\twoheadrightarrow$ неопределенное выражение

$2^{\mathfrak{M}}$ $\twoheadrightarrow$ булеан

$2^{\aleph_0}$ $\twoheadrightarrow$ континуума мощность

$+$ $\twoheadrightarrow$ плюс, сложение

$\dot{+}$, $\oplus$ $\twoheadrightarrow$ прямая сумма

$-$ $\twoheadrightarrow$ вычитание, минус

$\ominus$ $\twoheadrightarrow$ симметрическая разность

$\setminus$ $\twoheadrightarrow$ разность множеств

$\cdot$ $\twoheadrightarrow$ скалярное произведение, умножение

$\circ$ $\twoheadrightarrow$ действие группы, композиция отношений

$\times$ $\twoheadrightarrow$ векторное [прямое] произведение, порядок матрицы, умножение

$\otimes$ $\twoheadrightarrow$ тензорное произведение функционалов

$*$ $\twoheadrightarrow$ бинарная операция, инволюция, свертка функций, слово, сопряженная матрица, сопряженное пространство, сопряженный оператор

$|$ $\twoheadrightarrow$ апостериорная [условная] вероятность, делимость, множество, размытое множество

$\Big|_a^b$ $\twoheadrightarrow$ Ньютона – Лейбница формула

$/$ $\twoheadrightarrow$ деление, факторгруппа

$\parallel$ $\twoheadrightarrow$ коллинеарность, параллельность

$\perp$ $\twoheadrightarrow$ перпендикулярность, перпендикулярные прямые

$:$ $\twoheadrightarrow$ деление, множество, направленность

$\vdots$ $\twoheadrightarrow$ делимость

$\vee$ $\twoheadrightarrow$ булева алгебра, дизъюнкция, псевдоскалярное произведение

$\&$ $\twoheadrightarrow$ конъюнкция

$\wedge$ $\twoheadrightarrow$ булева алгебра, конъюнкция, псевдоскалярное произведение

$\neg$ $\twoheadrightarrow$ отрицание

$\cup$ $\twoheadrightarrow$ объединение, решетка

$\cap$ $\twoheadrightarrow$ пересечение, решетка

$\in$ $\twoheadrightarrow$ принадлежность

$\ni$ $\twoheadrightarrow$ содержание

$\notin$, $\overline{\in}$ $\twoheadrightarrow$ принадлежность

$\subset$ $\twoheadrightarrow$ отношение порядка, подмножество, принадлежность, собственное подмножество

$\subseteq$ $\twoheadrightarrow$ отношение порядка, подмножество, принадлежность

$\supset$ $\twoheadrightarrow$ импликация, надмножество, отношение порядка, собственное надмножество, содержание

$\supseteq$ $\twoheadrightarrow$ надмножество, отношение порядка, содержание

$\to$ $\twoheadrightarrow$ аффинное пространство, вектор, импликация, отображение, предел последовательности, продукция, радиус-вектор, соответствие

$\uparrow$, $\nearrow$ $\twoheadrightarrow$ монотонно сходящаяся последовательность

$\downarrow$, $\searrow$ $\twoheadrightarrow$ монотонно сходящаяся последовательность

$\Rightarrow$ $\twoheadrightarrow$ импликация

$\leftrightarrow$ $\twoheadrightarrow$ биекция

$\Leftrightarrow$ $\twoheadrightarrow$ логически равносильные формулы

$\rightleftharpoons$ $\twoheadrightarrow$ определение

$=$ $\twoheadrightarrow$ знак равенства, равенство

$\stackrel{\text{def}}{=}$ $\twoheadrightarrow$ определение

$\neq$ $\twoheadrightarrow$ неравенство

$\equiv$ $\twoheadrightarrow$ конгруэнтность, логически равносильные формулы, определение, сравнение, тождество

$\approx$ $\twoheadrightarrow$ аппроксимация, приближенная формула

$\cong$ $\twoheadrightarrow$ конгруэнтность

$\sim$ $\twoheadrightarrow$ асимптотическая эквивалентность, подобные фигуры, тильда, эквивалентность

$\prec$, $\succ$ $\twoheadrightarrow$ доминирование, отношение порядка

$<$ $\twoheadrightarrow$ знак неравенства, меньше, отношение порядка, строгое неравенство

$\leqslant$ $\twoheadrightarrow$ знак неравенства, меньше или равно, направление, нестрогое неравенство, отношение порядка

$>$ $\twoheadrightarrow$ больше, знак неравенства, отношение порядка, строгое неравенство

$\geqslant$ $\twoheadrightarrow$ больше или равно, знак неравенства, нестрогое неравенство, отношение порядка

$\frac{\leq}{>}$ $\twoheadrightarrow$ знак неравенства, неравенство

$!$ $\twoheadrightarrow$ полуфакториал, факториал

$\%$ $\twoheadrightarrow$ процент

$‰$ $\twoheadrightarrow$ промилле

$\triangle$ $\twoheadrightarrow$ симметрическая разность, треугольник

$\angle$, $\overset{\frown}{}$ $\twoheadrightarrow$ угол

$\frown$ $\twoheadrightarrow$ дуга

$\varnothing$ $\twoheadrightarrow$ пустое множество

∞, $-\infty$ $\twoheadrightarrow$ бесконечность

$\infty - \infty$, ∞^0, $\frac{\infty}{\infty}$ $\twoheadrightarrow$ неопределенное выражение

$^\circ$ $\twoheadrightarrow$ внутренность множества, градус

$'$ $\twoheadrightarrow$ алгебраическое расширение [сопряженное пространство], минута, производная, производное множество, штрих

$''$ $\twoheadrightarrow$ вторая производная, секунда

$\overline{}$ $\twoheadrightarrow$ булева алгебра, вычетов класс, длина, дополнение множества, замыкание, комплексно сопряженное число, отрезок натурального ряда, отрицание, полуотрицательная форма, сопряженные кватернионы, среднее

$\sqrt[n]{}$ $\twoheadrightarrow$ радикал

$\| \ \|$ $\twoheadrightarrow$ квазинорма, матрица, норма, норма оператора

$| \ |$ $\twoheadrightarrow$ абсолютная величина, абсолютное значение, вектор, конечная группа, конечное множество, модуль, определитель, тригонометрическая форма комплексного числа

$(\ )$ $\twoheadrightarrow$ биномиальный [мультиномиальный] коэффициент, вектор, двойное [простое] отношение, интервал, кортеж, Лежандра [Якоби] символ, матрица, наибольший общий делитель, пара, подстановка, последовательность, скалярное произведение, скобки, тройка, упорядоченное множество, четверка

$< >$, $\langle\ \rangle$ $\twoheadrightarrow$ кортеж, скалярное произведение, скобки

$[\ ]$ $\twoheadrightarrow$ антье, векторное произведение, замыкание, интервал, наименьшее общее кратное, отрезок, скобки

$\{\ \}$ $\twoheadrightarrow$ двойная последовательность, дробная часть, множество, мультимножество, направленность, последовательность, размытое множество, скобки

$\int$ $\twoheadrightarrow$ знак интеграла, неопределенный интеграл

$\int\limits_a^b$ $\twoheadrightarrow$ определенный [Римана, Стильтьеса] интеграл

$\int\limits_{\mathcal{D}}$ $\twoheadrightarrow$ Лебега интеграл

$\int\limits_{AB}$ $\twoheadrightarrow$ криволинейные интегралы второго рода, криволинейный интеграл первого рода

$\iint\limits_{\mathcal{D}}$ $\twoheadrightarrow$ двойной интеграл

$\iint\limits_{S}$ $\twoheadrightarrow$ поверхностные интегралы второго рода, поверхностный интеграл первого рода

$\iiint\limits_{\mathcal{D}}$ $\twoheadrightarrow$ тройной интеграл

$\idotsint\limits_{\mathcal{D}}$ $\twoheadrightarrow$ кратный интеграл